

**Inhaltsverzeichnis**

I.	Finanzmathematische Zusammenhänge zwischen Zinssatz und Wachstumsrate .....	1
A.	Geldbeträge zu unterschiedlichen Zeitpunkten sind unterschiedliche Güter .....	1
B.	Price - dividend ratios von Gesellschaften mit wachsender Dividende .....	1
C.	Einstellung des Schuldendienstes bei undurchsetzbaren Forderungen .....	3
1.	Wann gab es Schuldenkrisen? .....	3
2.	Kredite an Länder mit konvertibler Währung .....	3
3.	Kredite an Länder mit inkonvertibler Währung (Devisenbewirtschaftung):.....	3
D.	Grenzen der Staatsverschuldung .....	6
II.	Was ist Geld? .....	15
A.	Wodurch wird ein Objekt zu Geld? In welchen Formen ist es in der Vergangenheit erschieden? .....	15
B.	Das Geld von morgen .....	17
1.	Natürliche Zahlen - zum ersten .....	18
2.	Wie können zwei Personen öffentlich eine geheime Zahl bestimmen? .....	19
3.	Natürliche Zahlen - zum zweiten.....	19
4.	Der RSA-Algorithmus .....	19
5.	Digitale Signaturen .....	20
6.	Hashfunktionen.....	20
7.	Anonymes elektronischen Geld mit Hilfe der blinden Signatur.....	21
8.	Zahlenbeispiel.....	21
C.	Geldfunktionen .....	23
D.	Quantitative Abgrenzung von Geldbegriffen .....	23
III.	Die Produktion von Geld .....	24
A.	Quantitative Aspekte .....	24
1.	Einstufiges Bankensystem – Lautenbach’sche Kreditmechanik .....	24
2.	Zweistufiges Bankensystem - Geldschöpfungsmultiplikator .....	26
B.	Qualitative Aspekte: Liquidisierung von Forderungen und Risikentransformation ...	28
IV.	Zinstheorie .....	29
A.	Ursachen des Zinses .....	29
B.	Höhe des Zinses einschließlich Zinsstrukturtheorie.....	32
1.	Zins und Wachstumsrate.....	32
2.	Grenzproduktivitätstheorie .....	32
3.	Die von Keynes als klassische Theorie bezeichnete Theorie .....	34
4.	Die Keynes’sche Zinstheorie (Liquiditätstheorie des Zinses).....	34
V.	Zinsstrukturtheorie .....	36
a)	Schreibweise.....	36
b)	Zahlenbeispiel mit Daten der London International Financial Futures Exchange (LIFFE) .....	37
VI.	Quantitätstheorie .....	38
A.	NAWRU und NAIRU.....	38
B.	Politik der Europäischen Zentralbank .....	38
VII.	Wechselkursstheorie.....	38



# I. Finanzmathematische Zusammenhänge zwischen Zinssatz und Wachstumsrate

## A. Geldbeträge zu unterschiedlichen Zeitpunkten sind unterschiedliche Güter

Zeitliche und räumliche Transformation von Gütern:

Definition des Gutsbegriffs: z.B.: eng: Titan – Brillengestelle; weit: Nahrungsmittel

Zusammenschluss der zwei einzigen Hersteller => Eingriff des Kartellamtes

### 1. Übungsklausur

Stetiger Zins:

$$K_t = K_0 (1+i)^t \quad \text{jährliche Zinszahlung ; } i = 0,05$$

$$K_t = K_0 (1 + i/m)^{mt} \quad m: \text{Zahl der Zinszahlungen pro Jahr}$$

für  $m \Rightarrow 8$ :

$$e^{i^*t}$$

$$i^* = \ln(1+i)$$

mit:

$$e = 2,71828183... = \text{Eulersche Zahl}$$

$$i = 0,05 = \text{dekursiver Zinssatz für nachträglich gezahlte Zinsen}$$

$$i^* = 0,0488 = \text{stetiger Zinssatz}$$

$i^*$  bringt bei stetiger Verzinsung den gleichen Ertrag wie  $i$  bei dekursiver Verzinsung.

70er - Regel:

$70 / i = \text{Zahl der Jahre, binnen der sich ein Betrag verdoppelt (für kleine } i).$

Herleitung:

$$K_t = K_0 (1+i)^t \Leftrightarrow K_t / K_0 = (1+i)^t \Leftrightarrow \ln(K_t / K_0) = t \ln(1+i)$$

$$\Rightarrow \text{wegen Verdopplung } \ln 2 = t \ln(1+i) \Rightarrow \ln 2 / \ln(1+i) = t = 0,6931 / 0,04 = 70 / 4$$

## B. Price - dividend ratios von Gesellschaften mit wachsender Dividende

Herleitung des Rentenbarwertfaktors:

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \dots + a_n, \text{ für } k = 1 \dots n$$

mit geometrische Folge:

$$a_2 = x a_1 \quad a_n = a_1 x^{n-1}$$

$$\rightarrow \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + ax + ax^2 + \dots + ax^{n-1} = s$$

$$(1) \quad s = a + ax + ax^2 + \dots + ax^{n-1} \quad (1)$$

$$(2) \quad sx = ax + ax^2 + ax^3 + \dots + ax^n \quad (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow sx - s = ax^n - a = a(x^n - 1)$$

$$\Rightarrow s = a \frac{x^n - 1}{x - 1}$$

$$s(x-1) = ax^n - a = a(x^n - 1)$$

$$s = a \frac{x^n - 1}{x - 1} \text{ und, für } a = 1, s = \frac{x^n - 1}{x - 1}.$$

mit:  $a = \text{PMT} = \text{permanent cash flow}$

$$x = 1 + i$$

$s = \text{Endwert einer Annuität}$

$$s = \text{PMT} \frac{x^n - 1}{x - 1} = \text{PMT} \frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} = \text{PMT} \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\text{Barwert der Annuität } PV = \text{PMT} \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i}$$

$$PV \lim_{n \rightarrow \infty} = \text{PMT} \frac{1}{i} = \text{Barwert einer ewigen Rente} = \text{PMT} \times \text{Kapitalisierungsfaktor} = \text{PMT}$$

$\times 1/\text{Kapitalisierungszins}$

Price - Earning - Ratios sind Kapitalisierungsfaktoren:  $PV / \text{PMT} = 1 / i$

Beispiel: Wert eines Hauses mit heutigen Mieteinnahmen als ewiger Annuität. Mit  $i = 0,05$   
 $\Rightarrow 1 / i = 20 \Rightarrow$  Für ein Haus müssen Sie das 20fache der Mieteinnahmen bezahlen.

Was ist aber, wenn die Annuität nicht konstant ist sondern steigt (z. B. Mieteinnahmen)?

Wachstumsrate  $g \Rightarrow a_2 = a_1 * g$

$$PV = \frac{\text{PMT}}{1+i} + \frac{\text{PMT}(1+g)}{(1+i)^2} + \frac{\text{PMT}(1+g)^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{\text{PMT}(1+g)^{n-1}}{(1+i)^n} = \text{Present Value in } t = 0$$

$$PV = \frac{\text{PMT}}{1+i} \left( 1 + \frac{1+g}{1+i} + \frac{(1+g)^2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{(1+g)^{n-1}}{(1+i)^{n-1}} \right) = \frac{\text{PMT}}{1+i} \frac{((1+g)/(1+i))^n - 1}{(1+g)/(1+i) - 1}$$

$$PV = \frac{\text{PMT}}{1+i} \frac{((1+g)/(1+i))^n - 1}{\frac{(1+g) - (1+i)}{1+i}} = \text{PMT} \frac{((1+g)/(1+i))^n - 1}{g - i}$$

$$PV \xrightarrow{\lim_{n \rightarrow \infty}} = \text{für } g > i : \infty$$

$$= \text{für } g < i : \text{PMT} \frac{1}{i - g}$$

**Formel für den Barwert einer mit der Wachstumsrate  $g$  wachsenden Rente.<sup>1</sup>****C. Einstellung des Schuldendienstes bei undurchsetzbaren Forderungen****1. Wann gab es Schuldenkrisen?**

Der Ausdruck „*undurchsetzbare Forderung*“ wurde geprägt von NIEHANS, Jürgen.<sup>2</sup> Das Problem besteht darin, dass es gegenüber Staaten heute keine Vollstreckung mit Gewalt gibt. Daher kann ein Staat selbst dann die Zahlungen einstellen, wenn er den Schuldienst noch erbringen könnte.

Erste Schuldenkrise der letzten 30 Jahre war die Zahlungseinstellung Polens 1980. Bundeskanzler Schmidt hatte rhetorisch gefragt: „Wozu brauchen wir private Banken, wenn sie nicht einmal einen Kredit von 1 Mrd. DM an Polen begeben können?“ Daraufhin gewährte ein Bankenkonkorsortium den Kredit. Bis zur Zahlungseinstellung hatte die sog. Regenschirmtheorie manchen Kreditgeber in die Irre geführt. Regenschirmtheorie hieß: Die Sowjetunion werde nicht zulassen, dass ein Staat des Warschauer Pakts in konvertibler Währung insolvent würde. Diese Theorie wurde falsifiziert.

1982 stellte Mexiko die Zahlungen ein: wegen sinkender Ölpreise und krisenbedingt sinkender US – Importe (=sinkendes Wachstum der Exporterlöse) und wegen hoher US Zinsen. Nach der Zahlungseinstellung Mexikos schlossen sich einige sog High Indebted Countries (HIC) und andere lateinamerikanische Staaten diesem Schritt an. Anfang 1995 drohte erneut eine Zahlungseinstellung Mexikos. Der Peso wurde um 40 % abgewertet. 20 Mrd. indexierte Anleihen konnten nicht bedient werden. Der Internationale Währungsfonds gewährte Kredite.

1997 gerieten Südkorea, Malaysia, Tailand und Indonesien in Zahlungsschwierigkeiten (sog. asiatische Schuldenkrise). 1998 stellte Russland die Zahlungen ein.<sup>3</sup>

Kredite werden zur Befriedigung der Konsumbedürfnisse der Bevölkerung (Polen), zum Zwecke von Investitionen, aber auch zur Finanzierung von (beabsichtigter oder unbeabsichtigter) Kapitalflucht aufgenommen.

**2. Kredite an Länder mit konvertibler Währung**

Falls diese Länder die Zahlung aussetzen oder gar einstellen, werden jene getroffen, die diese Staatsschuldtitel in ihrem Portefeuille haben, zum Beispiel Banken, Versicherungen und Privat Anleger. Neben den direkten Besitzern der Schuldtitel sind Inhaber von Bankguthaben und Versicherungsansprüchen ebenfalls betroffen. Es handelt sich somit um einen breiten Kreis heimischer Gläubiger, die gleichzeitig Wähler sind.

**3. Kredite an Länder mit inkonvertibler Währung (Devisenbewirtschaftung):**

Falls diese Länder die Zahlung aussetzen oder gar einstellen, werden jene getroffen, die diese Staatsschuldtitel in ihrem Portefeuille halten. Der Bevölkerung ist jedoch ein Besitz von Devisen nicht gestattet, sie hat also keine Fremdwährungsforderungen an ihren Staat. Es gibt somit keine einheimischen Gläubiger. Die Wähler haben keine Fremdwährungsforderungen. Lediglich Ausländer sind betroffen.

<sup>1</sup> nach Williams: „Theory of investment value“ (1930).

<sup>2</sup> „Internationale Kredite mit undurchsetzbaren Forderungen“. In „Die Internationale Schuldenkrise. Ursachen – Konsequenzen – Historische Erfahrungen“ Schriften des Vereins für Sozialpolitik. Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. Neue Folge. Band 155. S.151-179.

<sup>3</sup> (vgl. z.B.: iwkoeln.de. IWDNr. 40 vom 1. Oktober 1998).

Das Risiko einer Zahlungseinstellung ist in diesem Fall für den Kreditgeber wesentlich höher, denn der Staat wird nur solange seinen Schuldendienst leisten, solange die neu aufgenommenen Kredite den Schuldendienst übersteigen!

Als erste Frage erörtern wir:

**Was bedingt die Kreditwürdigkeit eines Staates ?**

**Wie viele Schulden kann ein Staat machen ?**

Dazu gehen wir von folgender Tatsache aus:

Allen Zahlungsabflüssen des Staates müssen auch Zahlungszuflüsse gegenüberstehen, sei es als Steuern, Kreditaufnahme oder andere Geldbeschaffung. Der Zahlungszufluss des Staates entspricht den Steuereinnahmen. Dann entsprechen die Steuern  $T$  (= taxes) bei einer **Staatsausgabenquote  $a$**  von 50 Prozent dem Betrag:  $T = a Y$ ;  $T = 0,5 * Y$ .

Da der Staat seine Mittel aber noch zur Finanzierung anderer Dinge als zur Bezahlung von Zinsen benötigt, nehmen wir an, dass ihm nur eine Quote von 10 Prozent seines Zahlungsstromes zur Verfügung steht, um Zinsen zu finanzieren (**Schuldendienstquote  $b = 0,1$**   $T$ ). Wir gehen davon aus, dass alle Schulden auf ewige Schulden umgeschuldet sind, wie z. B. britische consols.

Zinssatz: 8% p.a..

$Y$ : 100 Epsos.

Schuldenmaximum eines Staates ohne Wachstum:  $B = R / i = a*b*Y$ .

Beispiel:

$0,1 * 0,5 * 100 \text{ Epsos} / 0,08 = 62,5 = \text{Schuldenmaximum}$ . Diese Schuldsumme kann maximal bedient werden, wenn es kein Wachstum gibt. Jenseits des Schuldenmaximums ist der Staat nicht mehr in der Lage, die Zinsen auf die Schulden zu zahlen, er ist nicht zahlungsfähig. (Diese Grenze ist natürlich nicht starr. Im Euro-Währungsgebiet sind die Zinsausgaben 1999 4,2 % des BIP gewesen in der BR Deutschland betragen die Zinsausgaben öffentlicher Haushalt 3.7 %.)

*Hat der Staat mit Wachstum des BIP mit einem Schuldenstand von 70 Epsos sein Limit ausgeschöpft ?*

Zur Beantwortung dieser Frage berechnen wir die Kreditobergrenze:  $B = abY/i$ , für eine stationäre Wirtschaft: Das Sozialprodukt zum Zeitpunkt  $t$  ergibt sich aus dem Sozialprodukt zum Zeitpunkt 0 mal dem Wachstumsfaktor:

$$Y(t) = Y_0 e^{gt}$$

Gemäß obiger Formel ergibt sich für eine wachsende Wirtschaft:

$$B = abY/(i-g): 0,1 * 0,5 * 100 \text{ Epsos} / (0,08 - g)$$

als Kreditgrenze, wobei die Wachstumsrate  $g$  zu schätzen ist.

Entsprechend der geschätzten Wachstumsrate ergeben sich folgende Möglichkeiten:

- hohe Wachstumsrate  $g$ : der Nenner wird kleiner, die Kreditgrenze höher
- negative oder geringe Wachstumsrate  $g$ : der Nenner wird größer; das schränkt die Kreditmöglichkeiten ein.

Folglich ist die Kreditgrenze eines Staates u.a. abhängig von der Wachstumsrate  $g$ .

Nicht immer ist der Kredit jedoch eintreibbar. Im Gegensatz zur Privatperson oder Unternehmen sind Forderungen gegenüber souveränen Staaten nur schwer durchsetzbar, da die Möglichkeit der Pfändung nicht besteht. Empirisch ist festgestellt worden, dass der Außenhandel von Staaten, welche die Zahlungen einstellen, um durchschnittlich 10% zurückgeht.<sup>4</sup>

Historische Beispiele für undurchsetzbare Forderungen finden sich bereits im 18. Jahrhundert, weiter die Enteignung des Suezkanals durch Ägypten im Jahr 1957, sowie aktuell: Forderungen gegen Atommächte wie die USA und Russland sind ebenso schwer durchzusetzen wie zum Beispiel gegen Italien als Mitglied der EU. Jüngstes Beispiel: In 2002 erhielt Deutschland von Russland als Rechtsnachfolger der Sowjetunion 500 Mill. DM statt 6 Mrd. Altforderungen aus Schulden der SU gegenüber der DDR.

*Wieso bedienen die Staaten also ihre Schulden dennoch ?*

Abgesehen vom internationalen Rating, das zu niedrigeren Zinsen führt, und Ansehen gibt es einen einfachen rationalen Grund zur Bedienung der Schulden: man bedient die Schulden (nur), solange die Nettozahlungen  $C$  (langfristig) positiv sind.

- (1) Es gilt:  $C = dB - iB$  muss positiv sein  
 $dB$  : Einzahlung, d.h. der Staat nimmt Schulden auf.  
 $iB$  : Auszahlung, d.h. Schuldzinsen evt. Tilgung

Die Schulden, die ein Staat aufnehmen kann, ergeben sich gemäß obiger Prämissen relativ zum Sozialprodukt, mit einem Prozentsatz von  $a \cdot b / i - g = 0,05 / (i - g)$ .

