

# Optische Materialkonstanten

Die optische Erscheinung eines Körpers, z.B. seine Transparenz oder metallischer Glanz, wird dadurch bestimmt, wie die elektromagnetischen Wellen des Lichtes mit den atomaren Bausteinen des Materials, aus denen er besteht, wechselwirken. Dabei dominiert in den meisten Fällen der Einfluss der elektrischen Feldkomponente auf freie und gebundene Ladungsträger. Die Wechselwirkung hängt von der Wellenlänge bzw. der Frequenz des Lichtes ab. An Grenzflächen zwischen Materialien mit unterschiedlichen dielektrischen Eigenschaften treten wichtige Phänomene auf, wie z.B. Brechung, Reflexion und die Änderung der Polarisation einer Lichtwelle. Einige formale Zusammenhänge finden Sie am Ende dieser Anleitung. In diesem Praktikum werden zwei Experimente zur Bestimmung des Brechungsindex durchgeführt.

## 1 Lernziele

- Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Materie,
- Phasen- und Gruppengeschwindigkeit,
- Optische Materialkonstanten,
- Absorption
- Snelliussches Brechungsgesetz,
- Reflexion und Transmission
- Dispersion, Prismenspektrometer

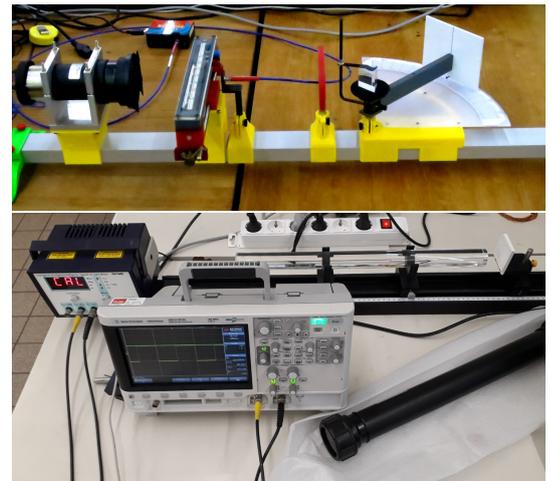
## 2 Experimenteller Aufbau

### Messaufbau 1

- Profilschiene mit Lampe und Strichblende,
- linearvariabler Farbfilter,
- Lichtwellenleiter und USB-Spektrometer,
- Linse
- Halter sowie Prismen aus Kronglas und Flintglas
- drehbarer Abbildungsschirm mit Winkelskala

### Messaufbau 2

- Phywe Lasermodul
- Profilschiene mit Halterungen und Reflektor,
- Digitaloszilloskop,
- Acrylglaszylinder,
- Flüssigkeitszelle, mit Wasser gefüllt.



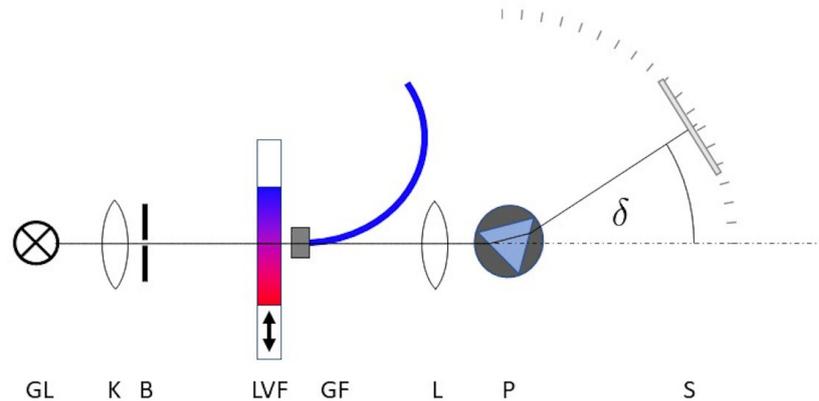
## 3 | Messung - | Durchführung - | Auswertung

### 3.1 Bestimmung der Brechzahl und der Dispersion von Flintglas und Kronglas

Ein Lichtstrahl wird beim Durchgang durch ein Prisma entsprechend dem Snelliusschen Brechungsgesetz zwei Mal abgelenkt. Die Gesamtablenkung ist dann minimal, wenn der Strahlengang symmetrisch erfolgt (Skizze). Aus dem Winkel  $\delta_{min}$  bei minimaler Ablenkung und dem brechenden Winkel  $\gamma$  des Prismas kann die Brechzahl  $n$  des Prismenglases nach der Fraunhofer Formel berechnet werden, es gilt:

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta_{min} + \gamma)}{\sin \frac{1}{2}\gamma} \quad (1)$$

Bei diesem Experiment wird der Winkel  $\delta_{min}$  der minimalen Ablenkung für ein Flintglas- und ein Kronglasprisma mit gleichzeitiger Querschnittsfläche bestimmt. Die Messung wird bei verschiedenen Wellenlängen im sichtbaren Bereich durchgeführt und daraus die Dispersion der beiden Glassorten ermittelt.



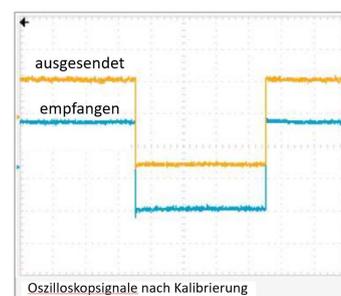
Als Lichtquelle dient die Glühlampe GL mit Kondensator (K) und Blende (B), aus deren Spektrum mit Hilfe eines linear-variablen Filters (LVF) ein Wellenlängenband selektiert und zur spektralen Analyse über eine Glasfaser (GF) an ein USB-Spektrometer geleitet wird. Wird der Faserhalter entfernt, dann verläuft der Strahlengang durch eine Linse (L) und durch das Prisma (P), das auf einem drehbaren Prismentisch befestigt ist, und trifft schließlich auf einen Schirm (S) am Ende eines drehbaren Bügels. Der Ablenkungswinkel  $\delta$  kann an einer Winkelskala abgelesen werden.

- 1) Schalten Sie die Lampe ein (Netzteil 6 V) und entfernen Sie den Filter (LVF), den Faserhalter und das Prisma aus dem Strahlengang.
- 2) Drehen Sie den Schirm (S) auf  $0^\circ$  und justieren Sie die Linse (L) so, dass ein scharfes 1:1 Abbild der Spaltblende auf dem Schirm zu sehen ist. Eine mögliche Kippung des Spaltbildes können Sie durch Drehen des Blendenhalters korrigieren.
- 3) Setzen Sie nun den Faserhalter mittig zwischen Glühlampe und Linse und prüfen Sie, ob der Lichtstrahl die Öffnung zur Faser trifft. Gegebenenfalls können Sie den Strahlengang mit den drei Schrauben am Kopfende des Lampengehäuses nachjustieren. In diesem Fall sollten Sie aber auch nochmal die Position des Spaltbildes auf dem Schirm kontrollieren.
- 4) Setzen Sie nun den Farbfilter direkt vor den Faserhalter.
- 5) Montieren Sie ein Glasprisma mittig auf dem Prismentisch.
- 6) Öffnen Sie auf dem PC das Programm SpectraLab (Hinweise zur Bedienung finden Sie am Platz).
- 7) Stellen Sie mit Hilfe des Farbfilters eine mittlere Wellenlänge von etwa 450 nm ein. Bestimmen Sie im Programm den Mittelwert des Wellenlängenbandes und notieren Sie den Wert.
- 8) Entfernen Sie den Faserhalter aus dem Strahlengang.
- 9) Lösen Sie die Rändelschraube unterhalb des Prismentischs. Drehen Sie den Prismentisch und den Schirm, bis Sie den gebeugten Lichtstrahl finden. Halten Sie nun den Schirm fest und finden Sie die optimale Orientierung des Prismas für minimale Ablenkung. Fixieren Sie nun den Prismentisch mit der Rändelschraube (bitte keine Gewalt anwenden) und richten Sie den Schirm im Strahlengang aus. Notieren Sie den Beugungswinkel  $\delta_{min}$ .
- 10) Wiederholen Sie diese Messung für verschiedene Wellenlängen im Abstand von 30 nm bis  $\lambda = 660$  nm.
- 11) Wiederholen Sie die Messreihe für das zweite Prisma.
  - a) Übertragen Sie die Messwerte in das Auswerteprogramm QtiPlot und berechnen Sie mit Hilfe der Fraunhofer Formel 1 die Brechzahl.
  - b) Tragen Sie die Brechzahl als Funktion der Wellenlänge auf.
  - c) Führen Sie eine nichtlineare Anpassung der Messdaten durch eine Cauchy-Funktion  $n(\lambda) = A + B/\lambda^2$  durch.
  - d) Interpolieren Sie die Brechzahl für  $\lambda_F = 486$  nm,  $\lambda_d = 588$  nm und  $\lambda_C = 656$  nm und berechnen Sie die Abbe-Zahl  $\nu_d = (n_d - 1)/(n_F - n_C)$ .
  - e) Welches der beiden Prismen besteht aus Flintglas und welches aus Kronglas? Welches Verhältnis ergibt sich daraus für die Brennweiten eines Achromaten (Gleichung 10)?

