Leitfähigkeit–Dioden–Supraleitung



Widerstände und Dioden sind wichtige elektronische Bauelemente. Der elektrische Widerstand R ist oft von der Temperatur abhängig, R(T). Beim Stromfluss durch ein Bauteil kann sich dessen Temperatur erhöhen und sich somit der Widerstand ändern, z.B. bei einer Glühlampe. Wenn der Widerstand mit der Temperatur ansteigt ist es ein Kaltleiter (PTC-*positive temperature coefficient*), ansonsten ein Heißleiter (NTC). Dioden als Halbeiterbauelemente haben durch Dotierung mit Fremdatomen einen Widerstand, welcher von der Stromrichtung abhängig ist. Bei Dioden wird oberhalb einer Schwellspannung der Widerstand in Durchlassrichtung sehr klein, es fließt viel Strom. Supraleiter haben unterhalb der Sprungtemperatur einen nicht mehr messbaren Widerstand.

1 Lernziele

- Zusammenhang: fließender Strom I, abfallende Spannung U und Widerstand R
- 4-Leiter-Methode zur Bestimmung kleiner Widerstände
- Kaltleiter und Heißleiter, Metalle und Halbleiter
- Diode als wichtiges, nichtlineares elektronisches Bauelement
- Supraleitung

2 Experimenteller Aufbau

- CASSY-System aus POWER- und SENSOR-CASSY
- Drahrtwiderstände und eine Bleistiftmine mit Anschlüssen für die 4-Leiter-Messung
- Widerstände, Glühlampe, verschiedene Dioden und Leuchtdioden (LED)
- Lochrasterplatte zum Aufbau der Schaltungen
- flüssiger Stickstoff, T = 77 K
- Hochtemperatursupraleiter, einzeln verpackt und eingebaut zur Widerstandsmessung R(T)





! Achtung ! Sie Arbeiten mit flüssigem Stickstoff. Wenn Sie unterkühlte Metallteile berühren friert das Wasser Ihrer Haut an diesen Stellen. Sie kleben fest und dies führt zu Erfrierungen. Der kurzzeitige, direkte Kontakt von fl. Stickstoff mit der Haut ist weniger gefährlich wegen dem Leidenfrost-Phänomen. Es bildet sich eine isolierende Dampfschicht. Berühren Sie nicht die abgekühlten Metallteile!

3 Messung - Durchführung - Auswertung

3.1 Widerstandstemperaturkoeffizienten

Es liegen drei Widerstände mit Halter aus, i) Stahldraht (grau, $\emptyset = 0.2 \text{ mm}$), ii) Konstantan (Orange, $\emptyset = 0.2 \text{ mm}$) und iii) Bleistiftmine mit Graphitanteil (schwarz, $\emptyset = 2 \text{ mm}$). Da die Widerstände klein sind, wird die 4-Leiter Widerstandsmessung benutzt um die Widerstände der Zuleitungen auszuschließen. Benutzen Sie das Power-Cassy als Konstantstromquelle mit $I_2 = 50 \text{ mA}$ und das Sensor-Cassy um die abfallende Spannung U_{B1} gleichzeitig zu messen. Die Halter haben markierte Bananenstecker für jeweils Strom- und Spannungszuführung. Es gibt ein Cassy-file Leitfaehigkeit Zeit.labx.

1) Bauen die Schaltung für die 4-Leiter Messung auf der Lochrasterplatte auf, siehe Zusatzmaterial. Qualitativ - Temperaturabhänigkeit R(T) für Stahl und Konstantan

2) Starten Sie die Messung des Widerstandes für Stahl bei Raumtemperatur. Erhitzen Sie Draht vorsichtig mit dem Brenner und dann kühlen Sie ihn mit fl. Stickstoff ab. Notieren Sie dem minimalen und maximalen Widerstand, sowie den Widerstand bei Raumtemperatur.

- 3) Erstellen Sie eine Bildschirmkopie, Druck-Taste auf der Tastatur -> Sie legen den Bereich fest und Drucken es für Ihr Protokoll aus.
- 4) Führen Sie selbiges für den Konstantan-Draht und die Bleistiftmine durch.
- 5) Welche Arten von Leiter liegen jeweils für die drei Widerstände vor. Anmerkung: Die Bleistiftmine ist kein reines Grafit, sondern ein Kompositmaterial und zeigt deswegen eine Leitfähigkeit wie ein Halbleiter. Reines Grafit ist ein anisotroper Leiter, kein Halbleiter.
 Quantitativ - Temperaturkoeffizient α für die Bleistiftmine
- 6) Messen Sie den Widerstand R des Graphitstabes bei Raumtemperatur. Kühlen Sie ihn vorsichtig mit fl. Stickstoff ab und messen Sie erneut R.
- 3.2 Auswertung: Widerstandstemperaturkoeffizient Bleistiftmine
 - a) Berechnen Sie den spezifischen Widerstand ϱ des Bleistiftminenmaterials bei Raumtemperatur und bei der Temperatur des flüssigem Stickstoffs bei 77 K.
 - b) Der Widerstandskoeffizient α beschreibt eine lineare Widerstandsänderung mit der Temperatur, $R(T) = R(T_0) * (1 + \alpha(T - T_0))$. Berechnen Sie α für das Bleistiftminenmaterial aus diesen zwei Widerständen. Welche Einheit hat α ?

3.3 Strom-Spannungs-Kennlinien I(U) – **Ohmscher Widerstand versus Glühlampe**

Mit dem Power-CASSY (Datei:Strom-Spannungs-Kennlinie.labx) wird eine Dreiecksspannung $U_2(t)$ von -6V...+6V ($V_p = 6V$) mit der Frequenz f = 1 Hz über zwei Perioden (Meas. time 2s) erzeugt. Mit dem Sennsor-Cassy 2 wird der fließende Strom I_{A1} und die aktuelle Spannung $U_{B1}(t)$ für zwei Perioden gemessen. Hinweis: Die Darstellung von I(U) dauert länger als die eigentliche Messwertaufnahme.

- 1) Messen Sie die I(U) Kennlinie eines unbekannten-Widerstandes (???2W).
- 2) Wählen Sie im CASSY-Lab Measurement ->Append new Measurement Series um die folgende Messung ins selbe Diagramm einzuzeichnen. Mit Select und Delete im selben Menüpunkt können Sie Kurven auch wieder löschen.
- 3) Messen Sie analog die I(U) Kennlinie einer Glühlampe.
- 4) Sie können Ihre Abbildung in CASSY-Lab beschriften.
- 5) Erstellen Sie eine Bildschirmkopie und Drucken Sie diese für Ihr Protokoll aus.
- 6) Messen Sie mit dem Digitalmultimeter den Widerstand der Glühlampe und diskutieren Sie obigen Strom-Spannungs-Verlauf mit dem Betreuer.