Weil die Kreditobergrenze  $B(T) = a \cdot b \cdot Y$ , also eine lineare Transformation von  $Y$  ist, gilt:

$$Y(t) = Y_0 \cdot e^{gt} \Leftrightarrow B(t) = B_0 \cdot e^{gt}$$

einsetzen in (1):

$$C(t) = dB / dt - iB e^{gt}$$

es gilt:

$$s = e^{at} \Rightarrow \delta s / \delta t = a e^{at}$$

(Anmerkung: stetige Zinsen sind leichter differenzierbar)

$$C(t) = g \cdot B e^{gt} - i B e^{gt} = (g - i) \cdot B e^{gt}$$

Es handelt sich um Einzahlungen, wenn  $g > i \Rightarrow$  der Staat leistet seinen Schuldendienst. Wenn  $i > g$  (nachhaltig) stellt er ihn ein.

Die Zahlungseinstellung Mexikos 1982 zeigt die typischen Ursachen. Mexiko: starke Inflation in den USA 1975-80, dann Stabilisierung  $\Rightarrow$  Inflation in USA sinkt  $\Rightarrow$  Stabilisierungskrise mit Rezession in den USA  $\Rightarrow$  Rohstoffnachfrage der USA sinkt  $\Rightarrow$  Wachstumsrate der Rohstoffexporte Mexikos sinkt; zusätzlich steigen die Zinsen in den USA, wegen Stabilisierungspolitik der USA. Nach 1980 begannen die Ölpreise zu sinken. Auch das führte zu sinkenden Wachstumserwartungen der mexikanischen Exporte.

<sup>4</sup> Rose Andrew K.: One Reason Countries Pay Their Debts: Renegotiation and International Trade. Staff Report FRBNY. No. 142. Dec. 2001 <http://app.ny.frb.org/rps/results.cfm?SearchType=JC> (29.4.02).

Zahlen zu Mexiko 1982:

BIP 1981: 270 Mrd. US-\$ zu laufenden Preisen und Wechselkursen;

BIP 1982: 190 Mrd. US-\$ zu laufenden Preisen und Wechselkursen;<sup>5</sup>

Gesamtverschuldung 380 Mrd. US-\$; auf Basis BIP 1981 140 %, auf Basis BIP 1982 200%;

### Zur Schuldenkrise kommt es, wenn

$$\text{Summe aller Zahlungen} = \int_T^{\infty} (gBe^{gt} - iBe^{gt})e^{-it} < 0.$$

Das heißt: Die Zinszahlungen werden eingestellt, wenn die Summe aller Ein- und Auszahlungen negativ ist, sie werden geleistet, wenn die abdiskontierte Summe aller Zahlungen positiv ist.

Zahlungseinstellung ist eine rationale Entscheidung. Das Kriterium dieser Entscheidung ist der Vergleich von:  $i$  mit  $g$ .

### Kern der Schuldenkrise: **Wachstumserwartung**

### **D. Grenzen der Staatsverschuldung**

#### Arbeitsunterlage 9:

Über den Zusammenhang zwischen Defizitquote, Wachstumsrate, Zinsquote und Preissteigerungsrate

$$B \quad \text{Bonds, Schulden,} = B_0 + \dot{b}Y_0 \int_0^T e^{\theta t} dt =$$

$$B_0 + \frac{\dot{b}Y_0}{\theta} (e^{\theta T} - 1).$$

Vorzeichenregel für B:

- positives Geldvermögen hat das Vorzeichen +
- negatives Geldvermögen hat das Vorzeichen –

Y Volkseinkommen (einschließlich Zinsen)

i Zinssatz, interest

$\theta$  Wachstumsrate des (verfügbaren) Volkseinkommens (einschließlich Zinsen), rate of growth

$\dot{B}$  Haushaltssaldo, budget balance;  $\dot{B} < 0$ : Defizit,  $\dot{B} > 0$ : Überschuss

$P\dot{B}$  Primärer Haushaltssaldo, primary budget balance;  $P\dot{B} < 0$ : Defizit,  $P\dot{B} > 0$ : Überschuss  $P\dot{B} = \dot{B} - iB$

$p\dot{b}$  Primärdefizitquote  $P\dot{B}/Y$

$\dot{b}$  Defizitquote;  $\dot{B}/Y$ ;

$(\cdot)_r$  reale Größen

$(\cdot)_n$  nominelle Größen

1. Unter welcher Bedingung steigt die Schuldenquote ( $B_t/Y_t$ ) permanent an?

<sup>5</sup> Quelle: Datastream

Wenn  $\Delta B / B > \Delta Y / Y$ , das heißt, wenn B schneller wächst als Y. Erweitert man den ersten Bruch mit  $1/Y$ , so kann man auch schreiben:

$$(1) \dot{b} / (B_t / Y_t) > \theta, \text{ oder } \dot{b} / (B_t / Y_t) - \theta > 0.$$

**Satz 1:** *Wenn die Wachstumsrate der Schuldenquote größer ist als die Wachstumsrate des Volkseinkommens, so steigt die Schuldenquote über jedes Maß.*

2. *Führen ständige Haushaltsdefizite zu einer über jedes Maß steigenden Schuldenquote?*

Für den Fall, dass  $\dot{b} = \Delta B / Y$  nicht von der Zeit abhängt, liefert dieselbe Überlegung auch die Bestimmungsgleichung für die Höhe der Schuldenquote, die sich nach unendlich vielen Perioden einstellt (Beharrungszustand), wenn die Defizitquote ( $\dot{b}$ ) und die Wachstumsrate ( $\theta$ ) gegeben sind.<sup>6</sup>

Teilt man die Schulden

$$B_t = B_0 + \frac{\dot{b} Y_0}{\theta} (e^{\theta T} - 1)$$

durch das Volkseinkommen  $Y_T$  so erhält man

$$\frac{B_T}{Y_T} = \frac{B_0}{Y_0 e^{\theta T}} + \frac{\dot{b}}{\theta} (1 - e^{-\theta T}).$$

Für  $\lim_{t \rightarrow \infty}$  und  $\theta > 0$  ergibt sich

$$(2) B/Y = \dot{b} / \theta.$$

**Satz 2:** *Ist die Wachstumsrate null, so führt jede noch so kleine Defizitquote auf Dauer zu einer über jedes Maß hinaus wachsenden Schuldenquote.*

*Ist die Wachstumsrate hingegen positiv, so führt jede Defizitquote auf Dauer zu einem festen Wert für die Schuldenquote, unabhängig davon, ob der Ausgangswert der Schuldenquote höher oder niedriger ist als dieser Wert.*

**Satz 3:** *Bei konstanter Defizitquote sinkt die Schuldenquote mit steigender Wachstumsrate und geht für  $\theta \rightarrow \infty$  gegen null.*

Anwendung:

Eine Defizitquote von 1% führt bei einer Wachstumsrate von 1,67% zu einer Schuldenquote von 60%, eine Defizitquote von 3% führt bei einer Wachstumsrate von 5% zu einer Schuldenquote von 60%.

3. *Unter welcher Bedingung können die Zinsen allein durch Neukreditaufnahme beglichen werden, ohne dass die Schuldenquote über jedes Maß wächst?*

Wir fragen, unter welchen Bedingungen die Schuldenquote über jedes Maß wächst und ziehen dann den Umkehrschluss.

Die Zinsen errechnen sich als  $i B$  und die Zinsquote errechnet sich als  $i B/Y = i \dot{b} / \theta$ . Multipliziert man Ungleichung (1),  $\dot{b} / (B/Y) - \theta > 0$ , mit  $B/Y$  so muss man zwei Fälle unterscheiden: B

<sup>6</sup> (Domar, Evsey D.: The "Burden of the Debt" and the National Income. In: AER Vol. 34 (1944), S. 798-827.)

positiv und  $B$  negativ. Wir betrachten nur den wichtigeren **Fall:  $B$  in  $B/Y$  ist negativ** (d.h. es besteht eine Staatsschuld). Wir erhalten:

$$\dot{b} - \theta B/Y < 0.$$

Multiplikation einer Ungleichung mit einer negativen Zahl dreht das Ungleichheitszeichen um.

Weiter fügen wir  $0 = i B/Y - i B/Y$  hinzu. Dann können wir unter Berücksichtigung von

$$(3) \quad \dot{B} = P\dot{B} + i B, \text{ oder } \dot{b} = P\dot{B} / Y + i B/Y = p\dot{b} + i B/Y$$

(verbal: Das Haushaltsdefizit ist gleich dem primären Haushaltsdefizit (Haushaltsdefizit ohne Berücksichtigung der Zinsausgaben) plus Zinszahlungen)

untersuchen:

$$(4) \quad \dot{b} - i B/Y - \theta B/Y + i B/Y < 0, \text{ oder:} \\ (B/Y)(i-\theta) + p\dot{b} < 0$$

Ein dauerhaftes Primärdefizit bedeutet, dass  $p\dot{b}$  negativ ist. Ist zusätzlich  $i - \theta$  positiv, so ist die Ungleichung (4) auf jeden Fall erfüllt. Das heißt, dass die Schuldenquote permanent zunimmt, da Ungleichung (4) die Bedingung für eine wachsende Schuldenquote ist.

Soll die Schuldenquote nicht über jedes Maß hinaus wachsen, so muss gelten

$$(5) \quad (B/Y)(i-\theta) + p\dot{b} \geq 0.$$

Eine Möglichkeit, ein dauerhaftes Primärdefizit zu erzielen, ohne dass die Schuldenquote gegen unendlich geht, besteht nur, wenn  $i < \theta$  ist.

Ist  $B$  negativ und  $i > \theta$  und soll die Schuldenquote nicht über jedes Maß hinaus wachsen, soll also gelten:

$$(5) \quad (B/Y)(i-\theta) + p\dot{b} \geq 0,$$

so muss im Beharrungszustand  $p\dot{b}$  positiv sein, es muss also ein Primärüberschuss erzielt werden. Soll die Schuldenquote nicht steigen, so muss diese Primärüberschussquote gleich oder größer als die mit minus  $(i-\theta)$  multiplizierte Schuldenquote sein.

$$(6) \quad p\dot{b} \geq -B/Y(i-\theta), \text{ für } \theta < i \text{ und.}$$

Unter Berücksichtigung von (2) ist dies

$$p\dot{b} \geq - (i-\theta) \dot{b} / \theta, \text{ für } \theta < i.$$

Eine dauerhafte Primärdefizitquote kann es im Beharrungszustand mit Staatsdefizit nur geben, wenn  $\theta > i$  ist, wobei gelten muss:

$$p\dot{b} \geq (\theta-i) \dot{b} / \theta.$$

Die Primärdefizitquote darf nicht kleiner (oder absolut nicht größer) sein, als die Defizitquote multipliziert mit der Differenz von  $(\theta - i)/\theta$ .

**Satz 4:** Für jede Defizitquote gilt, dass die Zinsen dauerhaft durch die Neuverschuldung gedeckt werden können, wenn der Zinssatz nicht größer ist als die Wachstumsrate (Gleichung 4). Die Steuern können dann vollständig für primäre Staatsausgaben (Ausgaben außer Zinsen) verwendet werden.

**Satz 5:** Für jede Defizitquote gilt, dass die Zinsquote bei konstanter Defizitquote mit wachsendem  $\theta$  kleiner wird und für  $\theta \rightarrow \infty$  gegen null geht.

4. Welche Defizitquote kann bei gegebener Primärüberschussquote  $p\dot{b}$  und gegebener Wachstumsrate  $\theta$  aufrechterhalten werden, wenn  $i > \theta$  ist?

Ungleichung (5) wird im Beharrungszustand zu

$$(\dot{b}/\theta)(i-\theta) + p\dot{b} \geq 0.$$

Nach  $\dot{b}$  aufgelöst ergibt sich für  $i > \theta$ :

$$\dot{b} \geq -p\dot{b} \theta / (i - \theta).$$

**Satz 6:** Bei gegebener Primärüberschussquote geht die dauerhaft mögliche Defizitquote gegen die mit  $\theta/(i-\theta)$  gewichtete Primärüberschussquote.

Anwendung:

Geht man realistischerweise davon aus, dass die Solvenz eines Staates von einer maximal realisierbaren Primärüberschussquote  $p\dot{b}$  abhängt, so ist die auf Dauer maximal realisierbare Defizitquote bei  $\theta=0,015$  und  $i=0,04$  gleich  $0,6 p\dot{b}$ . Ist die Primärüberschussquote also z. B. 0,05 (ein sehr hoher Wert, der wohl als unerträglich gelten wird) oder 0,02 (ein vielleicht gerade noch erträglicher Wert), so nimmt die Defizitquote minimal die Werte -0,03 bzw. -0,012 an.

5. Wie hoch muss die Primärüberschussquote bzw. wie hoch kann die Primärdefizitquote sein, wenn  $\dot{b}$ ,  $i$ , und  $\theta$  gegeben sind?

Ungleichung (5) wird im Beharrungszustand zu

$$(\dot{b}/\theta)(i-\theta) + p\dot{b} \geq 0.$$

Nach  $p\dot{b}$  aufgelöst ergibt sich:

$$p\dot{b} \geq -\dot{b} (i-\theta)/\theta.$$

**Satz 7:** Die Primärüberschussquote darf nicht kleiner sein als die mit  $(i - \theta)/\theta$  multiplizierte Defizitquote. Wird  $\theta > i$ , so ist die Ungleichung die Bedingung für die im Beharrungszustand maximal mögliche Primärdefizitquote.

Die maximal realisierbare Defizitquote  $p\dot{b}$  ist bei  $i = 4\%$  p.a.  $\theta = 5\%$  p.a. und  $\dot{b} = -3\%$ :

$$p\dot{b} \geq -(-0,03)(0,04 - 0,05) / 0,05 = -0,006$$

Selbst wenn also die Wachstumsrate dauerhaft 1% p.a. höher sein sollte als der Zinssatz, so wäre die maximal realisierbare Primärdefizitquote nur etwas mehr als ein halbes Prozent des BIP. Allerdings ist es sehr unrealistisch anzunehmen, dass die Wachstumsrate des BIP dauerhaft größer sein kann als der Zinssatz. Die Wirtschaft wird dann als dynamisch ineffizient bezeichnet.

6. Wie müssen die Sätze drei vier und fünf modifiziert werden, wenn  $i$  und  $\theta$  nicht unabhängig voneinander sind?

Die Unabhängigkeit von  $i$  und  $\theta$  könnte man annehmen, wenn  $i$  und  $\theta$  als reale Größen interpretiert werden. Sind hingegen  $i_n$  und  $\theta_n$  in der Weise miteinander verbunden, dass

$$i_n = i_r + \pi + i_r\pi \text{ ist und } \theta_n = \theta_r + \pi + \theta_r\pi,$$

so wird die Zinsquote  $iB/Y$  im Beharrungszustand zu

$$(7) iB/Y = \dot{b} \frac{i_r + \pi + i_r\pi}{\theta_r + \pi + \theta_r\pi}.$$

Für  $\pi \rightarrow \infty$  geht

$$iB/Y = \dot{b} \frac{\frac{i_r}{\pi} + (1 + i_r)}{\frac{\theta_r}{\pi} + (1 + \theta_r)} \text{ gegen } \dot{b} \frac{1 + i_r}{1 + \theta_r}.$$

Ist die Differenz zwischen  $i_r$  und  $\theta_r$  sehr klein, so geht die Zinsquote gegen die Defizitquote, wenn  $\pi \rightarrow \infty$  geht.

**Satz 8:** Für jede Defizitquote gilt, dass die Zinsen dauerhaft fast ausschließlich durch die Neuverschuldung gedeckt werden können, wenn  $\pi \rightarrow \infty$  geht, unabhängig davon, ob  $i_r > \theta_r$  oder ob  $i_r < \theta_r$  ist, vorausgesetzt dass  $i_r \approx \theta_r$  ist. Die Steuern können dann nahezu vollständig für primäre Staatsausgaben verwendet werden. Ist  $i < \theta$ , so kann ein dauerhaftes Defizit des Primärhaushalts realisiert werden, das im Verhältnis zu  $Y$  immer kleiner wird, und ist  $i > \theta$  so muss ein Überschuss des Primärhaushalts realisiert werden, der gleichfalls im Verhältnis zu  $Y$  immer kleiner wird, wenn  $\theta \rightarrow \infty$  geht.

**Satz 9:** Für jede Defizitquote gilt, dass die Zinsquote bei konstanter Defizitquote mit wachsendem  $\theta$  (wachsendem  $\pi$ ) kleiner wird und für  $\theta \rightarrow \infty$  ( $\pi \rightarrow \infty$ ) gegen  $\dot{b} \frac{1 + i_r}{1 + \theta_r}$  geht.

