



# Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene

## $\gamma$ - $\gamma$ -Winkelkorrelation von $^{22}\text{Na}$ und $^{60}\text{Co}$ und Lebensdauer von Positronen

Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät II  
Physik und Mechatronik  
Arbeitsgruppe Experimentalphysik  
PD Dr. Manfred Deicher  
Karina Limbach

<http://fopra.physik.uni-saarland.de/>

## Vorbereitungsfragen

1. Welche Arten des radioaktiven Zerfalls gibt es? Wie unterscheiden sich  $\beta^-$ - und  $\beta^+$ -Zerfall?
2. Nennen Sie die Wechselwirkungsprozesse zwischen  $\gamma$ -Strahlung und Materie.
3. Was versteht man unter Szintillation? Beschreiben Sie die Funktionsweise eines Szintillationsdetektors.
4. Nennen Sie Gründe für die Verwendung von  $\text{BaF}_2$ -Detektoren bei der Messung der Lebensdauer von Positronen und die Verwendung von  $\text{NaI(Tl)}$ -Detektoren bei der Bestimmung der  $\gamma$ - $\gamma$ -Winkelkorrelation.
5. Begründen Sie, warum Detektoren (zusammen mit der gesamten Messelektronik) bei Messungen eine „Totzeit“ verursachen.
6. Erläutern Sie, warum der Tripletzerfall bei Messungen der Annihilations- $\gamma$ -Quanten im Versuch vernachlässigt werden kann.
7. Was ist qualitativ für die Lebensdauern von Para- und Ortho-Positronium im Vakuum zu erwarten?
8. Nennen Sie die bei  $\gamma$ -Übergängen zu berücksichtigenden Erhaltungssätze.
9. Begründen Sie die Beobachtung von Anisotropie bei  $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzmessungen.
10. Erklären Sie die Begriffe echte Koinzidenz und zufällige Koinzidenz.
11. Benennen Sie die Multipolordnung bei den beiden  $\gamma$ -Übergängen der  $\gamma$ - $\gamma$ -Kaskade von  $^{60}\text{Ni}$ .
12. Stellen Sie die Winkelkorrelationsfunktion der 4-2-0-Kaskade von  $^{60}\text{Ni}$  graphisch dar.

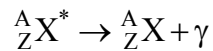
## Einführende Literatur

- T. Mayer-Kuckuck, *Kernphysik*  
6. Auflage (Teubner, Stuttgart 1994)
- W. Demtröder, *Experimentalphysik 4: Kern-, Teilchen- und Astrophysik*  
4. Auflage (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2014)  
<http://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-642-21476-9>
- G. Schatz, A. Weidinger, M. Deicher, *Nukleare Festkörperphysik*  
4. Auflage (Vieweg+Teubner, Wiesbaden 2010)

## 1. Nachweis von $\gamma$ -Strahlung

Bei  $\gamma$ -Strahlung handelt es sich um elektromagnetische Strahlung. Diese wechselwirkt mit Materie wesentlich schwächer als geladene Teilchen und durchdringt diese entsprechend stärker. Energien von  $\gamma$ -Strahlung liegen zwischen einigen keV und einigen MeV.

$\gamma$ -Strahlung entsteht, wenn sich der Atomkern z.B. nach einem  $\alpha$ - bzw.  $\beta$ -Zerfall in einem angeregten Zustand befindet und anschließend in energetisch tiefere Zustände übergeht. Die Emission von  $\gamma$ -Quanten stellt eine Energieänderung des Kerns dar, bedeutet jedoch keine Änderung der Kernladungszahl  $Z$  oder der Nukleonenzahl  $A$ .



Der Nachweis von  $\gamma$ -Strahlung beruht auf deren Wechselwirkungsprozessen mit Materie. Die dominierende Art der Wechselwirkung hängt von der Energie der  $\gamma$ -Quanten sowie der Ordnungszahl des Materials ab.

### 1.1 Wechselwirkungsprozesse von $\gamma$ -Strahlung mit Materie

Je nach Energie wechselwirken  $\gamma$ -Quanten mit Materie (z.B. dem Detektormaterial) über den Photoeffekt, den Compton-Effekt bzw. Paarbildung. Im niederenergetischen Bereich herrschen dabei Photo- und Compton-Effekt vor. Bei hohen Energien von mehreren MeV kommt es überwiegend zur Paarerzeugung. Paarerzeugung spielt bei den im Versuch verwendeten Quellen kaum eine Rolle.

#### 1.1.1 Photoeffekt

Der Photoeffekt bezeichnet die Absorption eines  $\gamma$ -Quants durch ein Hüllenelektron. Hierbei wird die Energie des  $\gamma$ -Quants vollständig absorbiert. Das dadurch emittierte Elektron erfährt eine kinetische Energie, deren Wert sich aus der Differenz der Energie des  $\gamma$ -Quants und der Bindungsenergie des Elektrons bestimmt. Für den Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{ph}$  des Photoeffekts gilt in guter Näherung die Proportionalität

$$\sigma_{ph} \propto E_\gamma^{-2} Z^5 \quad (1)$$

Der Photoeffekt ist besonders bei kleinen Energien der  $\gamma$ -Quanten sowie Materialien mit hoher Kernladungszahl von Bedeutung.

#### 1.1.2 Compton-Effekt

Als Compton-Effekt bezeichnet man die elastische Streuung eines  $\gamma$ -Quants an einem freien Elektron. In einem Festkörper handelt es sich um Streuung an schwach gebundenen Elektronen. Dabei wird ein Teil der Energie des  $\gamma$ -Quants benötigt, um das Elektron aus seiner Bindung zu lösen. Die Bindungsenergie der äußeren Hüllenelektronen kann dabei vernachlässigt werden, weshalb man auch von quasielastischer Streuung spricht. Der Betrag der abgegebenen Energie hängt vom Streuwinkel  $\vartheta$  ab. Bei Rückstreuung um  $\vartheta = 180^\circ$  ist die auf das Elektron übertragene Energie maximal. Da die Elektronendichte ungefähr proportional zur Kernladungszahl ist, ist der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_c$  für Compton-Streuung proportional zur Kernladungszahl. Man erhält damit

$$\sigma_c \propto E_\gamma^{-1} Z \quad (2)$$

Der Compton-Effekt ist im Energiebereich zwischen 1 MeV und 10 MeV und bei Materialien mit niedriger Kernladungszahl der dominierende Absorptionsmechanismus.

### 1.1.3 Paarerzeugung

Beträgt die Energie des  $\gamma$ -Quants mindestens 1022 keV, d.h. zweimal die Ruheenergie eines Elektrons bzw. Positrons, kann im Coulomb-Feld eines Kerns (warum nicht im Vakuum?) ein Elektron-Positron-Paar erzeugt werden. Die 1022 keV überschreitende Energie des  $\gamma$ -Quants wird als kinetische Energie auf das Elektron-Positron-Paar übertragen. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{PE}$  ist gegeben durch

$$\sigma_{PE} \propto Z^2 \ln(2E_\gamma) \quad (3)$$

## 1.2 Szintillationsdetektoren

Zum Nachweis von  $\gamma$ -Strahlung werden in diesem Versuch Szintillationsdetektoren (Abb. 1) verwendet. Die Funktionsweise eines Szintillationsdetektors beruht auf den durch Photo- und Compton-Effekt freigesetzten Elektronen. Ein Szintillationsdetektor besteht aus einem Szintillatorkristall, einem Photomultiplier und einem Vorverstärker. Im Versuch werden zwei verschiedene Arten von Szintillationsdetektoren benutzt, die zur Detektion  $BaF_2$ - und  $NaI(Tl)$ -Kristalle verwenden.

$BaF_2$ -Detektoren zeichnen sich durch eine gute Zeitauflösung, aber eine nur mäßige Energieauflösung aus.  $NaI(Tl)$  Detektoren hingegen zeichnen sich durch eine gute Energieauflösung, aber eine nur mäßige Zeitauflösung aus.

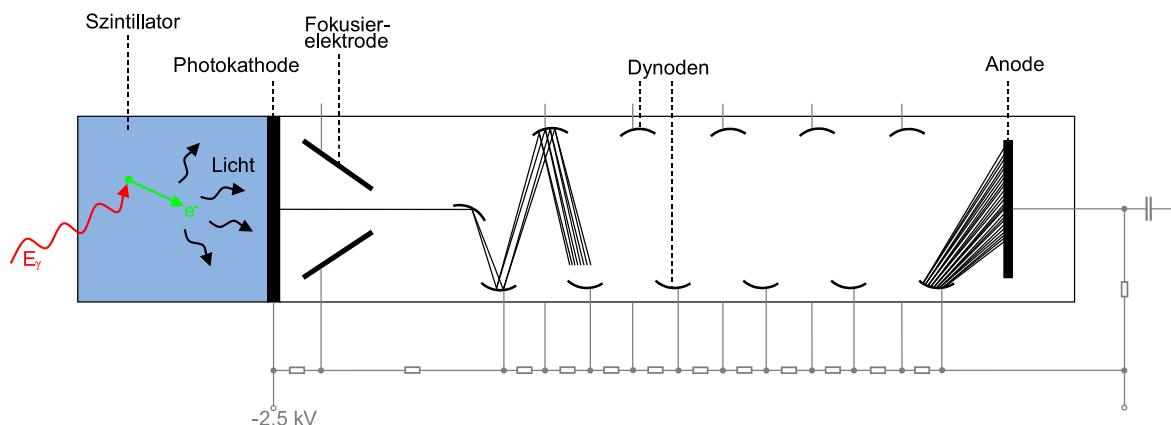


Abb. 1: Schematischer Aufbau eines Szintillationsdetektors aus Szintillator und Photomultiplier.

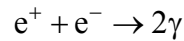
## 2. Lebensdauer von Positronen

Erstes Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der Lebensdauer von Positronen in Plexiglas. Die Lebensdauer ist eine materialabhängige Größe, die von der Elektronendichte am Ort des Positrons abhängt.

### 2.1 Annihilation

Das Positron  $e^+$  ist das Antiteilchen des Elektrons  $e^-$ . Beide vernichten sich gegenseitig, wenn sie zusammentreffen. Ihre Massen werden dabei entsprechend der Äquivalenz von Masse und Energie  $E = mc^2$  in Energie umgewandelt. Diesen Vorgang bezeichnet man als Annihilation oder Paarvernichtung. Die Anzahl der dabei emittierten  $\gamma$ -Quanten hängt von dem Gesamtspin der beiden Teilchen ab. Positron und Elektron besitzen Spin  $S_e = 1/2$  und können folglich zu einem Gesamtspin  $I = 1$  oder  $I = 0$  koppeln.  $\gamma$ -Quanten besitzen Spin  $S_\gamma = 1$ . Dementsprechend können Positron und Elektron entweder in drei ( $I = 1$ ) oder in zwei ( $I = 0$ )  $\gamma$ -Quanten zer-

strahlen. Entsprechend der Entartung der Magnetquantenzahl spricht man von Triplett- bzw. Singulettzerfall. Der Zerfall in nur ein  $\gamma$ -Quant ist aufgrund der Impulserhaltung nicht möglich. Die Zerfallsrate des Singulettzerfalls ist wesentlich höher als die des Triplettzerfalls. Der Triplettzerfall kann daher meist vernachlässigt werden. Unter der Annahme, dass sich das Positron-Elektron-System in Ruhe befindet, werden aufgrund des Impulserhaltungssatzes beim Singulettzerfall beide  $\gamma$ -Quanten der Energie 511 keV unter einem Winkel von  $180^\circ$  zueinander emittiert.

