



Präliminarien (Stand 18. April 2020):

Für den Modus von Vorlesung und Übung siehe die **Präliminarien im Teil 1!**

Alle Materialien zu **EP 3b** werden derzeit auf folgender Webpage veröffentlicht:

<https://www.uni-saarland.de/lehrstuhl/eschner/ss2020/ep3b.html>

Beachten Sie auch die dortigen Mitteilungen zu generellen Aspekten der Veranstaltung sowie zu Übungen und Prüfungen.

Das **Mathematische Tutorium** wird etwas anders organisiert sein, Sie finden alle Informationen dazu auf der Seite

<https://www.uni-saarland.de/lehrstuhl/eschner/ss2020/mt-ep3b.html>

In der Zukunft wird die gesamte Online-Lehre zu Microsoft Teams migriert werden.

Sie müssen sich für die Teilnahme an Vorlesung und Übung mit Ihrer UdS-Emailadresse anmelden, indem sie den Link

<https://teams.microsoft.com/l/team/19%3a627b534d8b444b578cb43473d663b2d6%40thread.tacv2/conversations?groupId=6fa67f50-2a1b-483f-9c83-e0b9df297c8c&tenantId=67610027-1ac3-49b6-8641-ccd83ce1b01f>

in ihrem Browser aufrufen. Siehe auch Homepage und LSF.

Das gilt auch für das Mathe-Tutorium, und zwar mit dem Link

<https://teams.microsoft.com/l/team/19%3ae53bc8eadf4747dcbbe281256011443d%40thread.tacv2/conversations?groupId=f8e8e905-c421-4a5c-b2d1-97c77a151417&tenantId=67610027-1ac3-49b6-8641-ccd83ce1b01f>

Literatur:

Als Lehrbuch liegen dieser Vorlesung die Bücher "**Experimentalphysik 3**" von **W. Demtröder** und "**Atome, Moleküle und optische Physik 1**" von **I. V. Hertel** und **C.-P. Schulz** zugrunde, beide in der neuesten Ausgabe. Die Bücher sind über die SULB elektronisch kostenlos verfügbar, sie sind auf der Homepage der Vorlesung verlinkt.

Auf die Bücher wird mit [D...] und [HS...] verwiesen.
Abbildungen ohne Quellenangabe sind aus [D].
Andere Quellen werden entsprechend zitiert.

ACHTUNG: Diese Vorlesungsnotizen führen durch die relevanten Passagen der Lehrbücher. Sie ersetzen jedoch nicht das Studium der Lehrbücher selbst!

Hier beginnt Teil 2

Entwicklung der Quantenphysik [3]

- Warum ist das Atom stabil? (s. Übung)

- Hat das Licht Teilchencharakter?

Lichtbrechung \Rightarrow Teilchen (Newton)

Lichtbeugung, Interferenz \Rightarrow Welle (Huygens)

elektromagn. Strahlung \Rightarrow Welle (Hertz)

[Der Impulsübertrag Licht \rightarrow Materie ist kein Beleg für den Teilchencharakter, auch die e.m. Welle trägt Impuls:

$$\text{Energiedichte } w_{em} = \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 (E^2 + c^2 B^2)$$

$$\text{Impulsdichte } \vec{\pi}_{em} = \frac{1}{c^2} \vec{S} = \epsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B})$$

mit Poynting-Vektor \vec{S} , hat Betrag und Richtung

$$\left[\begin{array}{l} |\vec{\pi}_{em}| = \frac{1}{c} w_{em} \quad \frac{\vec{\pi}_{em}}{|\vec{\pi}_{em}|} = \hat{u}_{\pi} = \frac{\vec{k}_{Welle}}{|\vec{k}|} \end{array} \right]$$

