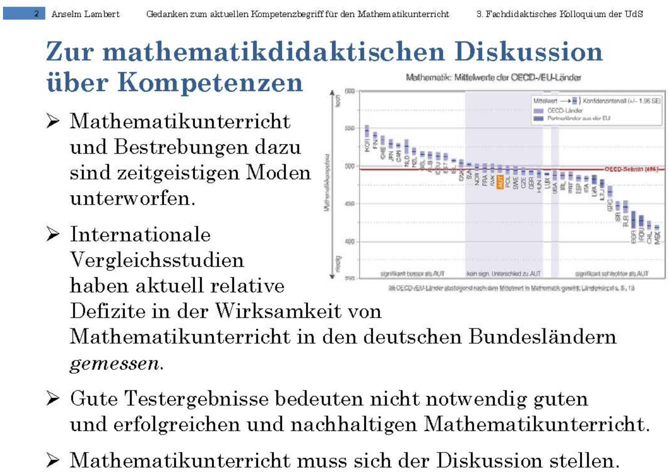
Gedanken zum aktuellen Kompetenzbegriff für den (Mathematik-)**unterricht**

Eingangsstatement zur Podiumsdiskussion im Rahmen des
3. Fachdidaktischen Kolloquiums an der Universität des Saarlandes.

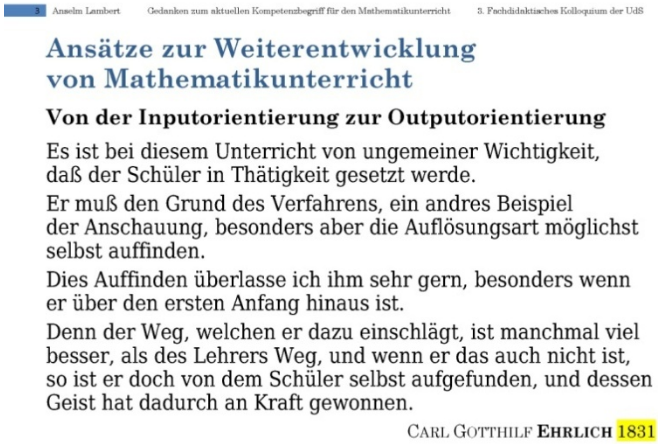
Anselm Lambert, Saarbrücken

Zwei Vorbemerkungen: Unterricht in Schulen ist prinzipiell immer nur systemisch denkbar, mit zahllosen schwer bis gar nicht messtechnisch kontrollierbaren und dennoch relevanten Variablen. Und: Im gebotenen Rahmen müssen das hier zu Sagende plakativ, detailliertere Argumentationen und Belege ausgespart bleiben.

Mathematikunterricht (und Mathematikdidaktik) und vielmehr noch die bildungswissenschaftlichen bzw. bildungspolitischen Bestrebungen zu jenem sind zeitgeistigen Moden unterworfen, wie ein längerfristiger Rückblick leicht offenlegt. Aktueller Stand ist: Internationale Vergleichsstudien haben in den letzten Jahrzehnten wiederholt relative Defizite in der Wirksamkeit des Mathematikunterrichts in den deutschen Bundesländern gemessen. Ich verzichte bewusst darauf, zu sagen „festgestellt“, da dies eine unreflektierte Gleichsetzung eines Mess-Konstrukts mit der Realität bedeuten würde, die zwar weit verbreitet ist („Wie PISA gezeigt hat …“), der ich mich aber nicht anschließe. Insbesondere blenden Studien wie PISA aus testimmanenten Notwendigkeiten manch typische Ziele guten Mathematikunterrichts aus, wie zum Beispiel das Beharrungsvermögen zum Lösen von Problemen. In einem kürzeren Test lässt sich nicht erheben, ob jemand tatsächlich in der Lage ist, sich ggf. einen Monat oder länger an einer Problemlösung festzubeißen – es bleibt unmessbar. Aufgabe einer wissenschaftlichen Mathematikdidaktik bleibt diskursiv normativ und konstruktiv präskriptiv konkret zu bestimmen, was „guter Mathematikunterricht“ sein soll, und nicht nur empirisch deskriptiv festzuhalten, in welchem Maße es einen solchen gibt. Auch bedeuten gute Testergebnisse leider nicht, dass der Mathematikunterricht besser bzw. besser geworden ist – in Japan z. B. haben sich Wirtschaft und Industrie beklagt, dass in den Schulen immer mehr nur Testwissen vermittelt wird, ein die wiederholten Spitzenplätze des Landes bei internationalen Schulvergleichsstudien merkwürdig kontrastierender Befund. Nichtsdestotrotz gibt es den positiven Effekt, dass Mathematikunterricht sich der Diskussion stellen muss, diese auch breit und sogar öffentlich geführt wird und notwendige finanzielle Mittel zur aktiven Weiterentwicklung bereit gestellt werden – zentral für alle Bundesländer wurde u.a. das IQB ge-