#### Historisch:

Viele Länder entledigten sich in der Vergangenheit ihrer Schulden durch Inflation. England hatte bereits eine wesentlich höhere Schuldenquote, als zur Zeit. Auch die USA hatten zur Zeit der Weltkriege eine höhere Schuldenquote. Deutschland repudiierte seine Schulden (keine Zahlung) und konnte sich daraufhin der Stabilitätspolitik verschreiben.

Nach der Verwirklichung der Wirtschafts- und Währungsunion ist jedoch keine Inflationspolitik mehr möglich.

$$B(t) = B_0 + \dot{b}Y_0 \int_0^t e^{\theta t} dt = B_0 + \frac{\dot{b}Y_0}{\theta} (e^{\theta t} - 1)$$

Wachstumsrate :  $\theta$

Defizitquote:  $\dot{b} = \dot{B}/Y$  ( nach Maastricht 3 Prozent);

Primäre Größen:

Haushaltsdefizit - Zinszahlungen = primäres Haushaltsdefizit

Staatsausgaben - Zinszahlungen = primäre Staatsausgabenquote

Beispiel:

Zins = 0,05       $B/Y = 60\%$

$0,60 * 0,05 = 0,03 = 3\% \Rightarrow$  2002 für Deutschland.: Defizit = - 3,6 % des BIP<sup>7</sup>;

Zinsquote - 67,2 Mrd. €<sup>8</sup>/ 2.099 Mrd. €<sup>9</sup> = - 3,2 %;

Daraus folgt eine Primärdefizitquote von:  $-3,6\% - (-3,2\%) = -0,4\%$ .

In 2003 wird die Haushaltslage nach dem, was im Mai 2003 abzusehen ist, noch angespannter. Das Ziel des Haushaltsausgleichs 2006 ist von der Bundesregierung aufgegeben worden. Nur mehr Wachstum der regulären Wirtschaft (die Schwarzwirtschaft wächst!) kann die Haushaltslage bessern. Clinton warb im Wahlkampf mit dem Slogan: "It's the economy, stupid."

Besprechung der Arbeitsunterlage 4:

$$\frac{\dot{B}/Y}{B/Y} > \frac{\Delta Y}{Y} \Leftrightarrow \frac{\dot{b}}{B_t/Y_t} - \theta > 0$$

Herleitung:

$$\frac{B_t}{Y_t} = \frac{B_0}{Y_0 e^{\theta t}} + \frac{\dot{b}Y_0}{Y_t \theta} (e^{\theta t} - 1) = \frac{B_0}{Y_0 e^{\theta t}} + \frac{\dot{b}}{\theta} (1 - e^{-\theta t})$$

(Wenn  $s = e^{at}$ , dann  $\partial s / \partial t = a e^{at} \Rightarrow$  wenn Stammfunktion  $S = (1/a) e^{at}$ , dann  $\partial s / \partial t = e^{at}$  und

umgekehrt:  $\int e^{at} dt = \frac{1}{a} e^{at}$ )

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{B_t}{Y_t} = 0 + (\dot{b}/\theta)(1 - 0) = \dot{b}/\theta, \text{ wenn } \theta > 0$$

Beispiel:

Die Maastricht - Kriterien sehen ein maximales Defizit von 3% des BIP und eine Schuldenquote von 60% Prozent vor. Wachstum  $\Theta = 2$  Prozent.

<sup>7</sup> Vgl. Monatsbericht der EZB April 2003, S.66\*

<sup>8</sup> Vgl. Monatsbericht der Deutschen Bundesbank, 55. Jg. Nr. 4. April 2003, S. 53\*

<sup>9</sup> Vgl. Monatsbericht der Deutschen Bundesbank, 55. Jg. Nr. 4. April 2003, S. 60\*

$60 = 3 / \Theta \Leftrightarrow \Theta = 1 / 20 = 0,05$  d.h. die notwendige Wachstumsrate muss 5 Prozent betragen, damit diese beiden Kriterien auf Dauer kompatibel sind.

Wenn statt reale 5 % Wachstum nur reale 2 % erreichbar sind, benötigt man 3 % Inflation zur nachhaltigen Kompatibilität der Kriterien.<sup>10</sup>

*Schuldenshöhe und Defizitquote sind für die Höhe des Schuldenstandes nicht allein entscheidend, es kommt auch auf die Wachstumsrate an.*

### **Arbeitsunterlage 8.1: Schuldenlast bei unterschiedlichen Wachstumsraten und Zinsen**

Symbole: B Staatsschuld (Bonds), [DM]; Y Bruttoinlandsprodukt (BIP) [DM/Periode]  
 $\theta$  Wachstumsrate des BSP, [1/Periode];  $\theta_n, \theta_r$  nominelle bzw. reale Wachstumsrate  
 i Zinssatz, [1/Periode];  $i_n, i_r$  nomineller bzw. realer Zinssatz [1/Periode];  
 I Zinsen [DM/Periode]  $\dot{b}$  Defizitquote  $\dot{B}/Y$  [ ]

**Tabelle 1:** Grenzwert der Staatsschuld in Prozent des Bruttosozialprodukts ( $B/Y = \dot{b}/\theta$ ) bei einer Wachstumsrate des Bruttosozialprodukts von  $\theta$  und einer Defizitquote von  $\dot{b} = \Delta B/Y$  nach unendlich vielen Perioden

$\dot{b}$		0,001	0,010	0,020	0,030	0,050	0,100	0,200	0,500	1,000
$\theta$		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
0,0001	A	10	100	200	300	500	1000	2000	5000	10000
0,0167	C	0,060	0,600	1,200	1,800	3,000	6,000	12,000	30,000	60,000
0,0333	D	0,030	0,300	0,600	0,900	1,500	3,000	6,000	15,000	30,000
0,0500	E	0,020	0,200	0,400	0,600	1,000	2,000	4,000	10,000	20,000
0,0833	F	0,012	0,120	0,240	0,360	0,600	1,200	2,400	6,000	12,000
0,1667	G	0,006	0,060	0,120	0,180	0,300	0,600	1,200	3,000	6,000
0,3333	H	0,003	0,030	0,060	0,090	0,150	0,300	0,600	1,500	3,000
0,8333	I	0,001	0,012	0,024	0,036	0,060	0,120	0,240	0,600	1,200
1,6667	K	0,001	0,006	0,012	0,018	0,030	0,060	0,120	0,300	0,600

Die Staatsschuld konvergiert nach unendlich vielen Perioden gegen die Werte in der Tabelle 1: Feld E4 z. B. zeigt an, dass  $\dot{b} = 3\%$  und/oder  $\theta \geq 5\%$  sein muss, damit nach unendlich vielen Perioden die Schuldenquote nicht größer als 60% wird. Dabei ist es unerheblich, ob die gegenwärtige Schuldenquote größer oder kleiner ist als 60%. Die Werte der Tabelle sind für gleiche Verhältnisse von  $\dot{b}/\theta$ , z. B.  $3/5$ , jeweils gleich, also z. B. 60%. Das bedeutet, dass die Defizitquote um so höher sein kann, je höher die Wachstumsrate ist, bevor eine kritische Schuldenquote überschritten wird. Ist die Wachstumsrate des realen BSP z. B. 0,02 p.a., so gibt die Differenz des Tabellenwertes  $\theta - 0,02$  die Inflationsrate an, die mindestens nötig ist, um die Bedingung  $B/Y = 60\%$  einzuhalten

<sup>10</sup> Domar, Evsey D.: The "Burden of the Debt" and the National Income. In: AER Vol. 34 (1944), S. 798-827.

**Tabelle 2:** Zinsen auf die Staatsschuld in Prozent des Bruttosozialprodukts ( $I/Y$ ) bei einem Zinssatz von 4 % p.a.:  $I/Y = 0,04 \cdot \dot{b}/\theta$  nach unendlich vielen Perioden

$\dot{b}$		0,0125	0,0250	0,0500	0,1000	0,2000	0,4000	0,8000	1,0000
$\theta$		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
0,0100	A	0,0500	0,1000	0,2000	0,4000	0,8000	1,6000	3,2000	4,0000
0,0200	B	0,0250	0,0500	0,1000	0,2000	0,4000	0,8000	1,6000	2,0000
0,0400	C	0,0125	0,0250	0,0500	0,1000	0,2000	0,4000	0,8000	1,0000
0,0800	D	0,0063	0,0125	0,0250	0,0500	0,1000	0,2000	0,4000	0,5000
0,1600	E	0,0031	0,0063	0,0125	0,0250	0,0500	0,1000	0,2000	0,2500
0,3200	F	0,0016	0,0031	0,0063	0,0125	0,0250	0,0500	0,1000	0,1250
0,4000	G	0,0013	0,0025	0,0050	0,0100	0,0200	0,0400	0,0800	0,1000

Die Tabelle zeigt analog zu Tabelle 1 in der Diagonalen, dass die Defizitquote mit steigender Wachstumsrate steigen kann, bevor die Zinsquote (Zinsen / Bruttosozialprodukt) einen bestimmten Wert, z. B. in der Diagonalen den Wert 0,1, erreicht. Die Spalten zeigen, daß die Zinsquote bei konstantem Zinssatz mit steigender realer Wachstumsrate sinkt.

Zeile C gibt an, dass die Zinsquote gegen die Defizitquote geht, wenn Zinssatz und Wachstumsrate des Bruttosozialprodukts gleich sind ( $i = \theta$ ). Die Zinsen werden dann durch die Neuverschuldung gedeckt, und die Steuern können zur Deckung der primären Staatsausgaben verwendet werden.

Die primäre Ausgabenquote (= Ausgabenquote - Zinsquote) ist dann gleich der Steuerquote. Anders ausgedrückt: Die primäre Defizitquote (Defizitquote - Zinsquote) ist dann null.

### Arbeitsunterlage 8.2:

**Tabelle 3:** Zinszahlungen in Prozent des Bruttosozialprodukts bei einem realen Wachstum von 2% p.a., einem Realzins von 4% p.a. und einem Nominalzins  $i_n = (1+i_r) \cdot (1+\theta_n) / (1+\theta_r) - 1$

$\dot{b}$		0,0125	0,0250	0,0500	0,1000	0,2000	0,4000	0,8000	1,0000	Zins	Infl.rate
$\theta_n$		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
0,01	A	0,0373	0,0745	0,1490	0,2980	0,5961	1,1922	2,3843	2,9804	0,03	-0,01
0,02	B	0,0250	0,0500	0,1000	0,2000	0,4000	0,8000	1,6000	2,0000	0,04	0,00
0,04	C	0,0189	0,0377	0,0755	0,1510	0,3020	0,6039	1,2078	1,5098	0,06	0,02
0,08	E	0,0158	0,0316	0,0632	0,1265	0,2529	0,5059	1,0118	1,2647	0,10	0,06
0,16	F	0,0143	0,0286	0,0571	0,1142	0,2284	0,4569	0,9137	1,1422	0,18	0,14
0,32	G	0,0135	0,0270	0,0540	0,1081	0,2162	0,4324	0,8647	1,0809	0,35	0,29
0,40	H	0,0134	0,0267	0,0534	0,1069	0,2137	0,4275	0,8549	1,0686	0,43	0,37
1,00	I	0,0130	0,0260	0,0520	0,1039	0,2078	0,4157	0,8314	1,0392	1,04	0,96
1000,00	J	0,0127	0,0255	0,0510	0,1020	0,2039	0,4079	0,8157	1,0196	1019,63	980,37

Tabelle 3 zeigt in der Spalte 3,  $\dot{b} = 0,05$ , dass die Zinsquote auch dann mit steigender Wachstumsrate des nominellen Sozialprodukts sinkt, wenn die Zinsen nach der Fisher Gleichung berechnet werden, allerdings viel schwächer als bei konstantem Zins in Tabelle 2. Darüber hinaus sind die Zinsquoten in der Diagonalen gegenüber Tabelle 2 bei Inflation höher und bei Deflation niedriger. Weiter zeigt Tabelle 3 aber,

- dass sich mit steigenden Inflationsraten bei konstanter Zinsquote höhere Defizitquoten realisieren lassen (Vgl. z. B.: Zelle A4 (0,298)  $\cong$  Zelle C5 (0,302)),
- dass aber die Inflationsraten gegen unendlich gehen müssen, damit Zinsquote auf das Niveau der Defizitquote sinkt (Spalte 3, letzte Zeile).

**Tabelle 1:**

Momentan ist eine Wachstumsrate von  $\sim 1,67$  Prozent eher typisch für die EU-Staaten. Aus der Tabelle folgt somit, dass eine maximale Defizitquote von 1 Prozent zum nachhaltigen Erreichen der 60 Prozent Verschuldungsquote erlaubt ist, insofern ist Bundesfinanzminister Waigels Vorschlag eines Stabilitätspaktes (Festschreiben der Defizitquote auf 1 Prozent) erklärbar.

**Tabelle 2:**

Die Tabelle gibt an, bei welcher Wachstumsrate die Zinsen durch die Nettokreditaufnahme gedeckt werden können.

**Tabelle 3:****Fischer - Gleichung:<sup>11</sup>**

$$(1 + i_n) = (1 + i_r) * (1 + \pi)$$

Nominalzinsfaktor = Realzinsfaktor \* Preissteigerungsrate

$$\frac{B_t}{Y_t} * i = \frac{\dot{b}}{\theta} * i$$

Satz 3: aus Ungleichung (1)

$$\dot{b} / (B_t / Y_t) > \theta$$

erweitern mit  $*B/Y$ , für  $B < 0$ , und  $+i(B/Y) - i(B/Y)$

$$(4) \dot{b} - i \frac{B}{Y} - \theta \frac{B}{Y} + i \frac{B}{Y} < 0$$

Unter Berücksichtigung der Gleichung für das Primärdefizit ergibt sich:

$$\dot{B} = P\dot{B} + iB$$

**Beispiel:**

$$\dot{b}P = 10, \quad B = 200 \quad i = 0,04$$

$$B' = -10 + 0,04 * -200 = -10 - 8 = -18 \quad \text{Primärdefizit} + \text{Zinssatz} * \text{Schulden} = \text{Defizit.}$$

<sup>11</sup> Dass die Fischer - Gleichung in der Realität oft nicht gilt: siehe AU 23  $\rightarrow$  negative Realzinsen

$$\dot{b} = p\dot{b} + i \frac{B}{Y}$$

$$(5) \quad B/Y(i - \theta) + p\dot{b} < 0.$$

Dies ist die Bedingung dafür, dass die Schulden über jedes Maß steigen.

$$(6) \quad B/Y(i - \theta) + p\dot{b} \geq 0$$

ist die Bedingung dafür dass der Schuldenstand **nicht** über jedes Maß steigt.

Ist  $p\dot{b}$  null, liegt also kein Primärsaldo vor (ausgeglichener Primärhaushalt) so muss  $(i - \theta) \leq 0$  sein, damit Ungleichung (6) erfüllt ist. Ist  $p\dot{b}$  dauerhaft negativ, so muss  $(i - \theta) < 0$  und nur wenn  $p\dot{b}$  dauerhaft positiv ist kann  $i > \theta$  sein, aber umso weniger, je mehr  $p\dot{b}$  gegen null geht und je größer B/Y ist.

Wie groß kann das Primärdefizit bei realistischen Schulden  $B/Y = 0,6$  sein, mit  $i = 0,04$  und  $\theta = 0,05$ ?

$$B/Y * (0,04 - 0,05) \geq -p\dot{b} \Leftrightarrow -0,6 * (-0,01) \geq -p\dot{b} \quad \Leftrightarrow \quad 0,006 \geq -p\dot{b}$$

$$-0,006 \leq p\dot{b}$$

Primärdefizit muss absolut kleiner sein als 0,006 % des BIP, wenn  $B/Y = 0,6$  und wenn die Wachstumsrate ein Prozent über dem Zinssatz liegt.

## II. Was ist Geld?

### A. Wodurch wird ein Objekt zu Geld? In welchen Formen ist es in der Vergangenheit erschienen?

Ein Objekt ist Geld, wenn man bei vielen Menschen (überall, ubiquitär) viele oder sogar alle Güter (Waren) damit kaufen kann. Das erscheint trivial. Als Waren bezeichnet man die Güter, die für Geld gekauft werden können. Die Eigenschaft, mehr oder weniger Güter für Geld kaufen zu können, ist von Gerloff mit dem quantitativen Begriff der „Kaufmacht“ beschrieben worden.<sup>12</sup> Eine alternative Formulierung wäre: Kaufmacht beschreibt, ob der Kreis der Waren größer oder kleiner ist. Dollar sind ein ubiquitäres Geld. Manche Geldarten sind nur in größeren oder kleineren Zahlungskreisen verwendbar. Der Irak Dinar dürfte im Jahr 2000 ein reines Binnengeld sein. Auch inflationierende Währungen werden im Ausland kaum genommen.

