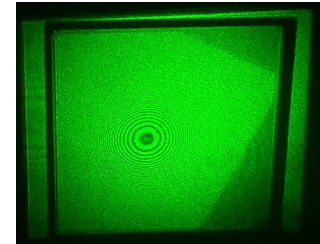


# Michelson-Interferometer

Elektromagnetische Wellen (z.B. Licht) interferieren bei Überlagerung wenn das Licht kohärent ist (gleiche Frequenz und feste Phase). Dazu werden heutzutage meist Laser benutzt. Im Experiment wird ein Strahlteiler verwendet um den Strahl aufzuteilen und die Wellenfronten schließlich wieder mit sich selbst zu interferieren. Winzigste Wegunterschiede zwischen den beiden Strahlen führen zur destruktiven/konstruktiven Interferenz. Der Wegunterschied muss dabei kleiner sein als die Kohärenzlänge des Lichtes. Mit Interferometern wurden 2015 erstmals Gravitationswellen direkt nachgewiesen. Die Längenänderung der 4 km langen Arme war weniger als der Durchmesser eines Atomkerns.



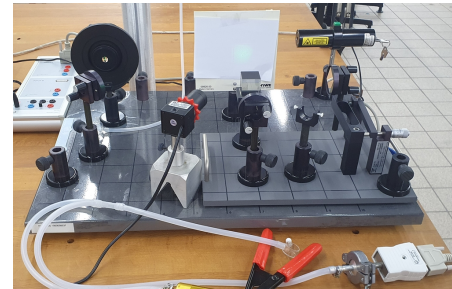
Interferenzbild auf dem Schirm. Erkennbar sind auch die Kanten des Strahlteilerwürfels mit einer Kantenlänge von 3 cm.

## 1 Lernziele

- Sicherheit und Umgang mit Lasern
- Aufbau eines Interferometers mit einem Laser
- Brechungsindex von Gasen
- Angabe von Messunsicherheiten

## 2 Experimenteller Aufbau

- Metallische Grundplatte mit Reitern
- Laser,  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , Klasse 1
- Spiegel, Strahlteiler, Schirm, Kamera
- zylindrische Küvette mit Vakuumpumpe
- Cassy mit Drucksensor
- zylindrische Küvette mit Anschluss an  $\text{CO}_2$ -Flasche



## 3 Vorbereitung, Fragen und Berechnungen vor Versuchsbeginn

- 1) Erklären Sie die Begriffe Schwingung, Welle und Interferenz.
- 2) Was versteht man unter den Begriffen räumliche und zeitliche Kohärenz und Kohärenzlänge?
- 3) In welchen Größenordnungen liegen die Kohärenzlängen verschiedenerer Lichtquellen (zum Beispiel Sonnenlicht, Weißlicht, Licht von Gasentladungslampen, Laserlicht)?
- 4) Skizzieren und erläutern Sie die grundlegende Funktionsweise eines Michelson-Interferometers.
- 5) Was ist der Unterschied zwischen Interpolation und Extrapolation von Daten?
- 6) Wie kann man mit Hilfe eines Michelson-Interferometers die Wellenlänge der Lichtquelle, bzw. den Brechungsindex eines Mediums bestimmen? Muss das Medium ein Gas sein oder würde selbige Untersuchung auch bei Flüssigkeiten machbar sein?
- 7) Warum sind die Interferenzstreifen, wenn Sie durch eine weiße Lichtquelle erzeugt werden, nicht einfach nur weiß?
- 8) Kennen Sie noch andere Typen von Interferometern?
- 9) Erhält man immer noch ein Interferenzmuster, wenn nur noch einzelne Lichtquanten durch das Interferometer geschickt werden?
- 10) Wie groß ist der Brechungsindex  $n$  von Luft und  $\text{CO}_2$  bei Normalbedingungen?
- 11) Angabe von Messunsicherheiten: Geben Sie für  $x = 123.456 \text{ nm}$  mit  $u(x) = 0.34567$  den Wert korrekt in der Form i)  $x = (\dots \pm \dots) \text{ nm}$  und der Form ii)  $x = \dots (\dots) \text{ nm}$  (z.B.  $123.45(6) \text{ nm}$ ) an.

## 4 | Messung - | Durchführung - | Auswertung



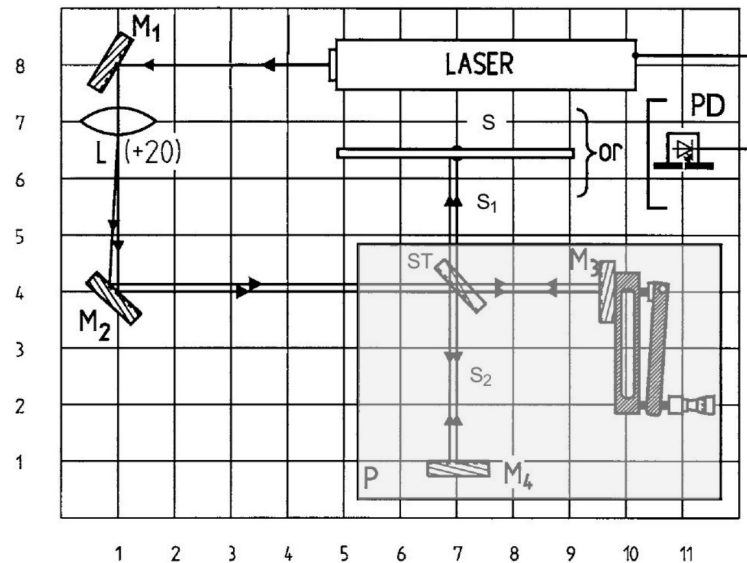
**!!! Achtung !!!** Sie Arbeiten mit Laserstrahlung. Auch wenn die Leistung gering ist ( $P_{\text{Laser}} < 1 \text{ mW}$ ), eine direkte Einstrahlung ins Auge ist gefährlich, weil das Auge den Strahl fokussiert.