### 3.2 Bestimmung des Brechungsindex aus der Lichtgeschwindigkeit

Der Brechungsindex von Wasser und Polymethylmethacrylat [PMMA, Acrylglas] wird durch die Messung der Lichtgeschwindigkeit in dem jeweiligen Medium bestimmt, es gilt  $n \approx c_{Luft}/c_{Medium}$ . Um die Lichtgeschwindigkeit im Labor mit einer Laufstrecke von wenigen Metern messen zu können, benötigt man eine sehr präzise Zeitmessung. Dazu verwendet man die Phasenverschiebung eines 50 MHz Rechtecksignals, mit dem der Laserstrahl moduliert ist.

Der Laserstrahl wird parallel zur optischen Bank ausgesendet und an einem Retroreflektor in den Detektor, der sich ebenfalls im Messgerät befindet, zurückgeworfen. Die Phasenverschiebung oder die Laufzeit werden nach Betätigung der Taste *Mode* angezeigt. Dabei ist zu beachten, dass das vom Messgerät ausgegebene Signal um den Faktor 1000 verlangsamt (50 kHz mit gleicher Phasenlage) ausgegeben wird<sup>a</sup>. Die Signale des emittierten und des detektierten Lichtes werden zusätzlich auf einem Zweikanal-Oszilloskop angezeigt. Nach einer Kalibrierung der Phasendifferenz lässt sich eine Laufzeitänderung, die durch eine geänderten Wegstrecke oder durch den Einbau eines Mediums in den Strahlengang verursacht wird, anhand der Phasenverschiebung bestimmen.



<sup>a</sup>Es handelt sich dabei um die Schwebung, die bei der Überlagerung mit einem 49.95 MHz Referenzsignal entsteht.

#### Lichtgeschwindigkeit in Luft

- 1) Montieren Sie zunächst den Reflektor unmittelbar vor dem Ausgang des Messgerätes (Skala 0 mm). Wählen Sie *Mode*  $\Delta\phi$  und drücken Sie die *Calibration*-Taste. Danach sind beide Signale in Phase (siehe auch Oszilloskopanzeige).
- 2) Verschieben Sie nun den Reflektor auf einen Abstand  $l_1 = 100$  cm. Wählen Sie *Mode*  $\Delta t \cdot 1000$  und notieren Sie die Laufzeit. Beachten Sie, dass die tatsächliche Zeit um einen Faktor 1000 kürzer ist als auf dem Messgerät bzw. dem Oszilloskop angezeigt.
- 3) Wiederholen Sie diese Messung für insgesamt 10 Abstände.

#### Lichtgeschwindigkeit in einem Medium

- 1) Montieren Sie den Acrylglaszylinder auf der optischen Bank und den Reflektor unmittelbar dahinter.
- 2) Wählen Sie den *Mode*  $\Delta\phi$  und drücken Sie die *Calibration*-Taste. Danach sind beide Signale in Phase.
- 3) Entfernen Sie den Stab aus dem Strahlengang. Die beiden Signale sind danach nicht mehr in Phase.
- 4) Verschieben Sie den Reflektor so weit, dass beide Signale auf dem Oszilloskop wieder in Phase sind und notieren Sie die Verschiebung  $\Delta x$ .
- 5) Wiederholen Sie diese Messung mehrere Male.
- 6) Wiederholen Sie diese Messreihe mit der Flüssigkeitszelle. Messen Sie die Länge der Flüssigkeitszelle (Dicke der Kunststofffenster 3 mm) und schätzen Sie die Messunsicherheit.