Geld erleichtert den Warenaustausch, indem es in einer arbeitsteiligen Wirtschaft die Transaktionskosten um ganze Größenordnungen senkt im Vergleich zu der Situation, in der jeder eine Kette von Tauschakten vollziehen muss, bis er seine Güter oder seine spezialisierte Arbeitsleistung gegen das Gut getauscht hat, das seinen Konsumwünschen entspricht.

<sup>12</sup> Gerloff, Wilhelm: Geld und Gesellschaft. Frankfurt 1952. S. 190-213.

Unmittelbar einsichtig ist, dass eine arbeitsteilige Wirtschaft ohne Geld nicht möglich ist. Selbst sozialistische Staaten konnten auf den Geldgebrauch nicht verzichten. Das bedeutet nicht, dass die Menschen das Geld bewusst erfunden oder als Organisationsmittel eingeführt haben. Nach aller Erfahrung in sonstigen Bereichen müssen wir davon ausgehen, dass Geld in einem evolutiven Prozess gleichzeitig mit der Arbeitsteilung entstanden ist. Seine Entstehung liegt auf jeden Fall im Dunkel der Vergangenheit. Schon die frühestbekanntesten Dokumente – Feldsteine – werden so gedeutet, dass sie den Verkauf des Feldes gegen eine bestimmte Menge Silber dokumentieren.

Laum, Bernhard: Heiliges Geld. Tübingen 1924 versucht, die These zu untermauern, dass konkretes Geld sich aus den von Göttern geforderten Opfergütern entwickelt habe. Aber, damit ein Gut als Opfergut angenommen wird, muss es für die Priester schon eine ubiquitäre Nützlichkeit haben. Ein schönes Büchlein ist das Buch „Geld“ in der Edition Deutsche Bank, 1982. Geld muss zwischen dem 10. und 5. Jahrtausend vor Christus entstanden sein, einer Periode, die als neolithische Revolution bezeichnet wird. Bei Hirtenvölkern, z. B. den Griechen, diente Vieh als Tauschmittel.

Das lateinische pecunia, Geld, kommt von pecus, Vieh. . Das engl. Fee, Gebühr, ist sprachlich mit dem deutschen „Vieh“ verwandt. Das gotische „scatta“ für Rindvieh wurde zu Schatz. In China und Ägypten, also bei Ackerbauvölkern, diente Getreide als Tauschmittel. In China entstand aber auch das Gerätegeld. Hacken und Spaten wurden überall gebraucht und dienten als Tauschmittel. Später dienten Gerätesymbole als Geld. Bei Jägern dienten Speerspitzen als Geld, bei Fischern Angelhaken. Auch Teeziegel und Salz dienten als Geld. Fast kein nützliches Gut hat nicht zu irgendeiner Zeit die Geldfunktion übernommen. Im Nachkriegsdeutschland 1945-48 waren Zigaretten Tauschmittel. In Indien dienten schon 3000 v. Chr. Kaurischnecken als Geld, die in ganz Ostasien Verbreitung fanden. Muschelgeld wurde in Ketten aufgereiht.

Edelmetalle scheinen schon sehr früh als Geld gedient zu haben. Große Wertsummen lassen sich relativ leicht transportieren. Für das Lyderreich, das heutige Kleinasien, unter einem König Alyattes (615-560 v. Chr.) sind im 7. Jh. v. Chr. die ersten Münzen nachgewiesen. Bei Münzen wird durch die Prägung ein bestimmtes Schrot (Gewicht) und Korn (Feingehalt) garantiert. Alyattes ließ einen Löwenkopf auf seine Münzen prägen, die aus Elektron bestanden, einer Gold-Silberlegierung, die natürlich vorkam. Aber einige griechische Funde deuten auf ein früheres Datum hin. Auch diese Entwicklung liegt im Dunkel der Geschichte. Aber etwa von dieser Zeit an eroberten Münzen die Welt. Ein rundes Metallstück, ein Schrötling wird zwischen Oberstempel und Unterstempel aus gehärtetem Metall gelegt. Dann erfolgt die Prägung durch Hammerschläge, und der aus weichem Metall bestehende Schrötling nimmt die Form der Münze an. Athen prägte eine Silbermünze mit dem Bild einer Eule, kaufte damit Güter ein und stellte damit für die ganze antike Welt das Geld zur Verfügung. Daher der Ausspruch, es lohne sich nicht, Eulen nach Athen zu tragen.

Allem Anschein nach hat es, solange es Geld gibt, auch Kredit gegeben. Schon zur Hammurabi-Zeit, ca. 1700 v. Chr., gab es das depositum irregulare, abstrakte Verpflichtungen und einen Anum pisa, der häufig als Geldgeber auftritt und möglicherweise Bankier war.<sup>13</sup> Belegt ist ein entwickeltes Bankwesen für das Zweistromland für ca. 600-500 v. Chr. Dokumente wurden in Lehm gebrannt, und da gebrannter Lehm wertlos und haltbar ist, sind die Lehmtäfelchen bis heute erhalten. Dokumente belegen die Existenz von mindestens zwei Bankiers, Igibi und Ma-

<sup>13</sup> Edzard, Dietz Otto: Altbabylonische Rechts- und Wirtschaftsurkunden aus Tell-ed Dur im Iraq Museum, Bagdad. München 1970. Kohler, J; Peiser, F.E.; Ungnad, A: Hammurabis Gesetze BD. I-V. Leipzig 1904-1911. Driver, G.K.; Miles, John C.: The Babylonian Laws. Vol. II. Oxford 1955 und Koschaker, Paul: Babylonisch-Assyrisches Bürgschaftsrecht.

rusû.<sup>14</sup> Auch Tempel dienten als Bankiers.<sup>15</sup> Unter anderem wurden Tontafeln gefunden, die als Inhaberkunde über eine bestimmte Geldsumme lauteten. Bei einem Inhaberpapier folgt das Recht aus dem Papier bzw. aus der Tontafel dem Recht am Papier bzw. an der Tontafel. Der Gegensatz ist ein Orderpapier, bei dem nur an eine bestimmte Person gezahlt wird. Diese Tontafeln sind modernen Banknoten analog. Auch relativ komplizierte Rechtskonstruktionen, wie z. B. der Eigentumsvorbehalt, sind belegt. Eigentumsvorbehalt heißt, dass eine auf Kredit gelieferte Ware Eigentum des Verkäufers bleibt, bis sie endgültig bezahlt ist. Diese Rechtsfiguren wiederum lassen auf ein organisiertes Rechtssystem schließen.

Neben dem Geld, das aus Stoffen besteht, deren Gewinnung erhebliche Ressourcen erfordert (Warengeld, z. B. Gold, Silber, Vieh, Getreide), gab es schon lange v. Chr. auch Kreditgeld. Wenn ein Rechtssubjekt die Lieferung von Warengeld verspricht, so ist es Schuldner der Forderung eines Gläubigers. *Ist der Schuldner dadurch bekannt, dass er seine Schulden prompt, d. h. ohne Verzögerung, in Warengeld einlöst, so kann der Gläubiger eine solche Forderung selbst in Zahlung geben. Sie ist abtretbar, shiftable.*<sup>16</sup>

*Die Forderung wird selbst zu Geld, zu Kreditgeld.* Warengeld ist nicht beliebig vermehrbar. Schuldrechtliche Ansprüche jedoch sind unendlich oft reproduzierbar. Damit ergeben sich zwei Probleme: **1. Der Schuldner kann zahlungsunfähig werden. 2. Die Geldmenge kann so stark steigen, dass es zu größeren Preissteigerungen, zu Inflation kommt.** Letztere Möglichkeit ergibt sich, wenn Kreditgeld längere Zeit benutzt worden ist, so dass die Menschen sich vom Warengeld schon weitgehend gelöst haben, und wenn dann der Souverän den Konkurs des Schuldners der als Geld benutzten Forderungen nicht zulässt und seinem Geld weiter Annahme sichert. Diesen Aspekt hat Georg Friedrich Knapp<sup>17</sup> besonders hervorgehoben, indem er Geld als das Objekt definiert hat, dessen Annahme als Geld der Staat befohlen habe. Diese Definition ist für sicher nicht uneingeschränkt gültig. Als Reaktion auf Knapp hat Gerloff darauf hingewiesen, dass ein gesellschaftlicher Konsens nötig ist.

## B. Das Geld von morgen

Der Geldverkehr bedient sich zunehmend elektronischer Medien. Die Mensakarte enthält Geldbeträge, die durch Bargeldeingabe in einen Automaten geladen werden, die man dann wieder abbuchen kann. Mit ihrer Scheckkarte mit Geheimnummer zahlen Sie in Geschäften, wodurch der Scheck zunehmend verdrängt wird. In Frankreich wird fast ausschließlich mit Kreditkarten gezahlt. Sie überweisen elektronisch und die Abwicklung von Börsengeschäften geschieht mit dem Computer von zu Hause aus. Das direkt banking hat das Bankgeschäft revolutioniert. Bei einer elektronischen Überweisung oder bei einer Kreditkartenzahlung stehen Zahlungsleistender und Zahlungsempfänger in Kontakt mit der Bank.

- Emittent
- Benutzer von Geld
- △ Public Key
- Φ Geheimer Schlüssel

<sup>14</sup> Kohler, J.; Ungnad, A.: Assyrische Rechtsurkunden. Leipzig 1913. Koschaker, Paul: Ein Altassyrisches Rechtsbuch. Berlin 1922 Ahmed, Sami Said: Southern Mesopotamia in the Time of Ashurbanipal. The Haag Paris 1968. Kohler, J.; Peiser, F.E.: Aus dem Babylonischen Rechtsleben. Bd. I-IV. Leipzig 1890/1901/04/08. San Nicolo, Mariano; Petschow, Herbert: Babylonische Rechtsurkunden aus dem 6. Jh. vor Christus.

<sup>15</sup> Johns, C.H.W.: Babylonian and Assyrian Laws, Contracts and Letters. New York 1904.

<sup>16</sup> <AU 4>

<sup>17</sup> Knapp, Georg Friedrich: Staatliche theorie des Geldes. 3. Aufl. München und Leipzig 1921 (1905).

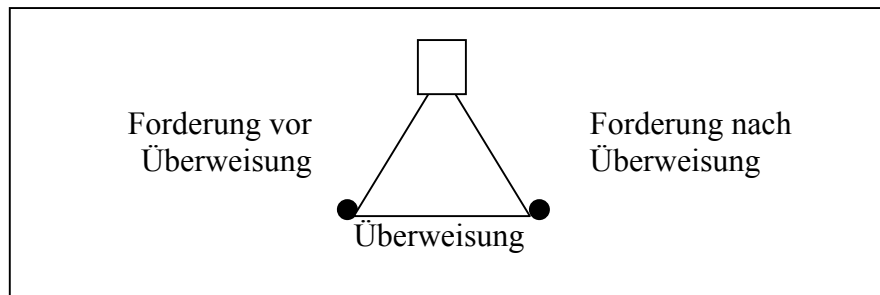
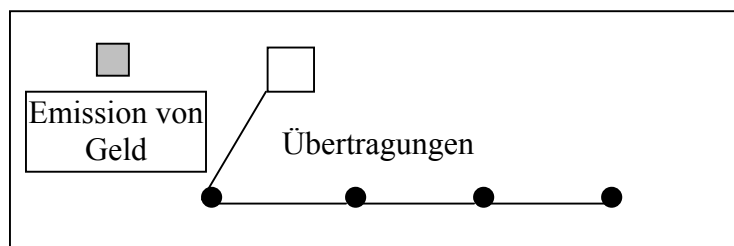


Abbildung 1:

Im Gegensatz zur Überweisung ist beim Bargeld der jeweilige Inhaber der Forderung dem Emittenten nicht bekannt.



Bargeld dient u.a. der Anonymität von Zahlungen. Die Frage ist, ob sich ein funktionsgleich anonymes Geld in elektronischer Form schaffen lässt. Ein großer Verfechter von e-cash mit der Firma digi-cash ist David Chaum. Allerdings scheint seine Firma zahlungsunfähig geworden zu sein. Bei google.de finden Sie viel über Chaum und über e-cash. Darunter auch eine Arbeit von Michael Froomkin: Flood Control in the Information Ocean: Living with Anonymity, Digital Cash, and Distributed Database. Wie wir sehen werden, ist die Schaffung elektronischen Geldes kein Problem, wohl aber die Verhinderung von Missbrauch. Die Besitzer von elektronischem Geld können nämlich Geld, das als Datei existiert, kopieren und mehrmals ausgeben. Nach Froomkin scheint dieses Problem noch nicht gelöst: Blinded Coins- Preventing Double Spending. Wir wollen uns aber zunächst damit befassen, wie man elektronisches Geld<sup>18</sup> schaffen kann.

### 1. Natürliche Zahlen - zum ersten

Wir betrachten nur bestimmte natürliche Zahlen unterhalb einer festen Grösse  $n$ , also  $0, 1, 2, 3, \dots, n-1$ . Wir wenden ein Rechenverfahren, für das gilt: wenn wir mit diesen Zahlen rechnen, ergibt sich immer eine Zahl kleiner  $n$ .

#### Problem:

$n=11$ , zwei beliebige Zahlen 5 und 7 sollen addiert werden.

#### Lösung:

Wir ersetzen das Ergebnis durch den Rest, der sich bei der Division ergibt.

$$5+7 = 1 \pmod{11} \text{ oder } 5+7 \bmod 11 = 1$$

<sup>18</sup> Beutelspacher, Albrecht: Geheimsprachen. Geschichte und Techniken. C.H. Beck - Wissen Nr. 2071. C.H. Beck: München 1997.

## 2. Wie können zwei Personen öffentlich eine geheime Zahl bestimmen?

Die Partner einigen sich auf eine Primzahl  $p$ . Die Partner einigen sich auf eine Zahl  $s$ ,  $1 < s < p$ . Alice legt ihre Geheimzahl  $a$  fest Bob legt seine Geheimzahl  $b$  fest. Alice berechnet  $\alpha = s^a \bmod p$  und übermittelt  $\alpha$  öffentlich an Bob. Bob berechnet  $\beta = s^b \bmod p$  und übermittelt  $\beta$  öffentlich an Alice. Alice berechnet  $k = \beta^a \bmod p$ , Bob berechnet  $k' = \alpha^b \bmod p$ . Beide haben damit  $s^{ab} \bmod p$  berechnet. Folglich ist  $k = k'$ . Das ist ihre Geheimzahl.

Ein Angreifer, der  $p$ ,  $s$ ,  $\alpha$  und  $\beta$  kennt, kann aus  $\alpha$  und  $\beta$  nicht auf  $a$  und  $b$  schließen, da es sich bei der modulo - Funktion um eine Trap - Door - Funktion, eine Falltürfunktion handelt. Die Funktion  $a \rightarrow s^a \bmod p$  (die „diskrete Exponentialfunktion“) ist leicht ausführbar, ihre Umkehrung, die „diskrete Logarithmusfunktion“ ist nach heutigem Wissensstand praktisch unmöglich auszuführen.

### Zahlenbeispiel:

$p = 11$ ;  $s = 5$ ;  $a = 3$ ;  $b = 4$ ;

Alice:  $\alpha = 5^3 \bmod 11 = 125 \bmod 11 = 4$

Bob:  $\beta = 5^4 \bmod 11 = 625 \bmod 11 = 9$

Alice:  $k = \beta^a = 9^3 \bmod 11 = 729 \bmod 11 = (66) 3$

Bob:  $k' = \alpha^b = 4^4 \bmod 11 = 256 \bmod 11 = (23) 3$

Geheimzahl  $k = k' = 3$

## 3. Natürliche Zahlen - zum zweiten

Wir betrachten natürliche Zahlen  $n$ , die wir durch das Produkt zweier verschiedener Primzahlen erhalten, also  $n = q * p$  mit zwei verschiedenen Primzahlen  $p$ ,  $q$ .

### Satz:

**Der Eulersche Satz (Leonhard Euler, 1707 - 1783) gilt nur für Zahlen des Typs  $n = q * p$ . Für jede natürliche Zahl  $m$  mit  $m \leq n$  und jede natürliche Zahl  $s$  gilt**

$$(1) \quad m^{s(p-1)(q-1)+1} \bmod n = m$$

### Satz:

**Für jede natürliche Zahl  $n$ , die teilerfremd zu  $(p-1)(q-1)$  ist, kann man leicht eine natürliche Zahl  $d$  finden, so dass**

$$(2) \quad e * d = s(p-1)(q-1)+1$$

**gilt, wobei  $s$  eine natürliche Zahl ist, die sich bei der Berechnung von  $d$  automatisch ergibt. Die Methode mit der man  $d$  berechnet, wird euklidischer Algorithmus genannt. Man kann  $d$  nur dann berechnen, wenn man die Faktoren  $p$  und  $q$  von  $n$  kennt.**

## 4. Der RSA-Algorithmus

Lösung zum Problems des öffentlichen Schlüsselaustausches durch die Entdeckung des RSA-Algorithmus (erstmal öffentlich Ronald Rivest, Adi Shamir, Leonard Adleman, 1977).