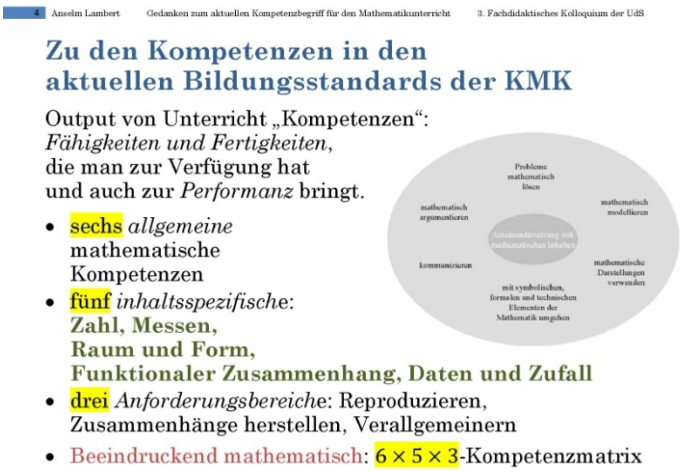


gründet, das sich besonders mit der Implementation von Tests beschäftigt, aber auch flankierende Unterstützungsangebote bereitstellt; im Saarland bringt das Bildungsministerium durch das Landesinstitut für Pädagogik und Medien seit ein paar Jahren, wissenschaftlich begleitet durch den Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik der Universität des Saarlandes, das umfangreiche landesweite Fortbildungsangebot KOSINUS aus, das bisher jeweils ganze Mathematikfachkollegien in fast 50 Schulen mit Sekundarstufe I vor Ort erreicht und über ein Schuljahr begleitet hat, und darauf angelegt ist, in den nächsten Jahren schließlich alle Gymnasien und Gemeinschaftsschulen zu bedienen.

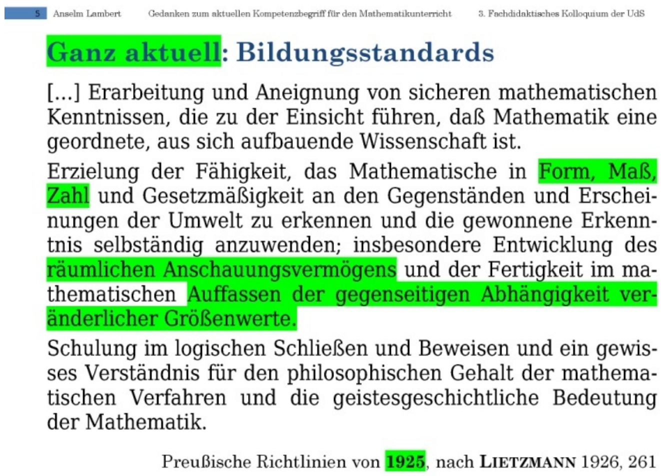


Gemeinsam ist den meisten aktuellen Ansätzen zur Weiterentwicklung von Mathematikunterricht der Perspektivwechsel in einer mainstreamigen Betrachtungsweise zusammengefasst in den Schlagworten: „Weg von der Inputorientierung, hin zur Outputorientierung“ – wobei beim Output allerseits betont wird, dass Mathematik nicht nur ein Produkt ist, sondern stets auch ein Prozess. Nebenbei: Dies ist in der mathematikdidaktischen Literatur eine mindestens zwei Jahrhunderte alte Idee.

Heute sollen der Output von Unterricht erworbene Kompetenzen sein, also (kurz:) näher zu bestimmende diverse Fähigkeiten und Fertigkeiten, die man zur Verfügung hat und auch zur Performanz bringt. Die von der KMK beschlossenen und so für den Unterricht verbindlichen Bildungsstandards – wir betrachten hier nun nur die für die Sekundarstufe I – denken mit diesem Blick Mathematikunterricht als staatliche Institution zum Erwerb von wichtigen Kompetenzen (und deren Zusammenspiel): Einerseits von sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen (mathematisch Argumentieren, Problemlösen, Modellieren, Darstellen, Kommunizieren und mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik Umgehen) und andererseits von inhaltsspezifischen, in fünf mathematischen Leitideen (Zahl, Messen, Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang, Daten und Zufall) gefassten; darüberhinaus werden Anforderungsbereiche (Reproduzieren, Zusammenhänge herstellen, Verallgemeinern und Reflektieren) unterschieden. Insgesamt wird so derzeit eine $6 \times 5 \times 3$-Kompetenzmatrix verpflichtend definiert, d.h. abgegrenzt.



