

Physikalisches Pendel und das Reversionspendel

Das Reversionspendel ist ein Musterbeispiel für die Planung und Optimierung eines experimentellen Aufbaus um mögliche Fehlerquellen zu eliminieren. Der Versuchsaufbau und die trickreiche Messung gestatten es die Fallbeschleunigung g sehr genau zu ermitteln. Auftretende Einflüsse in der g -Bestimmung aufgrund der endlichen Ausdehnung von Pendel und Pendelkörper (physikalisches Pendel) heben sich auf, so dass die Gleichung des mathematischen Pendels benutzt wird. Die Abhängigkeit der Periodendauer von der Auslenkung amplitude tritt als berechenbarer Korrekturfaktor auf.

1 Lernziele

- Abhängigkeit der Periodendauer $T(\hat{\varphi})$ bei Pendelschwingungen von der Auslenkamplitude $\hat{\varphi}$
- Trägheitsmoment I bei ausgedehnten Körpern und der Steiner'sche Satz
- mathematisches versus physikalisches Pendel
- Bestimmung der lokalen Fallbeschleunigung aus der Periodendauer von Pendelschwingungen

2 Experimenteller Aufbau

- Reversionspendel bestehend aus
 - Pendelstab mit dem Abstand der Schneiden von $\ell = 993.9$ mm
 - unbeweglicher Masse M_2 ,
 - beweglichen Masse M_1 ,
siehe Abschnitt 6
- Lichtschranke mit Präzisionszeitmesser
- Laserentfernungsmessgerät mit einer Genauigkeit von ± 1 mm



3 Messung - Durchführung - Auswertung

3.1 Abhängigkeit der Periodendauer $T(\hat{\varphi})$ von der Auslenkung

- 1) Die unbewegliche Masse M_2 des Pendels befindet sich oben, siehe Abschnitt 6.
- 2) Die bewegliche Masse M_1 zwischen den Schneiden befindet sich an der Position $x = 50$ cm.
- 3) Durch Druck auf Start am Zeitmesser wird kontinuierlich die Periodendauer der Schwingung aus zwei Durchgängen durch die Lichtschranke angezeigt. Sie können erkennen, wie mit abnehmender Auslenkamplitude die Periodendauer geringfügig abnimmt.
- 4) Lenken Sie das Pendel in seiner Schwingungsebene bis zu einem $\hat{\varphi}$ aus. Ermitteln Sie die Periodendauern für mindestens 8 verschiedene maximale Auslenkamplituden bis $\hat{\varphi} \approx 20^\circ$.
 - a) Tragen Sie $T(\hat{\varphi})$ als Scatter-Plot auf und schätzen Sie durch Extrapolation $T_0 = T(\hat{\varphi} \rightarrow 0)$. Vergleichen Sie diesen Wert mit Ihrer berechneten Periodendauer aus der Versuchsvorbereitung.
 - b) Tragen Sie in dieser Abbildung den theoretischen Funktionsverlauf mit dem ersten Korrekturterm ein (beachte die Umrechnung zwischen rad und $^\circ$)

$$T(\hat{\varphi}) = T_0 \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{\hat{\varphi} \pi / 180}{2} \right) + \dots \right) \quad (1)$$

Diskutieren Sie mögliche systematischen Abweichungen.

Sie können T_0 auch durch eine benutzerdefinierte Anpassung der gemessenen Periodendauern an die Funktion (1) mit dem freien Parameter T_0 ermitteln. Ein Fit an ein Polynom 2. Grades ist physikalisch nicht sinnvoll, auch wenn der Zusammenhang quadratischer Natur ist.

3.2 Grobe Bestimmung von $x_{1,2}$ und $T_{1,2}$

- 1) Die feste Masse M_2 ist weiterhin oben. Bestimmen Sie für 10 verschiedene Positionen x der Masse M_1 zwischen den Schneiden die Periodendauer $T_0(x)$ auf. Stellen Sie die jeweilige Position nur grob nach Augenmaß ein. Die bewegliche Masse M_1 hat an der Rückseite eine zusätzliche Aluminiumplatte, somit können Sie deren Position x mit dem Laserentfernungsmesser auf ± 1 mm genau bestimmen. Einen Datenpunkt haben Sie bereits erfasst. Die Auslenkung $\hat{\varphi}$ soll circa 5° betragen.