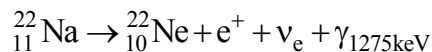


Neben dem zuvor beschriebenen Fall freier Positron-Elektron-Paare können Positron und Elektron auch eine wasserstoffähnliche Bindung eingehen, in welcher das Positron an die Stelle des Protons tritt. Dieser Bindungszustand wird als Positronium bezeichnet. Auch im Falle der Bildung des Positroniums sind zwei Zustände zu unterscheiden. Sind die Spins beider Teilchen parallel, so spricht man vom Orthopositronium (Triplettzustand); sind sie antiparallel, so spricht man vom Parapositronium (Singulettzustand). Die Lebensdauern von Ortho- und Parapositronium sind materialabhängig.

## 2.2 Positronenquelle und Messprinzip

Positronen entstehen beim  $\beta^+$ -Zerfall oder bei der Paarerzeugung. Im Versuch wird der  $\beta^+$ -Zerfall des  $^{22}\text{Na}$  als Positronenquelle genutzt. Um die Lebensdauer von Positronen bestimmen zu können, muss man die Zeitpunkte der Entstehung und der Vernichtung eines Positrons festlegen. Der Zeitpunkt der Entstehung des Positrons beim Zerfall des  $^{22}\text{Na}$  lässt sich dadurch bestimmen, dass das Isotop praktisch gleichzeitig mit der Entstehung eines Positrons ein  $\gamma$ -Quant emittiert. Dieses  $\gamma$ -Quant wird detektiert und dient der Messung als Start-Ereignis. Zur Bestimmung des Zeitpunktes der Vernichtung des Positrons werden  $\gamma$ -Quanten der Anihilation ( $E_{\text{Stopp}} = 511 \text{ keV}$ ) detektiert. Diese dienen der Messung als Stopp-Ereignis.

Um die Lebensdauer von Positronen zudem in kurzen Messzeiten ausreichend gut bestimmen zu können, benötigt man eine Quelle hoher Positronenausbeute, wie z.B. das verwendete  $^{22}\text{Na}$ . Das Isotop zerfällt zu 90% unter Emission von Positronen mit einer Maximalenergie von 544 keV zu  $^{22}\text{Ne}$ . Die verbleibenden 10% der Zerfälle geschehen unter Elektroneneinfang. Dabei zerfällt  $^{22}\text{Na}$ , wie Abb. 2 zu entnehmen ist, nur zu einem sehr geringen Anteil (0,038%) unmittelbar in den Grundzustand des  $^{22}\text{Ne}$ . Der Großteil des  $^{22}\text{Na}$  zerfällt über einen angeregten Zustand des  $^{22}\text{Ne}$ . Die Halbwertszeit dieses angeregten Zustands beträgt 3,63 ps und das emittierte  $\gamma$ -Quant ist damit als Signal für die Entstehung eines Positrons geeignet. Der angeregte Zustand des  $^{22}\text{Ne}$  geht unter Emission eines  $\gamma$ -Quants der Energie 1275 keV in den Grundzustand über. Dieses  $\gamma$ -Quants dient als das zuvor beschriebene Start-Ereignis. Es gilt die Reaktionsgleichung



## 2.3 Lebendauerspektrum

Wenn ein Positron zum Zeitpunkt  $t = 0$  in ein homogenes Material implantiert wird und es genau einen Positronenzustand gibt, der durch die Lebensdauer  $\tau$  charakterisiert ist, ist die Wahrscheinlichkeit der Vernichtung zum Zeitpunkt  $t$  gegeben durch

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{für } t > 0 \\ P(t) &= 0 \quad \text{für } t < 0 \end{aligned} \tag{4}$$

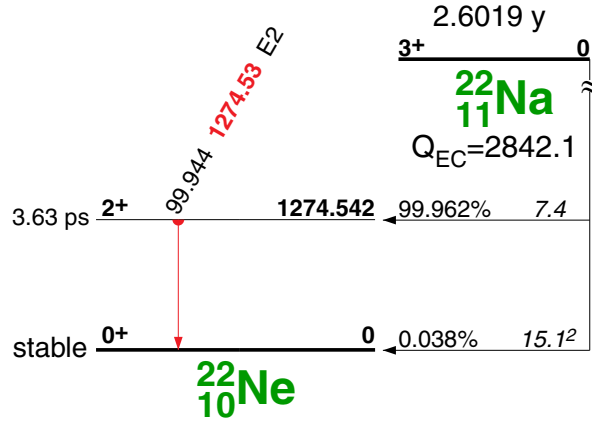


Abb. 2: Niveauschema des  $\beta^+$ -Zerfalls von  $^{22}\text{Na}$  zu  $^{22}\text{Ne}$  [1].

Die Detektoren können aber einen Zeitpunkt nur mit einer begrenzten Genauigkeit  $\Delta t$  erfassen, was durch die Zeitauflösungsfunktion des verwendeten Detektorpaares zu berücksichtigen ist.

$$P_{Det}(t') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta t} \cdot e^{-\frac{1}{2}\frac{t'^2}{\Delta t^2}} \quad (5)$$

Die gemessene Funktion der Zählereignisse ergibt sich aus der Faltung der beiden Wahrscheinlichkeitsfunktionen sowie der Zahl  $N_0$  der während der Messdauer insgesamt implantierten Positronen:

$$\begin{aligned} N(t, \tau) &= N_0 \int P_{Det}(t') \cdot P(t-t') dt' = \frac{N_0}{\tau} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta t} \cdot \int_{-\infty}^t e^{-\frac{1}{2}\frac{t'^2}{\Delta t^2}} \cdot e^{-\frac{t-t'}{\tau}} dt' \\ &= \frac{N_0}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot e^{\frac{1}{2}\frac{\Delta t^2}{\tau^2}} \cdot \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\Delta t}{\tau} - \frac{t}{\Delta t}\right)\right) \end{aligned} \quad (6)$$

Hierbei ist die Funktion  $\operatorname{erfc}(x)$  das komplementäre Gauß'sche Fehlerintegral:

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-x'^2} dx' \quad (7)$$

Existieren in einem Material mehrere Positronenzustände mit den Anteilen  $\alpha_i$ , die durch unterschiedliche Positronenlebensdauern  $\tau_i$  charakterisiert sind, dann ergibt sich für die Funktion der Zählereignisse

$$N(t) = \sum \alpha_i N(t, \tau_i) \quad \text{mit} \quad \sum \alpha_i = 1. \quad (8)$$

In einem realen Versuchsaufbau besteht noch eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Koinzidenzereignis dadurch zustande kommt, dass beide Detektoren ein 511 keV Ereignis erfasst haben, sowie für zufällige Koinzidenzereignisse. Die vollständige Funktion zur Beschreibung des Positronenlebensdauerspektrums ergibt sich demnach zu

$$N(t) = \sum \alpha_i N(t, \tau_i) + A \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta t} e^{-\frac{1}{2}\frac{t^2}{\Delta t^2}} + B \quad (9)$$

### 3. $\gamma$ - $\gamma$ -Winkelkorrelation

Zweites Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der Winkelkorrelation zwischen zwei emittierten  $\gamma$ -Quanten eines Kernzerfalls. Die Winkelkorrelation ist eine Eigenschaft, die vom jeweiligen Kernzustand abhängt.

Die Wahrscheinlichkeit der Emission von  $\gamma$ -Quanten durch einen angeregten Kern hängt vom Winkel zwischen der Achse des Kernspins und der Richtung der Emission des  $\gamma$ -Quants ab. Damit dies im Experiment beobachtbar ist, werden bei der Methode der  $\gamma$ - $\gamma$ -Winkelkorrelation zur Bestimmung der Winkelverteilung nur solche Kerne ausgewählt, die eine bestimmte Orientierung im Raum aufweisen, also in einer Vorzugsrichtung liegen. Dies lässt sich mit Kernen erreichen, die durch sukzessive Emission zweier  $\gamma$ -Quanten zerfallen.

#### 3.1 $\gamma$ -Zerfall und Erhaltungssätze

Kerne besitzen diskrete Energieniveaus mit Gesamtdrehimpuls  $\vec{I}$  und Parität  $\pi$ . Beim Übergang von einem höheren in ein niedrigeres Niveau werden  $\gamma$ -Quanten oder Konversionselektronen emittiert. Beim Übergang vom Anfangszustand  $(I_i, M_i, \pi_i)$  zum Endzustand  $(I_f, M_f, \pi_f)$  wird ein Photon mit den Quantenzahlen  $(l, m, \pi)$  emittiert.

Die Emission eines  $\gamma$ -Quants ist äquivalent zur Emission einer elektromagnetischen Welle der Energie  $h\nu$ . Die Entwicklung einer solchen elektromagnetischen Welle nach sphärischen Multipolfeldern liefert Funktionen mit definiertem  $\vec{l}$  und  $\pi$ . Aus den Maxwellgleichungen lassen sich die normierte Winkelverteilungsfunktionen  $F_{lm}(\mathcal{G})$  herleiten.

$$F_{lm}(\mathcal{G}) = \frac{|\hat{L}Y_{lm}|^2}{\sum_{\tilde{m}} |\hat{L}Y_{l\tilde{m}}|^2} \quad (10)$$

Tab. 1 zeigt die Winkelverteilungsfunktionen für reine Dipol- und Quadrupol-Übergänge.

#### 3.2 Winkelkorrelation

Ein Anfangszustand  $|I_i, M_i\rangle$  zerfällt unter Emission eines  $\gamma$ -Quants  $\gamma_1$  in den Zwischenzustand  $|I, M\rangle$ . Dieser Zwischenzustand zerfällt unter Emission eines weiteren  $\gamma$ -Quants  $\gamma_2$  in den Endzustand  $|I_f, M_f\rangle$ . Da das  $\gamma$ -Quant ein Teilchen mit Spin  $I = 1$  ist, die  $z$ -Komponente des Photonenspins aber nur parallel oder antiparallel zur Ausbreitungsrichtung ( $z$ -Achse) orientiert sein kann (d.h.  $m = \pm 1$ , aber nicht 0), ergibt sich für die Emissionswahrscheinlichkeit des  $\gamma$ -Quants relativ zur Kernspinorientierung eine anisotrope Verteilung. Da aber in einer radioaktiven Quelle typischerweise  $10^{12}$  Kerne statistisch orientiert vorliegen, erfolgt die beobachtete Emission von  $\gamma$ -Strahlung aus der radioaktiven Quelle trotzdem isotrop.