**!!! Achtung !!!**



### 4.1 Aufbau des Interferometers

Ziel dieses Teils ist es, dass Sie lernen, einen komplexen optischen Laser-Aufbau Schritt für Schritt umzusetzen. Dabei ist es notwendig immer wieder kleine Korrekturen vorzunehmen, ansonsten erhalten Sie kein Interferenzmuster. Zu Beginn des Versuchs werden Sie eine leere Montageplatte mit aufgezeichnetem Koordinatensystem zur Orientierung vorfinden. Nur der mittels Mikrometerschraube verstellbare Spiegel ist auf einem kleinen Podest vorinstalliert. Dessen Position darf während des gesamten Versuchs nicht verändert werden. Eine Skizze des fertigen Aufbaus sehen Sie in der nebenstehenden Abbildung.



- 1) Drehen Sie an den beigeestellten Spiegeln, sowie am vorinstallierten Spiegel auf dem Montagebrett jeweils die beiden Justageschrauben auf die mittlere Position, damit die Spiegel nicht verkipp sind. Damit steht Ihnen später ein maximaler Bewegungsbereich zur einfacheren Ausrichtung zur Verfügung.
- 2) Stellen Sie den ausgeschalteten Laser auf das Montagebrett. Schalten Sie den Laser an und ändern Sie die Höhe des Lasers so, dass er zirka 13 cm über der Montageplatte ist. Benutzen Sie ein Stück Papier, um den Strahlengang nachzuverfolgen. Schalten Sie den Laser aus.
- 3) Stellen Sie den Spiegel M1 auf Montagebrett und schalten Sie den Laser wieder ein. Ändern Sie die Höhe des Spiegel so, dass der Laser diesen mittig trifft. Drehen Sie den Spiegel so, dass der Strahl entlang der Achse  $x = 1$  verläuft. Die Stellschrauben am Spiegel werden noch nicht benutzt.
- 4) Stellen Sie den Spiegel M2 auf das Brett (siehe Skizze). Stellen Sie auf die korrekte Höhe ein. Prüfen Sie, dass der Laser überall die selbe Höhe gegenüber der Grundplatte hat. Sie können vorsichtig an den Justageschrauben drehen, falls der Strahlenverlauf keine parallele Ebene zur Grundplatte hat.
- 5) Verschieben und drehen Sie M2 so (ohne die Stellschrauben zu benutzen), dass der Laser den Spiegel M3 mittig trifft. Achtung, es gibt ein Rückreflex.
- 6) Dieser Rückreflex muss direkt in die Ausgangsöffnung des Laser zurückgeführt werden. Benutzen Sie ein Stückchen Papier, versuchen Sie **nicht** mit den Augen den Verlauf „zu sehen“. Stellen Sie zuerst an den Stellschrauben von M3, dass der Rückreflex auf M2 kommt und dann an den Stellschrauben von M2, dass dieser weiter nach M1 geht und die Ausgangsöffnung trifft.
- 7) Stellen Sie den weißen Schirm entlang der  $y = 6$  Linie auf.
- 8) Wenn Sie den würfelförmigen Strahlteiler von oben betrachten, sehen Sie eine diagonale Einkerbung. Stellen Sie den Strahlteiler auf das Podest, siehe Abbildung. Es kann sein, dass die Höhe etwas angepasst werden muss, damit dieser mittig vom Strahl getroffen wird. Sie erhalten weitere Reflexe. An diesen sehen Sie, ob die Flächennormalen senkrecht zum Laser sind. Eventuell etwas verdrehen.
- 9) Positionieren Sie den letzten Spiegel M4 so ein, dass er auf der  $y = 1$  Linie steht und seine Spiegelfläche der Seitenfläche des Strahlteilers genau gegenüber steht. Stellen Sie Höhe und Richtung des Spiegels wieder so ein, dass der Laserstrahl die Spiegelfläche mittig trifft.
- 10) Auf dem Schirm sollten Sie nun einen zweiten hellen Punkt sehen, sowie um diesen nochmals zwei schwächer leuchtende Punkte. Drehen Sie jetzt am Fuß vom Spiegel M4, bis die beiden neuen schwächeren Punkte und der neue helle Punkt vertikal übereinander liegen. Drehen Sie

- anschließend an den Justageschrauben von M4, bis die beiden helle Punkte überlappen.
- 11) Vergewissern Sie sich, dass auch der vom zuletzt eingesetzten Spiegel zurückreflektierte Strahl in die Laseröffnung zurückgeführt wird. Wiederholen Sie dazu das Vorgehen von oben. Achten Sie dabei immer darauf, dass auch die Punkte auf dem Schirm überlappen.
  - 12) In der Überlagerung der grünen Punkte auf dem Schirm sollten sie die ersten Interferenzen als sehr schmale Streifen sehen. Drehen sie so lange vorsichtig an den Justageschrauben der beiden Spiegel auf dem Podest, bis sich etwas breitere, dunklere Streifen ergeben. Diese sind nicht kreisförmig, eher leicht gekrümmte Striche. Die Ringstruktur kommt erst durch die Verwendung der Linse.
  - 13) Setze Sie nun die Linse auf die Montageplatte. Ändern Sie die Höhe so, dass der Laser die Linse mittig durchdringt. Drehen Sie die Linse vorsichtig, bis sie große, grüne Flecken um den Strahlteiler und bei dem Spiegel auf dem Podest sehen. Ändern Sie die Höhe und Orientierung der Linse so, dass Strahlteiler und Spiegel gleichmäßig vom Fleck beleuchtet werden, so dass der grüne Fleck mit den Interferenzringen auf dem Schirm annähernd mittig erscheint.
  - 14) Glückwunsch, Sie haben ein hochpräzises Interferometer aufgebaut und können dieses nun für Messungen verwenden.

## 4.2 Wellenlänge des Lasers

Sie sollen ein Gefühl dafür bekommen, wie empfindlich Ihr Aufbau ist. Ein Antippen des Tisches reicht aus, um kurzzeitig das Interferenzmuster vollständig zu zerstören. Wir werden mit einer genormten mechanischen Bewegung die Wellenlänge des verwendeten Lasers ermitteln.