- 2) Drehen Sie das Pendel **vorsichtig** um, so dass sich die feste Masse M_2 unten befindet. Achten Sie auf die scharfen Schneiden und dass sich die obere Schneide wirklich sicher in der Mitte der Kerbe befindet. Bestimmen Sie ebenfalls für 10 Positionen x die Periodendauer $T_u(x)$. Wiederum soll die Auslenkung circa 5° betragen um die systematische Abweichung durch die endliche Auslenkamplitude herauszurechnen.
- a) Tragen Sie beide Datenreihen $T_{o,u}(x)$ in einem Diagramm als Punktdiagramm (Scatter-Plot) auf und führen Sie jeweils eine Anpassung mit einem Polynom 3. Grades durch. Die Abszissenwerte $x_{1,2}$ der Schnittpunkte werden für die nächste Aufgabenstellung benötigt, siehe T_A und T_B Bestimmung in Abb. M2.2.2 in [1]. Die Software hat die Möglichkeit die Koordinaten der Cursorposition auszugeben.

3.3 Genaue Bestimmung von $x_{1,2}$, $T_{1,2}$ und g -Bestimmung

- 1) Um die Genauigkeit der Schnittpunkte mit den zugehörigen Periodendauern $T_{1,2}$ zu erhöhen ermitteln Sie für zusätzliche Messpunkte in der Umgebung von $x_{1,2} \pm 5$ cm. Die feste Masse M_2 befindet sich noch immer unten. Nehmen Sie die Periodendauern T_u für fünf weite Abstände um x_1 und fünf Abstände um x_2 auf.
- 2) Drehen Sie das Pendel um, damit die feste Masse sich oben befindet. Bestimmen Sie analog die jeweils fünf Periodendauern T_o um x_1 und x_2 .
 - a) Bestimmen Sie die Periodendauern T_1 und T_2 grafisch aus den Schnittpunkten der Grafen zu $T_{u,o}(x)$. Die Zeiten T_1 und T_2 sollten recht gut übereinstimmen. Bestimmen Sie das mittlere $\langle T \rangle = (T_1 + T_2)/2$. Schätzen Sie aus Ihrer Abbildung die Messungenauigkeit $u(\langle T \rangle)$ ab.
 - b) Zur Berechnung der lokalen Fallbeschleunigung g aus der Periodendauer $\langle T \rangle$ muss die systematische Abweichung durch die Auslenkung von $\hat{\varphi} = 5$ noch mathematisch auf $\varphi \rightarrow 0$ korrigiert werden. Des Weiteren muss berücksichtigt werden, dass das Pendel in Luft einen *relativen* Auftrieb der Größenordnung $\rho_{\text{Luft}}/\rho_{\text{Pendel}} \approx 1.5 \cdot 10^{-4}$ erfährt. Beides wird in der Gleichung (37) in Ref. [1] im Kap. M2.2 berücksichtigt. Berechnen Sie g mit der Pendellänge $\ell = 993.9$ mm und $\langle T \rangle$ nach Gl. (37) in [1]

$$g = \ell \frac{4\pi^2}{\langle T \rangle^2} \left[1 + \frac{1}{8} \hat{\varphi}^2 + \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho_{\text{Pendel}}} \right]. \quad (2)$$

- c) Um ein Maß für die Genauigkeit Ihres ermittelten g zu bekommen führen Sie die Fehlerrechnung durch. Bestimmen Sie die Messunsicherheit $u(g)$ nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus Ihrer obigen Abschätzung von $u(\langle T \rangle)$, wobei alle weiteren Größen als fehlerfrei angenommen wird.
- d) Geben Sie ebenfalls den relativen Fehler Ihres ermittelten g an.

4 Literatur

In der Referenz [1] im Kap. M2.2 finden Sie eine genaue Beschreibung mit den zugehörigen mathematischen Ableitungen zum Reversionspendel.

- [1] Wolfgang Schenk und Friedrich Kremer (Hrsg.) *Physikalisches Praktikum*. Springer, 14. Auflage, 2014. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-00666-2>.
- [2] Dieter Meschede. *Gerthsen Physik*. Springer, 25. Auflage, 2015. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-45977-5>.

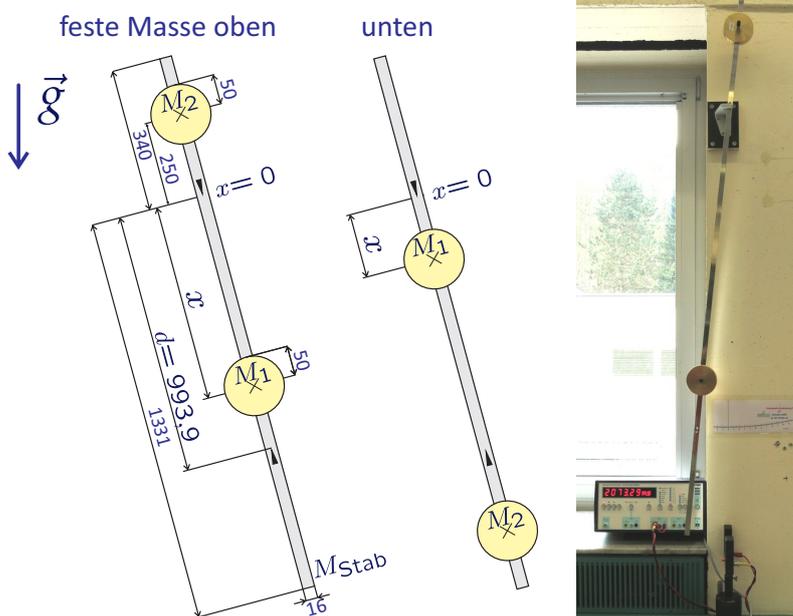
5 Vorbereitung, Fragen und Berechnungen vor dem Versuchsantritt