3.4 Auswertung:Widerstand und Glühlampe

- a) Berechnen Sie aus einem Strom-Spannungs-Wertepaar den Wert des unbekannten Widerstands.
- b) Berechnen Sie den minimalen Widerstand der Glühlampe während der Messung. Welches Wertepaar müssen Sie verwenden?
- c) Wann hat die Glühlampe Ihren maximalen Widerstand? Welchen Widerstand und welche Leistungsaufnahme in W hat die Glühlampe zu diesem Zeitpunkt? Vergleichen Sie die Widerstände der Glühlampe mit Ihrer Messung mit dem Digitalmultimeter.

3.5 Strom-Spannungs-Kennlinien I(U) von Dioden

Um den maximalen Strom bei den Diodenmessungen zu begrenzen muss ein Vorwiderstand von 150Ω verwendet werden. Ohne Vorwiderstand zerstören Sie die Dioden!

Mit dem Power-CASSY (Datei:Strom-Spannungs-Kennlinie.labx) wird wieder eine Dreiecksspannung $U_2(t)$ ausgegeben, diesmal von -10V...+10V ($V_p = 10V$), der Vorwiederstand begrenzt den Stromfluss. Es wird der Stromfluss I_{A1} durch und der Spannungsabfall U_{B1} über die Diode gemessen. Die Frequenz ist wieder f = 1 Hz und es wird über zwei Perioden gemessen.

- Messen Sie die I(U) Kennlinien verschiedener Dioden. Es liegen vor a) Si-Diode (blau), b) Ge-Diode (gelb), c) Zener-Diode (braun), d) LED-rot (rot), e) LED-grün (grün). Hinweis, die LEDs leuchten nur kurz auf. Stellen Sie alle Kennlinien in einem Diagramm mit unterschiedlichen Farben dar. Beschriften Sie die jeweiligen Kennlinien mit dem Diodentyp und drucken Sie Ihr beschriftetes Diagramm für Ihr Protokoll aus.
- 2) Erstellen Sie ein analoges Diagramm, wobei Sie die Dioden vor der Messung mit flüssigen Stickstoff auf 77 K abkühlen. Drucken Sie dieses ebenfalls aus.
- 3) Notieren Sie in ihrem Protokoll qualitativ die wesentlichen Unterschiede beim Vergleich der jeweiligen Dioden-Kennlinien: Raumtemperatur versus stark abgekühlt.

3.6 Strom-Spannungs-Kennlinie I(U) **Si-Diode im Detail**

- 1) Messen Sie in einem Diagramm die I(U) Kennlinien der Si-Diode bei Raumtemperatur und abgekühlt auf 77 K.
- 2) Bestimmen Sie aus Ihrer Messung bei Raumtemperatur für die SI-Diode den Spannungsabfall bei einem Stromfluss von 1 mA und 10 mA. Stellen Sie dazu die *y*-Achse für den Stromfluss logarithmisch dar.

3.7 Auswertung: Si-Diodenkennlinie

Der temperaturabhängige Stromfluss I(U) durch eine Diode wird durch die Shockley-Gleichung beschrieben:

$$I(U) = I_{\rm S}\left(e^{\frac{U}{nU_{\rm T}}} - 1\right) \quad ; \quad U_{\rm T} = k_{\rm B}T/q \tag{1}$$

mit dem stark temperaturabhängigen Sättigungsstrom/Sperrstrom $I_S(T) \approx (10^{-12} \dots 10^{-6})$ A bei Raumtemperatur, dem Emissionskoeffizienten $n \approx 1 \dots 2$ und der Temperaturspannung U_T .

Für große negative U ist I(U) der Sperrstrom, welcher noch fließt, wenn die Diode in Sperrrichtung geschaltet ist. Für positive U > 0.1 V kann die -1 in Gl. (1) vernachlässigt werden und der Strom steigt exponentiell an mit der Spannung U.

Mit sinkender Temperatur stehen weniger Ladungsträger zur Verfügung und der Sperrstrom sinkt beachtlich. Die Temperaturspannung in der Exponentialfunktion wird ebenfalls kleiner, jedoch ist dieser Effekt deutlich kleiner als der Einfluss durch die Verringerung des Sperrstroms. Demzufolge wird auch bei Durchlassrichtung für U > 0 eine höhere Spannung benötigt bis ein gut messbarer Strom I > 1 mA fließt. Die Temperaturabhängigkeit des Sperrstroms ist gegeben durch

$$I_{\mathsf{S}}(T) = I_{\mathsf{S}}(T_0) \cdot \exp\left[\left(\frac{T}{T_0} - 1\right) \cdot \frac{U_{\mathsf{G}}}{nU_{\mathsf{T}}}\right] \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{n}}$$
(2)

mit der Raumtemperatur T_0 , dem Sperrstrom $I_S(T_0)$ bei T_0 und der konstanten Bandabstandspannung (gap voltage) $U_G = 1.12 \text{ V}$ für Silizium. Wir nutzen diese Spannungsunterschiede in Durchlassrichtung um den Sperrstrom bei 77 K zu bestimmen.

- a) Skizzieren Sie den erwarteten Kurvenverlauf für Spannungsabfälle U = (-2...2)V nach der Shockley-Gleichung in Ihrem Protokollbuch. Die Temperaturspannung U_T bei Raumtemperatur haben Sie bereits in der Vorbereitung berechnet. Warum kann die -1 in der Klammer bei U > 0.1V vernachlässigt werden?
- b) Berechnen Šie aus den zwei Strom-Spannungs-Messwertpaaren zu I = 1 mA und 10 mA bei Raumtemperatur den Sperrstrom $I_S(T_0)$ und den Emissionskoeffizient n für die Shockley-Gleichung (1), siehe Vorbereitung.

Bemerkungen: i) Sie haben mit $I_S(T_0)$ den kleinen Stromfluss ermittelt, wenn die Diode in Sperrrichtung betrieben wird. ii) Eine nichtlineare Anpassung der Shockley-Gleichung an die Messdaten ist nicht geeignet. Insbesondere müsste bei solch einer Anpassung berücksichtigt werden, dass mit Ihrem Aufbau keine Ströme unterhalb von 1 mA korrekt gemessen werden können und das bei Strömen deutlich größer als 10 mA die Gleichung nicht mehr das korrekte Verhalten der Diode beschreibt.

- c) Berechnen Sie den erwarteten Sperrstrom $I(T_{N2})$ für die Temperatur T_{N2} = 77 K. Die Temperaturspannung $U_{T_{N2}}$ haben Sie bereits in der Vorbereitung berechnet.
- d) Berechnen Sie mit Ihren $I(T_{N2})$ und $U_{T_{N2}}$ die notwendigen Spannungen damit durch die Diode bei 77 K ein Strom von 1 mA beziehungsweise 10 mA fließt. Vergleichen Sie diese Werte mit Ihrer Messung. Auch sollte in der logarithmischen Darstellung der gemessenen Kennlinien ersichtlich sein, dass die Kurve bei 77 K steiler verläuft, da $U_{T_{N2}}$ kleiner ist als bei Raumtemperatur.