Erwähnenswert ist, dass bereits in den preußischen Lehrplänen für das Gymnasium von 1925 eine vergleichbare Aufteilung der allgemeinen Grundsätze und allgemeinen Lehrziele getroffen wurde, auch wenn das Vokabular ein anderes, vorbildungswissenschaftlich gebildetes war und man die Überprüfung der Zielerreichung den Studienräten vor Ort und nicht einer abgehobenen Testindustrie anvertraute. Nicht vor kam die Leitidee Daten und Zufall, da Wahrscheinlichkeitsrechnung gerade aus dem Lehrplan gestrichen wurde, um Platz für mehr Analysis zu schaffen. Dafür finden sich damals Bildungsziele, die man heute in den administrativ vorgegebenen Bildungsstandards vergeblich sucht, wie z. B. den systematischen Aufbau von Mathematik zu begreifen suchen bzw. die kulturhistorische Bedeutung von Mathematik zu schätzen. Auch spielte Raum in der entsprechenden Leitidee eine größere Rolle, heute wird er vernachlässigt.


5 Anselm Lambert Gedanken zum aktuellen Kompetenzbegriff für den Mathematikunterricht 3. Fachdidaktisches Kolloquium der UdS

Ganz aktuell: Bildungsstandards

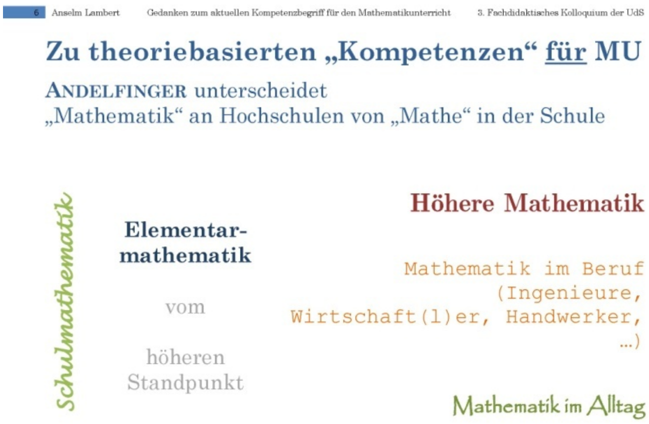
[...] Erarbeitung und Aneignung von sicheren mathematischen Kenntnissen, die zu der Einsicht führen, daß Mathematik eine geordnete, aus sich aufbauende Wissenschaft ist.

Erzielung der Fähigkeit, das Mathematische in Form, Maß, Zahl und Gesetzmäßigkeit an den Gegenständen und Erscheinungen der Umwelt zu erkennen und die gewonnene Erkenntnis selbständig anzuwenden; insbesondere Entwicklung des räumlichen Anschauungsvermögens und der Fertigkeit im mathematischen Auffassen der gegenseitigen Abhängigkeit veränderlicher Größenwerte.

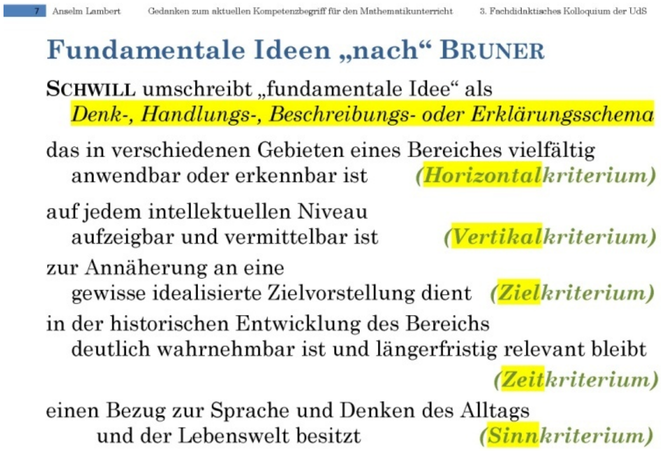
Schulung im logischen Schließen und Beweisen und ein gewisses Verständnis für den philosophischen Gehalt der mathematischen Verfahren und die geistesgeschichtliche Bedeutung der Mathematik.