- 1) mathematisches versus physikalisches Pendel: Differentialgleichung und Periodendauer für kleine Auslenkungen
- 2) Was ist die Periodendauer $T(\hat{\varphi})$ eines mathematischen Pendels als Funktion der maximalen Auslenkung $\hat{\varphi}$, Hinweis dies ist eine unendliche Reihe und der erste Korrekturterm genügt. Was ist die Periodendauer den Fall $\hat{\varphi} \rightarrow 180^\circ$?
- 3) Wie wird der Schwerpunkt ausgedehnter Körper bestimmt?
- 4) Trägheitsmoment: allgemeine Berechnung, Formelzeichen, Einheit

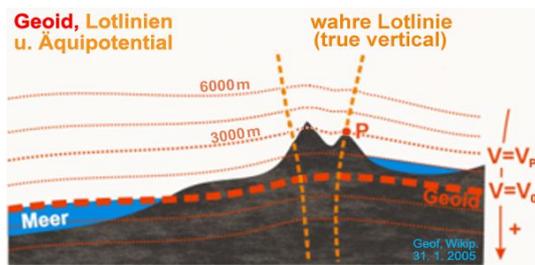
- 5) Trägheitsmomente einfacher Körper: Zylinder und Quader
- 6) Steiner'scher Satz
- 7) Zeigen Sie, dass $\left(\sqrt{1 - \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho_{\text{Pendel}}} (1 + \frac{1}{16}\hat{\phi}^2)^{-1}}\right)^{-2} \approx 1 + \frac{1}{8}\hat{\phi}^2 + \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho_{\text{Pendel}}}$. Dieser Term tritt bei der Ableitung der Gl.(37) in der Referenz [1] im Kap. M2.2 auf.
- 8) Berechnungen vor der Versuchsdurchführung, siehe auch Zusatzmaterial:
 - Berechnen Sie die Trägheitsmomente durch den Schwerpunkt der Massen $M_{1,2}$ und des Stabes M_{Stab} , welcher als Quader angesehen wird.
 - Berechnen Sie den Schwerpunkt x_S des Pendels mit M_1 an $x = 50$ cm und das Trägheitsmoment des Pendels bezüglich des Aufhängepunktes.
 - Berechnen Sie die zu erwartende Periodendauer des Pendels mit M_1 an $x = 50$ cm.

6 Zusatzmaterial

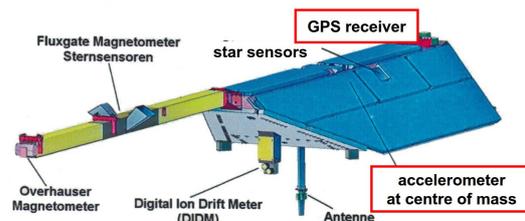
- Die Abmessungen (nicht maßstabgetreu) des verwendeten Reversionspendels in mm. Die homogenen Massen sind $M_1 = (1422 \pm 2)$ g , $M_2 = (1003 \pm 2)$ g , $M_{\text{Stab}} = (1265 \pm 2)$ g.