3.8 Temperaturabhängigkeit des Widerstandes eines Supraleiters

Hochtemperatur-Supraleiter haben Sprungtemperaturen, welche sogar oberhalb der Siedetemperatur des Stickstoffs liegen können. In Ihrem Aufbau wird ein Bi-2223 ($Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10+\delta}$) verwendet. Bei einem konstanten Strom von 50 mA wird der Spannungsabfall und somit der Widerstand des Supraleiters

gemessen mit der 4-Leiter-Methode. Die Kontaktierung führt zu kleinen zusätzlichen Thermospannungen. Daher wird es sein, dass Sie im supraleitenden Zustand nicht exakt 0 Ω , sondern einen konstanten Wert messen, welcher sogar negativ sein kann. Eine Nullpunkt-Korrektur der µVoltbox kann dies korrigieren. Durch Verunreinigungen im Probenmaterial ist der Übergang in den supraleitenden Zustand nicht so scharf, wie er in Lehrbüchern dargestellt wird. Die Temperatur wird direkt neben dem Supraleiter mit einem PT100 bestimmt. Die Probe ist absichtlich in einem Metallzylinder mit Isolierung eingebaut, da bei schnellen Temperaturänderungen die Kontakte brechen würden aufgrund der unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten.

- 1) Demonstrieren Sie den Meißner-Ochsenfeld-Effekt mit einem ausliegenden Magneten und einem supraleitenden Plättchen. Wenn das Plättchen in flüssigen N₂ abgekühlt wird (entfernt vom Magneten) und somit supraleitend ist, können Sie es dann über dem Magneten schweben lassen, bis es sich wieder erwärmt hat. Wenn das Plättchen in die Nähe des Magneten gebracht wird, bilden sich Kreisströme aus, welche ein perfekt entgegengesetztes magn. Feld erzeugen. Da absolut kein elektrischer Widerstand vorliegt, bleiben diese Kreisströme im Supraleiter beliebig lange erhalten, es sei denn er wird wieder warm.
- 2) Öffnen Sie die CASSY-LAB Datei Supraleiter.labx und kontaktieren Sie die Stromzuführung für 50 mA ans POWER-CASSY (1,7). Der aktuelle Widerstand des Supraleiters wird aus den 50 mA und dem gemessenen Spannungsabfall (2,4) mit der µV-Box an dem Sensor-Cassy berechnet. Die Stromquellen-Box misst den Widerstand (3,5) des PT100 und dient als Temperaturfühler.
- 3) Kühlen Sie den Metallzylinder mit der Probe im Stickstoffbad ab und messen Sie dabei Temperatur-Zeit, Widerstands-Zeit und die sich ergebene Widerstand-Temperatur Beziehung. Es kann bis zu 30 min dauern, bis die Probe im Inneren ausreichend abgekühlt ist, um den supraleitenden Zustand auszubilden. Wenn dieser erreicht ist, ändert sich der ausgegebene Widerstand nicht mehr, selbst wenn die Temperatur weiter fällt. Stoppen Sie Ihre Messung nicht.
- 4) Wenn Sie den supraleitenden Zustand f
 ür ein paar Minuten beobachtet haben, nehmen Sie den Metallzylinder wieder aus dem Stickstoffbad und lassen ihn erwärmen. Sie messen weiterhin bis die Probe wieder offensichtlich normalleitend ist.
- 5) Schätzen Sie die Sprungtemperatur des Supraleiters ab und drucken Sie abschließend die Kurvenverläufe für Ihr Protokoll aus.

4 Vorbereitung und Berechungen vor Versuchsantritt

- 1) Skizzieren Sie die 4-Leitermethode zur Widerstandsbestimmung.
- 2) Skizzieren Sie die Temperaturabhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstands $\varrho(T)$ von Heißleitern, Kaltleitern, Konstantan und Supraleitern.
- 3) Was bedeuten die Abkürzungen PTC und NTC?
- 4) Woraus besteht Konstantan?
- 5) Skizzieren Sie die Strom-Spannungs-Kennlinie einer Diode.
- 6) Wodurch zeichnet sich eine Zener-Diode aus?
- 7) Welche Werte hat die Temperaturspannung U_T bei Raumtemperatur und bei der Siedetemperatur von Stickstoff unter Normaldruck, wenn die Ladungsträger Elektronen sind?
- 8) Stellen Sie die Gleichungen auf um a und b zu bestimmen, wenn der Zusammenhang lautet $y = ae^{bx}$ und Sie zwei Wertepaare $\{x_1, y_1\}$ und $\{x_2, y_2\}$ gegeben haben. Sie benötigen dies für die Auswertung mit der Shockley-Gleichung.
- 9) Wann, von wem und bei welchem Material und welcher Sprungtemperatur wurde erstmalig Supraleitung beobachtet?

5 Literatur

Einge Hintergründe zu Halbleitern finden Sie in [1] in Kap. 5-Halbleiter. Ausführlich wird dies in der Festkörperphysik in Exp IVa) behandelt. Viele Hintergründe zu Supraleiter finden Sie in der angehängten früheren Anleitung von Manfred Deicher.

 W. Schenk and F. Kremer (Hrsg.), *Physikalisches Praktikum*. Springer, 14. Auflage, 2014, http: //dx.doi.org/10.1007/978-3-658-00666-2.

6 Zusatzmaterial

• Ein Vorteil der 4-Leitermethode zur Widerstandsbestimmung ist, dass die Zuleitungswiderstände eliminiert werden, hier als $R_{LV/I}$ dargestellt. Der Spannungsabfall über R_{LV} ist vernachlässigbar, da der Stromfluss durch das Volt-Meter sehr klein ist. Desweiteren ist die Messung sowohl Strom- und Spannungsrichtig, da der Stromfluss und die abfallende Spannung gleichzeitig aber mit getrennten Messgeräten bestimmt werden.





- Sie werden sehen, dass sich die Bleistiftmine wie ein Heißleiter verhält, also wie ein Halbleiter. Solche Minen bestehen *nicht* aus reinem Grafit, welches kein Halbleiter ist. Die Minen sind ein Komposit-Material, was sich aber wie ein Halbleiter bezüglich R(T) verhält.
- Im Jahr 2020 wurde erstmalig ein Supraleiter bei Zimmertemperatur gefunden ($T_c = 287 \text{ K}$, Mischung von Schwefelhydriden mit Methan), allerdings bei einem Druck von 267 GPa was Anwendungen zur Zeit ausschließt.
- Das statische Magnetfeld in Magnetresonanztomographie (MRT) für die Medizin wird mit supraleitenden Spulen aus einer Niobium-Titan-Legierung bereit gestellt. Dies ist kein Hochtemperatursupraleiter wie in Ihrem Experiment, da sich diese sehr schlecht zu Spulen wickeln lassen. Die MRTs müssen demzufolge noch immer mit flüssigem Helium gekühlt werden, was deutlich aufwendiger und teurer ist. Zusätzlich verlieren die keramischen Hochtemperatursupraleiter ihre supraleitenden Eigenschaften bei Vorhandensein eines starken magnetischen Felds. Die klassischen Supraleiter halten ein stärkeres Feld aus, bis die Supraleitung zusammenbricht.
- Auf den weiteren Seiten finden sie die ehemalige Anleitung Supraleiter mit vielen Informationen zur Supraleitung und Details zum verwendeten Aufbau.