#### Lichtgeschwindigkeit in Luft

- a) Erstellen Sie in QtiPlot eine Tabelle mit den Spalten  $\Delta x$  [m] und  $\Delta t$  [s].
- b) Erstellen Sie ein Diagramm und tragen Sie  $2\Delta x$  in Abhängigkeit von der Laufzeit  $\Delta t$  auf.
- c) Bestimmen Sie die Bestgerade (lineare Regression mit einer Geradenfunktion) und aus der Steigung die Lichtgeschwindigkeit in Luft. Überlegen Sie, ob der Achsenabschnitt der Bestgerade festgelegt werden sollte oder nicht.

#### Lichtgeschwindigkeit in einem Medium

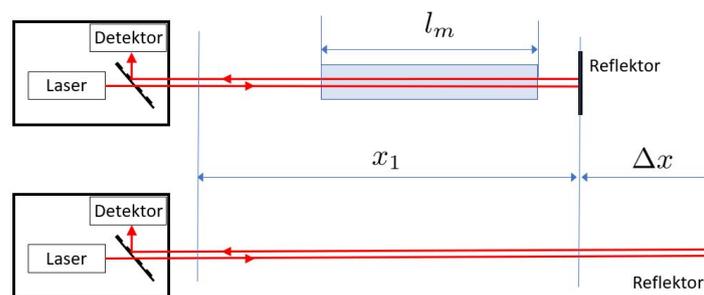
- 1) Bestimmen Sie  $l_m$  und geben Sie auch eine Unsicherheit für den Wert an.
- 2) Berechnen Sie den Mittelwert, die Standardabweichung und die Standardabweichung des Mittelwertes.

tes für die Wegstrecke  $\Delta x$ , mit der die Phasenverschiebung nach Entfernen des Acrylglaszylinders wieder auf Null eingestellt wurde.

- 3) Nach Verschieben des Reflektors ist die Laufzeit in beiden Fällen gleich (gleiche Phase), die Weglängen sind aber unterschiedlich (siehe Abbildung unten). Für den Brechungsindex des Mediums im Strahlengang gilt:

$$n = \frac{l_m + \Delta x}{l_m} \quad (2)$$

- 4) Berechnen Sie aus Ihren Messdaten den Brechungsindex und die Lichtgeschwindigkeit im Medium und schätzen Sie die Unsicherheit der Zahlenwerte ab.
- 5) Wiederholen Sie die Auswertung für die Messung mit der Flüssigkeitszelle und bestimmen Sie den Brechungsindex von Wasser und die Lichtgeschwindigkeit.



## 4 Vorbereitung, Fragen und Berechnungen vor Versuchsantritt

### 4.1 Vorbereitung

Informieren Sie sich zur Vorbereitung auf das Praktikum über die Themen, die oben als Lernziele genannt sind. Lesen Sie sorgfältig Kapitel 5. Wir empfehlen außerdem die unten aufgeführten Lehrbücher zum Physikalischen Praktikum. Diese Bücher sind im internen Netz der UdS kostenlos zugänglich.

### 4.2 Fragen und Berechnungen

Beantworten Sie vor dem Versuchstermin folgende Fragen schriftlich in Ihrem Laborbuch:

- 1) Was versteht man unter einer Materialkonstanten? Nennen Sie je zwei Materialkonstanten aus den Gebieten Mechanik, Wärmelehre, E-Lehre und Optik.
- 2) Wie ist der Brechungsindex definiert, und wie lautet das Snelliussche Brechungsgesetz?
- 3) Wie hängt die Lichtgeschwindigkeit in einem Medium vom Brechungsindex ab?
- 4) Was versteht man unter Phasengeschwindigkeit und Gruppengeschwindigkeit einer Welle? Welche der beiden Größen wird bei dem Experiment 3.2 gemessen und was folgt daraus für den Brechungsindex?
- 5) Was bedeuten normale und anomale Dispersion?
- 6) Was beschreibt die Abbe-Zahl und wo liegt der Unterschied zwischen Kronglas und Flintglas?
- 7) Berechnen Sie mit den Gleichungen 3, 8 und 9 (Kap.5) die Zusammenhänge von  $\epsilon_1$  bzw.  $\epsilon_2$  mit  $n$  und  $k$ .
- 8) Leiten Sie Gleichung 2 für den Brechungsindex aus der Laufzeitmessung her.