Man nehme zwei große Primzahlen und bilde das Produkt.  $N = p * q$ . Man bestimmt zwei natürliche Zahlen  $e$  und  $d$ , so dass

$$e * d = s(p-1)(q-1)+1 \text{ gilt.}$$

Geheimer Schlüssel:  $d$

Öffentlicher Schlüssel:  $e$  und  $n$

Man erhält den Geheimtext  $c$ , indem man die Nachricht  $m$  mit dem öffentlichen Schlüssel  $e$  des Empfängers potenziert und modulo  $n$  reduziert:

$$c = m^e \bmod n$$

Der Empfänger entschlüsselt, indem er die Nachricht  $c$  mit seinem geheimen Schlüssel potenziert und modulo  $n$  reduziert.

$$m' = c^d \bmod n$$

$$m' = c^d \bmod n = (m^e)^d \bmod n = m^{ed} \bmod n$$

nach dem Euler'schen Satz (1) folgt

$$m^{ed} \bmod n = m$$

somit ist  $m' = m$ .

## 5. Digitale Signaturen

Anforderungen an eine digitale Signatur:

- es muss für jeden nachvollziehbar (verifizierbar) sein, dass A unterschrieben hat,
- niemand kann das Dokument fälschen
- nur A kann seine Unterschrift erstellen.

Um  $m$  zu signieren wendet A seinen privaten Schlüssel an; er berechnet:

$$s = m^d \bmod n$$

Man bezeichnet  $s$  als digitale Signatur oder elektronische Unterschrift der Nachricht  $m$ . Das unterschriebene Dokument besteht aus  $m$  und seiner Unterschrift  $s$ . Das Dokument kann verifiziert werden indem man den öffentlichen Schlüssel von A auf die Signatur  $s$  anwendet:

$$m' = s^e \bmod n$$

man überprüft ob  $m' = m$  ist.

## 6. Hashfunktionen

Eigenschaften von Hashfunktionen:

- Kompression
- Einwegeigenschaft
- Kollisionsfreiheit

Mit Hilfe einer Hashfunktion  $h$  wird eine „Quersumme“ der Nachricht  $M$ ,  $h(M)$  gebildet. Nun wird statt der Nachricht  $M$  die „Zwischennachricht“  $m = h(M)$  signiert:

$$s = m^d \bmod n$$

Das unterschriebene Dokument besteht aus der Nachricht  $M$  und der Signatur  $s$ . Zur Verifikation berechnet man  $h(M)$  und überprüft dann, ob dies mit

$$m' = s^e \bmod n$$

übereinstimmt.

### 7. Anonymes elektronisches Geld mit Hilfe der blinden Signatur

Eine beliebige Nachricht, durch eine natürliche Zahl  $m < n$  beschrieben, wird von Alice an die Bank gesendet, „geblindet“. Dazu wählt Alice eine zufällige natürliche Zahl  $z$ , für die eine Zahl  $z'$  existiert für die gilt:

$$(3) \quad z * z' \bmod n = 1$$

$z$  wird von Alice mit dem öffentlichen Schlüssel (der Bank) potenziert,

$$(4) \quad r = z^e \bmod n$$

mit  $m$  multipliziert. Sodann wird  $c$  berechnet

$$(5) \quad c = (m * r) \bmod n$$

und an die Bank gesandt.

Die Bank signiert die erhaltene Nachricht.

$$(6) \quad s = c^d \bmod n$$

und sendet die signierte Nachricht  $c$  an Alice zurück.

Alice kann nun ihr Geld „entpacken“, mit:

$$(7) \quad s = c^d \bmod n = (m * r)^d \bmod n$$

$$(8) \quad s = m^d * r^d \bmod n.$$

(4) in (8) ergibt

$$(9) \quad s = m^d * z^{ed} \bmod n.$$

(1) (Eulersches Theorem) in (9) ergibt

$$(10) \quad s = m^d * z \bmod n$$

durch erweitern mit „ $z' \bmod n$ “ bilden wir

$$(11) \quad s * z' \bmod n = (c^d * z') \bmod n$$

und wegen (10)

$$(12) \quad = (m^d * z * z') \bmod n$$

$$(13) \quad = (m^d * 1) \bmod n = m^d \bmod n, \text{ (ist das elektronisches Geld)}$$

### 8. Zahlenbeispiel

1. Die Bank (Bob) bestimmt zwei Primzahlen:

$p=3; q=5$ , so dass  $n=p*q=3*5=15$ . Die Bank veröffentlicht  $n$ , die Grundlage der modulo – Rechnung.

2. Die Bank ermittelt zwei Schlüssel, den öffentlichen Schlüssel ( $e$ ) und ihren geheimen Schlüssel ( $d$ ).  $e$  und  $d$  werden so bestimmt, dass sie dem Euler'schen Theorem genügen:

$$m^{s(p-1)(q-1)+1} \bmod n = m.$$

Daher muss

$$e * d = s(p-1)(q-1)+1$$

sein.

Wir berechnen:

$$e \cdot d = s \cdot (p-1)(q-1) + 1 = s \cdot (3-1)(5-1) + 1 = s \cdot 2 \cdot 4 + 1 = s \cdot 8 + 1.$$

Die Bank ermittelt also durch Iteration ein Vielfaches von 8, das um eins vermehrt, eine in zwei Faktoren zerlegbare Zahl ergibt. Für  $s = 1$  ergibt die rechte Seite 9, das kann man in  $3 \cdot 3$  zerlegen. Es wäre allerdings nicht sinnvoll, öffentlichen und geheimen Schlüssel gleich zu wählen. Dann könnte nämlich der geheime Schlüssel durch zufälliges zweimaliges Anwenden des öffentlichen Schlüssels durch das Euler'sche Theorem erkannt werden. Für  $s = 2$  ergibt sich 17, eine Primzahl. Für  $s = 3$  ergibt sich 25, das sich in  $5 \cdot 5$  zerlegen lässt. Das Problem ist dasselbe, wie bei  $3 \cdot 3$ . für  $s = 4$  ergibt sich 33, das die Bank in  $3 \cdot 11$  zerlegt. Sie bestimmt  **$e = 11$**  zum öffentlichen Schlüssel,  **$d = 3$**  zum geheimen Schlüssel. Der geheime Schlüssel bedeutet „100 DM“, wenn die Bank eine Nachricht mit diesem Schlüssel signiert. **Die Bank veröffentlicht  $e = 11$ .**

3. Alice legt  $z$  und  $z'$  so fest, dass

$$(4) \quad z \cdot z' \bmod n = 1$$

ist. Das ist z. B. gegeben, wenn  $z = 2$  und  $z' = 23$  ist.

$$(4) \quad 2 \cdot 23 \bmod 15 = 1.$$

Alice bestimmt

$$r = z^e \bmod n = 2^{11} \bmod 15 = 2048 \bmod 15 = 8 \quad (136 \text{ Rest } 8).$$

Sie multipliziert ihre Nachricht  **$m = 8$** , z.B. „Ich will möglichst viel Geld schaffen“ oder „Ich liebe Dich“ (in eine Binarzahl übersetzt) oder „Das sind 100Mark“ auch einfach „8“ mit  $r$  und bestimmt  $\bmod n$ :

$$(5) \quad c = m \cdot r \bmod n = 8 \cdot 8 \bmod 15 = 4 \quad (4 \text{ Rest } 4).$$

Alice sendet  $c = 4$  zur Signatur an die Bank und bittet die Bank, 100 € elektronisches Geld zu schaffen.

4. Die Bank signiert die Nachricht  $c$  mit ihrem geheimen Schlüssel  $d = 3$ , der „100 DM“ bedeutet:

$$s = c^d \bmod n = 4^3 \bmod 15 = 64 \bmod 15 = 4$$

und **sendet  $s$  an Alice** zurück.

5. Alice entpackt  $s$  mit

$$s \cdot z' \bmod n = m^d \cdot z' \cdot z \bmod n = m^d \cdot 1 \bmod n = \mathbf{m^d \bmod n},$$

das elektronische Geld.

Einsetzen:  $4 \cdot 23 \bmod 15 = 92 \bmod 15 = 2$ ,

oder  $8^3 \bmod 15 = 512 \bmod 15 = 2$  **ist das elektronische Geld.**

Wenn Alice das Geld an einen Dritten weitergibt, kann der Empfänger den öffentlichen Schlüssel 11 auf 2 anwenden. Alice gibt dem Empfänger ihre Nachricht  $m$  also „das sind 100 €“ oder „Ich liebe Dich“. Der Empfänger wendet den öffentlichen Schlüssel für 100 Mark der Bank auf das elektronische Geld an, also auf die Nachricht  $m$  die Alice. Er rechnet  $2^{11} \bmod 15 = 2048 \bmod 15 = 8$ . Der Dritte kann mit dem „100 Mark“ Schlüssel der Bank die Nachricht von Alice lesen und weiß, dass er 100 DM bekommen hat.

Wichtig ist, dass die Bank bei der Einlösung des Geldes nicht mehr sieht, an wen sie das Geld emittiert hat. Die Bank hat von Alice die Nachricht  $c$  erhalten. Der Empfänger und später die Bank verifizieren die Echtheit des Geldes mit der Nachricht  $m$ , die ihnen Alice mitteilt und die der Empfänger nicht vergessen darf, denn nur mit dieser Nachricht kann er einen Empfänger davon überzeugen, dass das Geld echt ist. Die Bank weiß also nicht, dass sie das Geld an Alice ausgegeben hatte, es ist anonym.

Zur Verhinderung des doppelten Ausgebens kann man den Namen von Alice, die das Geld von der Bank bekommt, mit verschlüsseln. Bei einer zweiten Geldverwendung kann der Name von der Bank gelesen werden. Diese Lösung böte keine Anonymität. Nach Chaum und Beutelspacher ist eine realistische Lösung des Echtheitsproblems möglich.<sup>19</sup> Die Grundidee der Verfahren ist, dass derjenige der bezahlt, dem Empfänger des Geldes eine Reihe von ja/nein Fragen beantwortet, die er nur richtig beantworten kann, wenn er eine echte Münze hat. Bei einer ja/nein Frage wäre die Wahrscheinlichkeit einer richtigen Antwort noch 0,5. Bei zehn Antworten hingegen nur  $0,5^{10} = 1/1024$ . der Empfänger könnte also die Wahrscheinlichkeit, eine falsche Münze angedreht zu bekommen, beliebig verringern. Auf diese Verfahren soll aber nicht näher eingegangen werden.

Was macht man aber, wenn jemand das Geld sehr schnell tausendmal ausgibt und dann verschwindet? Gegenwärtig scheint es daher noch ein ernstes Problem zu geben. Möglich ist aber die Bargeldkarte, die dann wie eine überall verwendbare Mensakarte ist. Für den Banknotendruck ist in Deutschland Giesecke & Devrient eine führende Firma. Giesecke & Devrient rechnen damit, dass es auch in 50 Jahren noch Banknoten geben wird. Allerdings hat sich die Firma ein zweites Standbein geschaffen. Für elektronische Geldformen haben sie eine Tochter, Cpays gegründet, die sich mit elektronischen Geldformen beschäftigt, von Geldkarten angefangen, die aber noch im Versuchsstadium sind, über digitalen Signaturen bis zum neuesten Cash mouse System, einer Geldkarte, die auch zu elektronischen Überweisungen verwendet werden kann. Aber auch für dieses Projekt gilt: Der Weg zum Zahlungsmittel der Zukunft wird mit den verbliebenen Knochen fehlgeschlagener Projekte gepflastert sein.

### C. Geldfunktionen

<AU 2>

### D. Quantitative Abgrenzung von Geldbegriffen

<AU 5>

<sup>19</sup> Beutelspacher, Albrecht: Geheimsprachen. C.H.Beck:München 1997, S,104-110. Die Verfahren werden als auch mit „cut and chosse“ bezeichnet

### III. Die Produktion von Geld

#### A. Quantitative Aspekte

##### 1. Einstufiges Bankensystem – Lautenbach’sche Kreditmechanik<sup>20</sup>

Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass es nur eine Zentraldepositenbank gibt, über die alle Zahlungen abgewickelt werden. In dieser Wirtschaft existiert kein Bargeld. Dann entsprechen allen Forderungen der Zentralbank in der Wirtschaft Wirtschaftssubjekte, die der Bank Geld schulden, Bankschuldner also. Alle Passiva der Zentralbank entsprechen Schulden der Zentralbank an Wirtschaftssubjekte, die Guthaben bei der Bank haben, Bankgläubiger also.

A Zentraldepositenbank B	
Forderungen an Bankschuldner	Einlagen von Bankgläubigern

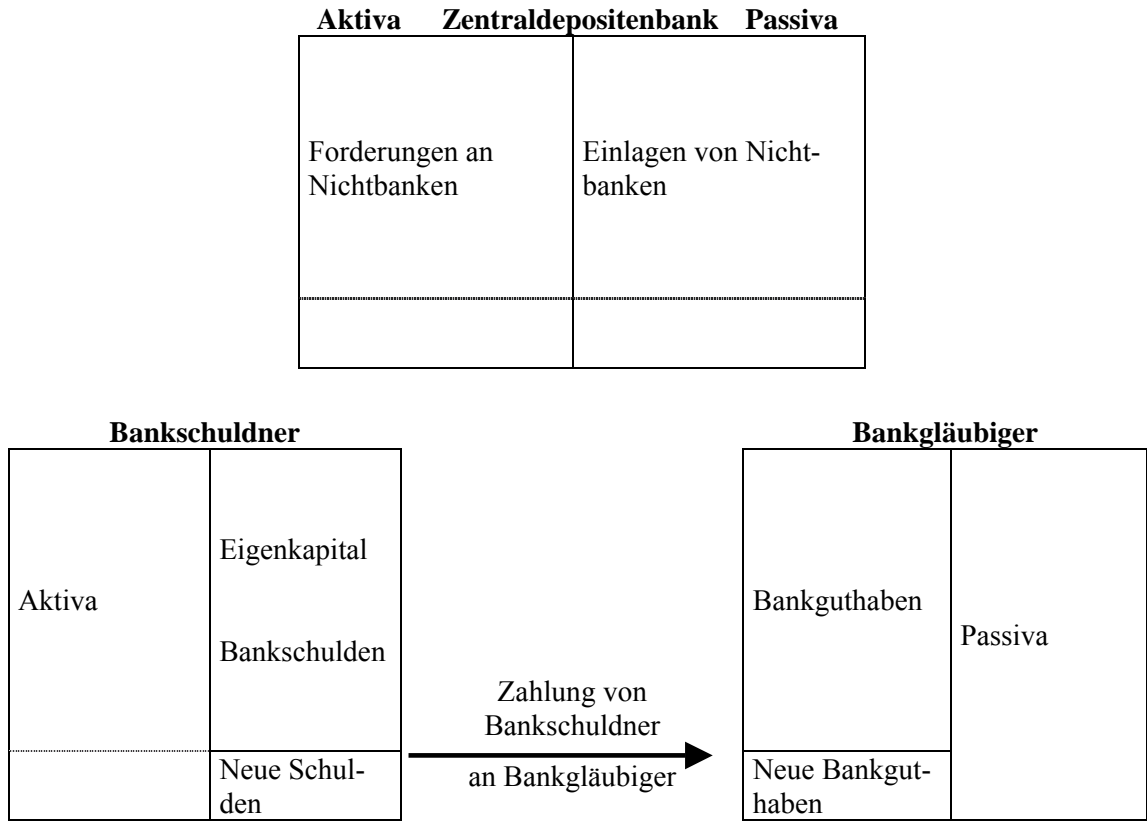
Bankschuldner	
Aktiva	Banksschulden
	Sonstige Passiva