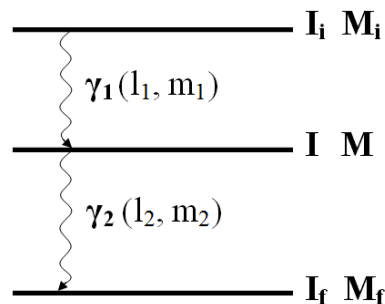
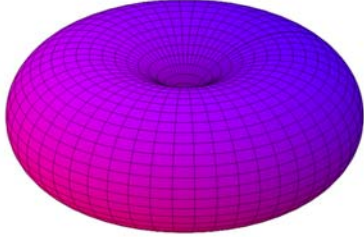
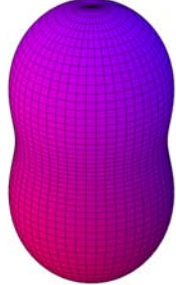
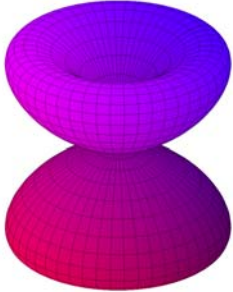
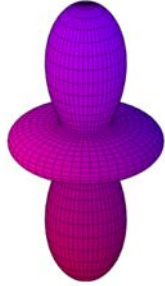
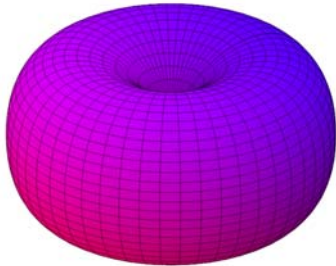


Abb. 3: Schematische Darstellung einer  $\gamma$ -Kaskade zwischen einem Anfangszustand  $i$  und einem Endzustand  $f$ .

Tab. 1: Ausstrahlcharakteristiken reiner Dipol- und Quadrupol-Übergänge.

Drehimpuls-Quantenzahl	Magnet-Quantenzahl	$F_{lm}(\vartheta)$	
Dipol $l = 1$	$m = 0$	$\frac{1}{2} \sin^2(\vartheta)$	
	$m = \pm 1$	$\frac{1}{4} (1 + \cos^2(\vartheta))$	
Quadrupol $l = 2$	$m = 0$	$\frac{3}{2} \sin^2(\vartheta) \cos^2(\vartheta)$	
	$m = \pm 1$	$\frac{1}{4} (1 - 3 \cos^2(\vartheta) + 4 \cos^4(\vartheta))$	
	$m = \pm 2$	$\frac{1}{4} (1 - \cos^4(\vartheta))$	



Wird von einem Kaskadenzerfall das erste  $\gamma$ -Quant mit einem Detektor nachgewiesen, so bedeutet dies, dass die Wahrscheinlichkeit der Spinorientierung des emittierenden Kerns nicht isotrop verteilt sein kann. Die Emission des zweiten  $\gamma$ -Quants von Kernen, für die die Emission des ersten  $\gamma$ -Quants mit einem Detektor (in  $z$ -Richtung des beschreibenden Koordinatensystems) nachgewiesen wurde, erfolgt somit nicht mehr isotrop.

Eine quantitative Beschreibung der  $\gamma$ - $\gamma$ -Winkelkorrelation geht von einer Gleichbesetzung der  $|I_i, M_i\rangle$ -Zustände bezüglich der Quantenzahl  $M_i$  aus (entspricht der isotropen Wahrscheinlichkeitsverteilung der Kernspinorientierung). Die Besetzungswahrscheinlichkeit des Zustands  $|I, M\rangle$  berechnet sich über

$$P(M) = \sum_{M_i} G(M_i \rightarrow M) F_{l_1 m_1}(\vartheta_1) \quad (11)$$

wobei  $G(M_i \rightarrow M)$  die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, dass der Zustand  $|I_i, M_i\rangle$  in den Zustand  $|I, M\rangle$  übergeht. Die Funktion  $F_{l_1 m_1}(\vartheta_1)$  beschreibt die Emissionswahrscheinlichkeit als Funktion des Winkels  $\vartheta_1$  zur  $z$ -Achse für  $\gamma$ -Quanten der Multipolarität  $l_1$  mit der Orientierungsquantenzahl  $m_1$ , für die wegen der Drehimpulserhaltung  $m_1 = M_i - M$  gelten muss. Eine Multipolarität  $l > l$  bedeutet, dass das Photon neben dem Eigendrehimpuls zusätzlich noch Bahndrehimpuls transportiert, was anschaulich bedeutet, dass das  $\gamma$ -Quant nicht von Zentrum des Kerns emittiert wird. Dies ist notwendig, wenn die Differenz der Drehimpulsquantenzahlen von Anfangs- und Endzustand größer als 1 ist. Das ändert aber nichts an der Bedingung  $m = \pm 1$  für das Photon bezüglich dessen Emissionsrichtung. Wird nun das erste  $\gamma$ -Quant in  $z$ -Richtung detektiert, ergibt sich für die Besetzungswahrscheinlichkeit

$$P(M) = \sum_{M_i} G(M_i \rightarrow M) F_{l_1 \pm 1}(0) \quad (12)$$

Ausgangslage für die Emission des zweiten  $\gamma$ -Quants ist die Besetzungsverteilung  $P(M)$  des Zwischenzustands. Für die Emissionswahrscheinlichkeit des zweiten  $\gamma$ -Quants als Funktion des Winkels  $\vartheta$  zur  $z$ -Achse (also zur Emissionsrichtung des ersten  $\gamma$ -Quants) erhält man somit

$$W(\vartheta) \propto \sum_{M, M_f} P(M) G(M \rightarrow M_f) F_{l_2 m_2}(\vartheta) \quad (13)$$

Die Übergangswahrscheinlichkeiten  $G(M_i \rightarrow M)$  und  $G(M \rightarrow M_f)$  berücksichtigen die Drehimpulserhaltung beim  $\gamma$ -Zerfall und lassen sich mit Hilfe der Wigner-3j-Symbole (entspricht im Wesentlichen den Clebsch-Gordan-Koeffizienten) darstellen:

$$G(M_i \rightarrow M) \propto \sum_{M_i} \left( \begin{array}{ccc} I_i & l_1 & I \\ -M_i & m_1 & M \end{array} \right)^2 \quad G(M \rightarrow M_f) \propto \sum_{M_i} \left( \begin{array}{ccc} I & l_2 & I_f \\ -M & m_2 & M_f \end{array} \right)^2 \quad (14)$$

Für die Winkelkorrelationsfunktion  $W(\vartheta)$  erhält man somit aus Gleichungen (12) bis (14)

$$W(\vartheta) \propto \sum_{M_i, M, M_f} \left( \begin{array}{ccc} I_i & l_1 & I \\ -M_i & m_1 & M \end{array} \right)^2 F_{l_1 \pm 1}(0) \left( \begin{array}{ccc} I & l_2 & I_f \\ -M & m_2 & M_f \end{array} \right)^2 F_{l_2 m_2}(\vartheta) \quad (15)$$

### 3.2.1 Die 0-1-0 - Kaskade

Diese  $\gamma$ - $\gamma$ -Kaskade ist ein vereinfachtes, in der Natur nicht vorkommendes Beispiel für Übergänge mit  $\Delta I = 1$ , also Dipolübergänge mit den Multipolaritäten  $l_1 = l_2 = 1$ . Der direkte Übergang vom angeregten Zustand  $|I_i = 0, M_i = 0\rangle$  des Kernspins in den Grundzustand  $|I_f = 0, M_f = 0\rangle$  ist nicht möglich (Warum?).

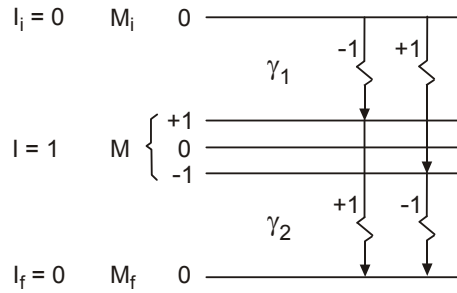


Abb. 4: Zerfallsschema in der 0-1-0-Kaskade [2].

Wird die Quantisierungsachse in Emissionsrichtung des ersten  $\gamma$ -Quants (also  $\vartheta_1 = 0$ ) gewählt, so kann aufgrund der Abstrahlcharakteristik eines Dipols für den Zwischenzustand  $|I = 1, m = 0\rangle$  nicht realisiert werden, die Besetzung der Zustände  $|I = 1, m = \pm 1\rangle$  ist aufgrund der Symmetrie der Abstrahlcharakteristik übereinstimmend. Wird die Emission des zweiten  $\gamma$ -Quants in Koinzidenz mit der  $\gamma_1$ -Emission gemessen, ergibt sich folglich eine anisotrope Nachweiswahrscheinlichkeit für ein solches Koinzidenz-Ereignis. Quantitativ wird dies mit der Winkelkorrelationsfunktion beschrieben, die sich für diesen Spezialfall einfach berechnen lässt:

$$\begin{aligned}
 W(\vartheta) &\propto \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}^2 F_{11}(0) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}^2 F_{1-1}(\vartheta) \\
 &+ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^2 F_{1-1}(0) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^2 F_{11}(\vartheta) \\
 &\propto \frac{1}{3} F_{11}(0) \frac{1}{3} F_{1-1}(\vartheta) + \frac{1}{3} F_{1-1}(0) \frac{1}{3} F_{11}(\vartheta) \\
 &\propto (1 + \cos^2(\vartheta))
 \end{aligned} \tag{16}$$

Da in Bezug auf die gewählte Quantisierungsachse das erste  $\gamma$ -Quant mit  $m_1 = \pm 1$  emittiert wurde, musste das zweite  $\gamma$ -Quant mit  $m_1 = \mp 1$  emittiert werden. Die Winkelkorrelationsfunktion ist in Abb. 5 dargestellt, hierin beschreibt die „Länge“  $W(\vartheta)$  des Radiusvektors die Wahrscheinlichkeit pro Raumwinkeleinheit, dass beide  $\gamma$ -Quanten der Kaskade unter dem Winkel  $\vartheta$  emittiert werden.

### 3.2.2 Die 4-2-0 - Kaskade von $^{60}\text{Ni}$

Ein in der Natur vorkommendes Beispiel ist die  $\gamma$ - $\gamma$ -Kaskade von  $^{60}\text{Ni}$ , an welchem sich die Winkelkorrelation gut experimentell zeigen lässt. An diesem Kern wurde 1950 auch zum ersten Mal die anisotrope Winkelverteilung beim  $\gamma$ -Zerfall experimentell nachgewiesen [3].  $^{60}\text{Ni}$  entsteht durch  $\beta^-$ -Zerfall aus  $^{60}\text{Co}$  und befindet sich nach dem Zerfall zunächst in einem angeregten Zustand. Dieser zerfällt über eine  $\gamma$ - $\gamma$ -Kaskade in den Grundzustand. Die Energie des ersten  $\gamma$ -Quants ( $\gamma_1$ ) beträgt 1173 keV, die des zweiten  $\gamma$ -Quants ( $\gamma_2$ ) 1333 keV (Abb. 6). Im Versuch wird als radioaktive Quelle ein umschlossenes  $^{60}\text{Co}$ -Präparat, dessen Umman- telung aus Plexiglas besteht, verwendet.

