

Mechanik Flüssigkeiten – Nebenfach



In diesem Versuch setzen Sie sich nochmal mit Messunsicherheiten auseinander, siehe auch als Vorbereitung die Anleitung Messunsicherheiten/Fadenpendel ab Seite 7-„Fehlerrechnung leicht gemacht“ und das Zusatzmaterial am Ende. Die genaue Bestimmung der Dichte von Stoffen kann Aufschluss darüber geben, ob sie aus reinem Material bestehen. Die Oberflächenspannung von Flüssigkeiten bestimmt die Tropfengröße und formt diese im freien Fall zu Kugeln. Dass die Strömung von Flüssigkeiten durch Kapillaren wichtig ist wird Ihnen klar wenn Sie an Blutströmung denken.

1 Lernziele

- Berechnete Messunsicherheiten aus mehreren Größen zeigen Ihnen quantitativ, wo Sie Änderungen vornehmen müssten um genauer zu werden.
- Take Home: Massenbestimmung ist immer sehr viel genauer als Volumenbestimmung.
- Die Auftriebskraft entspricht der Masse der verdrängten Flüssigkeit.
- Die Tropfengröße bei Pipetten hängt stark von der Oberflächenspannung ab.
- Bei Rohrströmungen ist der Durchfluss sehr stark ($\dot{V} \propto r^4$) vom Innendurchmesser abhängig.

2 Experimenteller Aufbau

- einfache Waage für 10 €, Eichgewicht (100 ± 0.005)g, Messzylinder, Probenkörper Aluminium, Federwaage, Schieblehre, Küvette
- Rohr mit 4 Kapillaren,
 $d_i = \{0.8; 1.2; 1.7\} \text{ mm} \pm 0.1 \text{ mm}$, $L = 50 \text{ cm}$ und 25 cm
- Wasser und Eiswasser, Thermometer



3 Vorbereitung und Berechnungen vor Versuchsantritt

- 1) Wie ist die Massendichte ρ Definiert, welche Einheit hat sie im SI-System. Welchen Wert hat die Dichte von Wasser bei 20°C in SI-Einheiten?
- 2) Welches Gewicht in Newton hat ein Körper der Masse $m = 50 \text{ g}$.
- 3) Ein Körper der Masse $m = 50 \text{ g}$ und der Dichte $\rho_k = 3 \text{ g/cm}^3$ taucht in eine Flüssigkeit der Dichte $\rho_{\text{Fl}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ein. Mit welcher Kraft in N wird er von der Erde angezogen? Welcher Masse in g entspricht dies?
- 4) Ein kugelförmiger Ballon mit Wasser wiegt 2 kg . Welchen Durchmesser hat der Ballon?
- 5) Was ist eine laminare und was eine turbulente Strömung?
- 6) Was besagt das Gesetz von Hagen-Poiseuille bei Flüssigkeiten?
- 7) Welche phys. Einheiten haben Volumenstrom, Druck und der Materialparameter Viskosität?
- 8) Wenn Rohr-2 doppelt so lang ist wie Rohr-1 und der gleiche Druckunterschied vorliegt, wie ändert sich der Volumenstrom?
- 9) Wenn Rohr-2 genau so lang ist wie Rohr-1, aber den doppelten Innendurchmesser hat, wie ändert sich der Volumenstrom?
- 10) Wenn Rohr-2 genau so lang ist wie Rohr-1, aber die doppelte Druckdifferenz hat, wie ändert sich der Volumenstrom?
- 11) Wenn nun bei Rohr-2 eine turbulente Strömung vorliegt gegenüber der laminaren Strömung bei Rohr-1, ist der Volumenstrom dann doppelt so groß, mehr als doppelt so groß oder weniger als doppelt so groß?

4 | Messung - Durchführung - Auswertung

4.1 Vertrauen ist gut, Kontrolle ist besser, Kalibrierung am besten

Sie haben eine einfache Waage und wir wollen diese auf Reproduzierbarkeit und Genauigkeit testen sowie mit Eichgewichten kalibrieren.

- 1) Reproduzierbarkeit: Wiegen Sie den Messzylinder mehrfach und notieren Sie mögliche Unterschiede zwischen den Messungen.
- 2) Genauigkeit I: Sie haben ein Präzisionsgewicht von (100 ± 0.005) g. **Bitte nur mit Handschuhen anfassen!** Wiegen Sie dieses und notieren Sie den Ablesewert. Wie groß ist die Abweichung in %.
- 3) Genauigkeit II: Was lesen Sie ab, wenn sie zwei der 100 g Gewichte auf die Waage stellen? Können Sie sich dies erklären.
- 4) Mit welchen Faktor müssen Sie bei weiteren Messungen den Ablesewert multiplizieren, damit der Wert auf einer Kalibrierung beruht. Benutzen Sie dies für alle weiteren Messungen mit dieser Waage. Ihr Ablesewert hat eine systematische Messabweichung. Durch die Multiplikation mit obigen Faktor korrigieren Sie diese Abweichung.