- Hinweis für notwendige Korrektur des reinen Wellenbildes aus
Temperaturstrahlung / Schwarzkörperstrahlung [3.1.1]
- Schwarzer Körper: auftreffende Strahlung wird vollständig absorbiert
 - ⇒ Absorptionsvermögen = 1
 - ⇒ (gemäß Kirchhoff) Emissionsvermögen = 1 = maximal
- experimentelle Realisierung: Hohlraum mit kleiner Öffnung
(Schwarzkörperstrahlung = Hohlraumstrahlung) [3.1] [3.2]
- Strahlungsdichte im Inneren ist im Gleichgewicht mit den Wänden und deshalb nur von der Temperatur abhängig.
- Emission aus der Öffnung ist ein Abbild der Strahlung im Inneren, ohne diese zu verändern.

Abb. 3.1. Ein Hohlraum mit einer kleinen Öffnung ΔF verschluckt praktisch die gesamte durch ΔF eintretende Strahlung

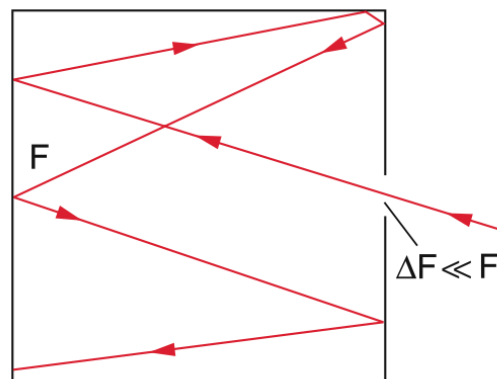


Abb. 3.2. Der in einem Graphitblock tief eingefräste Buchstabe H erscheint dunkler als seine Umgebung bei tiefen, aber heller bei hohen Temperaturen

Berechnung der thermischen Strahlungsdichte $w_\nu(\nu) d\nu$ [3.1.2]

= Energiedichte der Strahlung in einem Hohlraum bei Temperatur T ,
gemessen je Volumen und je Frequenzintervall:

$\Rightarrow w_\nu(\nu) d\nu \cdot \Delta V$ ist die Strahlungsenergie im Volumen ΔV
und im Frequenzintervall $[\nu, \nu + d\nu]$

Erster Schritt: Zahl der Moden = Schwingungsfreiheitsgrade

[Illustration der Idee an 1-dim. Beispiel:]

Im Hohlraum mit Größe a können sich Wellen mit Wellenlänge λ
ausbilden, die auf den (als leitend angenommenen)

Wänden Knoten haben, so dass $a = n \cdot \frac{\lambda}{2}$, $n \in \mathbb{N}$

$$\Rightarrow \lambda_n = \frac{2a}{n} \Rightarrow \nu_n = \frac{c}{\lambda_n} = n \cdot \frac{c}{2a}$$

\Rightarrow je Spektralintervall $\Delta\nu = \frac{c}{2a}$ gibt es eine Mode,

dazu gibt es 2 unabhängige Polarisationen,

also $\frac{2}{c/2a} = \frac{4a}{c}$ Moden je Frequenzintervall

1-dim. Volumen ist $a \Rightarrow$ 1-dim. Modendichte

$$\text{pro Frequenzintervall und pro Volumen} = \left[n_{\nu}^{(1-d)}(\nu) d\nu = \frac{4}{c} d\nu \right]$$

