

Präliminarien (Stand 26. April 2020):

Für frühere Mitteilungen siehe die **Präliminarien in Teil 1 und in Teil 2!**

Die gesamte Online-Lehre wird zu Microsoft Teams migriert. Ab diesem Teil 3 wird die Webseite (s.u.) nicht mehr aktualisiert!

Sie müssen sich für die Teilnahme an Vorlesung und Übung in Teams mit Ihrer UdS-Emailadresse anmelden, indem sie den Link

<https://teams.microsoft.com/l/team/19%3a627b534d8b444b578cb43473d663b2d6%40thread.tacv2/conversations?groupId=6fa67f50-2a1b-483f-9c83-e0b9df297c8c&tenantId=67610027-1ac3-49b6-8641-ccd83ce1b01f>

in ihrem Browser aufrufen. Siehe auch Homepage und LSF.

Das gilt auch für das Mathe-Tutorium, und zwar mit dem Link

<https://teams.microsoft.com/l/team/19%3ae53bc8eadf4747dcbbe281256011443d%40thread.tacv2/conversations?groupId=f8e8e905-c421-4a5c-b2d1-97c77a151417&tenantId=67610027-1ac3-49b6-8641-ccd83ce1b01f>

Frühere Materialien und Mitteilungen zu **EP 3b** wurden auf folgender Webpage veröffentlicht:

<https://www.uni-saarland.de/lehrstuhl/eschner/ss2020/ep3b.html>

Beachten Sie auch die dortigen Mitteilungen zu generellen Aspekten der Veranstaltung sowie zu Übungen und Prüfungen.

Frühere Informationen zum **Mathematische Tutorium** finden Sie auf der Seite:

<https://www.uni-saarland.de/lehrstuhl/eschner/ss2020/mt-ep3b.html>

Literatur:

Als Lehrbuch liegen dieser Vorlesung die Bücher "**Experimentalphysik 3**" von **W. Demtröder** und "**Atome, Moleküle und optische Physik 1**" von **I. V. Hertel** und **C.-P. Schulz** zugrunde, beide in der neuesten Ausgabe. Die Bücher sind über die SULB elektronisch kostenlos verfügbar, sie sind auf der Homepage der Vorlesung und in Teams verlinkt.

Auf die Bücher wird mit [D...] und [HS...] verwiesen.

Abbildungen ohne Quellenangabe sind aus [D].

Andere Quellen werden entsprechend zitiert.

ACHTUNG: Diese Vorlesungsnotizen führen durch die relevanten Passagen der Lehrbücher. Sie ersetzen jedoch nicht das Studium der Lehrbücher selbst!

Hier beginnt Teil 3

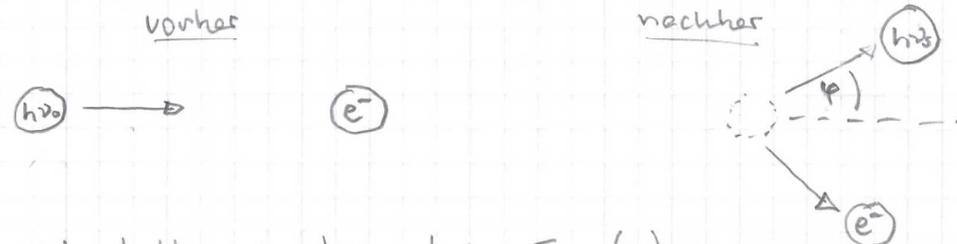
Teilchencharakter der e.m. Strahlung — Compton-Effekt [3.1.6]

Entdeckt v. A.H. Compton 1922, siehe auch Übungsblatt.

Effekt: Streuung von Röntgen-Strahlung der Wellenlänge λ_0 ergibt auch einen winkelabhängigen Teil mit $\lambda_s > \lambda_0$.

3.12

Zur Erklärung betrachte Streuung eines Röntgen-Photons oder Röntgen-Quants an einem (ungefähr) freien Elektron



Energieerhaltung: $h\nu_0 = h\nu_s + E_{\text{kin}}(e^-)$

relativische kin. Energie $E_{\text{kin}} = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$
(mit $\beta = \frac{v}{c}$)

Impulserhaltung: $\frac{h}{2\pi} \vec{k}_0 = \frac{h}{2\pi} \vec{k}_s + \vec{p}(e^-)$; $\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \vec{v}$

Aus der Übung $\Rightarrow \nu_0 - \nu_s = \frac{h}{m_0c^2} \nu_0 \nu_s (1 - \cos\varphi)$

bzw. als Compton-Streuformel $\lambda_s - \lambda_0 = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\varphi}{2}$