4.2 Dichte Aluminium-Körper

Wir bestimmen die Dichte des Al-Körpers, inklusive der Messunsicherheit

- 1) Messen Sie den Durchmesser d und die Höhe h mit der Schieblehre, sowie die Masse m des Al-Körpers und notieren sie ebenfalls die jeweiligen Messunsicherheiten $u(XX)$.

Auswertung:Dichte Aluminium-Körper

- a) Der Körper hat ein Volumen $V = \pi r^2 h$. Geben Sie dieses in cm^3 an.
- b) Berechnen Sie die Dichte $\rho = m/V$ in g/cm^3 .
- c) Berechnen Sie die Messunsicherheit der Dichte nach

$$u(\rho) = \frac{u(m)}{\pi r^2 h} + \frac{2m}{\pi r^3 h} u(r) + \frac{m}{\pi r^2 h^2} u(h) \quad (1)$$

Welcher Term hat den größten Einfluss auf die Messunsicherheit?

Diskutieren Sie mit dem Betreuer die Herleitung dieser Formel.

- d) Geben Sie die Dichte korrekt gerundet an.
- e) Vergleichen Sie Ihre Messung mit dem Literaturwert von $\rho_{\text{Al}} = 2.6989 \text{ g/cm}^3$. Vergleichen heißt, wenn der Literaturwert innerhalb Ihrer Messunsicherheiten liegt, konnten Sie mit diesen Wert bestätigen, dass es sich sicherlich um reines Aluminium handelt. Wenn der ρ_{Al} außerhalb Ihres Intervalls liegt, haben Sie womöglich kein reines Aluminium, sondern eine Legierung mit leichteren oder schwereren Metallen. Was liegt vor?

4.3 Dichte Wasser

Wir bestimmen die Dichte von Wasser, inklusive der Messunsicherheit.

- 1) Bestimmen Sie die Masse des Messzylinders wenn dieser leer ist und wenn er zirka zur Hälfte mit Wasser gefüllt ist.
- 2) Bestimmen Sie das Wasservolumen.

Auswertung:Dichte Wasser

- a) Berechnen Sie die Dichte $\rho = m/V$ in g/cm^3 .
- b) Berechnen Sie die relative Messunsicherheit der Dichte nach

$$\frac{u(\rho)}{\rho} = \frac{u(m)}{m} + \frac{u(V)}{V} \quad (2)$$

- c) Welcher Term hat den größten Einfluss auf die Messunsicherheit?
- d) Geben Sie die Dichte korrekt gerundet an.

Hinweis: Wenn Sie präzise arbeiten müssen, sollten Sie eine Wägung immer einer Volumenbestimmung (Pipette) vorziehen. Nun wissen Sie warum.

4.4 Auftrieb

Der Auftrieb besagt: Ein Körper in einer Flüssigkeit der Dichte ρ wird um so viel leichter wie sein Volumen an verdrängter Flüssigkeit entspricht.

- 1) Messen Sie die Masse des Al-Körpers mit der Federwaage.
- 2) Notieren Sie das Gewicht des Messzylinder mit dem Wasser.
- 3) Tauchen Sie den Körper vollständig in den Messzylinder ein, so dass er den Boden berührt. Welches Gewicht gibt die Waage an?
- 4) Heben Sie den Körper mit der Federwaage an, so dass er nicht mehr den Boden berührt. Was sind nun die Anzeigen von Federwaage und Waage, diskutieren Sie dies ebenfalls mit dem Betreuer.

Auswertung: Auftrieb

- a) Berechnen Sie die Anzeigewerte von Federwaage und Waage für beide Situationen eingetaucht, aber kein Bodenkontakt.
- b) Vergleichen Sie dies mit Ihren Ablesewerten.

4.5 Oberflächenspannung

Jede Flüssigkeit hat eine Oberflächenspannung. Sie gibt an, wie viel Arbeit in Joule = J = N m notwendig ist um die Oberfläche einer Flüssigkeit zu Vergrößern. Dies hat unmittelbare Auswirkungen auf die Tropfengröße. Bei Verwendung der gleichen Kapillare gilt, je größer die Oberflächenspannung, desto mehr Gewicht hat ein Tropfen wenn er abreißt.

- 1) Stellen Sie die Küvette auf die Waage und drücken Sie T für Tara.
- 2) Messen Sie die Masse von 20 Tropfen, jeweils Wasser, Alkohol und Wasser mit Spülmittel. Sie können immer die gleiche Küvette verwenden.