Bankgläubiger	
Sontige Aktiva	Passiva
Bankeinlagen	

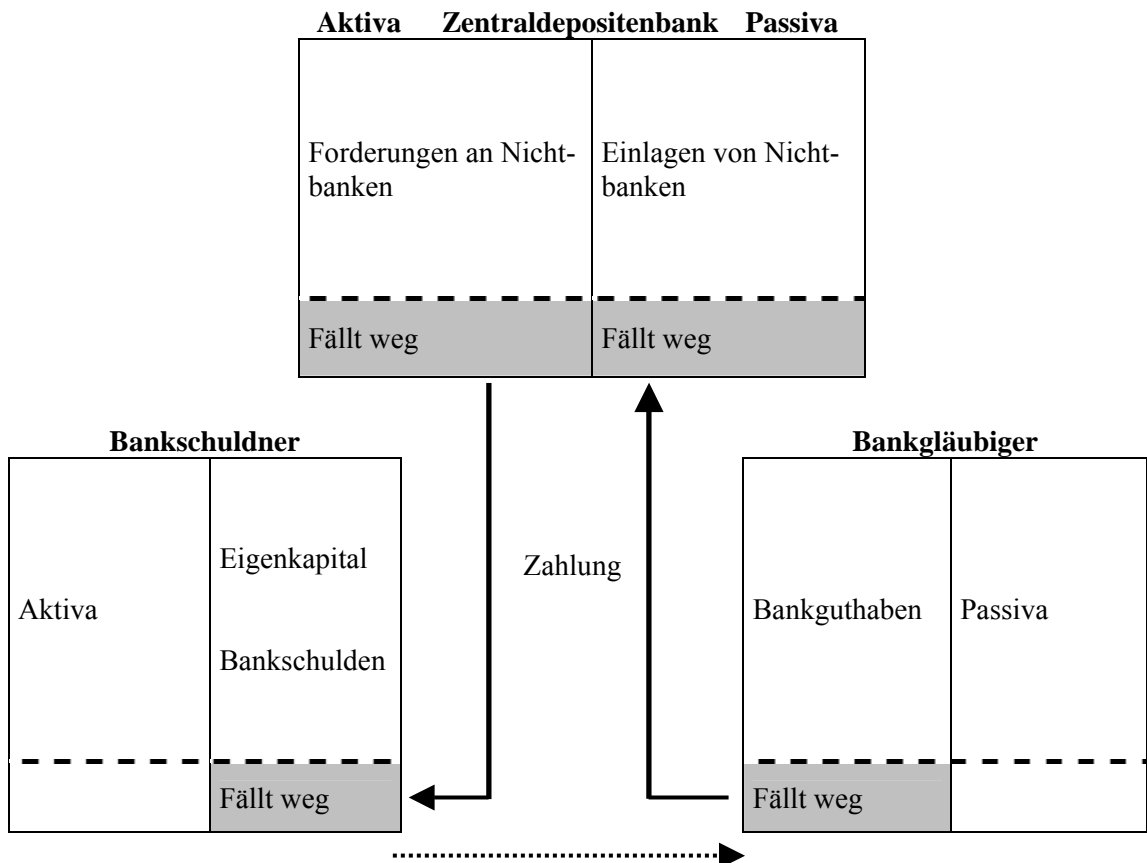
Die Bankbilanz bleibt gleich, wenn ein Bankschuldner an einen anderen Bankschuldner zahlt. Auch wenn ein Bankgläubiger an einen Bankgläubiger zahlt bleibt die Bankbilanz gleich. Die Bankbilanz verlängert sich, wenn ein Bankschuldner an einen Bankgläubiger zahlt. Sie verkürzt sich, wenn ein Bankgläubiger an einen Bankschuldner zahlt. Geldschöpfung heißt, das die Bankbilanz sich verlängert. Das geschieht bei Zahlungen von Bankschuldnern an Bankgläubiger.

<sup>20</sup> Lautenbach, Wilhelm: Zins, Kredit und Produktion. Tübingen 1952

**Geldschöpfung:**



**Geldvernichtung:**



Dadurch wird klar: Ob die Geldmenge zunimmt, hängt davon ab, ob Bankschuldner an Bankgläubiger zahlen. Nur wenn mit Zunahme der wirtschaftlichen Aktivität auch die Verschuldung

bisheriger Bankschuldner steigt, nimmt die Geldmenge zu. Wenn sich, bei guter Konjunktur, die Bankschuldner infolge steigender Gewinne entschulden können, sinkt die Geldmenge. Wenn bei schlechter Konjunktur die Verschuldung steigt steigt, weil der Absatz stagniert, aber trotzdem Löhne gezahlt werden müssen, so steigt auch die Geldmenge.

Diese Zusammenhänge sind für die Geldpolitik bedeutsam. Sie zeigen, dass eine steigende Geldmenge nicht immer Zeichen einer überschäumenden Konjunktur sein muss.

## 2. Zweistufiges Bankensystem - Geldschöpfungsmultiplikator

Besonderes Interesse findet das Verhältnis der gesamten vom Staat geschaffenen Geldmenge (Geld höchster Liquidität, monetary base, high-powered money) zu dem den Nichtbanken letztlich zur Verfügung stehenden Geldvolumen M1. Letzteres unterscheidet sich von der Menge des Geldes höchster Liquidität dadurch, dass es einerseits die Zentralbankgeldbestände der Geschäftsbanken nicht enthält, dafür aber andererseits die Sichtguthaben der Nichtbanken auch bei Geschäftsbanken. Per Saldo ist das Geldvolumen M1 empirisch, nicht notwendig, größer als die Geldmenge des Geldes höchster Liquidität. Das Verhältnis des Geldvolumens M1 zur Gesamtmenge des Geldes höchster Liquidität bezeichnet man als den Geldschöpfungsmultiplikator, weil es angibt, auf das Wievielfache das Geldvolumen durch die Aktivität der Geschäftsbanken gegenüber der vom Staat geschaffenen Geldmenge gesteigert werden kann. Wie die nachfolgende Tabelle 2 zeigt, schwankte der Multiplikator zwischen 1965 und 1981 zwischen 1,3 und 1,8.

Der Vergleich der Steigerungsraten für die Zentralbankgeldmenge und das Geldvolumen M1 zeigt, dass der Multiplikator in der Bundesrepublik Deutschland über längere Fristen (von 1965-1980) stabil war, obwohl sich für einzelne Jahre Schwankungen ergeben können (Tabelle 3). Das Verhältnis zwischen einer Variante des Geldvolumens (M)<sup>21</sup> und der Gesamtmenge des Geldes höchster Liquidität (S') läßt sich ausgehend von den Definitionen für das Geldvolumen

$$(1) M = S + D$$

und das Geld höchster Liquidität

$$(2) S' = S + R$$

Wobei:

S = Geld höchster Liquidität in den Händen von Nichtbanken,

R = Reserven der Banken an Geld höchster Liquidität und

D = Depositen bei Banken

bedeuten, als

$$(3) M/S' = (S + D) / (S + R)$$

schreiben.

<sup>21</sup> Je nachdem ob man die gesamte Menge des Geldes höchster Liquidität als Nenner verwendet oder ob man diese um die Bestände inländischer öffentlicher Haushalte an diesem Geld vermindert und high-powered money als Basis verwendet, ergeben sich Unterschiede in der Höhe des Multiplikators, die allerdings für den hier betrachteten Zeitraum unerheblich sind.

**Tabelle 4:** High-powered money, Geldvolumen M1 und Geldschöpfungsmultiplikator in der Bundesrepublik Deutschland 1965-1981

Zeit	Geldvolumen M1 <sup>1)</sup> Mrd. DM)	Highpowered- money <sup>2</sup> Mrd. DM	Multiplikator <sup>3)</sup>
	(1)	(2)	(3) = (1) : (2)
1965	79	49	1,6
1966	80	53	1,5
1967	88	51	1,7
1968	93	54	1,7
1969	99	56	1,8
1970	108	68	1,6
1971	122	79	1,5
1972	139	99	1,4
1973	143	107	1,3
1974	158	106	1,5
1975	180	108	1,7
1976	187	120	1,6
1977	208	129	1,6
1978	238	140	1,7
1979	248	156	1,6
1980	257	154	1,7
1981	255	153	1,7

Quelle: Monatsberichte der Deutschen Bundesbank

- 1) Geldvolumen M1 = Bargeldumlauf außerhalb des Bankensystems (ohne Kassenbestände der Kreditinstitute)  
+ Sichteinlagen inländischer Nichtbanken bei Banken
- 2) High-powered money = Banknotenumlauf  
+ Einlagen inländischer Kreditinstitute bei der Deutschen Bundesbank  
+ Einlagen inländischer Unternehmen und Privatpersonen bei der Deutschen Bundesbank  
+ Einlagen ausländischer Einleger bei der deutschen Bundesbank  
+ Bestand an umlaufenden Scheidemünzen
- 3) Multiplikator = Geldvolumen M1/high-powered money

**Tabelle 5:** Für die Europäische Währungsunion gilt.

	Zentral- bankgeld- menge (ZBG) Mrd. €	M1 in Mrd. €	M1/ZBG	M2 in Mrd. €	M2/ZBG	M3 in Mrd. €	M3/ZBG
Jan. 1999	429	1793	4,2	3922	9,1	4502	10,5
Dez. 1999	492	1964	4,0	4133	8,4	4791	9,8
Dez. 2000	496	2076	4,2	4287	8,6	5079	10,2
Dez. 2001	414	2153	5,2	4629	11,2	5413	13,1
Dez. 2002	470	2452	5,2	4979	10,6	5427	11,2

Die Größe M und S sind jeweils wechselbezüglich definiert: Wird M als M1 interpretiert, so umfasst D nur die Sichteinlagen inländischer Nichtbanken, wird M als M2 interpretiert, so umfasst D zusätzlich Termineinlagen inländischer Nichtbanken mit einer Befristung bis unter vier Jahren usw.

Nach Erweiterung mit  $D/(R \cdot S)$  kann man hierfür auch schreiben:

$$(4) M = S' \cdot \frac{D/R (1 + D/S)}{D/R + D/S}$$

Die Formel macht die Abhängigkeit der Höhe des Multiplikators (der Bruch in (4)) von den Mindestreservesätzen ( $1/D/R$ ) und von der Höhe der Depositen - Bargeld - Relation des Publikums ( $D/S$ ) sichtbar. Die Mindestreservesätze geben den Prozentsatz der Einlagen der Nichtbanken bei den Banken an, in dessen Höhe die Banken auf Anordnung der Zentralbank verpflichtet sind, Zentralbankgeld zu halten. Im Depositen - Bargeld - Verhältnis spiegeln sich die Zahlungsgewohnheiten des Publikums und das Vertrauen des Publikums in die Bonität der Depositenbanken wider. Wird viel bar und wenig durch Überweisung gezahlt, so ist die Depositen - Bargeld - Relation niedrig. Das gleiche gilt bei einem Misstrauen in die Bonität der Banken, wie es in den Jahren 1931 bis 1933 vor allem in den USA zu beobachten war.<sup>22</sup> Steigen  $D/R$  und/oder ( $D/S$ ), so steigt der Multiplikator.

Banken an, in dessen Höhe die Banken auf Anordnung der Zentralbank verpflichtet sind, Zentralbankgeld zu halten. Im Depositen - Bargeld - Verhältnis spiegeln sich die Zahlungsgewohnheiten des Publikums und das Vertrauen des Publikums in die Bonität der Depositenbanken wider. Wird viel bar und wenig durch Überweisung gezahlt, so ist die Depositen - Bargeld - Relation niedrig. Das gleiche gilt bei einem Misstrauen in die Bonität der Banken, wie es in den Jahren 1931 bis 1933 vor allem in den USA zu beobachten war.<sup>23</sup> Steigen  $D/R$  und/oder ( $D/S$ ), so steigt der Multiplikator.

## **B. Qualitative Aspekte: Liquidisierung von Forderungen und Risikentransformation**

<AU 4 und AU26 und 27>

<sup>22</sup> Friedman, Schwarz (1971). A Monetary History of the United States, S. 333.

<sup>23</sup> Friedman, Schwarz (1971). A Monetary History of the United States, S. 333.

## IV. Zinstheorie

### A. Ursachen des Zinses<sup>24</sup>

**Bedingungen für Profit** sind:

1. Arbeit und Kapital sind zur Produktion nötige, komplementäre Produktionsfaktoren, z. B.:  $Y = f(K, L, t)$ . Eine solche Funktion kann z. B.:  $Y = A * K^\alpha * L^{\alpha-1}$
2. Die Nutzung von Vermögensgegenständen ist Menschen oder Gruppen von Menschen zugeordnet.
3. Vermögen ist knapp

**Bedingung für Kapitalakkumulation:**

4. Höhere Einkommen können zur Vergrößerung des Vermögens verwendet werden.

**Bedingungen für Zins:**

5. Vermögen kann gegen Entgelt ausgeliehen werden.
6. Der erwartete Grenzertrag (oder Grenznutzen) ist beim Leihnehmer größer als beim Leihgeber.

Wenn sich ein Mensch nicht einer Theorie anschließt, sondern mehrere Theorien für richtig hält, wird er gewöhnlich, abwertend, als Eklektiker bezeichnet. Eine sehr elegante Art des Eklektizismus ist es aber, eine übergreifende Theorie zu suchen, welche die einzelnen Theorien als Spezialfälle enthält. Eine solche übergreifende Theorie soll der obige Satz von hinreichenden und notwendigen Bedingungen für die Existenz von Zins darstellen.

Betrachtet man die Dogmengeschichte, so stellt man fest, dass einzelne Zinstheorien einzelne Bedingungen besonders betonen. Mit der Erklärung des Zinses wurde seine ethische Rechtfertigung verknüpft. Gedankengebäude, die offensichtlich interessengeleitet sind, bezeichnet man auch als Ideologien. Die Frage unter welchen Bedingungen arbeitslose Einkommen entstehen, kann unterschieden werden von der Frage, ob solche Einkommen erwünscht sind.

### **Die Produktivitätstheorie des Zinses:**

Die Grundaussage ist, dass es Zins gibt, weil Kapital Erträge abwirft. Hier wird Bedingung eins betont und Zins zu einer produktionstechnischen Notwendigkeit erhoben. In den Auseinandersetzungen zwischen den Gesellschaftsordnungen kann man in dieser einseitigen Betonung des Produktionsprozesses eine Rechtfertigungsideologie für Zinseinkommen sehen. Ein Vertreter ist z. B. J.B. Say, *Traité d'Economie politique*, 7. Aufl. Guillaumin & Cie.:Paris 1861 (1803).<sup>25</sup> Böhm-Bawerk betonte den Umstand, dass die Produktion von Kapitalgütern Zeit erfordert und begründete den Zins mit der Mehrenergieigkeit von **Produktionsumwegen**, die erforderlich sind, wenn man Kapitalgüter erstellt. Hier wird das Argument  $t$  in der Produktionsfunktion betont, das ja üblicherweise vernachlässigt wird. M. E. betont auch die **Abstinenztheorie** Nassau Senior's den Umstand, dass Produktion Zeit beansprucht. Die vorübergehende Abstinenz des Kapitalgebers ist nach Senior die Rechtfertigung für Zins. In die gleiche Richtung gehen die „waiting – Theorien“ des Zinses. Die Theorie kann aber die Zinsen, die Erben beziehen, nicht rechtfertigen.

<sup>24</sup> Dieser Abschnitt orientiert sich an Stützel, Wolfgang: Kapital und Zins. In: Evangelisches Soziallexikon. Kreuz Verlag: Stuttgart 1954. Spalte 539-548.

<sup>25</sup> Zit. Nach Böhm-Bawerk, Eugen von: Kapital und Kapitalzins. Geschichte und Kritik der Kapitalzinstheorien. 4. Auflage. Gustav Fischer: Jena 1921 (1884), S. 104. Neben Arbeit und Kapital enthält Say's Produktionsfunktion bereits die natürlichen Ressourcen, agents naturels.

Adam Smith, Thompson und Karl Marx schreiben die Erträge der Arbeit zu. Die **Arbeitswerttheorien** betonen das Argument L der Produktionsfunktion. Smith mit dem Hauptwerk der Nationalökonomie, „*Der Reichtum der Nationen*“, machte die Arbeit zur Quelle allen Reichtums. Thompson wendete das in seinem Hauptwerk „*Untersuchungen über die Grundsätze der Güterverteilung, die dem Glück der Menschen am günstigsten sind*“ (1824)<sup>26</sup> in eine **Theorie der Ausbeutung der Arbeiter**, die dann von Karl Marx übernommen wurde. Nach Karl Marx ist Kapital, das ja den Zins abwirft, ein durch Sachen zwischen Menschen vermitteltes gesellschaftliches Verhältnis. Hier wird Bedingung zwei besonders betont, also der Umstand, dass die Nutzung von Vermögen in der Regel besonderen Menschen oder Gruppen von Menschen zugeordnet ist. Den gleichen Weg geht Franz Oppenheimer (Lehrer von Ludwig Erhard) mit seiner **Theorie der Klassenmonopolrente**. Die Klassenmonopole entstehen seiner Meinung nach durch kriegerische Auseinandersetzungen, in denen die Sieger die besiegte Bevölkerung unterdrücken und ausbeuten. Jedes Einzelkapital ist Teil des Klassenmonopols und jeder Zins ist ein nutzbarer Anteil am Klassenmonopol.