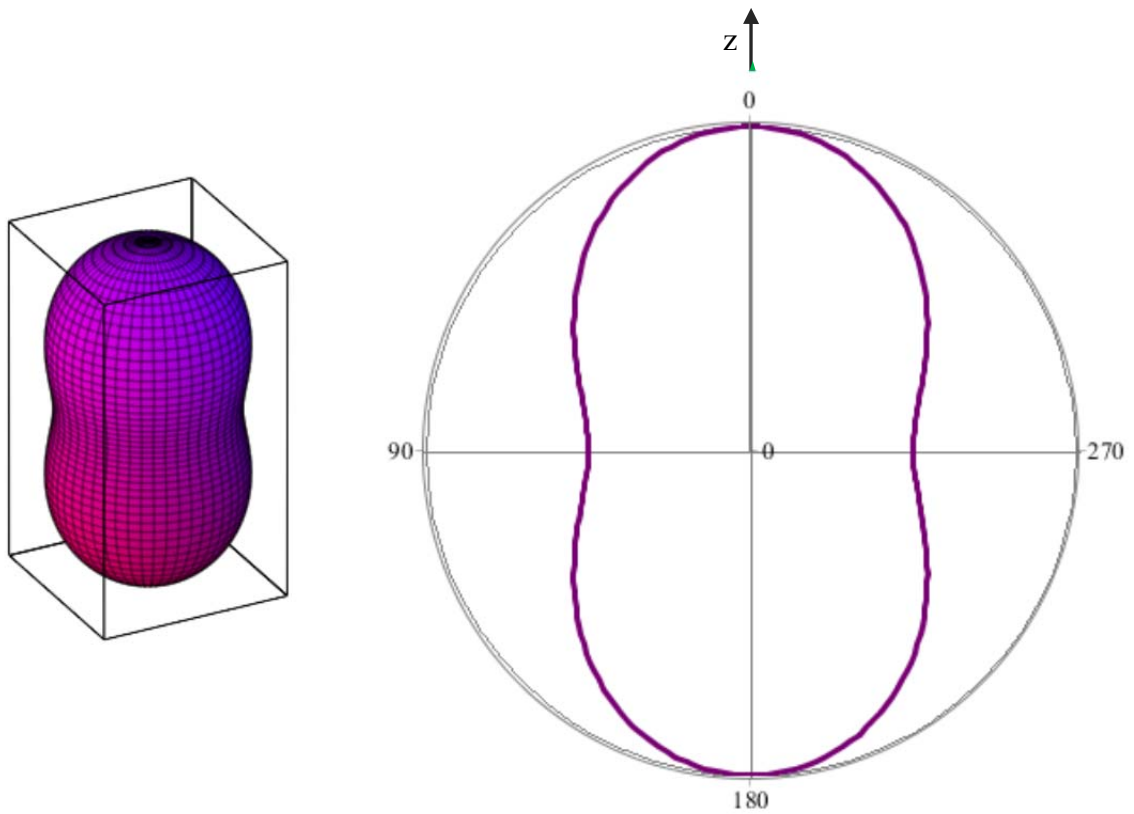


Abb. 5: Winkelkorrelationsfunktion in der 0-1-0 – Kaskade.

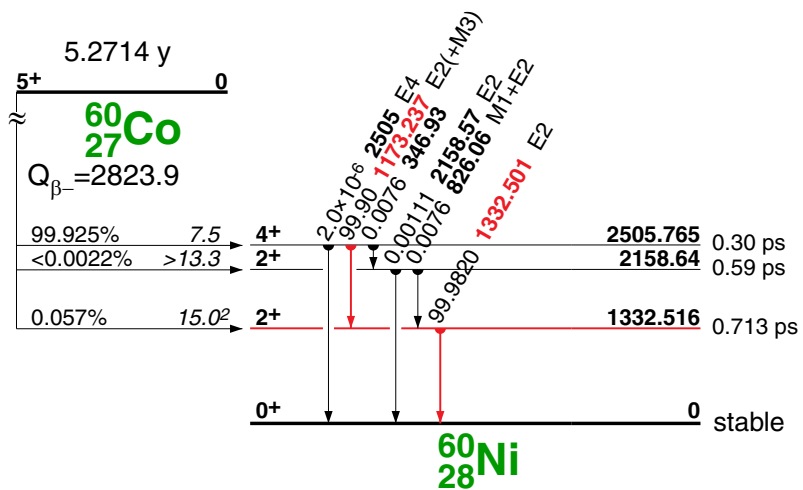


Abb. 6: Niveauschema von  $^{60}\text{Ni}$  nach dem  $\beta^-$ -Zerfall von  $^{60}\text{Co}$  [1].

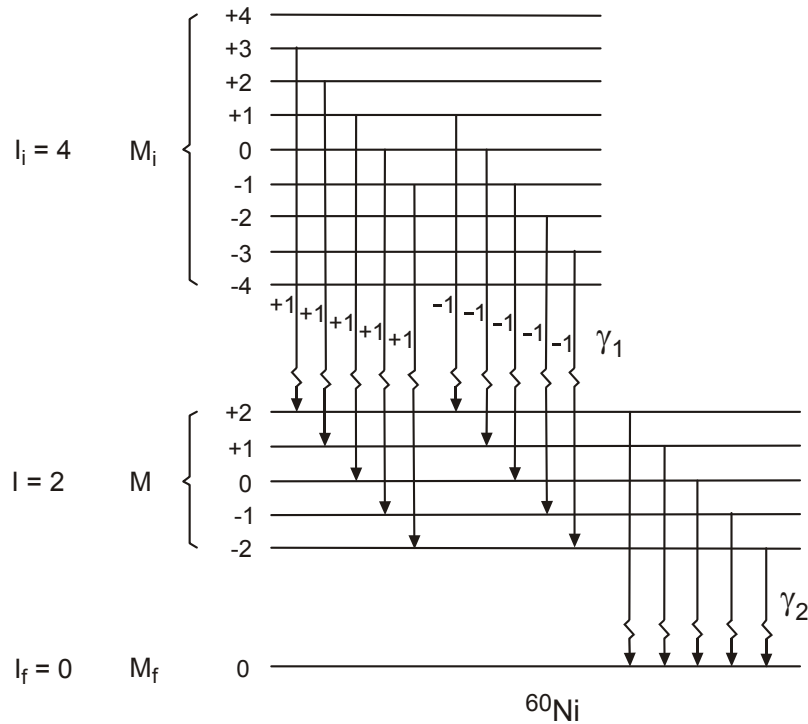


Abb. 7: Mögliche Übergänge in  $^{60}\text{Ni}$  bei der Wahl der Quantisierungsachse in Richtung des ersten  $\gamma$ -Quants [2].

Zur quantitativen Beschreibung wird, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, die Quantisierungsachse in Richtung der Emission des ersten  $\gamma$ -Quants gewählt. Auch in diesem Fall können dann nur Übergänge mit  $\Delta M = \pm 1$  erfolgen, wodurch sich eine Ungleichbesetzung der  $M$ -Zustände des Zwischenzustands ergibt. Das zweite  $\gamma$ -Quant weist demzufolge eine anisotrope Emissionswahrscheinlichkeit bezüglich der Emissionsrichtung des ersten  $\gamma$ -Quants auf.

Die Berechnung der Winkelkorrelationsfunktion  $W(\vartheta)$  erfolgt in analoger Weise wie im Fall der hypothetischen 0-1-0 – Kaskade, ist aber etwas aufwändiger. Man erhält schließlich

$$\begin{aligned}
 W(\vartheta) &= A_0 \left( 1 + A_2 \cos^2(\vartheta) + A_4 \cos^4(\vartheta) \right) \\
 &= 1 + A_2^p P_2(\cos(\vartheta)) + A_4^p P_4(\cos(\vartheta)) \\
 &= A_0' \cdot \left( 1 + A_2' \cos(2\vartheta) + A_4' \cos(4\vartheta) \right)
 \end{aligned} \tag{17}$$

Die Koeffizienten  $A_2 = 1/8$  und  $A_4 = 1/24$  werden als Anisotropiekoeffizienten bezeichnet und beschreiben die Abweichung von einer isotropen Winkelverteilung.

$P_n(\cos(\vartheta))$  sind die Legendre-Polynome:

$$\begin{aligned}
 P_2(\cos(\vartheta)) &= \frac{1}{2} \left( 3 \cos^2(\vartheta) - 1 \right) \\
 P_4(\cos(\vartheta)) &= \frac{1}{8} \left( 35 \cos^4(\vartheta) - 30 \cos^2(\vartheta) + 1 \right)
 \end{aligned} \tag{18}$$

Welche der Darstellungen in Gl. (17) zu verwenden ist, entscheidet die Zweckmäßigkeit. Zwischen den Koeffizienten bestehen folgende Zusammenhänge:

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \left(1 + \frac{1}{3}A_2 + \frac{1}{5}A_4\right)^{-1} = \frac{20}{21} & A'_0 &= 1 + \frac{1}{4}A_2^p + \frac{9}{64}A_4^p = \frac{115}{112} \\
 A_2^p &= \frac{2}{3}A_0 \left(A_2 + \frac{6}{7}A_4\right) = \frac{5}{49} & A'_2 &= \frac{1}{A'_0} \left(\frac{3}{4}A_2^p + \frac{5}{16}A_4^p\right) = \frac{16}{207} \\
 A_4^p &= \frac{8}{35}A_0A_4 = \frac{4}{441} & A'_4 &= \frac{1}{A'_0} \cdot \frac{35}{64}A_4^p = \frac{1}{207}
 \end{aligned} \tag{19}$$

Die numerischen Werte gelten unter der Annahme, dass sowohl die Detektoren als auch die Quelle punktförmig sind.

### 3.3 Effektive Winkelkorrelationskoeffizienten

Die Winkelkorrelationskoeffizienten nach Gl. (17) wären nur zu messen, wenn man „punktförmige“ Detektoren sowie eine punktförmige  $^{60}\text{Co}$ -Quelle verwenden würde, also Detektoren, die ein Raumwinkelement  $\Delta\Omega \approx 0$  erfassen würden. Reale Detektoren erfassen aber immer ein endliches Raumwinkelement, so dass damit für jeden eingestellten Detektorwinkel der für beide Detektoren über dieses Raumwinkelement gemittelter Wert der Winkelkorrelationsfunktion gemessen wird. Um die effektiven Winkelkorrelationskoeffizienten zu berechnen, ist die Kenntnis der Nachweiseffizienz  $\varepsilon(\vartheta')$  als Funktion des Einfallwinkels  $\vartheta'$  der  $\gamma$ -Strahlung erforderlich (siehe Abb. 8).