Siehe auch Abb. 7.22 aus
Demtröder, Experimentalphysik 2

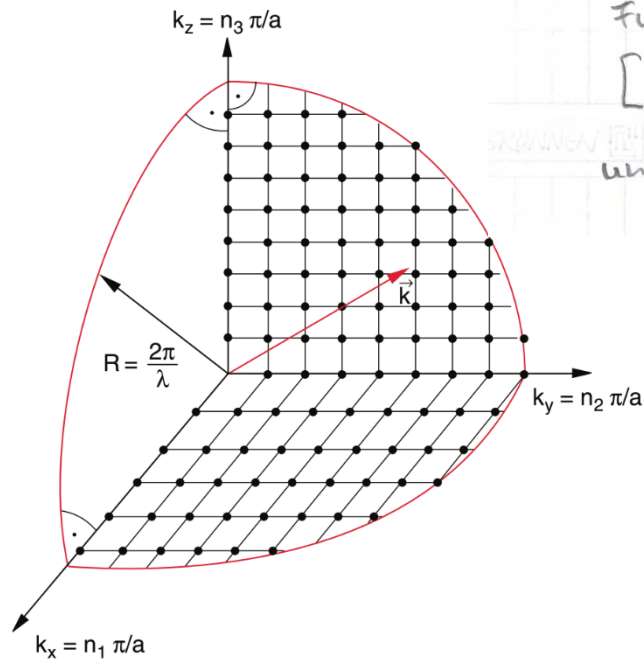


Abbildung 7.22 Zur Herleitung der Zahl möglicher Eigenschwingungen im kubischen Resonator

Selbst nachzurechnen mit Buch : $n_v^{(3d)}(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu$

[Man schreibt $d\nu$ immer dazu, um anzuzeigen, bzgl. welcher Variable die Dichte definiert ist, und um das Umrechnen auf andere Variablen zu erleichtern, welches gemäß $n_\nu(\nu) d\nu = n_\lambda(\lambda) d\lambda$ geschieht.

Beachte dass hier $n_\nu(\nu)$ und $n_\lambda(\lambda)$ unterschiedliche Funktionen mit unterschiedlichen Dimensionen sind

$[n_\nu(\nu)] = \frac{1}{[\text{Volumen} \cdot \text{Frequenz}]}$ $n_\lambda(\lambda) = \frac{1}{[\text{Volumen} \cdot \text{Wellenlänge}]}$

und es gilt nicht $n_\nu(\nu) = n_\lambda(\frac{c}{\lambda})$, da $|d\nu| = \frac{c}{\lambda^2} |d\lambda|$

Nun hat gemäß Gleichverteilungssatz jede Mode die Energie

$$\bar{w}_\nu(T) = kT, \text{ und damit ist die}$$

$$\text{thermische Energiedichte } w_\nu(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT d\nu$$

Rayleigh-Jeans'sches Strahlungsgesetz

Experimentelle Überprüfung zeigt:

gute Übereinstimmung im IR-Bereich ($\lambda > 10 \mu\text{m}$)
aber "Ultraviolett-Katastrophe" wegen ν^2