Bedingung vier, dass höhere Einkommen zur Vergrößerung des Vermögens verwendet werden können, wird von der **Akkumulationstheorie** hervorgehoben. Diese spielt bei Karl Marx eine große Rolle sein bleibender Beitrag zur Wirtschaftstheorie ist das Modell einer wachsenden Wirtschaft.

Kann Bedingung 2, dass die Vermögensgegenstände bestimmten Menschen oder Gruppen von Menschen zugeordnet werden, aufgehoben werden? Nach den Ergebnissen der Umweltforschung **werden die Ressourcen übernutzt, anstelle einer effizienten Nutzung, wenn sie von jedem genutzt werden können**. Garrett Hardin hat dies in seinem Aufsatz „*The Tragedy of the Commons*“<sup>27</sup> hat dies in einer Tabelle gefasst. Voraussetzung ist Vollbeschäftigung, was darin zum Ausdruck kommt, dass jeder einen Alternativertrag von 200 DM/ Tag hat. Aus der Tabelle geht hervor, dass bei Gemeineigentum sieben Fischer in dem See fischen. Nur der achte Fischer nimmt lieber den Alternativertrag von 200 DM in Anspruch. Der sechst Fischer hat aber mit 300 DM noch mehr als den Alternativertrag. Effizient wäre es hingegen, wenn ein Eigentümer des Sees nur vier Fischer einsetzte oder zuließe. Dann wäre der Ertrag mit 2.000 DM ein Maximum. Der Grenzertrag des 5. Fischers wäre null. Deshalb wird er auch nicht mehr eingesetzt. Das bedeutet: bei der heutigen Bevölkerungsdichte führt Gemeineigentum meist zu suboptimalen Ergebnissen. Wo noch Gemeineigentum besteht kommt es zu Problemen: Luftverschmutzung, Gewässerverunreinigung, Überfischung der Meere, Ausrottung von Wild und seltenen Arten, Meeresverunreinigung und Küstenverunreinigung, weil Meere keinen Eigentümer haben, Verschmutzung des Weltraums mit Weltraummüll.

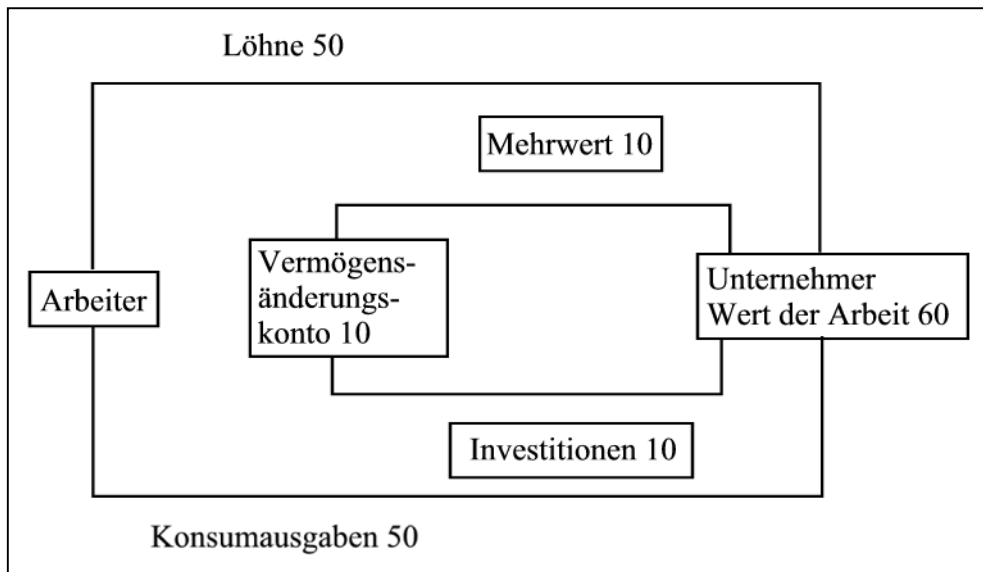
Auf die **konsumtive Bedeutung des Kredits** macht Clark, ein Wissenschaftler der letzten Jahrhundertwende, aufmerksam: Der Kredit ist ein Mittel, um alles Warten zu vermeiden und schon dann Waren zu konsumieren, wenn man erst mit der Produktion anfängt.<sup>28</sup>

<sup>26</sup> Übersetzung des Titels nach Gide, Charles; Rist, Charles: Geschichte der volkswirtschaftlichen Lehrmeinungen. Dritte Auflage. Hrsg. Franz Oppenheimer. Verlag Gustav Fischer: Jena 1923

<sup>27</sup> Science 162 (December 13, 1968) S. 1244. gezeigt. Alan C. Stockman, „*Introduction to Economics*“. Dryden Press: Fort Worth u.a.O.1996.

<sup>28</sup> Zit. Nach Böhm-Bawerk, Eugen von: Kleinere Abhandlungen über Kapital und Zins. Hölder/Pichler/Tempsky: Wien und Leipzig 1926, S.491.

Die sechste und letzte *Marginalbedingung* stammt von der Grenznutzenschule, also Menger, Wieser, aber auch Walras und Pareto.



Wenn Monopole in besonderen neuen Verfahren und Organisationsformen bestehen, die noch nicht allgemein verbreitet sind und über die nur „Pioniere“ verfügen, so fließt eine Rente aus diesem Wissen. Schumpeter bezeichnet diese Rente in seiner „Theorie der wirtschaftlichen Entwicklung“ als „*Pionierrente*“. Die Keynes'sche Zinstheorie geht von der Erkenntnis aus, dass in modernen Geldwirtschaften die jederzeitige Zahlungsfähigkeit, die Verfügung über Zahlungsmittel, selbst ein Vermögen ist.

Bedingung fünf, dass es möglich sein muss, Vermögen gegen Zins auszuleihen, wird durch das *islamische Zinsverbot*, das Zinsverbot des alten Testaments und das zeitweise existierende christliche Zinsverbot beleuchtet. Das christliche Zinsverbot kann so interpretiert werden, dass die römische Steuerverwaltung das Kreditgeschäft monopolisieren wollte, denn die Kirche selbst zahlte und nahm Zinsen. Im Bereich des islamischen Zinsverbots werden Kapitalhingaben als stille Beteiligungen mit Gewinnberechtigung gewährt. Man kann es m.E. als positiv bewerten, wenn sich der Kapitalgeber um die Investition kümmern muss. Andererseits lassen sich viele Geschäftsleute ungern ins Geschäft hineinreden, so dass dann nur die Kreditgewährung bleibt.

*Der englische Ausdruck für Zins „interest“* ist eine Folge des christlichen Zinsverbots: Es ist verboten Zinsen zu nehmen. Wird das Kapital aber nicht rechtzeitig zurückgezahlt, so hat der Kreditgeber Schadensersatzansprüche, das positive Interesse. Kreditgeber und Kreditnehmer setzen heute einen rückdatierten Vertrag auf, dem zufolge das Geld heute zurückgezahlt werden müsste. Als Entgelt wird das „Interesse“ vereinbart, der Schadensersatz, weil der Schuldner angeblich das Geld nicht rechtzeitig zurückgezahlt hat.

Proudhon, der unter anderem für definitives Papiergeld eintrat (um 1840), veröffentlichte 1840 die Schrift *Was ist das Eigentum? Qu'est-ce que la propriété?* Er war damals 31 Jahre alt. Gleich auf der ersten Seite gab er die Antwort: Eigentum ist Diebstahl, *La propriété c'est le vol*. Er betrachtet den Zins somit als ein „*Herrenrecht*“. Selbstverständlich wird damit Bedingung zwei betont, dass nämlich die Nutzung von Vermögen besonderen Menschen oder Menschengruppen zugeordnet ist.

Damit eine der Bedingungen zur Ursache erklärt werden kann, muss man sich vorstellen können, dass diese Bedingung nicht existierte oder dass sie historisch variabel ist. Die Sozialisten glaubten auf jeden Fall, dass die Gesellschaftsordnung geändert werden könnte.

**B. Höhe des Zinses einschließlich Zinsstrukturtheorie**1. Zins und Wachstumsrate

Wir haben bisher festgestellt, dass der nachhaltige Zins größer sein muss als die nachhaltige Wachstumsrate des Volkseinkommens, wenn die Wirtschaft dynamisch effizient sein soll. Man kann davon ausgehen, dass das in aller Regel gegeben ist. Wäre das nicht gegeben, würden sich so viele Kreditnehmer durch Kreditgewährung finanzieren wollen, die Zinsen können ja durch Neukreditaufnahme gedeckt werden, dass die Zinsen so weit steigen würden, dass sie höher wären als die dauerhafte Wachstumsrate.

2. Grenzproduktivitätstheorie

Gemäß der Produktionstheorie ist der Zins gleich der Grenzproduktivität des Kapitals. Die Cobb Douglas Produktionsfunktion hat die Form

$$(1) \quad Y = F(K,L) = AK^\alpha L^{1-\alpha}.$$

Dabei bedeuten:

- Y = Produkt,
- A = Parameter, der den Stand der Technik beschreibt,  $A > 0$ ,
- K = Kapitaleinsatz,
- L = Arbeitseinsatz (Labour);
- $0 < \alpha < 1$ .

$$(2) \quad MPK = \partial Y / \partial K = \alpha AK^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = \alpha Y / K,$$

$$(3) \quad MPL = \partial Y / \partial L = (1-\alpha) AK^\alpha L^{-\alpha} = (1-\alpha) Y / L.$$

Dabei bedeutet:

- MPL: Marginal product of labour = Grenzprodukt der Arbeit
- MPK: Marginal product of capital = Grenzprodukt des Kapitals.

Aus (2) ergibt sich  $MPK \cdot K = \alpha Y$  und aus (3) ergibt sich  $MPL \cdot L = (1-\alpha)Y$ .

Auf diese Eigenschaften hin ist die Cobb-Douglas Produktionsfunktion konstruiert worden. Diese Eigenschaften bedeuten,

- daß die partiellen Grenzerträge bei einem sukzessiven Mehreinsatz eines Produktionsfaktors um gleich große Mengeneinheiten kleiner werden (wegen  $\alpha < 1$ ),
- daß die Produktionsfaktoren einen durch eine Konstante ( $\alpha$ ) bestimmten Anteil am Gesamtprodukt erhalten (rechte Seite der Gleichung), wenn sie mit ihrem Grenzprodukt entlohnt werden (linke Seite der Gleichung),
- daß das Gesamtprodukt durch die Entgelte der Produktionsfaktoren gerade ausgeschöpft wird ( $\alpha + (1-\alpha) = 1$ ),
- daß sich bei einer proportionalen Erhöhung der Einsatzmengen beider Faktoren das Produkt in demselben Maße erhöht ("konstante Skalenerträge"):

$$F(zK, zL) = A (zK)^\alpha (zL)^{1-\alpha} = A z^\alpha K^\alpha z^{1-\alpha} L^{1-\alpha} = z^\alpha z^{1-\alpha} A K^\alpha L^{1-\alpha} = zY.$$

Die Grenzrate der Substitution ist für die Cobb-Douglas Funktion:

$$-dL/dK = (\partial Y / \partial K) / (\partial Y / \partial L) = \alpha L / (1-\alpha) K.$$

Die Funktion

$$Y = AK^\alpha L^\beta, \text{ mit } 0 < \alpha, \beta < 1$$

wird als allgemeine Cobb-Douglas Produktionsfunktion bezeichnet. Ist  $\alpha + \beta > 1$  so steigt der Ausstoß bei einer proportionalen Steigerung des Einsatzes aller Produktionsfaktoren überproportional (steigende Skalenerträge), ist  $\alpha + \beta < 1$  so steigt der Output unterproportional zur Steigerung des Einsatzes der Produktionsfaktoren.

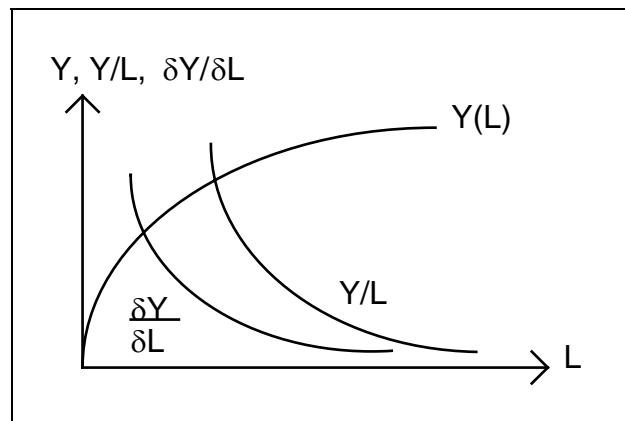


Abb. 4.20: Ertrag, Durchschnittsertrag und Grenzertrag der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

Der Ertrag in Abhängigkeit vom Arbeitseinsatz nimmt mit abnehmender Rate zu, Durchschnittsertrag und Grenzertrag sinken, der Grenzertrag liegt unter dem Durchschnittsertrag

Zahlenbeispiel (entnommen: Cezanne, Allgemeine Volkswirtschaftslehre):

$$Y = 1 K^{0,4} L^{0,6}$$

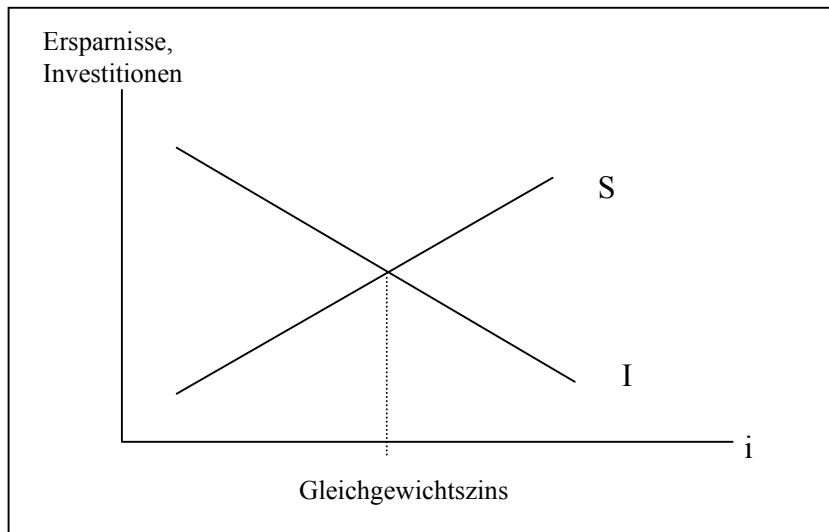
Tabelle 6: Ertragsentwicklung bei Variation der Einsatzmengen der Produktionsfaktoren

<b>K</b>									
8	0	2,30	<b>3,48</b>	4,44	5,28	6,03	6,73	7,38	8,00
7	0	2,18	3,30	4,21	5,00	5,72	6,38	7,00	7,58
6	0	2,05	3,10	3,96	4,70	5,38	6,00	6,58	7,13
5	0	1,90	2,89	3,68	4,37	5,00	5,58	6,12	6,63
4	0	1,74	2,64	<b>3,37</b>	4,00	4,57	5,10	5,60	6,06
3	0	1,55	2,35	3,00	3,57	4,08	4,55	4,99	5,40
2	0	1,32	2,00	2,55	3,03	<b>3,47</b>	3,87	4,24	4,59
1	0	1,00	1,52	1,93	2,30	2,63	2,93	3,21	<b>3,48</b>
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L	0	1	2	3	4	5	6	7	8

In der Hauptdiagonale sieht man die konstanten Skalenerträge. Geht man in einer beliebigen Zeile nach rechts oder in einer beliebigen Spalte nach oben, so sieht man dass die Ertragszuwächse abnehmen. Die Verbindung der fettgedruckten Zahlen gibt in etwa die Lage einer Isoertragslinie (Ertragsisoquante) an.

### 3. Die von Keynes als klassische Theorie bezeichnete Theorie

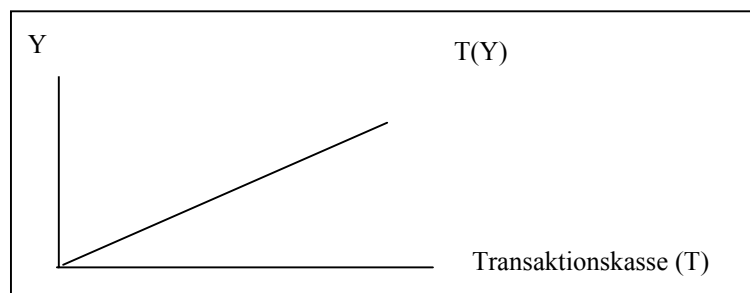
Die klassische Theorie besteht nach Keynes darin ,dass der Zins Ersparnisse und Investitionen zum Ausgleich bringt.<sup>29</sup>



Steigt die Investitionsneigung (Verschiebung der Kurve nach rechts), so steigt der Zins, steigt die Sparneigung (Verschiebung der Sparkurve nach rechts), so sinken die Zinsen. Keynes bezieht sich auf Alfred Marshalls: Principles of Economics.