Preußische Richtlinien von 1925, nach LIETZMANN 1926, 261

Um die Frage zu beantworten, welche Kompetenzen spezifisch im Mathematikunterricht erworben werden können und sollen, ist zunächst jene zu beantworten, was Mathematik ist resp. was sie auszeichnet, wie sie aufgebaut ist, was sie will, wie man sie macht, wo sie herkommt … und damit, was sie für den Mathematikunterricht sein soll. ANDELFINGER unterscheidet „Mathematik" an Hochschulen und in professionellen Anwendungen von „Mathe" in der Schule – im Alltag spielen beide eine Rolle, so dass „Mathe" bei aller Eigenständigkeit auch stets Verständnis für „Mathematik" im Auge haben sollte. Um eine Beschreibung von Mathematik zu liefern, die für den Unterricht fruchtbar sein kann, hat man im Anschluss an BRUNER Theorien „Fundamentaler Ideen" entwickelt, die Auswahlkriterien bereit stellen sollen. Dass diese keine hinreichenden sind, sondern nur Kriterien zur Orientierung liefern, hat der Mathematikunterricht nicht nur in Deutschland schmerzlich bei der damals auch OECD-gepushten Einführung der Mengenlehre und der strukturmathematischen Sichtweisen in die „Mathe" erfahren müssen. Es stand anno dazumal schlicht zu sehr die Orientierung an fachmathematischen Ideen des Produkts Mathematik im Vordergrund, zum eigenen Verstehen notwendige Erkenntnisprozesse wurden ausgeblendet. Um „Mathe" gerecht zu werden bedarf es also weiterer Ideenkategorien. Einen neuen Schub erhielt die Diskussion um Fundamentale Ideen mit der Emanzipation der Informatik als eigenes Fach im allgemeinbildenden Schulunterricht und der im Zuge dessen relevanten Frage „Was sollen wir dort eigentlich unterrichten?".



Aus den teils konsonanten, teils divergierenden Theorien zu fundamentalen Ideen sei hier die von SCHWILL ausgewählt. Er umschreibt „fundamentale Idee" bzgl. eines Gegenstandsbereichs (einer Wissenschaft, eines Teilgebiets) als Denk-, Handlungs-, Beschreibungs- oder Erklärungsschema, das in verschiedenen Gebieten des Bereiches vielfältig anwendbar oder erkennbar ist *(das Horizontalkriterium)*, auf jedem intellektuellen Niveau aufzeigbar und vermittelbar ist *(das Vertikalkriterium)*, zur Annäherung an eine gewisse idealisierte Zielvorstellung dient, die jedoch faktisch möglicherweise unerreichbar ist *(das Zielkriterium)*, in der historischen Entwicklung des Bereichs deutlich wahrnehmbar ist und längerfristig relevant bleibt *(das Zeitkriterium)* und einen Bezug zur Sprache und Denken des Alltags und der Lebenswelt besitzt *(das Sinnkriterium)*.



So lassen sich gewiss die allgemeinen und inhaltsspezifischen mathematischen Kompetenzen der KMK-Bildungsstandards zunächst theoretisch legitimieren: Zahl, Maß, Raum und Form, Zufall und Funktion gehören zur Kategorie „inhaltliche Ideen"; Kommunizieren, Modellieren, Argumentieren, Problemlösen, Darstellen und (bei der KMK leider nur untergeordnet zu finden:) Fragen lassen sich als Schnittstellen – auch eine Kategorie – zwischen Mathematik und Wirklichkeit verstehen, da in und durch diese Tätigkeiten Mathe(matik) wirkt. Vor allem aber verweisen Theorien Fundamentaler Ideen auch auf die (bewussten oder unbewussten?) Auslassungen in den aktuellen Bildungsstandards, da es neben den Schnittstellenideen, die auch für andere Fächer in ihrer je spezifischen Weise relevant sind, und den Inhaltsideen weitere Ideenkategorien gibt z. B. Prozessideen (also: Heuristiken, Strategien, Operationen) und typische mathematische bis metamathematische Tätigkeitsideen (wie Approximieren, Optimieren, Algorithmisieren, Dualisieren, Vernetzen, Ordnen, Strukturieren, Formalisieren, Exaktifizieren, Verallgemeinern, Deduzieren). Ebenso sind Begriffsideen (logische Objekte in Netzen und Ordnungen) und nicht zuletzt Theorieideen (die Einteilung in Gebiete, die Erkenntnis und Begründungskultur und das Verständnis von Mathematik als Sprache bzw. System) in besonderer Weise ausgeprägt. Diese wesentlichen – das meint hier tatsächlich wörtlich: das Wesen der Mathematik berührenden – Aspekte sind in der aktuellen Kompetenzdiskussion so deutlich unterbelichtet, dass man für das Bild von Mathematik, das derzeit vermittelt werden soll – unbestreitbar vermittelt Mathematikunterricht ein Bild von Mathe(matik) – nur schwarz sehen kann – selbst wenn auf Schnittstellen und Inhalte schönes Licht fallen sollte. Zum Abschluss sei noch bemerkt, dass darüber hinaus nichtkognitive Ziele des Mathematikunterrichts von den Theorien zu Fundamentalen Ideen nur unzureichend erfasst sind, und damit zumindest diese theoretische Grundlage nicht haben. Dennoch zählt Beharrlichkeit dazu ☺