- [1] Hans Joachim Eichler, Heinz-Detlef Kronfeldt, Jürgen Sahm, *Das neue Physikalische Grundpraktikum*, Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg, 2016.
- [2] Christoph Kommer, Tim Jugendhat, Niklas Wahl, *Tutorium Physik fürs Nebenfach*, Springer Verlag Berlin, Heidelberg, 2015.
- [3] Wolfgang Schenk, Friedrich Kremer, *Physikalisches Grundpraktikum*, Springer Spektrum Wiesbaden, 2014.

## 5 Zusatzmaterial

### 5.1 Absorptionsfreie Spektralbereiche

Äußere elektrische Felder vermögen Materie zu polarisieren. Im Falle elektrostatischer oder langsam veränderlicher Felder ist diese Polarisierung mit dem Kondensator messbar, und zu ihrer Beschreibung dient als Materialkonstante <sup>a b</sup> die Dielektrizitätskonstante. Auch elektromagnetische Wellen sehr hoher (optischer) Frequenzen treten im wesentlichen über ihr elektrisches Feld in Wechselwirkung mit Materie, und zur Beschreibung dieser Wechselwirkung werden die Hochfrequenz-Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  oder der Brechungsindex  $n$  verwendet. Beide sind Funktionen der Kreisfrequenz  $\omega$  bzw. der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichtes. Zwischen ihnen gilt die Beziehung

$$\epsilon(\omega) = [n(\omega)]^2 \quad (3)$$

Gleichung 3 gilt unter der Voraussetzung, daß die Permeabilität des Stoffes  $\mu = 1$  ist. Dies gilt im optischen Spektralbereich praktisch immer. Im weiteren soll angenommen werden, dass ein Monochromator aus dem von der Lichtquelle ausgesandten Gemisch von Strahlung verschiedener Wellenlängen Wellen herausgefiltert habe, die näherungsweise eben und monochromatisch mit der Kreisfrequenz  $\omega$  sind. Durchlaufen diese einen Stoff mit dem Brechungsindex  $n$ , so lässt sich ihre elektrische Feldstärke  $E$  folgendermaßen beschreiben:

$$E(\omega) = E_0 \cdot \left( -i\omega \left( t - \frac{x}{c} n(\omega) \right) \right). \quad (4)$$

Dabei bedeuten  $E_0$  die Amplitude,  $i$  die imaginäre Einheit,  $t$  die Zeit,  $x$  die Raumkoordinate in Ausbreitungsrichtung der Welle und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

### 5.2 Spektralbereiche mit Absorption

Variiert man die Frequenz der Strahlung, so zeigt sich: In gewissen Frequenz- bzw. Spektralbereichen werden den Stoff durchlaufende Wellen gedämpft; der Stoff absorbiert. Diese Absorption kann durch Atome, Moleküle, Ionen oder auch durch Anregungen von Schwingungen des Kristallgitters oder (in Metallen) durch die Leitungselektronen erfolgen.

Die Amplitude der Welle nimmt dann beim Durchlaufen des Stoffes exponentiell ab, und man führt zu ihrer Beschreibung die frequenzabhängige Absorptionskonstante  $K(\omega)$  ein:

$$E(\omega) = E_0 \cdot \exp\left(\frac{-K(\omega)}{2} x\right) \cdot \exp\left(-i\omega \left( t - \frac{x}{c} n(\omega) \right)\right), \quad (5)$$

wobei  $E_0 \exp(-K(\omega)/2 x)$  die infolge der Absorption nun ortsabhängige Amplitude darstellt. Der Messung zugänglich ist jedoch nicht die Feldstärke, sondern der zeitliche Mittelwert der ihrem Quadrat proportionalen Intensität  $I(\omega)$ . Dieser klingt im Innern des absorbierenden Stoffes gemäß der Beziehung

$$I(\omega) = I_0 \exp(-K(\omega)x) \quad (6)$$

ab, wie man aus Gleichung 5 erkennt.  $I_0$  ist der zeitliche Mittelwert der Intensität am Ort  $x = 0$ , d.h. bei Eintritt in das absorbierende Medium. Anstelle von  $K$  wird häufig auch der Absorptionskoeffizient  $\kappa = K \cdot c/2\omega$  verwendet. Setzt man ihn in Gl.5 ein, so erhält man durch eine einfache Umformung eine der Gl.4 ähnliche Beziehung:

$$E(\omega) = E_0 \cdot \left( -i\omega \left( t - \frac{x}{c} \bar{n}(\omega) \right) \right). \quad (7)$$

wobei  $\bar{n}$  eine komplexe Größe, den komplexen Brechungsindex, bedeutet, der sich aus  $n$  und  $k$  zusammensetzt:

$$\bar{n}(\omega) = n(\omega) + ik(\omega). \quad (8)$$

Nimmt man an, Gl.3 gelte auch für absorbierende Stoffe, so kann man mit dieser Gleichung die komplexe Hochfrequenz-Dielektrizitätskonstante definieren:

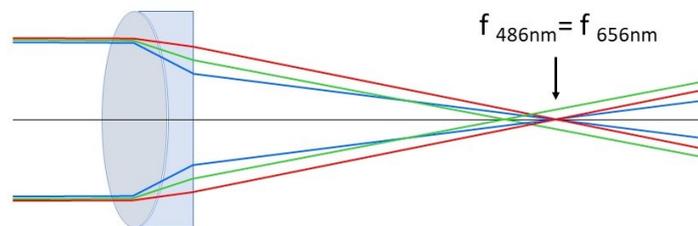
$$\bar{\epsilon}(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_2(\omega) \quad (9)$$

Der Zusammenhang von  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$  mit  $n$  und  $k$  ist durch Gl.3 festgelegt. Realteil  $\epsilon_1$  und Imaginärteil  $\epsilon_2$  haben einfache physikalische Bedeutungen:  $\epsilon_1$  beschreibt die Polarisation des absorbierenden Stoffes und  $\epsilon_2$  ist ein Maß für die pro Zeiteinheit absorbierte Energie. Die optischen Konstanten  $\epsilon(\omega)$  bzw.  $n(\omega)$  bestimmen nicht nur Farbe und Aussehen der Materie, vielmehr sind die Messwerte der optischen Materialkonstanten auch geeignet, wesentliche Aussagen über den atomaren Aufbau und das physikalische Verhalten kondensierter Materie zu liefern. Dabei ist es weitgehend willkürlich, ob man den komplexen Brechungsindex oder die komplexe Dielektrizitätskonstante zur Beschreibung der Wechselwirkung des Lichtes mit Materie verwendet.

### 5.3 Dispersion optischer Gläser und Linsenfehler

Weil der Brechungsindex mit abnehmender Wellenlänge steigt, wird blaues Licht stärker gebrochen als rotes Licht und die Brennweite einer Linse ist für jede Wellenlänge unterschiedlich. Der sich daraus ergebende Abbildungsfehler eines optischen Instrumentes wird *chromatische Abberation* genannt. Durch geeignete Kombination einer Sammellinse aus Kronglas mit einer Streulinse aus Flintglas kann dieser Effekt für zwei Wellenlängen kompensiert werden. Ein *Achromat* besitzt für die Wellenlängen  $\lambda_F = 486 \text{ nm}$  und  $\lambda_C = 656 \text{ nm}$  dieselbe Gesamtbrennweite. Das Verhältnis der Brennweiten der beiden Einzellinsen wird dabei durch die Abbe-Zahlen  $\nu_d$  der beiden Glassorten bestimmt,

$$f_1\nu_{d1} + f_2\nu_{d2} = 0. \quad (10)$$



<sup>a</sup>Im allgemeinen sind - analog zum Beispiel der elastischen Materialkonstanten - die optischen Materialkonstanten von der Ausbreitungsrichtung der Welle im Material abhängig, stellen also Tensoren dar (Beispiel: Einkristalle mit niedriger Kristall-Symmetrie). Viele Stoffe jedoch sind isotrop, so dass sich ihre optischen Materialkonstanten auf skalare Größen reduzieren.

<sup>b</sup>Wie die elastischen Konstanten beschreiben die optischen Konstanten die lineare Reaktion der Materie auf das Feld, also nur den Bereich, wo der Betrag der dielektrischen Verschiebung proportional zum Betrag der elektrischen Feldstärke ist. Manche Laser können jedoch so hohe Feldstärken erzeugen, daß dieser Proportionalitätsbereich überschritten wird (Nichtlineare Optik).