Auswertung: Oberflächenspannung

- a) Wie schwer ist jeweils ein Tropfen der Flüssigkeiten in mg.
- b) Welcher Durchmesser hat die Kugel eines Tropfens Wasser und Wasser mit Spülmittel?
Das Volumen einer Kugel ist $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

4.6 Rohrströmung

Wie viel Flüssigkeit pro Sekunde $\dot{V} = \Delta V / \Delta t$ durch eine Kapillare fließt, hängt von dem Druckunterschied Δp , der Kapillarlänge L , der Viskosität der Flüssigkeit $\eta_{\text{H}_2\text{O}, 20^\circ\text{C}} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$ und sehr entscheidend vom Kapillarinnendurchmesser d_i ab. Die laminare Strömung wird durch das Gesetz von Hagen-Poiseuille beschrieben

$$\dot{V} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi r^4}{8\eta L} \Delta p \quad \text{mit} \quad \Delta p = \rho g h \quad (3)$$

mit $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $h = 1.425 \text{ m}$ und $L = 0.5 \text{ m}$ bzw. $L = 0.25 \text{ m}$.

- 1) Stoppen Sie jeweils die Zeit für alle vier Kapillaren nacheinander, wie lange es dauert, bis die Flüssigkeit von der Höhe 1.45 m bis 1.40 m ausgelaufen ist.
- 2) Berechnen Sie, wie lange es nach dem Gesetz von Hagen-Poiseuille dauern sollte für diese vier Anordnungen. Das ausfließende Volumen ergibt sich auch dem Rohrinne Durchmesser von 38 mm und dem Höhenunterschied von 5 cm.
- 3) Lassen Sie alles Wasser abfließen und füllen Sie dann das Rohr mit Eiswasser. Die Kapillare mit $d_i = 1.2 \text{ mm}$ lassen sie geöffnet und das Eiswasser mindestens 2 Minuten durchlaufen, damit sich die Kapillare abkühlt.
- 4) Messen Sie nun erneut für diese Kapillare, wie lange der Ausfluss über die obigen 5 cm dauert. Das Verhältnis der Zeiten gibt das Verhältnis der Viskositäten für 20°C versus zirka 4°C wieder.
- 5) Wie groß ist Ihrer ermittelte Viskosität von Wasser bei 4°C ?

5 Literatur

Eine kurze Einführung in Messunsicherheiten und der Größtfehlerrechnung finden Sie in der Anleitung Messunsicherheiten/Fadenpendel ab Seite 7. Die Mechanik von Flüssigkeiten mit Dichte, Auftrieb, Oberflächenspannung, Viskosität und Rohrströmung finden Sie einfach erklärt in [1]. Das pdf des Buches können Sie im Uni-Netz direkt herunterladen.

- [1] O. Fritsche, *Physik für Biologen und Mediziner*. Springer Spektrum, 20, <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-34666-8>.

6 Zusatzmaterial

- Die allgemeine Formel für Größtfehlerrechnung $y = f(x_1, \dots, x_i)$ ist:

$$u(y) = \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \right| u(x_1) + \dots + \left| \frac{\partial y}{\partial x_i} \right| u(x_i) \quad \text{mit den Messunsicherheiten } u(x_1), \dots, u(x_i)$$

- Wenn die Formel nur Produkte und Quotienten hat $y = x_1^{n_1} \cdot \dots \cdot x_i^{n_i}$, lässt sich die relative Messunsicherheit einfach berechnen n -kann auch negativ sein $\hat{=}$ Quotienten; obige Gleichung durch y teilen

$$\frac{u(y)}{y} = |n_1| \frac{u(x_1)}{x_1} + \dots + |n_i| \frac{u(x_i)}{x_i}$$

wobei oft $n = +1$ oder -1 ist.

- Wie kann es sein, dass alles Blut in Ihrem Körper durch die relativ kleine Aorta fließen kann, hat sie doch nur einen Durchmesser von 2 – 3 cm. Eine oft verbreitete Falschaussage ist, dass die Länge aller Blutgefäße im Körper 100.000 km ist. Fakt ist, es sind „nur“ zirka 10.000 – 20.000 km, siehe https://www.youtube.com/watch?v=4bQ_MwQfGd0.
- Sie haben 5-7 L Blut, davon ist fast die Hälfte aus roten Blutzellen. Sie haben eine Höhe von 2 μm und einen Durchmesser von 8 μm , was recht klein ist, deswegen machen sie Zahlenmäßig den größten Anteil in Ihrem Körper.
- Erstaunlich, das Betanken eines Eröltankers dauert weniger als 24 Stunden, wobei ein Rohrdurchmesser von 50 cm ausreicht. Nach dem Rohrströmungsversuch wissen Sie warum dieser Durchmesser bereits ausreicht.
- mehr folgt ...