- 1) Öffnen Sie am Computer das Kameraprogramm und positionieren Sie die Kamera bei zirka  $(x, y) = (4, 2)$  um das Interferenzbild auf dem Computerbildschirm vergrößert zu sehen. Sie können an dem Kameraobjektiv sowohl den Zoom, die Schärfe und die Öffnung einstellen. Die Öffnung  $C \leftrightarrow 0$  sollte auf maximal 0-open stehen.
- 2) Die Mikrometerschraube für Spiegel M3 soll auf 5.00 mm eingestellt sein. Beachten Sie deren Einteilung, ein Skalenstrich entspricht  $10 \mu\text{m}$ . Durch die Hebelarme zwischen dem Spiegel und der Schraube haben Sie zusätzlich eine Verkleinerung um den Faktor 17.5.
- 3) Starten Sie die Videoaufzeichnung am Computer und bewegen Sie die Mikrometerschraube gleichmäßig und langsam mit zirka einen Skalenstrich pro Sekunde bis auf 5.25 mm, warten ein paar Sekunden und bewegen die Schraube weiter auf 5.50 mm, dann auf 5.75 mm und 6.00 mm und stoppen die Videoaufzeichnung.

Auswertung:

- a) Mit der Software VirtualDub2 auf dem Desktop können Sie Ihr Video öffnen, es befindet sich unter `c:\Pictures\CameraRoll`
- b) Sie können mit dem Reiter im unteren Fensterteil im Video vor- und zurückspulen und insbesondere mit den Cursortasten Bild für Bild vorwärts gehen. Dies ermöglicht Ihnen die Anzahl der durchgefahrenen Ordnungen für die Bewegung der  $\mu\text{m}$ -Schraube um jeweils 0.25 mm zu ermitteln. Durch die Pause zwischen den Messungen erkennen Sie jeweils Anfang und Ende eines Intervalls.
- c) Bestimmen Sie die Anzahl  $N$  der Null-Durchgänge (von dunkel nach dunkel oder von hell nach hell) für die vier Intervalle.
- d) Wenn der Spiegel um  $d$  verschoben wird, ändert sich der Lichtweg in diesem Arm um  $2d$ . Machen Sie sich dies an einer Skizze klar. Die geänderte Phasenverschiebung gegenüber dem anderen Strahl ist somit  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2d$ . Wenn diese Phasenverschiebung ein vielfaches von  $2\pi$  ist kommt es wieder zu konstruktiver (hell) oder destruktiver (dunkel) Interferenz und somit zu  $\lambda = 2d/N$ .
- e) Berechnen Sie  $\lambda$  jeweils für die vier Intervalle. Berücksichtigen Sie, dass  $d$  mechanisch auch noch um den Faktor 17.5 verkleinert wurde.
- f) Um eine Abschätzung der Messunsicherheit zu erhalten, Berechnen Sie für ein Intervall das  $\lambda$  jeweils mit  $N + 1$  und  $N - 1$ , beziehungsweise mehr, wenn die Anzahl  $N$  zwischen den vier vermessenen Intervallen stärker variiert.

- g) Geben Sie Ihren Ergebnis in der Form  $\lambda = 123.456(8)$  nm an und vergleichen Sie es mit der Herstellerangabe auf dem Laser.
- h) Überprüfen Sie noch einmal, in welcher Richtung sich der Spiegel verschoben hat. Hat sich der Lichtweg dieses Arms gegenüber dem anderen verkürzt oder verlängert und sind die Ringe im Interferenzbild von außen nach innen oder umgekehrt verlaufen?

### 4.3 Brechungsindex von Luft als Funktion des Druckes

Das Interferometer soll benutzt werden um den Brechungsindex von Luft zu bestimmen. Der Brechungsindex des Vakuums ist per Definition  $n_V = 1$ . Der Brechungsindex von Gasen ist minimal größer als 1 und proportional zum Druck  $n(p) = 1 + \Delta n(p)$  mit  $\Delta n = a \cdot p$ . Durch Vakuuieren einer kleiner Kammer im Strahlengang wird sich der optische Weg verkürzen  $\ell' = n(p)\ell$  und demzufolge  $\Delta\ell = \Delta n \cdot \ell$ . Für die Bestimmung von  $a_{\text{Luft}}$  werden wir die Druckunterschiede  $\Delta p$  benutzen.

- 1) Bringen Sie den Halter und die Küvette mit der Unterdruckpumpe in den Strahlengang zwischen dem Strahlteilerwürfel und dem Spiegel M3.
- 2) Der Drucksensor ist am CassyLab angeschlossen und Sie können gleichzeitig den Druck ablesen.
- 3) Stellen Sie mit der  $\mu\text{m}$ -Schraube eine destruktive Interferenz für die Mitte ein.
- 4) Verringern Sie Vorsichtig den Druck, bis sich das Beugungsmuster um eine Ordnung verschoben hat (im Zentrum von dunkel nach dunkel). Notieren Sie den aktuellen Druck. Verfahren Sie so fort bis sich der Druck nicht weiter verringern lässt.
- 5) Mit der kleinen Nadel an der Unterdruckpumpe lassen wieder Luft in die Küvette und wiederholen die Messung noch zwei mal.
- 6) Wandern die Ringe bei Druckverminderung von innen nach außen oder umgekehrt? Entspricht dies Ihre Erwartung eines verkürzten Lichtweges, siehe auch der letzte Punkt bei der Auswertung Wellenlängenbestimmung des Lasers.

Auswertung: Der Lichtwegunterschied in der gasgefüllten Küvette zum Vakuum ist  $\Delta\ell = 2\Delta n\ell$ . Mit  $\ell = 10$  mm und wiederum doppelt gezählt, da das Licht die Kammer  $2\times$  passiert. Der Wegunterschied zwischen den Interferenzminima beträgt  $\Delta\ell = k \cdot \lambda$  mit  $\lambda = 532$  nm und  $k = 0; 1; 2; \dots$

- a) Berechnen Sie in QtipPlot in weiteren Spalten jeweils den Unterdruck in der Kammer  $\Delta p = p_0 - p$  und den Brechungsindexunterschied  $\Delta n' = \Delta\ell / (2 \cdot \ell)$ . Dabei ist nun  $\Delta n'(\Delta p)$  der Brechungsindexunterschied zwischen dem  $n(p_0)$  und dem Brechungsindex beim verminderten Druck  $n(p)$ .
- b) Tragen Sie  $\Delta n'$  als Funktion von  $\Delta p$  auf und ermitteln Sie durch Anpassung an eine Ursprungsgerade den Koeffizient  $a_{\text{Luft}}$  mit dessen Unsicherheit  $u(a)$ .
- c) Berechnen Sie mit Ihrem ermitteltem  $a_{\text{Luft}}$  den Brechungsindex von Luft bei Normaldruck und vergleichen Sie diesen mit dem Literaturwert (Vorbereitung). Diskutieren (nicht berechnen) Sie die Messunsicherheit  $u(n)$ , insbesondere mit dem Hinblick auf  $u(\ell) = 1$  mm.