3.6

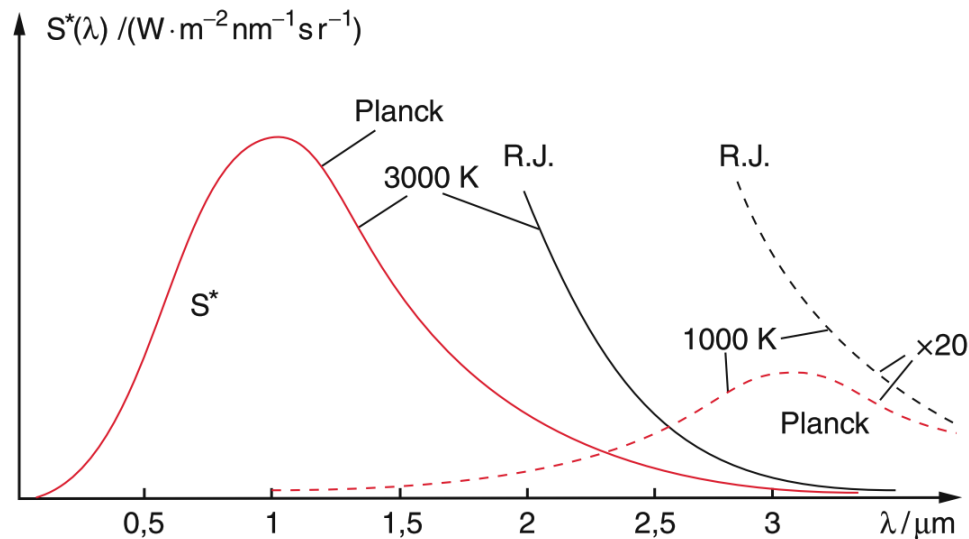


Abb. 3.6. Vergleich von Planck'schem und Rayleigh-Jeans'schem Gesetz für die Strahlung eines Schwarzen Körpers bei zwei unterschiedlichen Temperaturen. Die Kurven für $T = 1000 \text{ K}$ sind 20fach überhöht gezeichnet

Planck'sche Quantenhypothese

- Energie einer Mode der Frequenz ν liegt vor in Quanten (= Energiepäckchen) der Energie $h\nu$ vor,

mit dem Planck'schen Wirkungsquantum $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

In diesen Einheiten wird die Energie zwischen Strahlungsfeld und Wänden ausgetauscht.

- Wahrscheinlichkeit, dass eine Mode der Frequenz ν die Energie $W_n = n \cdot h\nu$ hat, ist durch eine

Boltzmann - Verteilung gegeben, $P(W_n) \propto \exp\left(-\frac{W_n}{kT}\right)$
normiert ist $P(W_n) = \frac{1}{Z} \cdot e^{-\frac{W_n}{kT}}$

damit ist der Erwartungswert $\bar{W}_\nu = \sum_{n=1}^{\infty} W_n \cdot P(W_n) = kT$ (s.o)

$$= \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

und somit

$$w_\nu(\nu) d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

3.5

Planck'sche Strahlungsformel

3.6

Für $h\nu \ll kT$ (IR) Planck \rightarrow Rayleigh-Jeans

Planck'sche Formel ist auch im UV experimentell bestätigt!

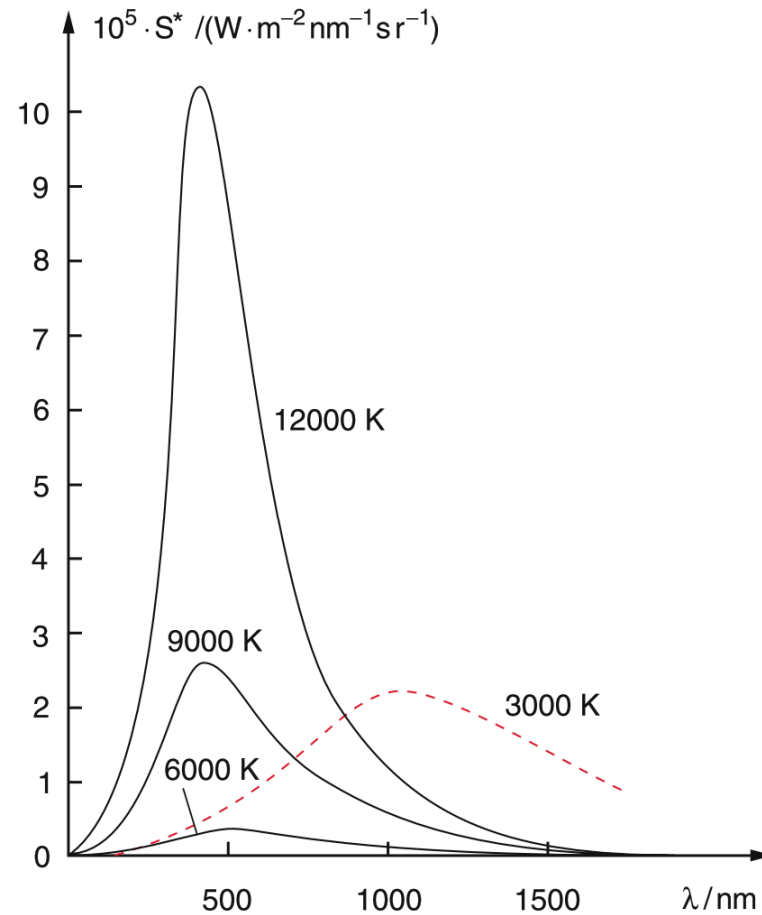


Abb. 3.5. Spektrale Verteilung $S^*(\lambda)$ der Strahlungsdichte eines Schwarzen Körpers im Wellenlängenintervall $\Delta\lambda = 1$ nm. Die Kurve für 3000 K ist 100-fach überhöht