Physikalisches Grundpraktikum für Physiker/innen

Supraleitung



Grundpraktikum Physik: https://grundpraktikum.physik.uni-saarland.de/



Ziel des Versuchs

Supraleiter sind Materialien, deren elektrischer Widerstand beim Unterschreiten der sogenannten Sprungtemperatur abrupt verschwindet. Gleichzeitig werden sie zu perfekten Diamagneten. Dieser Versuch soll einen ersten Einblick in diesen faszinierenden Zustand der Materie geben. Der Versuch ist auch eine Einführung in die Arbeit mit tiefkalten flüssigen Gasen. Ebenso wird in die Messung kleiner Widerstände und tiefer Temperaturen eingeführt.

1. Fragen

- 1. Welche beiden notwendigen Bedingungen charakterisieren einen Supraleiter?
- 2. Beschreiben Sie die Grundidee der BCS-Theorie.
- 3. Welchen Einfluss zeigen Magnetfelder auf die Eigenschaften von Supraleitern?
- 4. Wie ist die spezifischen Wärmekapazitäten eines Festkörpers definiert? Welche Einzelphänomene tragen zur spezifischen Wärme bei?
- 5. Wodurch wird der elektrische Widerstand eines Metalls bestimmt? Wie variiert er mit der Temperatur? Warum wird er unterhalb von 10 K nahezu temperaturunabhängig?
- 6. Was versteht man unter der 4-Punkt-Methode zur Bestimmung des elektrischen Widerstands?
- 7. Wie werden Gase verflüssigt?

2. Einführende Literatur

- W. Demtröder, *Experimentalphysik 3 Atome, Moleküle und Festkörper* 5. Auflage (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2016) Kap. 13: Elektronen im Festkörper <u>http://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-662-49094-5</u>
- R. Huebener, Geschichte und Theorie der Supraleiter (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2017) https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-658-19383-6
- R. Huebener, *Leiter, Halbleiter, Supraleiter* 2. Auflage (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2017) Kap. 8 und 9 http://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-662-53281-2
- G. Ireson, *Discovering Superconductivity An Investigative Approach* (Wiley, Chichester 2012)
- W. Buckel, R. Kleiner, *Supraleitung* 7. Auflage (Wiley-VCH, Weinheim 2013) Kap. 1 und 2

Titelbild:

http://en.wikipedia.org/wiki/Superconductivity (März 2015)

3. Einführung in die Supraleitung

3.1 Geschichte der Supraleitung

Heike Kamerlingh Onnes (1853 – 1926) war Professor für Experimentalphysik an der Universität Leiden in den Niederlanden. Sein Hauptarbeitsgebiet war die Verflüssigung von Gasen und Ermittlung der damit zusammenhängenden Korrekturglieder des Druckes und des Volumens in der Van-der-Waals-Gleichung. Er baute ein großes Kältelabor auf, dazu gründete er eine eigene Schule zur Ausbildung von Glasbläsern und Instrumentenbauern. Bereits 1877 gelang die Verflüssigung von Stickstoff (Siedepunkt 77.3 K bei Normaldruck), die erste Verflüssigung von Wasserstoff (Siedepunkt 21.15 K bei Normaldruck) gelang 1898 James Dewar in London. Damit war es zu diesem Zeitpunkt gelungen, bis auf Helium alle elementaren Gase zu verflüssigen. Dies gelang Kamerlingh Onnes 1908, er bestimmte den Siedepunkt von Helium (genauer von dem Isotop 4-Helium) zu 4.2 K bei Normaldruck [1]. Durch Abpumpen senkte er den Dampfdruck des flüssigen Heliums und erreichte damit Temperaturen von etwa 1.5 K. Kammerling Onnes optimierte den Prozess der Helium-Verflüssigung und es gelang ihm, genügend flüssiges Helium herzustellen und zu speichern, um mit systematischen Untersuchungen der Eigenschaften verschiedener Materialien bei tiefen Temperaturen zu beginnen.

Dazu gehörte auch die Temperaturabhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstands von Metallen. Bis zur Verflüssigung von Helium war es möglich, den Temperaturverlauf bis etwa 20 K zu messen und man fand eine lineare Abnahme des Widerstands mit sinkender Temperatur. Es gab verschiedene Vorhersagen für das Verhalten des elektrischen Widerstands bei noch tieferen Temperaturen (Abb. 1):

- 1) Der Widerstand geht mit sinkender Temperatur stetig gegen Null.
- 2) Der Widerstand erreicht ab einer bestimmten Temperatur einen konstanten Grenzwert.
- 3) Der Widerstand durchläuft ein Minimum und geht für sehr tiefe Temperaturen gegen unendlich.



Abb. 1: Mögliche Temperaturveräufe des elektrischen Widerstands von Metallen bei tiefen Temperaturen (nach [2]).

Für die von Lord Kelvin vertretene dritte Möglichkeit sprach die Vorstellung, dass bei genügend tiefen Temperaturen alle Elektronen eigentlich an ihre Atome gebunden sein sollten. Damit sollte die freie Beweglichkeit der für die elektrische Leitfähigkeit verantwortlichen Elektronen und damit die Leitfähigkeit verschwinden.

Kamerlingh Onnes untersuchte zunächst Platin und Gold. Er fand, dass der elektrische Widerstand bei tiefen Temperaturen einen festen Wert annahm, also der unter Punkt 2) genannten Möglichkeit entsprach. Dieser "Restwiderstand" war abhängig vom Reinheitsgrad der Proben.

3

Je reiner die Proben waren, desto kleiner war der Restwiderstand. Dieses Verhalten des Restwiderstands als Funktion der Reinheit des Metalls wollte Kamerlingh Onnes an Quecksilber untersuchen. Dieses bei Raumtemperatur bereits flüssige Metall konnte durch mehrfache Destillation sehr rein dargestellt werden. Für die Messungen wurde eine mit Quecksilber gefüllte dünne Glaskapillare verwendet.

In ersten Messungen beobachteten Kamerlingh Onnes und seine Mitarbeiter, dass der Widerstand des Quecksilbers bei Temperaturen unter 4.2 K unmessbar klein wurde. Ihre Beobachtungen waren aber noch in Übereinstimmung mit dem Fall 1 in Abb. 1 [3]. Im Oktober 1911 wurden diese Messungen mit einer verbesserten Apparatur wiederholt. Nun zeigte sich, dass die Widerstandsänderung in einem engen Temperaturintervall von einigen Hundertstel eines Grades erfolgte, also keine stetige Abnahme mit der Temperatur sondern ein Widerstandssprung auftritt. Abb. 2 zeigt die Ergebnisse dieser Messungen [4]. Ein neuer Zustand der Materie war entdeckt, der supraleitende Zustand.