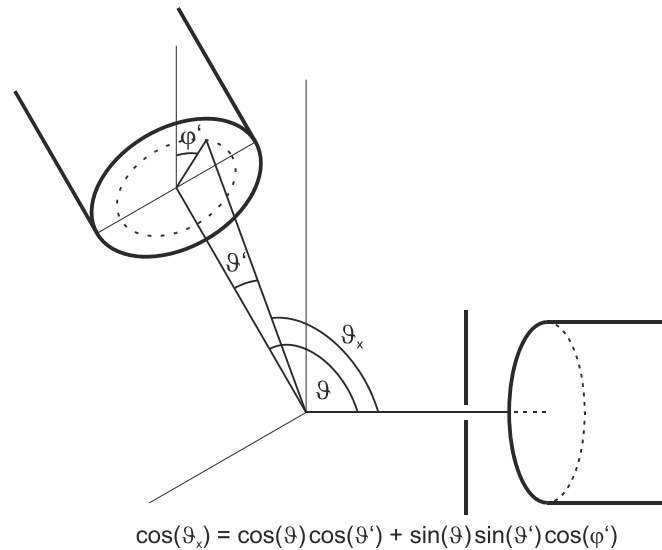


Abb. 8: Veranschaulichung der Winkel, die zur Berechnung der effektiven Winkelkorrelationskoeffizienten verwendet werden.

Die Funktion  $\varepsilon(\vartheta')$  lässt sich experimentell bestimmen (siehe Aufgabe 6). Nimmt man zunächst an, dass ein „punktförmiger“ und ein ausgedehnter Detektor verwendet werden, ergibt sich die effektive Winkelkorrelationsfunktion  $\tilde{W}(\vartheta)$  dann zu

$$\tilde{W}(\vartheta) = \frac{\int \varepsilon(\vartheta') \cdot W(\vartheta_x) d\Omega'}{\int \varepsilon(\vartheta') d\Omega'} = \frac{\int \varepsilon(\vartheta') \cdot W(\vartheta, \vartheta', \varphi') d\Omega'}{\int \varepsilon(\vartheta') d\Omega'} \tag{20}$$

Dies lässt sich für zylindrische Detektoren am Einfachsten berechnen, wenn  $W(\vartheta)$  mit Hilfe der Legendre-Polynome dargestellt wird, denn dann lassen sich die effektiven Winkelkorrelationskoeffizienten direkt berechnen:

$$\tilde{A}_n^p = A_n^p \frac{\int \varepsilon(\vartheta') P_n(\cos(\vartheta')) \sin(\vartheta') d\vartheta'}{\int \varepsilon(\vartheta') \sin(\vartheta') d\vartheta'} = A_n^p \cdot f_n \quad (21)$$

Bei der Verwendung zweier ausgedehnter, baugleicher Detektoren erhält man schließlich

$$A_n^{p,eff} = A_n^p \cdot f_n^2 \quad (22)$$

### 3.4 Experimentelle Bestimmung der Winkelkorrelationsfunktion

Die Zahl  $N'$  der mit einem Detektor registrierten Ereignisse hängt von der Messzeit  $T$ , der Aktivität der  $^{60}\text{Co}$ -Quelle  $A$ , dem vom Detektor erfassten Raumwinkel  $\Omega$  und der (energieabhängigen) Nachweiswahrscheinlichkeit  $\varepsilon'$  des Detektors ab. An einem nachfolgenden Zähler wird allerdings nur der Anteil  $f$  der Ereignisse in einem Energieintervall registriert, das durch den vorgeschalteten Einkanal-Diskriminator (SCA, s. Anhang) selektiert wird.

$$N = N'f = (AT)(\varepsilon'\Omega)f = N_0\varepsilon \quad (23)$$

$N_0$  entspricht der Zahl der während der Messzeit zerfallenen Kerne, die Größe  $\varepsilon$  kann man als die effektive Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors unter der gegebenen Anordnung von Quelle und Detektor auffassen, die auch das durch den SCA definierte Energiefenster berücksichtigt. Die Zahl  $N_k$  der Koinzidenzereignisse ergibt sich daraus, dass von einem  $^{60}\text{Co}$ -Zerfall beide nachfolgend emittierten  $\gamma$ -Quanten mit zwei verschiedenen Detektoren nachgewiesen werden müssen. Unter Berücksichtigung der Winkelkorrelationsfunktion erhält man

$$N_k(\vartheta) = N_0\varepsilon_1\varepsilon_2 \cdot W(\vartheta). \quad (24)$$

Zur Bestimmung der Winkelkorrelationsfunktion ist es zweckmäßig, die dritte Darstellungsvariante aus Gl. (17) zu verwenden. Zunächst lässt sich aus den Zählereignissen beider Detektoren  $N_1$  und  $N_2$  und die Zahl der Koinzidenzereignisse  $N_k$  die Größe

$$Q(\vartheta) = \frac{N_k}{N_1N_2} = \frac{1}{N_0} W(\vartheta) \quad (25)$$

bestimmen. Wird dabei – wie gefordert –  $Q(\vartheta)$  im Intervall  $90^\circ \leq \vartheta \leq 180^\circ$  mit konstanter Winkelschrittweite und konstanter Messzeit bestimmt, kann über den Mittelwert

$$Q = \langle Q(\vartheta) \rangle = \frac{1}{N_0} \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W(\vartheta_i) = \frac{A_0^{eff}}{N_0} \approx \frac{1}{N_0} \quad (26)$$

zunächst die Größe  $N_0$  und daraus die Aktivität der Quelle bestimmt werden, hierfür kann  $A_0^{eff} \approx 1$  angenommen werden. Werden die Daten aus Gl. (25) mit dem Wert aus Gl. (26) normiert, erhält man

$$\frac{Q(\vartheta)}{Q} = 1 + A_2' \cos(2\vartheta) + A_4' \cos(4\vartheta) \approx 1 + A_2' \cos(2\vartheta), \quad (27)$$

woraus durch Anpassung der Anisotropiekoeffizient  $A_2'$  bestimmen werden kann. Der Koeffizient  $A_4' \ll A_2'$  kann im Rahmen der im Versuch erreichbaren Messgenauigkeit nicht bestimmt werden.

## 4. Aufgaben

Zur Durchführung der verschiedenen Messungen finden Sie im Abschnitt 6 Blockschaltbilder für die Verkabelung der einzelnen Versuchsteile. Falls Sie etwas mehr über die Funktion der einzelnen Messmodule erfahren möchten, können Sie (optional) den Anhang zur „nuklearen“ Elektronik durchlesen. Detaillierte Informationen finden Sie auf den Webseiten der Hersteller ORTEC [5] und FAST ComTec [6].

Machen Sie sich mit der Apparatur vertraut. Variieren Sie die Verstärkungen der Elektronik, die Abstände zwischen Detektore(n) und Präparat, etc.

### 4.1 Detektoreigenschaften

1. Zeichnen Sie sowohl mit einem  $\text{BaF}_2$ - als auch mit einem  $\text{NaI(Tl)}$ -Detektor die Energiespektren des  $^{22}\text{Na}$ - sowie des  $^{60}\text{Co}$ -Präparats auf (empfohlene Messzeit: etwa 3 Minuten „livetime“). Verwenden Sie hierzu das Blockschaltbild B3. Eichen Sie die Energieachse mit Hilfe der 511 keV und 1275 keV-Linien des  $^{22}\text{Na}$ -Präparats und bestimmen Sie für beide Detektoren die Energieauflösung ( $\Delta E_{FWHM}$ ) bei 511 keV.
2. Erstellen Sie ein Diagramm der Energiespektren von  $^{22}\text{Na}$  gemessen mit dem  $\text{NaI}$ -Detektor und dem  $\text{BaF}_2$ -Detektor. Erstellen Sie ein entsprechendes Diagramm auch für die Energiespektren des  $^{60}\text{Co}$ -Präparats.
3. Führen Sie eine Zeiteichung für den Vielkanalspeicher (MCB) durch. Bauen Sie dazu die  $\text{BaF}_2$ -Apparatur entsprechend der Schaltung von Blockschaltbild B2 auf, setzen Sie das  $^{22}\text{Na}$ -Präparat ein und stellen Sie die Energiefenster für beide Detektoren auf die 511 keV-Linie ein. Dokumentieren Sie insbesondere das Vorgehen bei der Fenstereinstellung, diese wird Ihnen vom Betreuer erklärt. Bestimmen Sie für die Linie der Koinzidenzereignisse die Positionen im MCB als Funktion des Abstands von Detektor 2 und stellen Sie diese inklusive der Messunsicherheiten der Position graphisch dar. Variieren Sie den Abstand, ausgehend vom Minimalabstand (4 cm), in 6 cm Schritten bis 40 cm. Markieren Sie dazu im Vielkanalspeicher (im Programm MAESTRO) einen Bereich, der die Linie der Koinzidenzereignisse für alle Abstände erfasst und stellen Sie den Peak-Integral-Preset auf 20000 ein. Führen Sie eine lineare Anpassung durch und bestimmen Sie aus der Steigung die Zeiteichung (in ps/ch) des Vielkanalspeichers.
4. Bestimmen Sie für beide Detektor-Paare die Zeitauflösung, indem Sie die 511 keV  $\gamma$ -Quanten des  $^{22}\text{Na}$ -Präparats unter einem Winkel von  $180^\circ$  detektieren (Peak-Integral etwa 100000). Vergleichen Sie die Zeitauflösung ( $\Delta t_{FWHM}$ ) mit der Halbwertszeit des angeregten Zustandes des  $^{22}\text{Ne}$ . Was bedeutet das?
5. Diskutieren Sie vergleichend die Energie- und die Zeitauflösung für beide Detektortypen.
6. Bestimmen Sie die winkelabhängige Nachweiseffizienz  $\varepsilon(\vartheta)$  eines  $\text{NaI(Tl)}$ -Detektors. Schalten Sie den Versuchsaufbau gemäß dem Blockschaltbild B5, setzen Sie das  $^{22}\text{Na}$ -Präparat ein und stellen Sie die Energiefenster für beide Detektoren auf die 511 keV-Linie ein. Simulieren Sie einen näherungsweise „punktförmigen“ Detektor, indem Sie den Abstand des linken Detektors vergrößern und eine Bleiblende vor den Detektorkristall setzen. Messen Sie jetzt die Zahl der Koinzidenzereignisse als Funktion des Detektorwinkels im Bereich von  $180^\circ$  bis  $145^\circ$  in  $2.5^\circ$ -Schritten. (empfohlene Messzeit: etwa 2.5 Minuten je Messpunkt). Setzen Sie den linken Detektor nach Abschluss der Messreihe wieder auf die ursprüngliche Position. Sie dürfen davon ausgehen, dass beide Detektoren (bei gleichem Abstand) durch die gleiche winkelabhängige Nachweiseffizienz  $\varepsilon(\vartheta)$  charakterisiert werden.