### 4.4 Brechungsindex von Kohlendioxid CO<sub>2</sub>

Nachdem Sie den Brechungsindex von Luft beim aktuellen Luftdruck ermittelt haben, soll der Brechungsindex von CO<sub>2</sub> ermittelt werden. Wir werden die Luft durch CO<sub>2</sub> verdrängen und dabei die Änderung des Lichtweges bestimmen.

- 1) Ersetzen Sie die Küvette für Luft vorsichtig durch die Küvette, welche mit der CO<sub>2</sub>-Druckflasche verbunden ist.
- 2) Stellen Sie wiederum mit der  $\mu\text{m}$ -Schraube eine destruktive Interferenz ein.
- 3) Starten Sie die Videoaufzeichnung und öffnen Sie Vorsichtig das Nadelventil für das CO<sub>2</sub>.
- 4) Stoppen Sie die Aufzeichnung, wenn sich das Interferenzmuster nicht mehr ändert.
- 5) Mit einer Spritze können Sie das CO<sub>2</sub> wieder durch Luft ersetzen und den Versuch wiederholen.

Auswertung: Bestimmen Sie durch Auszählen der hell/dunkel-Durchgänge den Brechungsindex von CO<sub>2</sub> mit dem bekannten Brechungsindex von Luft beim aktuellen Luftdruck. Von der Aufgabe davor wissen Sie den Brechungsindex von Luft und die Länge der Küvette ist  $\ell = 10$  mm.

## 5 Literatur

In der Referenz [1] finden Sie die Beschreibungen

- [1] W. Schenk and F. Kremer (Hrsg.), *Physikalisches Praktikum*. Springer, 14. Auflage, 2014,  
<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-00666-2>.
- [2] D. Meschede, *Gerthsen Physik*. Springer, 25. Auflage, 2015,  
<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-45977-5>.

## 6 Zusatzmaterial

- Im Anhang finden Sie das pdf der ehemaligen Anleitung. Dort finden Sie viele Informationen zum Michelson-Interferometer.
- Zu diesem Versuch gibt es ein Virtual Reality Experimentset. Sie bekommen die Möglichkeit, sich für eine Woche vor Ihrem Versuch eine VR-Brille Oculus Quest 3 auszuleihen. Sprechen Sie die Betreuer/Praktikumsleitung an. Auf der Brille ist die App „femtoPro“ der Universität Würzburg installiert, siehe <https://www.uni-wuerzburg.de/femtopro>. Ziel dieses virtuellen Versuches ist es, Sie auf Lasersicherheit zu trainieren. Wenn Sie in der virtuellen Version in den Laserstrahl blicken, bekommen Sie nur eine Warnung. In der realen Welt gibt es keine Warnung sondern Verlust an Sehleistung. Auch wenn unsere Laser dafür nicht ausreichen, vielleicht arbeiten Sie später mit einem stärkeren Laser (z.B. Quantenoptik oder optische Pinzette) und dann ist es gut, wenn Sie Sicherheitsaspekte nicht nur auf dem Papier gehört haben, sondern schon intrinsisch etwas antrainiert haben.



» - FEMTOPRO

femtoPro

femtoPro ist ein interaktiver Femtosekundenlabor-Simulator in virtueller Realität (VR). Darin folgen Anwender Schritt-für-Schritt-Anleitungen und lernen, komplexe Lasereperimente augensicher aufzubauen und damit umzugehen.



Die App femtopro und die zur Verfügung stehende VR-Brille. Für die Benutzung der Brille ist kein Computer notwendig. Es sind auch weitere interessante Apps auf der Brille installiert, welche sie gerne ausprobieren können. Mit einer WLAN-Verbindung können Sie zu Hause auch surfen (im Browser : Privater Modus Wählen).





### 3. Grundlagen

#### 3.1 Michelson-Interferometer

Das Grundprinzip eines Interferometers ist, elektromagnetische Wellen mit sich selbst kohärent interferieren zu lassen. Dies bedeutet, dass die im Interferometer erzeugten Teilstrahlen in einer zeitlich und räumlich festen Phasenbeziehung zueinander stehen müssen, da ansonsten keine feste Interferenzbedingung zwischen den einzelnen Teilstrahlen entstehen kann und somit kein festes Interferenzbild erzeugt wird.

Interferometrie ist eine Methode zur Messung von Längenänderungen, Brechungsindizes bzw. Lichtgeschwindigkeiten. Interferometrische Messungen beruhen auf folgendem Prinzip: Der von der Lichtquelle kommende Strahl wird durch einen Strahlteiler in zwei Teilstrahlen aufgespalten. Bei einem dieser Teilstrahlen wird nun die optische Weglänge, d.h. das Produkt aus Brechzahl und geometrischem Weg, geändert. Er erfährt dabei eine Phasenverschiebung gegenüber dem ungestörten Strahl, mit dem er schließlich wieder überlagert wird. Aus dieser Phasenverschiebung erfolgt eine Änderung des Interferenzbildes, aus der sich dann eine der beiden Größen, Brechzahl oder geometrischer Weg, ermitteln lässt, wenn die andere bekannt ist. Wird z.B. die Brechzahl konstant gehalten, so sind Differenzen des geometrischen Weges bestimmbar, z.B. die Ausdehnung von Materialien, die Krümmung von Oberflächen, die Dicke von Schichten usw. Messungen dieser Art werden vornehmlich mit dem Michelson-Interferometer vorgenommen.