Abb. 2: Originalmessung von Kamerlingh Onnes, die den Übergang von Quecksilber in den supraleitenden Zustand zeigt (Widerstand in Ω als Funktion der Temperatur in K) [4].

Für seine Verdienste in der Tieftemperaturphysik erhielt Kamerlingh Onnes 1913 den Nobelpreis für Physik "for his investigations on the properties of matter at low temperatures which led, inter alia, to the production of liquid helium" [5].

Im Laufe der folgenden Jahrzehnte hat sich gezeigt, dass die Supraleitung in vielen Materialien auftritt. Supraleitung tritt in einer Reihe von Metallen auf, wobei Niob das Element mit der höchsten Übergangstemperatur von etwa 9 K ist. Bis heute wurden hunderte supraleitender Verbindungen gefunden.



6

5





Abb. 3: Entwicklung der supraleitenden Übergangstemperatur T_c in den letzten hundert Jahren für metallische (blau), keramische (rot) und Fe-As-basierte Supraleiter (grün) (nach [6]).

3.2 Eigenschaften von Supraleitern

3.2.1 Verschwinden des elektrischen Widerstandes

Supraleiter haben unterhalb einer Übergangstemperatur T_c einen verschwindenden elektrischen Widerstand. Die Frage, ob der Widerstand wirklich null ist, oder einfach nur sehr klein, ist experimentell schwierig zu beantworten. Eine Messung kann immer nur eine obere Grenze für den zu messenden Widerstand angeben. Die empfindlichste Methode ist die Beobachtung des Abklingens eines Stromes in einem supraleitenden Ring. Dazu wird in den noch normalleitenden Ring ein Magnetstab eingeführt. Nach dem Abkühlen, wenn der Ring in den supraleitenden Zustand übergegangen ist, wird der Magnetstab herausgezogen. Dabei wird im Ring eine Induktionsspannung erzeugt, die einen supraleitenden Strom anwirft. Die Abklingzeit dieses Stroms ist ein Maß für den elektrischen Widerstand:

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{\kappa}{L}t}$$
(1)

 I_0 ist der Strom zu Beginn der Messung, *R* ist der Widerstand, und *L* ist der Selbstinduktionskoeffizient, der nur von der Geometrie des Ringes abhängt. Es hat sich gezeigt, dass der Widerstandssprung bei Eintritt der Supraleitung mindestens 14 Zehnerpotenzen beträgt [7]. Ein Supraleiter ist also unterhalb der Sprungtemperatur ein idealer Leiter mit R = 0.

3.2.2 Magnetische Eigenschaften und kritischer Strom

Ein Supraleiter im supraleitenden Zustand ist ein perfekter Diamagnet, d.h. er verdrängt vollständig ein Magnetfeld aus seinem Inneren. An der Oberfläche des Supraleiter mit $T < T_c$ werden Abschirmströme angeworfen, die ein Magnetfeld erzeugen, das im Inneren des Supraleiters das äußere Magnetfeld exakt kompensiert (Meißner-Ochsenfeld-Effekt [8]). Das magnetische Verhalten eines Materials, das in den supraleitenden Zustand eintritt, lässt sich nicht allein aus den Maxwell-Gleichungen mit der zusätzlichen Forderung eines verschwindenden elektrischen Widerstandes erklären. Ein Supraleiter unterscheidet sich von einem gedachten idealen Leiter durch die Tatsache, dass in dessen Innern das magnetische Feld immer gleich null ist. Abb. 6 illustriert dies. Auch wenn ein Supraleiter mit einer Temperatur oberhalb von T_c in ein Magnetfeld gebracht wird und im Magnetfeld unter T_c abgekühlt wird, wird das Magnetfeld beim Übergang zur Supraleitung aus dem Material verdrängt.



Abb. 4: Magnetisches Verhalten eines (gedachten) idealen Leiters (A) und eines Supraleiters (B). Verglichen werden Abkühlvorgänge mit und ohne eingeschaltetes äußeres Magnetfeld B_a [9].

Ein Supraleiter ist also ein idealer Leiter mit R = 0 und ein idealer Diamagnet mit der Suszeptibilität $\chi = -1$. Nur beide Eigenschaften gemeinsam kennzeichnen den supraleitenden Zustand.

Es kostet Energie, ein Magnetfeld aus einem Volumen zu verdrängen. Im Supraleiter gelingt das, weil der supraleitende Zustand unterhalb von T_c energetisch günstiger ist als der normalleitende Zustand. Ab einem ausreichend hohen Magnetfeld ist es energetisch vorteilhafter, in den normalleitenden Zustand überzugehen. Supraleiter reagieren auf zwei verschiedene Arten auf ein Magnetfeld, woraus sich die Unterscheidung in Supraleiter vom Typ I und Typ II ergibt.

In einem Typ I Supraleiter wird unterhalb eines kritischen äußeren Magnetfeldes H_c der magnetische Fluss vollständig verdrängt. Überschreitet das angelegte Magnetfeld das kritische Feld H_c , so kehrt das Material vollständig in den normalleitenden Zustand zurück. Beispiele für Supraleiter erster Art sind Blei, Quecksilber und Aluminium.

Für einen Typ II Supraleiter existieren zwei kritische Felder $H_{cl}(T)$ und $H_{c2}(T)$ mit $H_{cl}(T) < H_{c2}(T)$. Unterhalb von $H_{cl}(T)$ wird der magnetische Fluss vollständig aus dem Supraleiter verdrängt (Meißner-Phase). Für Magnetfelder zwischen $H_{cl}(T)$ und $H_{c2}(T)$ dringt der magnetische Fluss teilweise in den Supraleiter ein (Shubnikov-Phase), es bilden sich Flussschläuche,

die den Fluss eines elementaren Flussquants $\Phi_0 = hc/2e$ tragen (h = Plancksches Wirkungsquantum, c = Lichtgeschwindigkeit, e = Elementarladung). Im Innern der Flussschläuche ist das Magnetfeld konzentriert, und dort bricht die Supraleitung lokal zusammen. Ausserhalb der Flussschläuche ist die Supraleitung weiterhin vorhanden. Erst oberhalb von $H_{c2}(T)$ wird das Material vollständig normalleitend und das Magnetfeld kann vollständig in die Probe eindringen.

Abb. 5 zeigt die Temperaturabhängigkeit der kritischen Magnetfelder für Typ I und Typ II Supraleiter zwischen 0 K und T_c .



Abb. 5: Temperaturabhängigkeit der kritischen Magnetfelder für Typ I und Typ II Supraleiter.

Durch das Eigenfeld des transportierten elektrischen Stroms wird die maximale Stromstärke begrenzt, bis zu der die Supraleitung aufrechterhalten bleibt. Diese maximale Stromstärke in einem Supraleiter wird mit kritischer Stromstärke I_c bezeichnet. Im einfachsten Fall wird die kritische Stromstärke erreicht, wenn das magnetische Eigenfeld des Stroms gleich dem kritischen Feld H_c ist.