Betrachte Maximum von $w_\nu(\nu)$:

$$\nu_{\max} = 2,82 \frac{kT}{h} = 5,873 \cdot 10^{10} \frac{\text{Hz}}{\text{K}} \cdot T$$

"Wien'sches Verschiebungsgesetz"

[3.1.3]

andere Form $\lambda_{\max} \cdot T = 2,897 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$

3.7

wobei λ_{\max} das Maximum von $w_\lambda(\lambda)$ ist.

[Beachte $\nu_{\max} \cdot \lambda_{\max} \neq c$, da sie die Maxima unterschiedlicher Funktionen sind.] ← Übg.

Mit $w_\lambda(\lambda) d\lambda = w_\nu(\nu) d\nu$ (genauer $w_\lambda(\lambda) |d\lambda| = w_\nu(\nu) |d\nu|$)
folgt $w_\lambda(\lambda) = w_\nu(\nu) \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right| = w_\nu(\nu) \frac{c}{\lambda^2} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \cdot \frac{c}{\lambda^2} =$

$$= \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \Rightarrow \boxed{w_\lambda(\lambda) d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda}$$

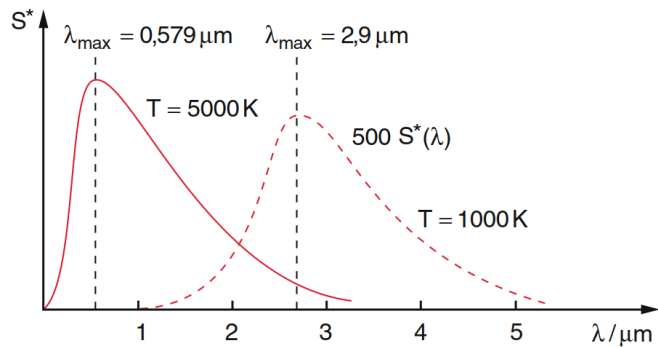


Abb. 3.7. Wien'sches Verschiebungsgesetz, illustriert an zwei Planckverteilungen für $T = 5000 \text{ K}$ und $T = 1000 \text{ K}$ (500-fach überhöht)

Betrachte die gesamte Strahlungsenergie

$$W_{\text{ges}}(T) = \int_{\nu=0}^{\infty} w_{\nu}(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi^5}{15 h^3 c^3} (kT)^4 \quad [3.1.4]$$

Abstrahlung des S.o.K. durch Öffnung, bezogen auf Fläche der Öffnung



und auf Raumwinkel $d\Omega$

$$S^*(T) = \int_{\nu=0}^{\infty} S^*(\nu, T) d\nu = \frac{c}{4\pi} \cos\vartheta W_{\text{ges}}(T)$$

Dabei kommt der Faktor $\cos\vartheta$ zustande durch die Projektion, unter der die Austrittsöffnung unter dem Winkel ϑ gesehen wird.

⇒ Abstrahlung in den gesamten Halbraum

$$\int_{\text{Halbraum}} S^*(T) d\Omega = \int_0^{\pi/2} \sin\vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{c}{4\pi} \cos\vartheta W_{\text{ges}}(T)$$

$$= \frac{c}{4} W_{\text{ges}}(T) = \sigma \cdot T^4 \quad \text{Stefan-Boltzmann'sches Strahlungsgesetz}$$

$$\text{mit } \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \quad \text{St.-B.-Konstante}$$