In einem Michelson-Interferometer wird das dadurch erreicht, dass in der  $y$ - $z$ -Ebene der Strahl einer einzelnen Lichtquelle  $A$  (Laser) mittels eines Strahlteilers  $ST$  aufgespalten, auf unterschiedliche Bahnen geschickt und durch zwei Spiegel  $M_1$ ,  $M_2$  wieder zurückgeführt wird (Abb. 1). Aus dem so auf dem Schirm in der  $x$ - $z$ -Ebene entstehenden Interferenzmuster können Informationen über die Phasen und Intensitäten der einzelnen Teilstrahlen gewonnen werden, insbesondere enthält die Phasenbeziehung Informationen über die geometrischen und optischen Weglängen, die einen oder beide Teilstrahlen beeinflusst haben.

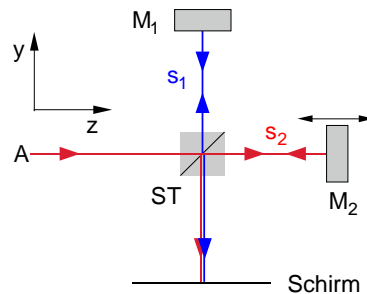


Abb. 1: Aufbau eines Michelson-Interferometers: Ein Laserstrahl  $A$  wird durch einen Strahlteiler ( $ST$ ) in zwei Teilstrahlen ( $S_1$  und  $S_2$ ) aufgeteilt und über zwei Spiegel ( $M_1$  und  $M_2$ ) wieder zusammengeführt. Auf dem Schirm entsteht ein Interferenzmuster.

Damit die räumliche Kohärenzbedingung erfüllt ist, darf die Wegdifferenz der beiden Teilstrahlen die Kohärenzlänge des verwendeten Lichts nicht überschreiten. Da die Kohärenzlänge von Laserlicht sehr groß ist (Meter bis Kilometer), wird dies im Experiment zu keinerlei

Problemen führen. Da Laser monochromatisches Licht emittieren, ist die Bedingung der zeitlichen Kohärenz ebenfalls erfüllt.

Der Laserstrahl ( $A$ ) in  $z$ -Richtung trifft in einem Winkel von  $45^\circ$  auf den Strahlteiler ( $ST$ ). Der Strahlteiler besteht aus zwei Prismen, die an ihrer Basis (z.B. mit Kanadabalsam) zusammengekittet worden sind. Die Dicke der Klebeschicht ist so eingestellt, dass die Hälfte der einfallenden Intensität am der Grenzschicht reflektiert wird und die Hälfte der Intensität durch verhinderte Totalreflexion transmittiert wird. Aufgrund des Einfallswinkels von  $45^\circ$  zur Kontaktfläche der beiden Prismen ergibt sich so ein Winkel von  $90^\circ$  zwischen den beiden Teilstrahlen. Diese werden dann von den beiden Spiegeln ( $M_1$  und  $M_2$ ) reflektiert. Die nun wieder auf den Strahlteiler treffenden Teilstrahlen werden reflektiert bzw. transmittiert, wobei der Teilstrahl, der beim ersten Eintreffen auf den Strahlteiler reflektiert wurde nun transmittiert wird und umgekehrt. Dies hat zur Folge, dass die beiden Teilstrahlen wieder „ineinanderlaufen“ und miteinander interferieren können und auf dem Schirm ( $x$ - $z$ -Ebene) ein Interferenzmuster erzeugen (s. Abb. 1). Ob sich im Zentrum des Interferenzbildes ein Maximum oder ein Minimum ausbildet hängt offensichtlich von der Phasenbeziehung und somit der optischen Wegdifferenz der beiden Teilstrahlen  $S_1$  und  $S_2$  ab.

Wir berechnen die durch das Interferometer transmittierte Intensität  $I_T$  in der Schirmebene als Funktion der Wegdifferenz  $\Delta s = s_1 - s_2$ . Die einfallende Welle lässt sich beschreiben mit

$$\vec{E}_e = \vec{A}_e \cos(\omega t - kz) \quad (1)$$

Der Strahlteiler hat das Reflexionsvermögen  $R$  und das Transmissionsvermögen  $T$ . Der erste Teilstrahl in der Schirmebene mit  $A_e = |\vec{A}_e|$  ist dann

$$|\vec{E}_1| = \sqrt{RT} A_e \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (2)$$

und die Phase  $\varphi_1$  ist durch den optischen Weg ( $ST - M_1 - ST - \text{Schirm}$ ) bestimmt. Für die zweite Teilwelle gilt

$$|\vec{E}_2| = \sqrt{RT} A_e \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (3)$$

Die Amplituden beider Teilwellen sind gleich, unabhängig von  $R$  und  $T$ . Die gesamte Intensität durch die Schirmebene ist

$$I_T = c\epsilon_0 (E_1 + E_2)^2 = c\epsilon_0 RT A_e^2 [\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)]^2 \quad (4)$$

Das menschliche Auge oder auch jeder Detektor mittelt die beobachtete Intensität über die kurzen Lichtperioden  $T = 2\pi/\omega$ , mit dem Mittelwert  $\langle \cos^2(\omega t) \rangle = 1/2$  ergibt sich

$$\bar{I}_T = RT I_0 (1 + \cos \Delta\varphi) \quad \text{mit} \quad I_0 = c\epsilon_0 E_0^2, \quad \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s \quad (5)$$

Für einen 50:50-Strahlteiler ( $R = T = 0.5$ ) und  $\bar{I}_0 = \frac{1}{2} I_0$  ist

$$\bar{I}_T = \bar{I}_0 (1 + \cos \Delta\varphi) \quad (6)$$

Als Funktion der Phasendifferenz ändert sich  $I_T$  zwischen  $I_0$  für  $\Delta\varphi = 2m\pi$  und null für  $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$ . Für  $I_T = 0$  wird das gesamte Licht in die Quelle zurück reflektiert. Das Michelson-Interferometer ist also auch ein sehr genaues Gerät zur Messung von Wellenlängen. Wird der Spiegel  $M_2$  mit einer Auflösung im Bereich von  $\mu\text{m}$  in  $z$ -Richtung verschoben, kann man die auf dem Schirm erscheinenden Maxima zählen und damit die Wellenlänge bestimmen. Wenn

bei einer Verschiebung um  $\Delta z$   $N$  Interferenzmaxima auftreten, ergibt sich die Wellenlänge durch

$$\lambda = \frac{\Delta s}{N} = \frac{2\Delta z}{N} \quad (7)$$

Der Faktor 2 ergibt sich dadurch, dass der Teilstrahl den geänderten Weg  $\Delta z$  doppelt durchläuft. Die Wegdifferenz darf nicht größer als die Kohärenzlänge sein, da sonst der Kontrast zwischen Interferenzmaxima und -minima gegen null geht.