3.2.3 Thermodynamische Eigenschaften



Abb. 6: Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme eines Normal- und eines Supraleiters. Eingezeichnet sind auch die Phononen- und Elektronenbeiträge zur spez. Wärme.

Die Wärmekapazität eines Normalleiters setzt sich bei Metallen aus dem elektronischen und dem phononischen (Gitterschwingungen) Anteil zusammen. Für Temperaturen weit unterhalb der Debye-Temperatur gilt:

$$C_{NL} = C_{Elektron} + C_{Phonon} = \gamma T + AT^{3}$$
⁽²⁾

Im normalleitenden Zustand ergibt sich bei tiefen Temperaturen ein stetiger Verlauf von C_{NL} (Abb. 6). Beim Übergang in den supraleitenden Zustand bei T_c nimmt die spezifische Wärme sprunghaft zu, um dann bei sehr niedrigen Temperaturen unter den Wert der Normalphase abzusinken. Ein Sprung in der Wärmekapazität, bei dem keine latente Wärme auftritt, bezeichnet man als einem Phasenübergang 2. Ordnung.

Beim Übergang in den supraleitenden Zustand bleibt der gitterdynamische Anteil C_{Phonon} unverändert. Es zeigt sich, dass der elektronische Anteil $C_{Elektron} \sim T$ im Supraleiter durch einen Anteil C_{SL} zu ersetzen ist, der unterhalb der kritischen Temperatur exponentiell abklingt:

$$C_{SL} = e^{-\frac{\alpha}{T}}$$
(3)

Dieses exponentielle Verhalten ist ein Hinweis auf die Existenz einer Energielücke für die Elektronenzustände in der supraleitenden Phase.

3.3 BCS-Theorie

Fast 50 Jahre nach der Entdeckung der Supraleitung, gelang 1957 den drei Amerikanern John Bardeen, Leon Cooper und Robert Schrieffer der theoretische Durchbruch zur Erklärung der der Supraleitung zu Grunde liegenden Mechanismen. Ihre Theorie wurde unter dem Namen "BCS-Theorie" berühmt [10]. Grundidee der BCS-Theorie ist, dass bei tiefen Temperaturen zwischen zwei Elektronen eine spezielle Anziehungskraft wirksam wird. Diese Anziehung führt dazu, dass zwei Elektronen sich kurzzeitig zu Paaren zusammenschließen (Cooper-Paare). Nach der BCS-Theorie wird die Anziehungskraft bei der Bildung der Cooper-Paare durch die Wechselwirkung der Elektronen mit Gitterschwingungen (Elektron-Phonon-Wechselwirkung) erklärt. Dadurch wird die Abstoßungskraft zwischen zwei Elektronen überwunden. Bei der Paarbildung schließen sich die zwei Elektronen mit entgegengesetzt gerichtetem Spin zusammen. Der Gesamtspin eines Cooper-Paares ist null. Ein Cooper-Paare können deshalb denselben Quantenzustand besetzen, der durch eine makroskopische quantenmechanische Wellenfunktion gekennzeichnet ist.

Einen wichtigen experimentellen Hinweis auf die Beteiligung des Kristallgitters bei der Bildung von Cooper-Paaren gibt der Isotopeneffekt. In verschiedenen supraleitenden Metallen, wie z. B. Blei, Quecksilber und Zinn wurde gefunden, dass T_c von dem Isotop (also der Atommasse *M*) abhängt, aus dem die Materialien hergestellt wurden:

$$T_c \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$$
 (4)

Die BCS-Theorie sagt auch den Sprung in der spezifischen Wärmekapazität bei T_C voraus.

Eine weitere Vorhersage der BCS-Theorie war, dass im supraleitenden Zustand an der Fermi-Energie eine Lücke im Energiespektrum der Elektronen entsteht, in der keine Energiezustände existieren, die von Elektronen besetzt werden können. Diese Energielücke wurde 1960 experimentell von I. Giaever nachgewiesen [11].

8

7

9

Die Bildung von Cooper-Paaren ist auch für die Hochtemperatur-Supraleiter (s. Kap. 3.4) eindeutig festgestellt worden. Der mikroskopische Paarungsmechanismus ist allerdings immer noch nicht aufgeklärt.

3.4 Hochtemperatur-Supraleiter

Bednorz und Müller veröffentlichten 1986 eine Arbeit mit dem Titel "Possible High T_c Superconductivity in the Ba-La-Cu-O System" [12]. Sie beobachteten in diesem keramischen Material einen möglichen Supraleitungsübergang bei 35 K. Dies war 12 K höher als der bisherige Rekord bei metallischen Supraleitern von 23.2 K in Nb₃Ge. Nach anfänglicher Skepsis wurden die Messungen bestätigt und kurz darauf wurde von Chu und Mitarbeitern in der Verbindung YBa₂Cu₃O₇ (genannt YBCO) ein T_c von 92 K, also deutlich über der Siedetemperatur von flüssigem Stickstoff, gefunden [13]. Dies hat einen Forschungsboom ausgelöst, teilweise wurden neue Ergebnisse in Tageszeitungen wie der New York Times veröffentlicht. Ein Höhepunkt war der Sitzungsmarathon auf der Frühjahrskonferenz der American Physical Society am 18. März 1987 im Hilton-Hotel in New York, der bis weit nach Mitternacht dauerte und als das "Woodstock der Physik" bezeichnet wurde. Bereits 1987 erhielten Bednorz und Müller den Nobelpreis für ihre Entdeckung. In den folgenden Jahren wurden verschiedene ähnliche Verbindungen mit noch höherer Sprungtemperatur gefunden (Abb. 3). Der Rekord liegt bei $T_c = 133$ K für HgBa₂Ca₂Cu₃O₈. Hoch- T_c -Supraleiter sind alle Supraleiter vom Typ II.



Abb. 7: Struktur des Hochtemperatursupraleiters YBa2Cu3O7-&.

Alle diese neuen Hoch-*T_c*-Supraleiter sind Oxide, die kristallographisch Perowskit-Struktur besitzen. Das wichtigste Strukturelement sind Kupferoxid (CuO₂)-Ebenen, in denen Kupferund Sauerstoffatome abwechselnd angeordnet sind und so ein zweidimensionales Gitter bilden. Die verschiedenen Verbindungen ("Kuprate") enthalten eine unterschiedliche Anzahl von Kupferoxid-Ebenen. Die elektrischen und damit die supraleitenden Eigenschaften dieser Kuprate werden von den Kupferoxid-Ebenen bestimmt und hängen von deren Dotierung mit elektrischen Ladungsträgern ab. Supraleitung wird erst beobachtet, wenn die Elektronenkonzentration in den CuO₂-Ebenen verringert wird. Dies kann durch den Entzug von Sauerstoff erreicht werden. Die korrekte Strukturformel für YBCO ist also YBa₂Cu₃O_{7- δ} mit $\delta \approx 0.1$ (Abb. 7).