## 4.2 Positronenvernichtung

7. Führen Sie die Messung zur Bestimmung der Lebensdauer von Positronen durch, indem Sie wie in Aufgabe 4 vorgehen, nun jedoch als Start-Ereignis das 1275 keV- $\gamma$ -Quant des Übergangs des  $^{22}\text{Ne}$  in den Grundzustand verwenden. Die hierfür erforderliche Fenstereinstellung nehmen Sie analog zu ihren Aufzeichnungen zu Aufgabe 4 vor. Messen Sie das Lebensdauerspektrum (die Messzeit sollte etwa einen Tag betragen). Diskutieren Sie zunächst qualitativ den Kurvenverlauf. Hinweis: Die Information über die Lebensdauern steckt in der rechtsseitigen Verbreiterung der Kurve.
8. Importieren Sie jetzt Ihre Daten in ORIGIN und addieren Sie zu den Zählereignissen in jedem Kanal den Wert 1, um keine Nullwerte in der Tabelle zu haben. Erzeugen Sie anschließend eine Spalte mit den statistischen Fehlern  $\Delta Ni = \sqrt{Ni}$ . Stellen Sie jetzt Ihre Daten mit Fehlerbalken grafisch dar und führen Sie eine Datenanpassung nach Gl (9) durch. Nehmen Sie dabei zwei Positronenlebensdauern an. Literaturwerte zum Vergleich finden Sie im Artikel von Dlubek, Saarinen und Fretwell [4].

## 4.3 Winkelkorrelation

9. Bestimmen Sie aus Ihren Daten von Aufgabe 6 die effektiven Anisotropiekoeffizienten  $A_2^{p,eff}$  und  $A_4^{p,eff}$  und daraus  $A_0^{,eff}$ ,  $A_2^{,eff}$  und  $A_4^{,eff}$ . Führen Sie zuerst eine Untergrundkorrektur durch und berechnen Sie anschließend

$$\int \varepsilon(\vartheta') P_n(\cos(\vartheta')) \sin(\vartheta') d\vartheta' \approx \sum_i \varepsilon(\vartheta'_i) P_n(\cos(\vartheta'_i)) \sin(\vartheta'_i) \quad (28)$$

für  $n = 0$ ,  $n = 2$  und  $n = 4$  ( $P_0(\cos(\vartheta)) = 1$ ). Verwenden Sie dann Gln. (21) und (22) zum Berechnen der effektiven Anisotropiekoeffizienten.

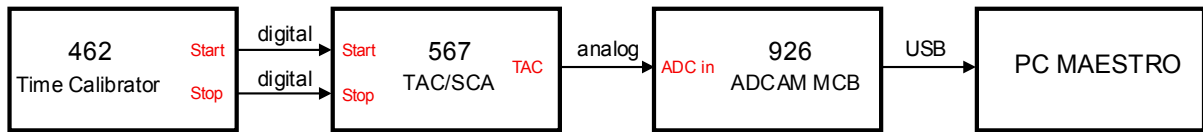
10. Setzen Sie das  $^{60}\text{Co}$ -Präparat in die NaI(Tl)-Apparatur ein und stellen Sie für beide Detektoren den Hauptverstärker (Delay Line Amplifier 460) so ein, dass das Minimum zwischen den beiden  $\gamma$ -Emissionslinien (1173 keV und 1333 keV) etwa bei Kanal 5000 im MCB liegt. Stellen Sie den Einkanaldiskriminator (Timing SCA 551) auf „INT“ (dies bedeutet, dass der obere Rand des Energiefensters auf maximal steht) und stellen Sie den unteren Rand des Energiefensters etwa auf Kanal 2800. Warum ist hier für die Winkelkorrelationsmessung eine Energie-Diskriminierung nicht erforderlich? (Dies gilt zwar nicht allgemein, ist aber für das Isotop  $^{60}\text{Ni}$  zutreffend).
11. Führen Sie die Messung der Winkelkorrelation von  $^{60}\text{Co}/^{60}\text{Ni}$  durch, indem Sie mit den in Aufgabe 10 gewählten Einstellungen von  $180^\circ$  bis  $90^\circ$  in  $15^\circ$ -Schritten messen. Die Apparatur wird hierzu gemäß Blockschaltbild B5 geschaltet. Bestimmen Sie in Abhängigkeit des Detektorwinkels für eine Messzeit von jeweils 15 Minuten die Zahl der registrierten Ereignisse für beide Detektoren sowie die Zahl der Koinzidenzereignisse.
12. Bestimmen Sie aus Ihren Daten mit Hilfe von Gl. (26) die Aktivität der Quelle (beachten Sie, dass zwischen der Größe  $N_0$ , der Aktivität  $A$  und der Messzeit  $T$  der Zusammenhang  $N_0 = 2A \cdot T$  besteht. – Warum?). Passen sie an Ihre Daten eine Funktion nach Gl. (27) an und bestimmen Sie daraus den Anisotropiekoeffizienten  $A_2$ . Diskutieren Sie ggf. mögliche Abweichungen des gemessenen Anisotropiekoeffizienten von dem berechneten Wert des effektiven Anisotropiekoeffizienten.



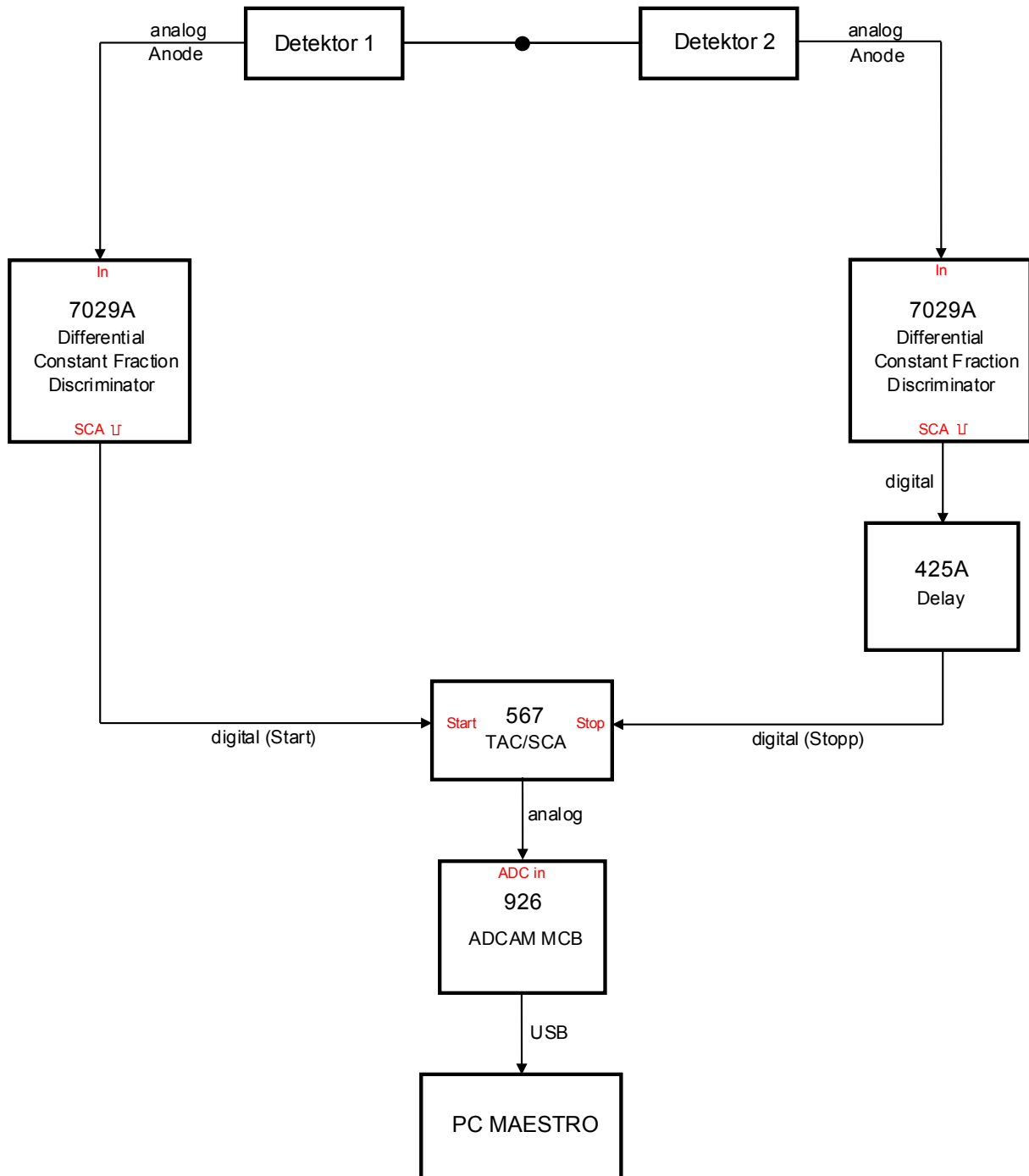
## 5. Referenzen

- [1] R.B. Firestone, *Table of Isotopes* (8th ed., Wiley-Interscience, New York 1996)
- [2] G. Schatz, A. Weidinger, M. Deicher, *Nukleare Festkörperphysik*  
4. Auflage (Vieweg+Teubner, Wiesbaden 2010)
- [3] E.L. Brady and M. Deutsch, *Angular Correlation of Successive Gamma-Rays*  
Phys. Rev. **78** (1950) 558
- [4] G. Dlubek, K. Saarinen, and H.M Fretwell, *Positron states in polyethylene and polytetrafluoroethylene: A positron lifetime and Doppler-broadening study*  
Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B **142** (1998) 139.
- [6] Firma ORTEC: <http://www.ortec-online.com/>
- [7] Firma FAST ComTec: <http://www.fastcomtec.com/>