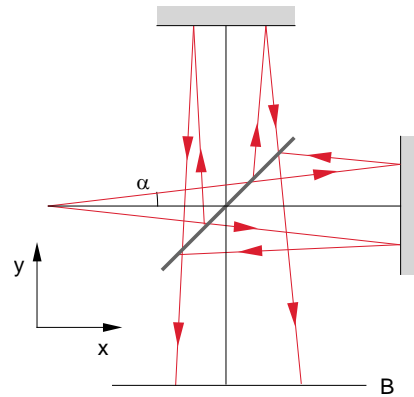


Abb. 2: Entstehung von Interferenzringen bei divergenten einfallenden Lichtwellen [1].

In Realität emittieren Lichtquellen kein exakt paralleles sondern ein leicht divergentes Lichtbündel mit Teilstrahlen, die unterschiedliche Winkel  $\alpha$  zur  $z$ -Achse haben (Abb. 2). Dadurch ist der Wegunterschied  $\Delta s = \Delta s_0 f(\alpha) \approx \Delta s_0 / \cos \alpha$  und es bilden sich Interferenzringe auf dem Schirm. Für die Maxima gilt

$$\Delta s = 2\Delta z = m\lambda \quad (8)$$

Und für die Minima

$$\Delta s = 2\Delta z = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (9)$$

### 3.2 Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Gasen

Wie oben beschrieben ist die Wegdifferenz der von den beiden Teilstrahlen zurückgelegten Wege  $\Delta s = 2\Delta z$ . Jedoch ist der optische Weg abhängig vom Brechungsindex des optischen Medium, in dem die Wellen sich ausbreiten. In einem Medium ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit)  $c_m$  einer elektromagnetischen Welle immer kleiner als die Lichtgeschwindigkeit  $c$  im Vakuum und ist abhängig vom Brechungsindex  $n$  des Mediums:

$$c = nc_m \quad (10)$$

Der Wert von  $n$  und damit auch die Geschwindigkeit  $c_m$  hängen nicht nur vom Medium ab, sondern auch von der Wellenlänge  $\lambda$  (Dispersion). Die optische Weglänge ist in der Wellen-

optik die Streckenlänge, für die Licht im Vakuum die gleiche Zeit benötigt, wie für einen gegebenen Weg mit möglicherweise abweichender Phasengeschwindigkeit. Ändert sich also entlang der Ausbreitungsrichtung einer Welle die Phasengeschwindigkeit bzw. der Brechungsindex, ist die optische Weglänge verschieden von der geometrischen Weglänge. Dies wird in der Interferometrie dazu benutzt, um Brechungsindizes von Materialien zu bestimmen.

Die Phasengeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle in einem Medium wird durch Streuprozesse an Atom- oder Molekülelektronen bestimmt, d.h. durch die Wechselwirkung des elektrischen Felds der Welle und den Elektronen im Medium und ist damit abhängig von der Anzahldichte der Atome oder Moleküle. Der Brechungsindex eines Gases hängt daher vom Druck des Gases ab. Hier wollen wir die Druckabhängigkeit des Brechungsindex von Luft und den Brechungsindex von  $\text{CO}_2$  bestimmen. Solange der Gasdruck nicht zu groß wird, d.h. der Brechungsindex nicht zu stark vom Brechungsindex 1 des Vakuums abweicht, nimmt der Brechungsindex linear mit der Anzahldichte der Moleküle im Gas zu. Dies gilt hinreichend gut für niedere Drücke und für sichtbares Licht. Mit der Anzahl Moleküle  $v_{\text{Mol}}$  im Volumen  $V$  ist also

$$n - 1 \propto \frac{v_{\text{Mol}}}{V} \quad (11)$$

Mit der idealen Gasgleichung

$$pV = v_{\text{Mol}}RT \quad (12)$$

erhalten wir

$$n - 1 \propto \frac{v_{\text{Mol}}}{V} = \frac{p}{T} \quad (13)$$

Mit der Proportionalkonstante  $a$  ergibt sich

$$n - 1 = a \frac{p}{T} \quad \text{oder} \quad n = 1 + \frac{a}{T} p \quad (14)$$

Für eine konstante Temperatur ist  $a/T$  die Steigung in einem  $n$ - $p$ -Diagramm.

Mathematisch entspricht Gl. (14) der Entwicklung einer Taylorreihe um  $p = 0$  unter Vernachlässigung quadratischer und höherer Terme:

$$n(p) = n(p=0) + \frac{\Delta n}{\Delta p} p = 1 + \frac{\Delta n}{\Delta p} p \quad (15)$$

$\frac{\Delta n}{\Delta p}$  ist ein diskreter Differenzenquotient

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{n(p+\Delta p) - n(p)}{\Delta p} \quad (16)$$

Es muss folglich der Wert dieses Differenzenquotienten bestimmt werden, um die druckabhängige Änderung des Brechungsindex zu erhalten.