Eine technologisch wichtige Klasse von Hoch- T_c -Supraleitern sind Bismut-Strontium-Calcium-Kupferoxide (BSCCO) [¹⁴], die in mehreren Mofifikationen auftreten können. Die Modifikation Bi-2223 (Bi₂Sr₂Ca₂Cu₃O_{10+ δ}) hat ein T_c von 110 K.

4. Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

4.1 Versuchsaufbau

Das Hauptproblem bei der Messung des Widerstandes von nichtmetallischen Materialien ist der oft große Kontaktwiderstand zwischen den Messkontakten und dem Material. Er liegt im Bereich einiger Ohm, während der eigentliche Probenwiderstand oft viel kleiner ist. Dies lässt sich durch die "Vierpunkt-Messmethode" umgehen. Dabei wird über zwei äußere Kontakte ein Prüfstrom durch die Probe geschickt und der Spannungsabfall zwischen zwei inneren Kontakten gemessen. Benutzt man ein hochohmiges Voltmeter, wird die Spannungsmessung unabhängig vom Kontaktwiderstand, und der Spannungsabfall ist dann ein direktes Maß für den Probenwiderstand.



Abb. 8: Links: Auf Probenhalter montierter Bi-2223-Supraleiter mit Kontakten für Stromanschluss und Spannungsabgriff. Der Pt-100 Temperatursensor ist auf den Supraleiter geklebt. Rechts: Probenhalter mit Anschlusskabel eingebaut in Messinggehäuse.

Abb. 8 zeigt die Verdrahtung der im Versuch benutzten Probe Bi-2223 (Bi₂Sr₂Ca₂Cu₃O_{10+ δ}). Auf einem Stück Leiterplatine ist der Supraleiter montiert. Zwei äußere Kontakte (*I*) leiten den Messstrom durch die Probe, über zwei innere Kontakte (*U*) wird der Spannungsabfall gemessen.

Zur Temperaturmessung ist ein Pt-100-Widerstand seitlich auf die Probe geklebt, dessen Widerstandsänderung mit der Temperatur gemessen wird. Ein Pt-100-Widerstand hat einen Widerstand von $R_0 = 100 \Omega$ bei einer Temperatur von 0 °C. Die Norm DIN EN 60751 legt für den Platin-Widerstand in einer Tabelle die zur jeweiligen Temperatur gehörenden Widerstandswerte fest (s. Anlage). Außerdem legt die Norm zwei Temperaturbereiche fest und definiert sie durch verschiedene Polynome. 11

Supraleitung

Der erste Temperaturbereich (-200 °C bis 0 °C) wird festgelegt durch

$$R(T) = R_0 \left(1 + AT + BT^2 + C(T - 100 \,^{\circ}\text{C})T^3 \right)$$
(5)

und der zweite Temperaturbereich (0 °C bis 850 °C) durch

$$R(T) = R_0 \left(1 + AT + BT^2 \right) \tag{6}$$

mit den Koeffizienten

$$A = 3.9083 \times 10^{-3} \text{ °C}^{-1}$$
$$B = -5.775 \times 10^{-7} \text{ °C}^{-2}$$
$$C = -4.183 \times 10^{-12} \text{ °C}^{-3}$$

Für Temperaturen über 0 °C kann mit Gl. (6) aus dem Widerstand die Temperatur berechnet werden:

$$T = \frac{-AR_0 + \sqrt{\left(AR_0\right)^2 - 4BR_0\left(R_0 - R\right)}}{2BR_0}$$
(7)

Für Temperaturen unter 0 °C ist die Auflösung des Polynoms 4. Grades (Gl. (5)) nach der Temperatur nicht trivial. Man kann natürlich auch für den Tieftemperaturbereich Gl. (7) benutzen, der Fehler ist nicht besonders groß, da der Koeffizient *C* sehr klein ist. Genauer ist eine Gleichung, die über ein numerisches Verfahren für einen Pt-100-Widerstand berechnet wurde [15]:

$$T = -5.67 \times 10^{-6} R^3 + 0.0024984 R^2 + 2.22764 R - 242.078$$
(8)

Mit dieser Gleichung beträgt die Abweichung vom tatsächlichen Wert maximal 0.019 °C.



Abb. 9: Verdrahtung der Bi-2223-Probe für 4-Punkt- und Temperaturmessung.

Abb. 9 zeigt die Verdrahtung der Bi-2223-Probe zur Messung der Übergangstemperatur T_c . Für die Messung wird der Strom durch die Probe von einem Power-CASSY geliefert (Anschlüsse 1,7). In die Stromzufuhr ist ein Widerstand von 10 Ω in Reihe geschaltet (warum?). Der Spannungsabfall (Anschlüsse 2,4) über die Bi-2223-Probe und der Widerstand des Pt-100-Sensors (Anschlüsse 3,5) werden über die beiden Kanäle eines Sensor-CASSY erfasst. Zur Messung kleiner Spannungen wird dazu eine " μ V-Box" aufgesetzt. Für die Widerstandmessung zur Temperaturbestimmung wird eine "Stromquellen-Box" benutzt.

Zur Beobachtung des Meißner-Ochsenfeld-Effekts stehen mehrere YBCO-Scheiben und verschieden starke Permantmagnete zur Verfügung.

4.2 Versuchsdurchführung und Versuchsauswertung

Sicherheitshinweise:

12

Wie Thermoskannen beim Eingießen von heißem Wasser platzen können, besteht auch beim Einfüllen von flüssigem Stickstoff in ein Dewargefäß Implosionsgefahr. Beim Hantieren mit Dewargefäßen muss deshalb unbedingt eine Schutzbrille getragen werden. Stickstoff ist als Hauptbestandteil der Atemluft völlig ungiftig. Eine Gefahr könnte sich trotzdem in geschlossenen Räumen durch das Verdampfen größerer Mengen ergeben, etwa durch Bersten eines gefüllten 25 l Gefäßes. Vorsicht ist aufgrund der niedrigen Temperatur geboten. Niemals in flüssigen Stickstoff hineingreifen und gekühlte Gegenstände nicht mit bloßen Händen anfassen. Schutzhandschuhe tragen. Hautkontakt ist zu vermeiden.

Aufgabe 1: Flüssiger Stickstoff

Machen Sie sich mit Hilfe des Betreurs/der Betreuerin über den Umgang mit flüssigem Stickstoff vertraut.

Aufgabe 2: Meißner-Ochsenfeld-Effekt

Zeigen Sie den Meißner-Ochsenfeld-Effekt für den Supraleiter YBCO. Wie müssen Sie den Versuch durchführen, um einen Supraleiter von einem möglichen "idealen" Leiter unterscheiden zu können (s. Abb. 4)?

Aufgabe 3: Bestimmung der Übergangstemperatur T_c von Bi-2223

Stellen Sie die Messverbindungen zur Power- und Sensor-CASSY her. Starten Sie das Programm "CASSY Lab 2" und konfigurieren es für die Messung des Spannungsabfalls über die Probe als Funktion des Widerstandes des Pt-100-Sensors (Mittelwertbildung der Messwerte, welche Messintervalle sind sinnvoll?). Stellen Sie für das Power-CASSY einen Gleichstrom durch die Probe von maximal 60 mA ein.