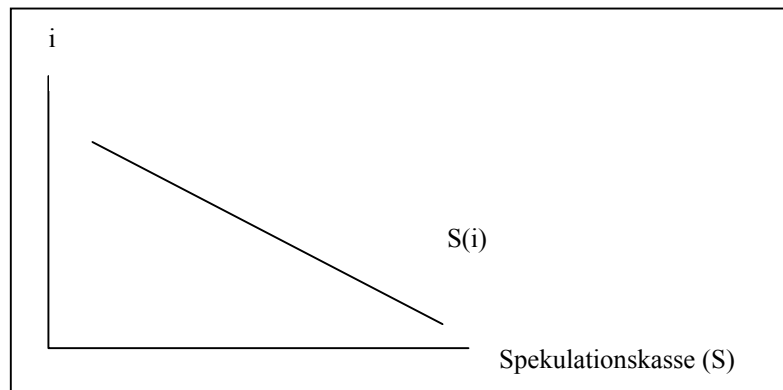
### 4. Die Keynes'sche Zinstheorie (Liquiditätstheorie des Zinses)

Nach Keynes gibt es drei Motive der Kassenhaltung: Das Transaktionsmotiv, das Vorsichtsmotiv und das Spekulationsmotiv. Nach dem Transaktionsmotiv ist die Kassenhaltung abhängig vom Volkseinkommen (Y).



Die Spekulationskasse ist Abhängig vom Zins. Das bedeutet eine Abhängigkeit von den Zinsänderungserwartungen, wenn der langfristige Zins als konstant angenommen wird.

<sup>29</sup> Das Diagramm findet sich bei Keynes, John Maynard: The General Theory of Employment, Interest and Money. Macmillan &Co: London 1960 (1936), S.180.



Das Vorsichtsmotiv der Kassenhaltung ist der Wunsch der Menschen, einen bestimmten Betrag ihres Vermögens in Form von Kasse zu halten, da es immer unvorhergesehene Ereignisse und Wünsche gibt. Die Vorsichtskasse ist wie die Transaktionskasse abhängig von  $Y$ .

Nach Tobin und Baumol ist die Transaktionskasse nicht nur vom Volkseinkommen abhängig sondern auch invers vom Zins.

Symbole:

$B$	=	Transaktionskosten von Barabhebungen;
$c/2$	=	durchschnittlicher Kassenbestand
$c$	=	Abhebungsbetrag
$Y$	=	Einkommen/Periode
$N = Y/c$	=	Zahl der Barabhebungen/Periode
$i$	=	Zinsfuß

Die Gesamtkosten/Periode sind:

$$K = i \cdot c/2 + b \cdot Y/c$$

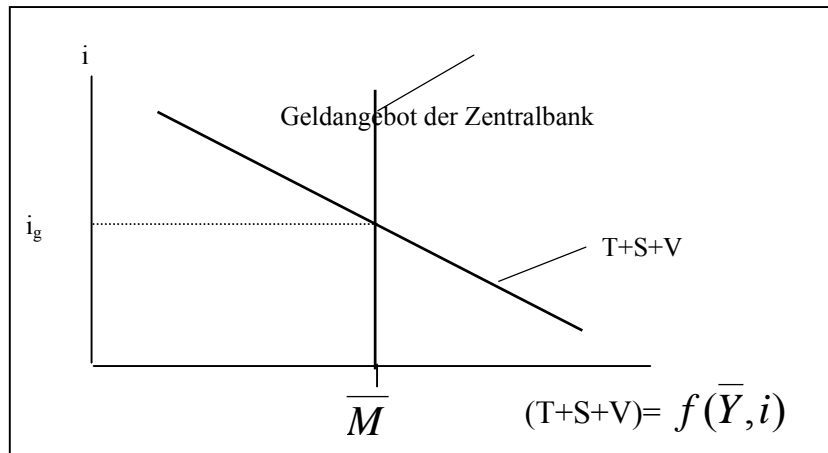
$$\frac{\partial K}{\partial c} = \frac{i}{2} + b \cdot Y \cdot c^{-2} = 0$$

$$\frac{i}{2} = b \cdot Y \cdot c^{-2}$$

$$c^2 = \frac{2b \cdot Y}{i}$$

$$c = \sqrt{\frac{2b \cdot Y}{i}}$$

Das heißt: die Transaktionskasse steigt mit der Wurzel von  $Y$  und mit der Wurzel der Transaktionskosten und es sinkt mit der Wurzel von  $i$ . Für ein gegebenes Volkseinkommen sinkt die Nachfrage nach Kasse in Abhängigkeit vom Zins.



## V. Zinsstrukturtheorie

a) *Schreibweise*

$$R = (1+i)$$

${}_tR_k$  Faktor des in  $t$  beobachteter Effektivzinses für die Restlaufzeit  $k$

${}_{t,t+j}R_k$  Faktor des in  $t$  für den Zeitpunkt  $t+j$  gehandelten Effektivzinses für die Restlaufzeit  $k$

$t$  Monate, Jahre je nach Kontext

$${}_6R_{24} = ({}_6R_{12} * {}_{6,6+12}R_{12})^{1/2}$$

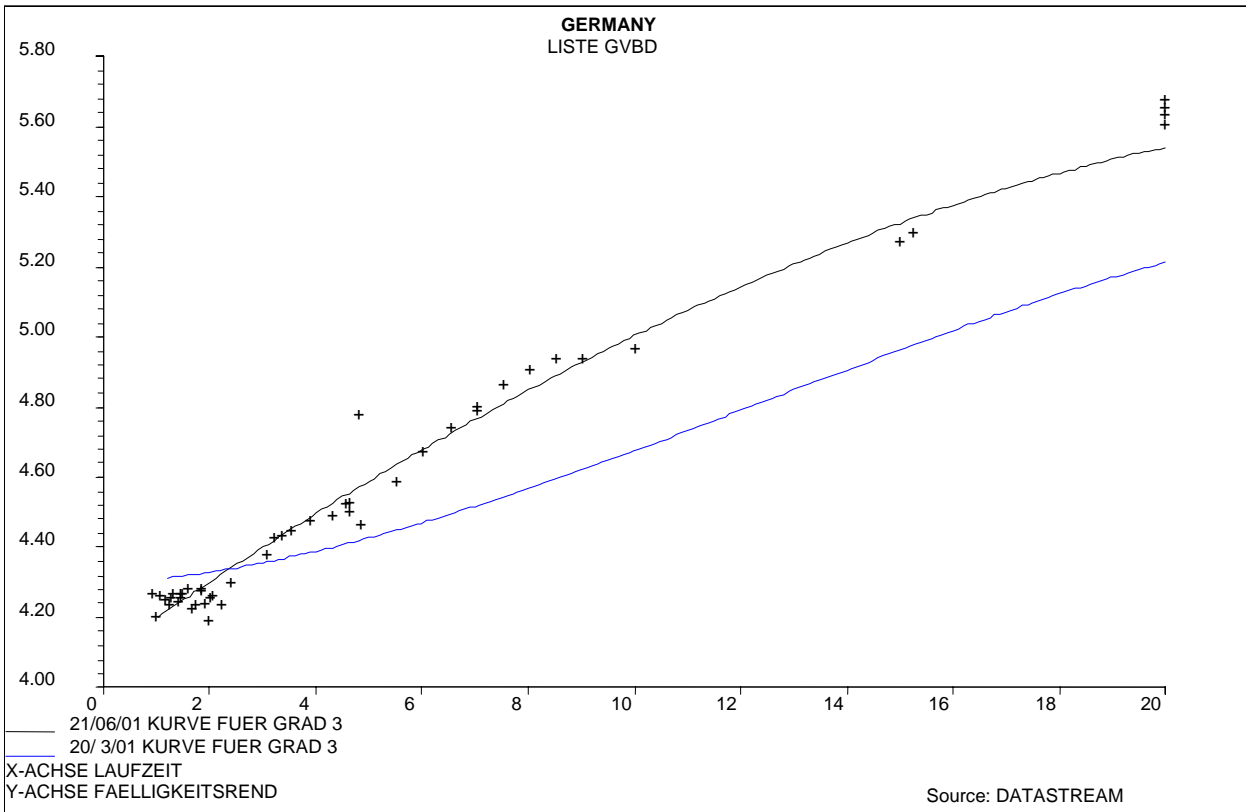
$${}_6R_{12} = ({}_6R_1^{1/12} * {}_{6,6+1}R_1^{1/12} * \dots * {}_{6,6+11}R_1^{1/12})$$

Die folgenden Zusammenhänge beruhen auf Arbitrage zwischen Kassa- und Terminmärkten. Bevor Terminmärkte existierten, und auch heute existieren für viele Fristen keine Terminmärkte, bezeichnete man diese Überlegungen als Erwartungstheorie. Sie besagt, dass die Marktteilnehmer bestimmte Erwartungen über zukünftige Zinssätze haben, und dass aufgrund dieser Erwartungen die beschriebenen Zusammenhänge existieren. Das ist fraglich, soweit keine Terminmärkte existieren. Die Gegenthese ist die Theorie der Marktsegmentierung. Sie besagt, dass auf jedem Markt Angebot und Nachfrage den Zins bestimmen und dass kein Zusammenhang zwischen den Zinssätzen in den einzelnen Marktsegmenten besteht.

Eine steigende Zinsstrukturkurve bedeutet, dass die für die Zukunft erwarteten kurzfristigen Zinsen über den längerfristigen Zinsen der Zinsstrukturkurve liegen. Höhere kurzfristige Zinsen für die Zukunft bedeuten höhere Inflationserwartungen. Häufig gibt es infolge einer Zinssenkung der EZB ein Sinken der Zinsen am kurzen Ende und ein Steigen der Zinsen am langen Ende. Das kann man so erklären, dass die Zinssenkung der EZB die Inflationserwartungen erhöht und somit die zukünftigen erwarteten langfristigen Zinsen steigen.

Die gestrichelte Kurve ist die Zinsstrukturkurve vor der Zinssenkung. Die Kurve mit den Punkten ist die Zinsstrukturkurve nach der Zinssenkung. Das Ergebnis der Zinssenkung am kurzen Ende ist eine steilere Zinsstrukturkurve und höhere langfristige Zinsen. Allerdings müssen die höheren langfristigen Zinsen nicht unbedingt auf höhere Inflationserwartungen in der Eurozone zurückzuführen sein. Die langfristigen Zinssätze im Eurowährungsgebiet verlaufen auch immer noch parallel zu denen in den USA. Von März bis Juni sind auch die Zinssätze in den USA gestiegen. Ein Zusammenhang mit den Zinssätzen in den USA beruht auf der ungedeckten Zinspa-

rität, wenn es z. B. für am Wahrscheinlichsten gehalten wird, dass die zukünftigen Wechselkurse gleich den heutigen sind.



b) Zahlenbeispiel mit Daten der London International Financial Futures Exchange (LIFFE)

Liffe 27.6.97:  ${}_0R_1 = 3,27\% \text{ p.a.}$   ${}_0R_2 = 3,55\% \text{ p.a.}$

Juni	Sept.	Dez.	März	Juni	Sept.	Dez.	März	Juni	Juli
0	3	6	9	12	15	18	21	24	27 Monate
3,06	96,85	96,75	96,66	96,51	96,29	96,02	95,78	95,57	

$$\sqrt[2]{\underbrace{1,0306^{1/4} * 1,0315^{1/4} * 1,0325^{1/4} * 1,0334^{1/4}}_{1,03199} * \underbrace{1,0349^{1/4} * 1,0371^{1/4} * 1,0398^{1/4} * 1,0422^{1/4}}_{1,038496}}$$

Einjahreszins  ${}_1R_1$   ${}_0,2R_1$

$(1,03199 * 1,038496)^{1/2} = 1,071728^{1/2} = 1,035243 \rightarrow 3,52\% \text{ p.a. als Zweijahreszins } {}_0R_2$

## VI. Quantitätstheorie

### A. NAWRU und NAIRU

### B. Politik der Europäischen Zentralbank

## VII. Wechselkursstheorie

Zur Kaufkraftparitätentheorie siehe: <Arbeitsunterlage 21, 22, und 31>

Die Kaufkraftparitätentheorie (Purchasing Power Parity – PPP) besagt.

$$(1) e = P/P^*$$

wobei  $e$  den Wechselkurs (rate of exchange) bedeutet und  $P$  bzw.  $P^*$  die inländischen und ausländischen Preisvektoren bedeuten. Abweichungen von der Kaufkraftparität werden mit Zöllen, Transportkosten und Suchkosten<sup>30</sup> begründet

Eine engere Formulierung der PPP besteht darin, dass man davon ausgeht, dass der Wechselkurs durch die Preise handelbarer Güter (tradables, Subskript T) determiniert wird:

$$(2) E = P_T/P_T^*$$

$P$  kann zerlegt werden in die Preise von handelbaren Gütern und von nicht handelbaren Gütern (non tradables, Subskript N):

$$(3) P = a P_T + (1 - a) P_N,$$

mit  $a$  gleich dem Anteil der handelbaren Gütern an der Summe aller Güter und

$$(4) \beta = P_N/P_T \text{ oder } P_N = \beta P_T$$

bezeichnen wir das Verhältnis der Preise von nicht handelbaren zu denen handelbaren Gütern. Einsetzen von (4) in (3) ergibt

$$\begin{aligned} (5) P &= \alpha P_T + (1 - \alpha) \beta P_T \\ &= P_T (\alpha + (1 - \alpha) \beta) \\ &= P_T \gamma. \end{aligned}$$

Entsprechende Gleichungen können für das Ausland eingeführt werden. Dann wird der Wechselkurs in der neueren Form der PPP zu

$$(6) e = \frac{P_T}{P_T^*} = \frac{P_T \gamma^*}{P_T^* \gamma}.$$

<sup>30</sup> Streissler, Erich W.: Exchange rates and financial markets. Routledge: London und New York 2002, S. 43.

$\gamma$  ist ein Faktor, der das Verhältnis von handelbaren zu nicht handelbaren Gütern enthält, der also realwirtschaftlich ist, nicht monetär. Die realwirtschaftlichen Faktoren können Präferenzen, Produktionstechnologien und Faktorausstattungen bedeuten.

Im Folgenden soll der Einfluss von Produktivitätsänderungen auf den Wechselkurs dargestellt werden.

Der Nominallohn ( $w$ ) für handelbare und nicht handelbare Güter ist gleich physisches Grenzprodukt der Arbeit ( $q$ ) mal Produktpreis:

$$(7.1) \quad w = q_T P_T \quad \text{und} \quad (7.2) \quad w = q_N P_N.$$

$w$  ist in beiden Ausdrücken gleich, wenn der Arbeitsmarkt homogen ist. Die Löhne sind beim bilateralen Polypol (Konkurrenz auf beiden Marktseiten) gleich. (7.1) und (7.2) kann man umformen zu:

$$(8.1) \quad P_T = w/q_T \quad \text{und} \quad (8.2) \quad P_N = w/q_N = P_T q_T/q_N.$$

Entsprechende Gleichungen gelten für das Ausland. Setzen wir nun Gleichung (8.2) in Gleichung (3) ein, so ergibt sich:

$$P = \alpha P_T + (1 - \alpha) P_T (q_T/q_N), \quad \text{oder}$$

$$P_T = P \frac{1}{\alpha + (1 - \alpha) q_T/q_N}$$

Entsprechend gilt für das Ausland, wobei \* das Ausland bezeichnet:

$$P^* = \alpha^* P_T^* + (1 - \alpha^*) P_T^* q_T^*/q_N^*, \quad \text{oder}$$

$$P_T^* = P^* \frac{1}{\alpha^* + (1 - \alpha^*) q_T^*/q_N^*}$$

Der Wechselkurs ergibt sich dann als

$$E = \frac{P_T}{P_T^*} = \frac{P(\alpha^* + (1 - \alpha^*) q_T^*/q_N^*)}{P^*(\alpha + (1 - \alpha) q_T/q_N)}$$

Wird nun das physische Grenzprodukt der Arbeit bei handelbaren Gütern im Inland größer, während es bei nicht - handelbaren Gütern gleich bleibt, so steigt das Verhältnis  $q_T/q_N$ , weil sich die Produktivität der handelbaren Güter gegenüber einem früheren Zustand erhöht hat. Der Wechselkurs ist dann niedriger. D.h., die heimische Währung hat aufgewertet. Die Aufwertung ist umso höher, je größer der Anteil der handelbaren Güter an allen Gütern ( $\alpha$ ) ist.