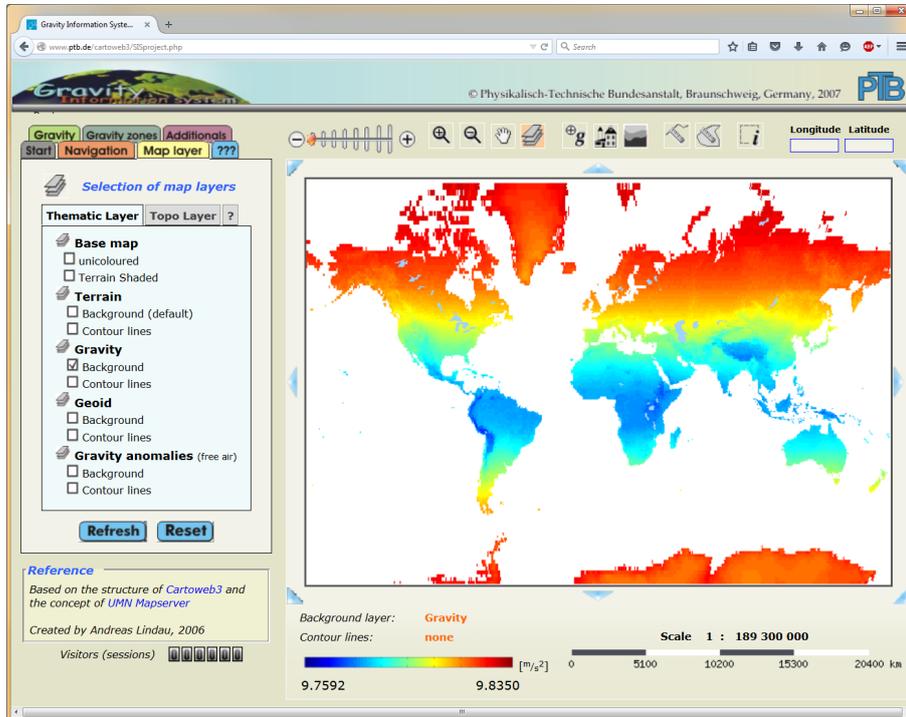
- Der Abstand x wird aus dem Anzeigewert D eines Laserentfernungsmesser bestimmt. Er befindet sich bei der Gabellichtschranke und es ist $x = 1425 \text{ mm} - D$ mit $u(x) = 1 \text{ mm}$.
- Die Bestimmung der lokalen Fallbeschleunigung lässt Rückschlüsse auf mögliche Erzlagerstätten zu und wird heutzutage sogar vom Weltraum aus durchgeführt.



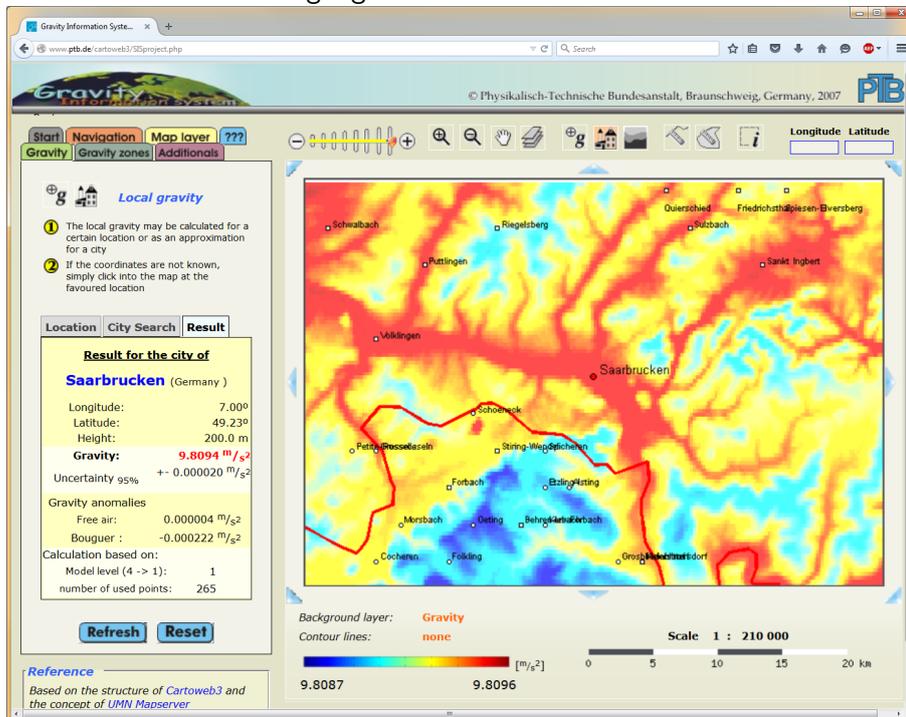
CHAMP satellite
GeoForschungsZentrum Potsdam
mission life time: 2000 – 2010



- Die gemessene Fallbeschleunigung $g = |\vec{g}|$ setzt sich aus dem lokalen Gravitationsfeld und der Zentrifugalbeschleunigung zusammen $\vec{g} = \vec{g}_{\text{gravi}} + \vec{g}_{\text{zentri}}$. Verringert oder verstärkt die Zentrifugalbeschleunigung den Betrag der Fallbeschleunigung? Können Sie den Betrag dieser Korrektur für Saarbrücken berechnen?



- Die lokale Fallbeschleunigung um Saarbrücken ist



siehe bei der Physikalisch Technischen Bundesanstalt
<http://www.ptb.de/cartoweb3/SISproject.php>