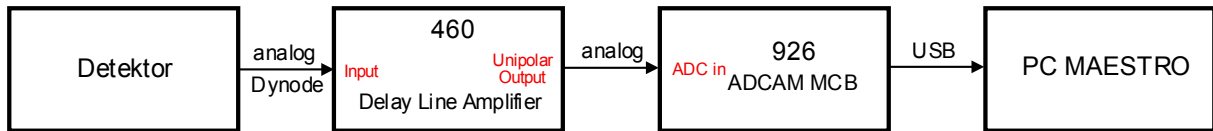
## 6. Blockschaltbilder



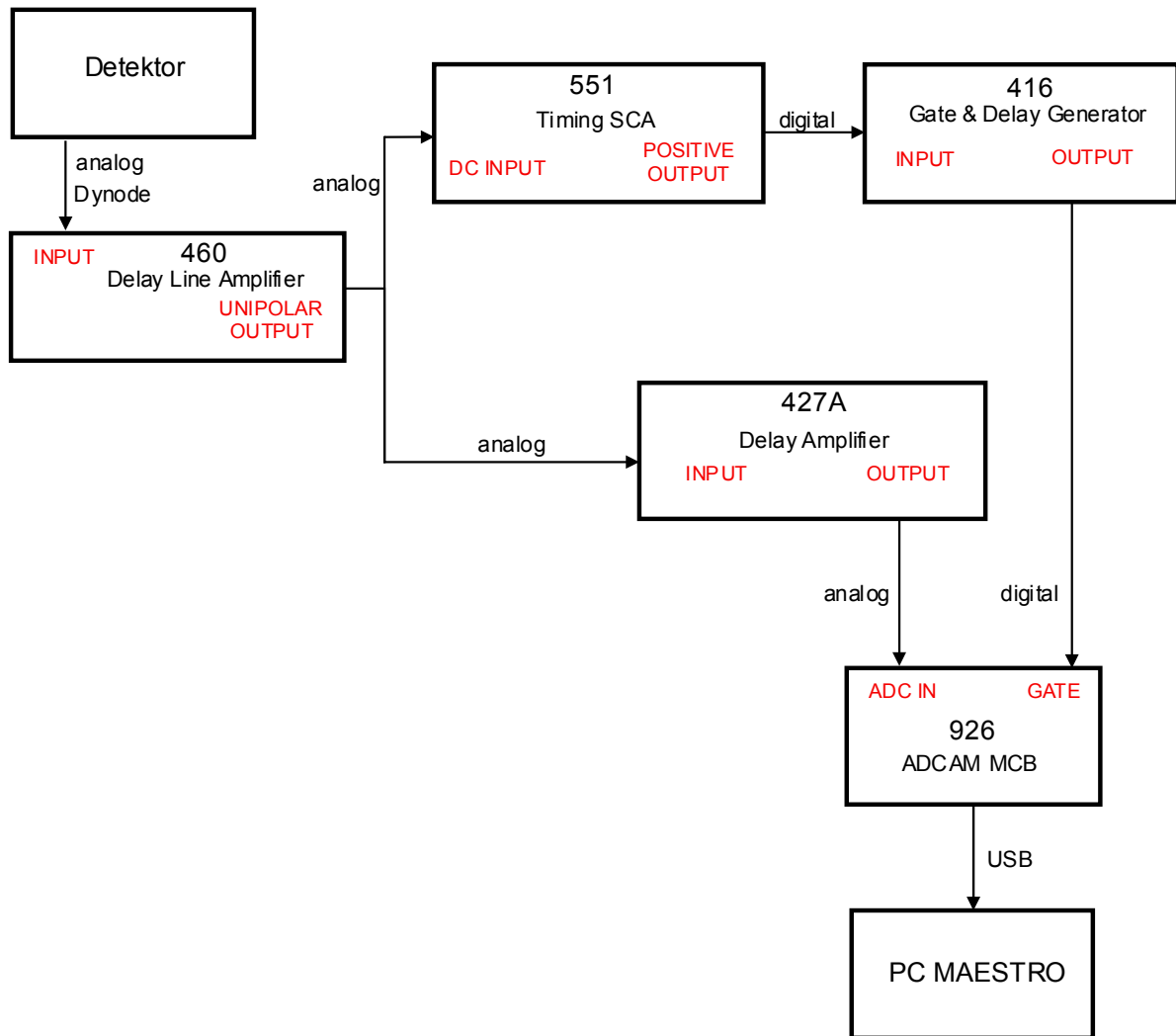
Blockschaltbild B1: Zeitkalibration des TAC und der Digitalisierung im ADCAM/MCB.



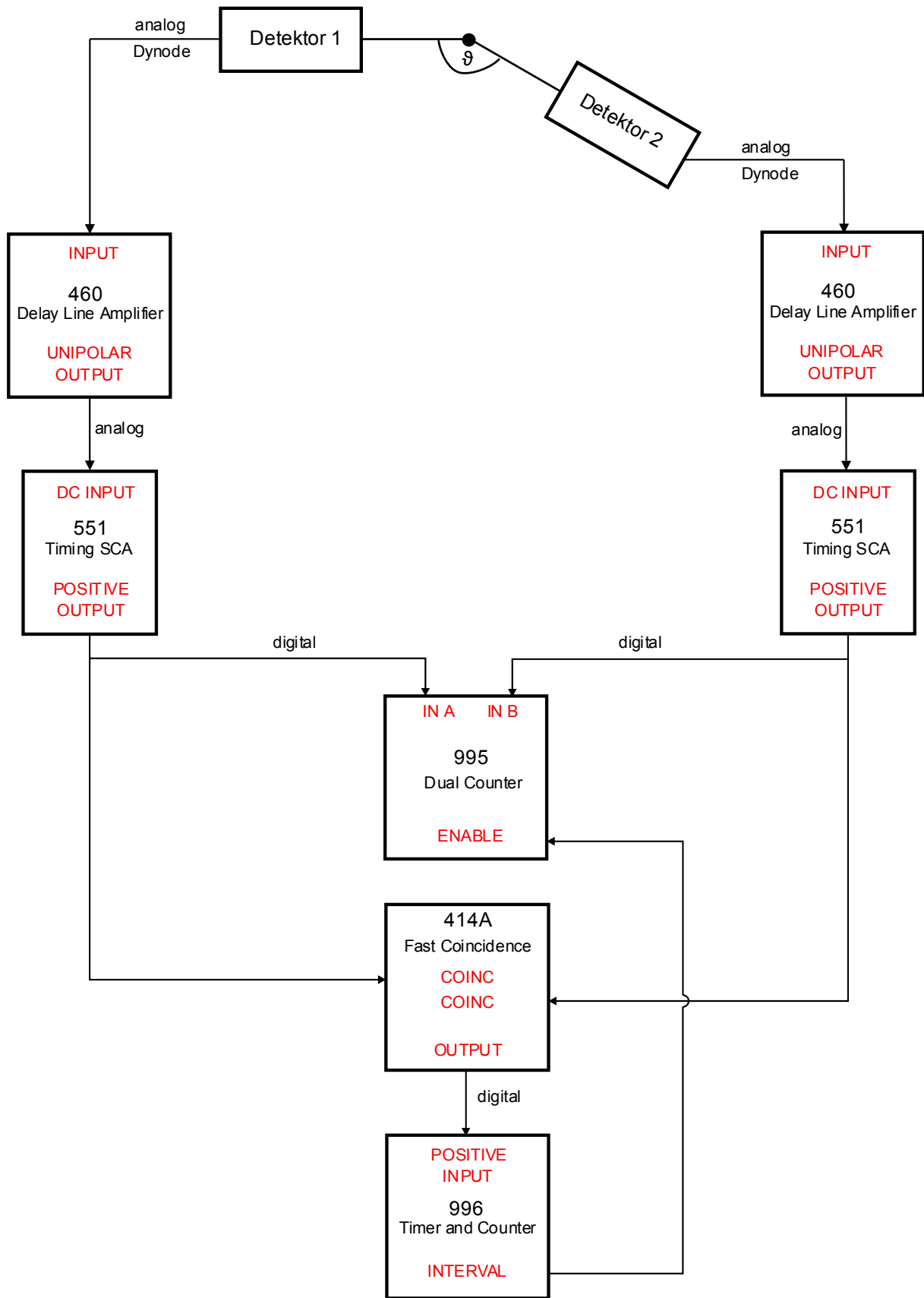
Blockschaltbild B2: Zeitauflösung der Apparatur, Zeitspektrum, Lebensdauer von Positronen und Lichtgeschwindigkeit.



Blockschaltbild B3: Energiespektrum und Energiekalibration der Digitalisierung im MCB.



Blockschaltbild B4: Fenstereinstellung des MCB.



Blockschaltbild B5: Koinzidenzschaltung.

## 7. Anhang: „Nukleare“ Elektronik



Abb. 8: Die wichtigsten in den Versuchen benutzten NIM-Module (von links nach rechts):

- FAST ComTec 7029A Constant Fraction Differential Discriminator
- ORTEC 460 Delay Line Amplifier
- ORTEC 551 Timing Single-Channel Analyzer
- ORTEC 567 Time-to-Amplitude Converter
- ORTEC 414A Fast Coincidence
- ORTEC 926 ADCAM Multichannel Buffer

Aufgabe der Messelektronik ist, die von einem Detektor (z.B. Szintillationsdetektor) nachgewiesene Strahlung, die vom Detektorsystem (z.B. dem Photomultiplier) als elektrisches Analogsignal ausgegeben wird, weiterzuverarbeiten und abzuspeichern. Diese Signale müssen verstärkt werden, ohne dass dabei die Energieinformation über die absorbierte Strahlung verloren geht (Energieauflösung). Neben der Energie der absorbierten Strahlung ist auch die möglichst genaue Bestimmung des Zeitpunkts des Nachweises im Detektor wichtig (Zeitauflösung). Für die in der Kern- und Teilchenphysik benutzte Messelektronik hat sich ein Standard (Nuclear Instrumentation Module (NIM) Standard) entwickelt, der sowohl die mechanischen und elektrischen Eigenschaften der benutzten Messmodule („NIM-Module“, Abb. 8) als auch die Spezifikationen der elektrischen Signale festlegt. Analoge Spannungssignale können sich in einem Bereich von -10 V bis +10 V bewegen. Für logische Signale definiert der NIM-Standard zwei Möglichkeiten:

Die positive NIM-Logik arbeitet mit einer logischen „1“ für Ausgänge zwischen +4 V und +12 V und für Eingänge zwischen +3 V und +12 V. Die logische „0“ ist für Ausgänge zwischen +1 V und -2 V und für Eingänge zwischen +1,5 V und -2 V definiert. Die Ausgangsimpedanz

ist  $\leq 10 \Omega$ , die Eingangsimpedanz  $\geq 1000 \Omega$ . Die positive NIM-Logik wird bei „langsamen“ Messsystemen angewendet. Die Anstiegszeit der Signale liegt bei etwa 100 ns mit einer Breite von typisch 500 ns.

Für „schnelle“ Messvorgänge (d.h. gute Zeitauflösung) und hohe Wiederholraten ist die negative NIM-Logik vorgesehen. Dieser Standard definiert die logische „1“ bzw. „0“ über Ströme aus Ausgängen bzw. in Eingänge mit  $50 \Omega$  Impedanz. Die „0“ entspricht einem Strom von 0 mA (0 V an  $50 \Omega$ ), die „1“ einem Strom von -12 mA bis -32 mA (-0,6 V bis -1,6 V an  $50 \Omega$ ). Die Signale haben ein Anstiegszeit von etwa 1 ns und eine Breite von etwa 2 ns. Die schnelle Anstiegszeit erfordert zur Vermeidung von Reflektionen Koaxialkabel mit passender Impedanz von  $50 \Omega$  (z.B. Typ RG-58C/U) und einen Abschlusswiderstand von  $50 \Omega$  für alle Eingänge (z.B. am Oszilloskop). Zu berücksichtigen ist, dass diese Kabel die Signale um etwa 5 ns pro Meter Kabellänge verzögern. Dies wird auch benutzt, um Signale gezielt im ns-Bereich zu verzögern. Für Verzögerungen um längere Zeiten im  $\mu$ s-Bereich werden digitale Verzögerungen eingesetzt.

Im Folgenden werden die wichtigsten der in den Versuchen benutzten NIM-Module (s. Abb. 8) kurz vorgestellt. Zusätzlich werden weitere Module (analoge und digitale Verzögerungen, Zähler, Zeiteichgenerator)) eingesetzt, auf die hier nicht näher eingegangen wird.