Eine Änderung des Drucks um  $\Delta p$  lässt sich durch eine Änderung des optischen Wegs ausdrücken. Vor der Druckänderung ist der optische Weg  $w_1 = n(p)s$ , nach der Druckänderung  $w_2 = n(p + \Delta p)s$ , wobei  $s$  den geometrischen Weg bezeichnet. Erzeugt man nur in einem der bei-

den Teilstrahlen des Interferometers eine Druckänderung, ist der Unterschied der beiden optischen Weglängen

$$\Delta w = n(p + \Delta p)s - n(p)s \quad (17)$$

Da der Strahl vor und nach der Reflexion am Spiegel den geänderten optischen Weg durchläuft, gilt  $\Delta w = 2\Delta z$ . Im Experiment wird die Druckänderung durch das Abpumpen einer Glasküvette realisiert, die in den Weg einer der beiden Teilstrahlen eingesetzt wird. Die Küvette hat eine Innenlänge  $l$ , die im Interferometer zweimal durchlaufen wird. Mit Gl. (7) und (17) ergibt sich

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} = \left( \frac{N}{\Delta p} \right) \left( \frac{\lambda}{2l} \right) \quad (18)$$

Dieser Aufbau kann auch dazu benutzt werden, den Brechungsindex (unter Normaldruck) eines anderen Gases wie  $\text{CO}_2$  zu bestimmen. Verdrängt man langsam die Luft aus der Küvette und ersetzt sie durch  $\text{CO}_2$ , ändert sich der Brechungsindex kontinuierlich von  $n_{\text{Luft}}$  zu  $n_{\text{CO}_2}$  und damit der optische Weg  $r_{\text{Luft}} = n_{\text{Luft}}l$  zu  $r_{\text{CO}_2} = n_{\text{CO}_2}l$ , was durch das Wandern der Interferenzringe beobachtet werden kann. Eine Änderung des Interferenzmusters von einem Maximum zum nächsten ( $N = 1$ ), bedeutet, dass sich der optische Weg um  $\Delta r = 2\Delta z = \lambda$  geändert hat. Damit ergibt sich die Änderung des Brechungsindex bei zweimaligem Durchlauf der Küvette zu

$$\Delta n = \frac{\Delta r}{2l} = \frac{\Delta m \lambda}{2l} \quad (19)$$

Bei bekanntem Brechungsindex von Luft ergibt sich

$$n_{\text{CO}_2} = n_{\text{Luft}} + \Delta n \quad (20)$$

Der Brechungsindex eines Gases hängt nicht nur vom Druck und der Temperatur, sondern auch von der Dispersion ab. Insbesondere für Luft spielt auch die genaue Zusammensetzung (z.B. der Gehalt an  $\text{CO}_2$ ) und die Luftfeuchte eine Rolle. In der Literatur wurden sehr genaue Näherungsgleichungen für all diese Effekte entwickelt [2]. Die genaue Kenntnis des Brechungsindex von Luft ist z.B. wichtig für die Berücksichtigung der Brechung in der Atmosphäre bei astronomischen Beobachtungen. Auf Basis der Gleichungen in [2] hat das amerikanische „National Institute of Standards and Technology“ (NIST) einen „Refractive Index of Air Calculator“ im Web bereit gestellt [3]. Tabellierte Werte finden sich in [4].

### 3.3 Das Michelson-Morley-Experiment

Ein solches Interferometer wurde von A. Michelson entwickelt und 1887 zusammen mit E. Morley dazu benutzt, experimentell zu klären, ob es einen ruhenden „Weltäther“ geben kann [5].

Der Äther ist eine hypothetische Substanz, die seit Newton und Huygens als Medium für die Ausbreitung von Licht postuliert wurde. Später wurde das Konzept aus der Optik auch auf Elektrodynamik und Gravitation übertragen, vor allem um auf Fernwirkung basierende Annahmen zu vermeiden. Die Äther-Hypothese führte zu unüberwindlichen konzeptionellen Schwierigkeiten sowie Widersprüchen zu experimentellen Resultaten. So konnten die Maxwell'schen Gleichungen niemals vollständig in Übereinstimmung mit den mechanischen Äthermodellen gebracht werden. Der Äther musste einerseits als materieller Festkörper definiert werden, andererseits sollte sein Widerstand gegenüber der Bewegung der Himmelskörper

per unmerklich gering sein. Sowohl ruhender also auch von der Erde mitgeführter Äther wurden durch Experimente und Beobachtungen widerlegt. Die Äthermitführung widersprach der Aberration des Lichtes, die erforderte, dass Licht kein Teilchen, sondern eine in einem ruhenden Äther übertragene Welle ist. Wenn es aber einen ruhenden Äther gäbe, sollte der Wert von  $c$  von der Richtung der Erdbewegung bei dem Umlauf um die Sonne abhängen.

Das Experiment sollte die Bewegung der Erde relativ zu diesem Äther bestimmen, indem eine eventuell vorhandene Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  von der Richtung gemessen werden sollte. Orientiert man das Michelson-Interferometer so, dass ein Arm parallel und der zweite senkrecht zur Erdgeschwindigkeit  $v$  (etwa 30 km/s) steht, so sollte für die Laufzeiten des Lichtes vom Strahlteiler zum Spiegel  $M_1$  und zurück in dem parallelen Arm der Länge  $L$  unterschiedliche Laufzeiten gelten, da das Licht auf dem Hinweg gegen den Äther mit einer Geschwindigkeit  $c - v$  relativ zur Erde läuft und auf dem Rückweg mit dem Äther läuft, also mit  $c + v$ . Für die Laufzeit gilt dann

$$t_{\parallel} = \frac{L}{c - v} + \frac{L}{c + v} = \frac{2cL}{c^2 - v^2} = \gamma^2 \frac{2L}{c} \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (21)$$

Für den zur Erdbewegung senkrechten Arm gilt die Laufzeit

$$t_{\perp} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \gamma \frac{2L}{c} \quad (22)$$

Damit ist der Zeitunterschied zwischen den beiden Teilwellen

$$\Delta t = t_{\parallel} - t_{\perp} = \frac{2L}{c} (\gamma^2 - \gamma) \quad (23)$$

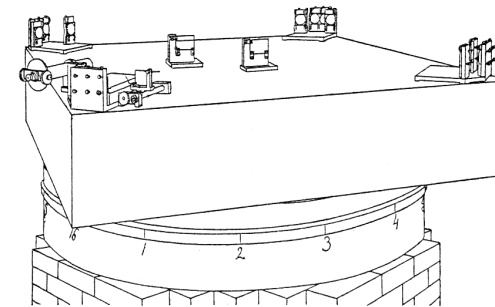


Abb. 3: Aufbau des Interferometers im Michelson-Morley-Experiment von 1887 [5].