Starten Sie eine Messung und tauchen Sie die Probe im Messingbehälter in flüssigen Stickstoff (nur so tief, dass kein Stickstoff in das Gehäuse eindringen kann). Messen Sie so lange, bis der Pt-100-Widerstand die Temperatur von Flüssigstickstoff anzeigt (ca. 20 Ω).

In einem zweiten Messdurchgang holen Sie die Probe aus dem Stickstoff und starten eine Messung während des Aufwärmens der Probe, das einige Minuten dauert. Wie unterscheiden sich die beiden Messungen?

Exportieren Sie die Messdaten in das Programm Origin. Rechnen Sie die Widerstandswerte des Pt-100-Sensors in Temperaturen (Grad Kelvin) um und bestimmen Sie T_c .

4.3 Geräteliste

- Power-CASSY und Sensor-CASSY mit µV-Box und Stromquellen-Box
- PC
- Bi-2223-Probe verdrahtet f
 ür Widerstandsmessung
- YBCO-Scheiben und Permanentmagnete
- Verschiedene Dewar-Gefäße

Literatur						
[1] H. Kamerlingh Onnes, Proc. R. Netherlands Acad. Arts Sci. (KNAW) 11 (1909) 168	Tur					
[2] W. Buckel, R. Kleiner, Supraleitung, 7. Auflage (Wiley-VCH, Weinheim 2013) S. 2	-					
[3] H. Kamerlingh Onnes, Proc. R. Netherlands Acad. Arts Sci. (KNAW)13 II (1911) 1274	-					
[4] H. Kamerlingh Onnes, Proc. R. Netherlands Acad. Arts Sci. (KNAW)14 II (1912) 818	-					
[5] <u>http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1913/</u> (März 2015)	-					
[6] W. Buckel, R. Kleiner, Supraleitung, 7. Auflage (Wiley-VCH, Weinheim 2013) S. 7	-					
[7] D.J. Quinn III and W.B. Ittner III, J. Appl. Phys. 33 (1962) 748	-					
[8] W. Meißner und R. Ochsenfeld, Naturwissenschaften 21 (1933) 787	-					
[9] H. Ibach und H. Lüth, <i>Festkörperphysik</i>, 7. Auflage (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2009) S. 291	-					
[10] J. Bardeen, L.N. Cooper, and J.R. Schrieffer, Phys. Rev. 108 (1957) 1175	-					
[11] I. Giaever, Phys. Rev. Lett. 5 (1960) 147	-					
[12] J.G. Bednorz and K.A. Müller, Z. Phys. B 64 (1986) 189						
[13] M.K. Wu, J.R. Ashburn, C.J. Torng, P.H. Hor, R.L. Meng, L. Gao, Z.J. Huang, Y.Q. Wang, and C.W. Chu, Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 908						
[14] <u>https://global-sei.com/super/hts_e/</u> (Oktober 2018)						
 [15] <u>http://de.wikibooks.org/wiki/Linearisierung_von_resistiven_Sensoren/_Pt100</u> (März 2015) 						

Anhang

Widerstandstabelle in Ohm für Pt-100 Sensoren gem. DIN EN 60751 für den Temperaturbereich: -200 $^\circ C$...+100 $^\circ C$

T (°C)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-200.00	18.52	18.95	19.38	19.82	20.25	20.68	21.11	21.54	21.97	22.40	22.83
-190.00	22.83	23.25	23.68	24.11	24.54	24.97	25.39	25.82	26.24	26.67	27.10
-180.00	27.10	27.52	27.95	28.37	28.80	29.22	29.64	30.07	30.49	30.91	31.34
-170.00	31.34	31.76	32.18	32.60	33.02	33.44	33.86	34.28	34.70	35.12	35.54
-160.00	35.54	35.96	36.38	36.80	37.22	37.64	38.05	38.47	38.89	39.31	39.72
-150.00	39.72	40.14	40.56	40.97	41.39	41.80	42.22	42.63	43.05	43.46	43.88
-140.00	43.88	44.29	44.70	45.12	45.53	45.94	46.36	46.77	47.18	47.59	48.00
-130.00	48.00	48.42	48.83	49.24	49.65	50.06	50.47	50.88	51.29	51.70	52.11
-120.00	52.11	52.52	52.93	53.34	53.75	54.15	54.56	54.97	55.38	55.79	56.19
-110.00	56.19	56.60	57.01	57.41	57.82	58.23	58.63	59.04	59.44	59.85	60.26
-100.00	60.26	60.66	61.07	61.47	61.88	62.28	62.68	63.09	63.49	63.90	64.30
-90.00	64.30	64.70	65.11	65.51	65.91	66.31	66.72	67.12	67.52	67.92	68.33
-80.00	68.33	68.73	69.13	69.53	69.93	70.33	70.73	71.13	71.53	71.93	72.33
-70.00	72.33	72.73	73.13	73.53	73.93	74.33	74.73	75.13	75.53	75.93	76.33
-60.00	76.33	76.73	77.12	77.52	77.92	78.32	78.72	79.11	79.51	79.91	80.31
-50.00	80.31	80.70	81.10	81.50	81.89	82.29	82.69	83.08	83.48	83.87	84.27
-40.00	84.27	84.67	85.06	85.46	85.85	86.25	86.64	87.04	87.43	87.83	88.22
-30.00	88.22	88.62	89.01	89.40	89.80	90.19	90.59	90.98	91.37	91.77	92.16
-20.00	92.16	92.55	92.95	93.34	93.73	94.12	94.52	94.91	95.30	95.69	96.09
-10.00	96.09	96.48	96.87	97.26	97.65	98.04	98.44	98.83	99.22	99.61	100.00
0.00	100.00	100.39	100.78	101.17	101.56	101.95	102.34	102.73	103.12	103.51	103.90
10.00	103.90	104.29	104.68	105.07	105.46	105.85	106.24	106.63	107.02	107.40	107.79
20.00	107.79	108.18	108.57	108.96	109.35	109.73	110.12	110.51	110.90	111.29	111.67
30.00	111.67	112.06	112.45	112.83	113.22	113.61	114.00	114.38	114.77	115.15	115.54
40.00	115.54	115.93	116.31	116.70	117.08	117.47	117.86	118.24	118.63	119.01	119.40
50.00	119.40	119.78	120.17	120.55	120.94	121.32	121.71	122.09	122.47	122.86	123.24
60.00	123.24	123.63	124.01	124.39	124.78	125.16	125.54	125.93	126.31	126.69	127.08
70.00	127.08	127.46	127.84	128.22	128.61	128.99	129.37	129.75	130.13	130.52	130.90
80.00	130.90	131.28	131.66	132.04	132.42	132.80	133.18	133.57	133.95	134.33	134.71
90.00	134.71	135.09	135.47	135.85	136.23	136.61	136.99	137.37	137.75	138.13	138.51
100.00	138.51	138.88	139.26	139.64	140.02	140.40	140.78	141.16	141.54	141.91	142.29