*Constant Fraction Differential Discriminator (FAST ComTec 7029A)*

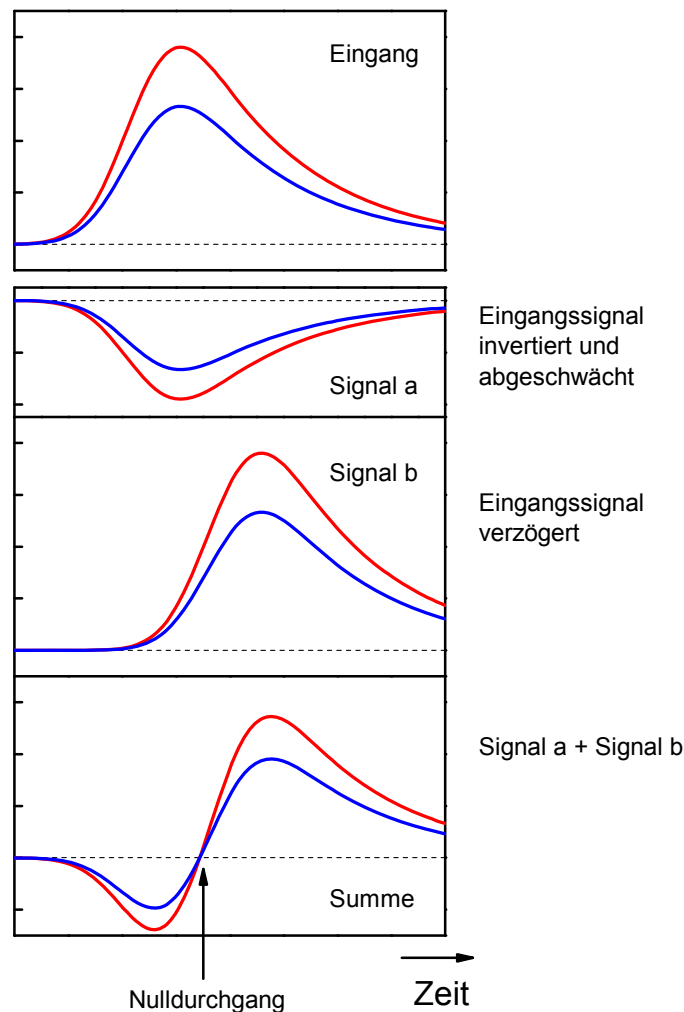


Abb. 9: Prinzip des Signalverlaufs in einem Constant Fraction Discriminator für zwei analoge Eingangssignale mit unterschiedlicher Amplitude.

Der Constant Fraction Discriminator (CFD) wird auch Zeitsignal-Diskriminator genannt und wird zur genauen Zeitbestimmung analoger Signale (z.B. des Anodenausgangs eines Photomultipliers) benutzt. Im CFD ist die Bestimmung des Zeitpunkts eines eingehenden Signals unabhängig von der Anstiegsflanke des Signals, die für verschieden große analoge Signale unterschiedlich ist. Abb. 9 zeigt das Prinzip des CFD. Das analoge Eingangssignal wird in zwei Zweige aufgeteilt. Im ersten Zweig (Signal a) wird das Signal auf einen festen Bruchteil („constant fraction“) abgeschwächt und invertiert. Im zweiten Pfad (Signal b) wird das Signal um einen festen Zeitbetrag verzögert, der kleiner als die Anstiegszeit des Signals ist. Nun werden die beiden Signale addiert und es entsteht ein bipolarer Puls mit einem Nulldurchgang, dessen Zeitlage unabhängig von der Signalthöhe am Eingang ist. Ein nachfolgender Nulldurchgangsdiskriminator registriert diesen Zeitpunkt und gibt ein digitales Ausgangssignal. Der hier benutzte CFD besitzt zusätzlich noch einen Einkanaldiskriminator (SCA), der es erlaubt, dass der CFD nur für einen einstellbaren Amplitudenbereich des Eingangssignals ein digitales Ausgangssignal erzeugt.

#### *Delay Line Amplifier (ORTEC 460)*

Dieser Hauptverstärker verstärkt linear die Signale eines Detektors (normalerweise die Signale eines in den Detektor integrierten Vorverstärkers) einstellbar um einen Faktor 3 bis 1000 und erzeugt analoge Ausgangssignale zwischen 0 V und 10 V. Die Form des Ausgangssignals, insbesondere seine Anstiegszeit, kann durch eine einstellbare Integrationszeit (INTEG) beeinflusst werden.

#### *Timing Single-Channel Analyzer (ORTEC 551)*

Ein Single-Channel Analyzer (SCA) oder Einkanal-Diskriminator erzeugt für einen einstellbaren Amplitudenbereich („Window“) des von einem Hauptverstärker kommenden Eingangssignals ein digitales Ausgangssignal. Das Ausgangssignal kann zusätzlich um 0,1  $\mu\text{s}$  bis 11  $\mu\text{s}$  verzögert werden.

#### *Time-to-Amplitude Converter (ORTEC 567)*

Der Time-to-Amplitude Converter (TAC) ist eine elektronische Stoppuhr, die Zeitdifferenzen zwischen den digitalen Start- und Stop-Eingängen im ps- bis  $\mu\text{s}$ -Bereich sehr genau messen kann. Mit dem Eintreffen des ersten digitalen Signals (Start-Signal) wird ein Kondensator mit einer konstanten Stromquelle aufgeladen. Das Stop-Signal schaltet die Stromquelle wieder ab und über einen hochohmigen Widerstand wird der Kondensator entladen. Die im Kondensator erreichte Spannung ist proportional zur Zeitdifferenz zwischen Start- und Stop-Signal. Diese Spannung wird in ein analoges Ausgangssignal zwischen 0 V und 10 V mit einer Breite von 1  $\mu\text{s}$  bis 3  $\mu\text{s}$  umgewandelt.

#### *Fast Coincidence (ORTEC 414A)*

Das Koinzidenz-Modul erlaubt die Bestimmung der Gleichzeitigkeit (Koinzidenz) zwischen zwei oder drei digitalen Eingangssignalen. Die Auflösungszeit, in der die Signale als gleichzeitig detektiert werden, kann zwischen 10 ns und 110 ns eingestellt werden. Für koinzidente Ereignisse wird ein logisches Signal ausgegeben, das mit einem Zähler gezählt werden kann.

#### *Multichannel Buffer (ORTEC 926 ADCAM)*

Sowohl der Verstärker als auch der Time-to-Amplitude Converter geben analoge Signale mit maximal 10 V Amplitude aus, die der Energie der nachgewiesenen  $\gamma$ -Strahlung bzw. der Zeitdifferenz zwischen zwei  $\gamma$ -Quanten proportional sind. Diese Signale werden mit einem Ana-

log-Digital-Converter (ADC) mit einer Auflösung von maximal 13 Bit digitalisiert, d.h. 10 V entsprechen 8192 gleich breiten „Kanälen“. Jeder dieser Kanäle entspricht einer Speicheradresse in einem Speicher (Multichannel Buffer, MCB). Für jedes Eingangssignal, das einem bestimmten Kanal zugeordnet wird, wird die Anzahl der in der entsprechenden Speicheradresse abgespeicherten Ereignisse um eins erhöht. Es entsteht also ein Histogramm des entsprechenden Energie- oder Zeitspektrums. Dieses Histogramm wird über eine USB-Schnittstelle auf einen PC zur Darstellung und Auswertung übertragen. Für den ORTEC 926 ADCAM MCB wird dazu das Programm „Maestro“ benutzt (Abb. 10).

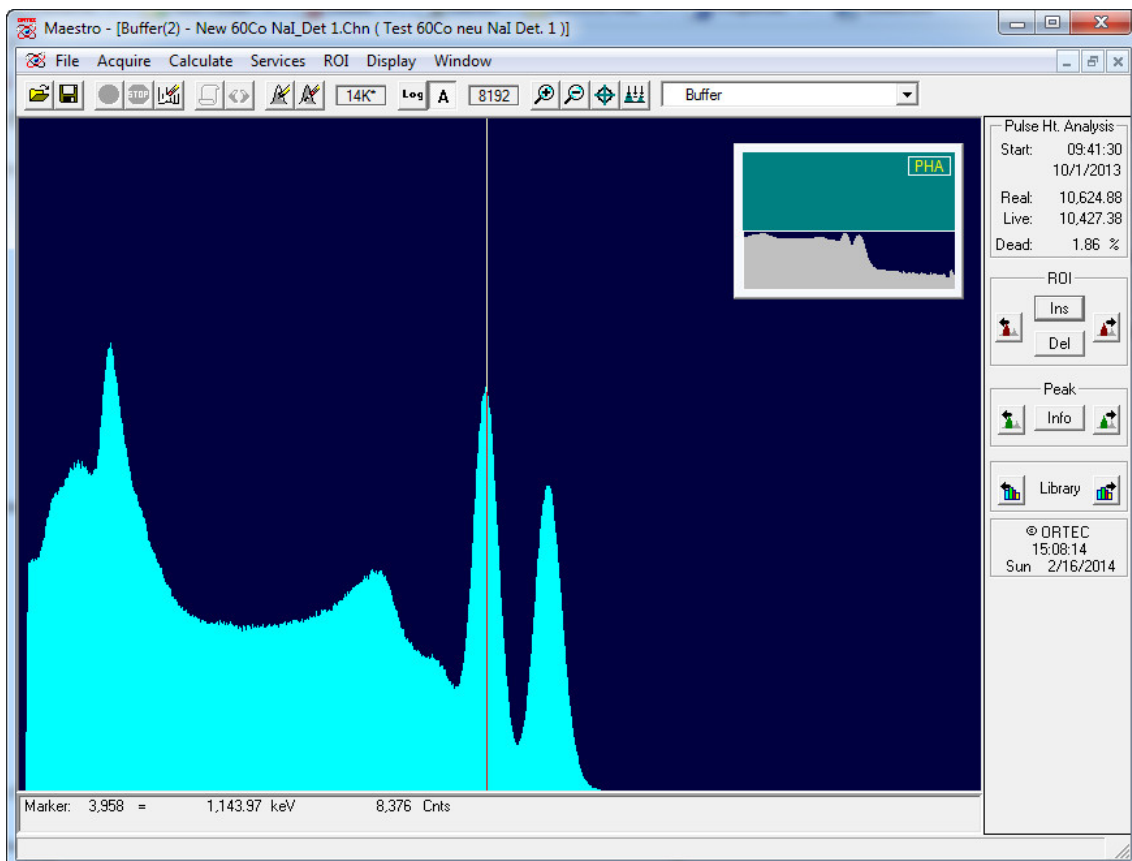


Abb. 10: Energiespektrum von  $^{60}\text{Co}/^{60}\text{Ni}$  aufgenommen mit einem NaI(Tl)-Detektor und dargestellt mit dem Programm „Maestro“.