Michelson und Morley bauten ein Interferometer, bei dem durch Vielfachreflexionen eine effektive Armlänge von  $L = 11$  m erreicht wurde (Abb. 3). Das gesamte Interferometer war auf eine Steinplatte montiert. Diese Platte lag auf einem Holzkörper, der in einer mit Queck-



silber gefüllten Rinne schwamm so dass sie leicht gedreht werden konnte. Als Lichtquelle wurde ein Argand-Brenner, eine Öllampe, benutzt.

Falls der ruhende Äther existiert, sollte mit diesem Aufbau durch den ruhenden Äther eine Verschiebung um 0.4 Interferenzringe auftreten, wenn das Interferometer um 90° gedreht wird. Trotz vieler Messungen wurde keine Verschiebung beobachtet, die größer als 0.05 Ringe war, der Auflösung des Interferometers. Daraus schloss Michelson, dass die Lichtgeschwindigkeit für alle Richtungen gleich und unabhängig von der Geschwindigkeit der Lichtquelle oder der des Detektors ist. Dies bedeutet auch, dass es keinen Äther geben kann. Dieses Experiment ist eine der experimentellen Grundlagen der Relativitätstheorie und brachte 1907 Michelson den Nobelpreis ein [6].

### 3.4 Gravitationswellen

Mit einem Michelson-Interferometer können kleine Längenänderungen sehr präzise gemessen werden. Eine der aktuellen Anwendungen dieses Interferometertyps ist der Nachweis möglicher Gravitationswellen, winzigen Verzerrungen der Raumzeit, die sich gemäß Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie mit Lichtgeschwindigkeit durch den Raum bewegen. Werden Massen beschleunigt, so erzeugen sie Gravitationswellen [7]. Diese breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus und dehnen und stauchen abwechselnd den Raum, den sie durchqueren: Die Abstände zwischen den im Raum enthaltenen Objekten ändern sich. Diese Distanzänderungen sind extrem klein. Selbst bei der Beschleunigung großer Massen wie bei einer Sternexplosion in einer Nachbargalaxie zur Milchstraße, verändert die entstehende Gravitationswelle den Abstand zwischen Erde und Sonne (etwa  $1.5 \times 10^8$  km) für Sekundenbruchteile nur um den Durchmesser eines Wasserstoffatoms.



Abb. 4: Das VIRGO-Interferometer zum Nachweis von Gravitationswellen in Cascina/Italien [9].

Solche Gravitationswellen sollen mit den Experimenten LIGO [8] und VIRGO [9] nachgewiesen werden. Kernstück von VIRGO ist ein Michelson-Interferometer mit je drei Kilometer langen Armen (Abb. 4). In diesem Interferometer wird Laserlicht viele Male hin- und hergeworfen, so dass ein Interferometer mit einer effektiven Armlänge von 120 km entsteht. Damit sind Längenänderungen von  $10^{-18}$  m nachweisbar. VIRGO ist Teil des Europäischen Gravitationswellen-Observatoriums (EGO) in Cascina in Italien.

Noch viel größer soll das Experiment LISA (Laser Interferometer Space Antenna) werden, ein auf Satelliten basierendes Interferometer mit fünf Millionen Kilometern Armlänge [10]. Al-

erdings ist die NASA aus dem LISA-Projekt ausgestiegen und europäische Wissenschaftler können mit der ESA das Projekt, wenn überhaupt, nur in deutlich kleinerem Maßstab realisieren.

### Nachtrag 11. Februar 2016

“On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in frequency from 35 to 250 Hz with a peak gravitational-wave strain of  $1.0 \times 10^{-21}$ . It matches the waveform predicted by general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. The signal was observed with a matched-filter signal-to-noise ratio of 24 and a false alarm rate estimated to be less than 1 event per 203 000 years, equivalent to a significance greater than  $5.1 \sigma$ . The source lies at a luminosity distance of  $410^{+160}_{-180}$  Mpc corresponding to a redshift  $z = 0.09^{+0.03}_{-0.04}$ . In the source frame, the initial black hole masses are  $36^{+5}_{-4} M_{\odot}$  and  $29^{+4}_{-4} M_{\odot}$ , and the final black hole mass is  $62^{+4}_{-4} M_{\odot}$ , with  $3.0^{+5}_{-5} M_{\odot} c^2$  radiated in gravitational waves. All uncertainties define 90% credible intervals. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.” [11]

## 4. Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

### 4.1 Versuchsaufbau

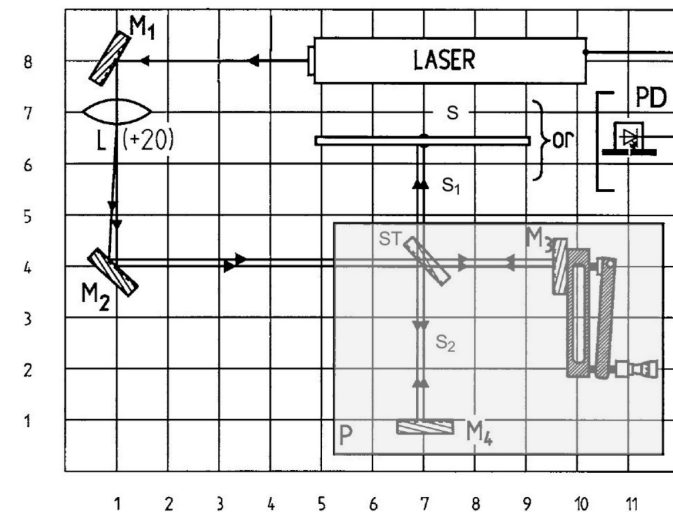


Abb. 5: Aufbau des Michelson-Interferometers zur Messung von Wellenlängen.

Der Aufbau des Interferometers ist in Abb. 5 dargestellt. Das Licht des Lasers wird durch den Spiegel  $M_1$  in einem Winkel von 90° abgelenkt, tritt durch die Linse L und auf den zweiten Spiegel  $M_2$ . Von dort aus trifft es auf den Strahlteiler ST, der es zu Teilen von je 50% der