Dabei ist $\lambda_c = \frac{h}{m_0c} = 2,4262 \cdot 10^{-12} \text{ m}$, die Compton-Wellenlänge

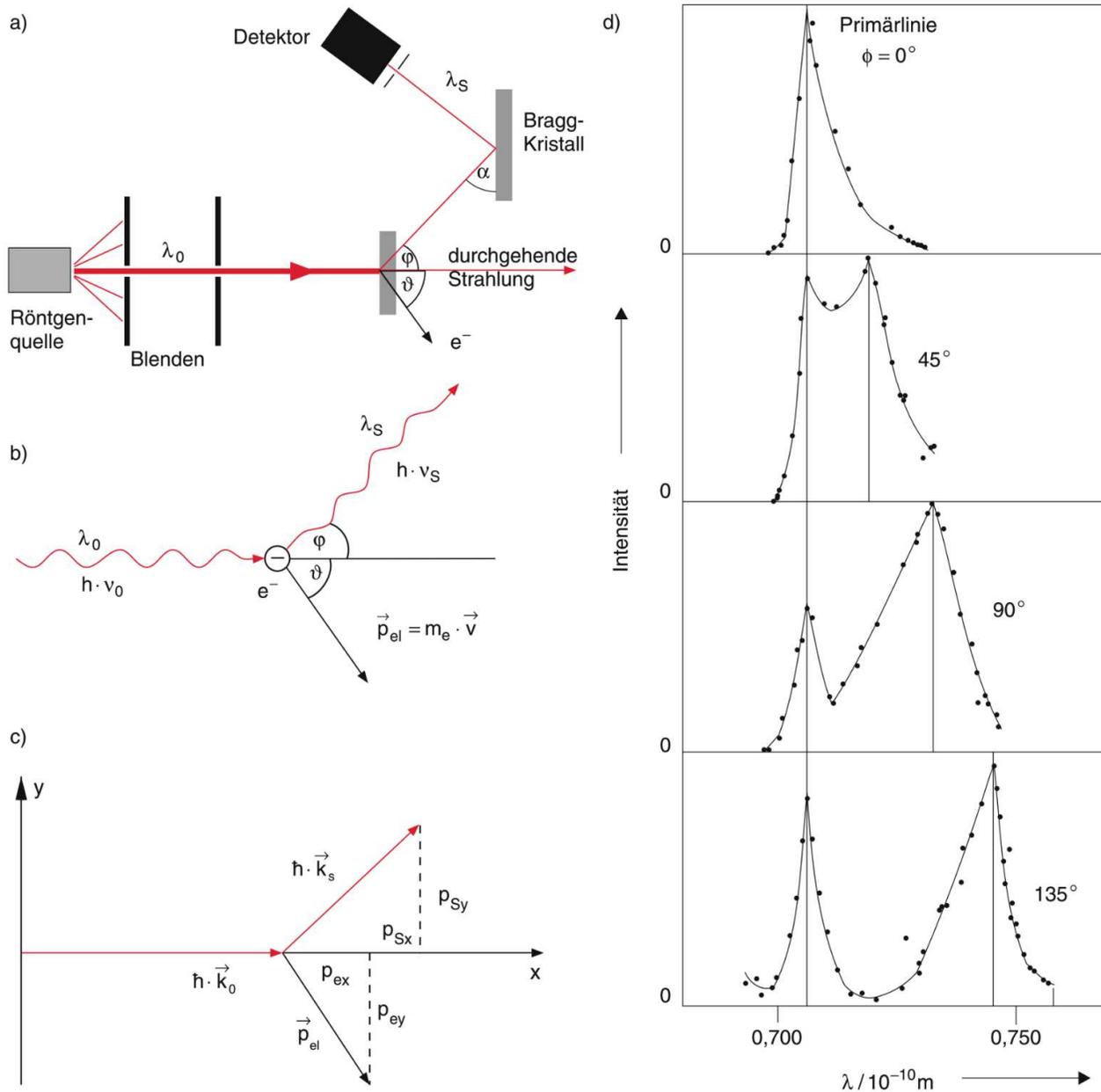


Abb. 3.12a-d. Comptoneffekt: (a) Experiment; (b) Schema; (c) Vektordiagramm; (d) Wellenlängen λ_S als Funktion des

Streuwinkels für die Streuung der K_α -Strahlung von Mo in Graphit (siehe Abschn. 7.6) gemessen 1923 von Compton

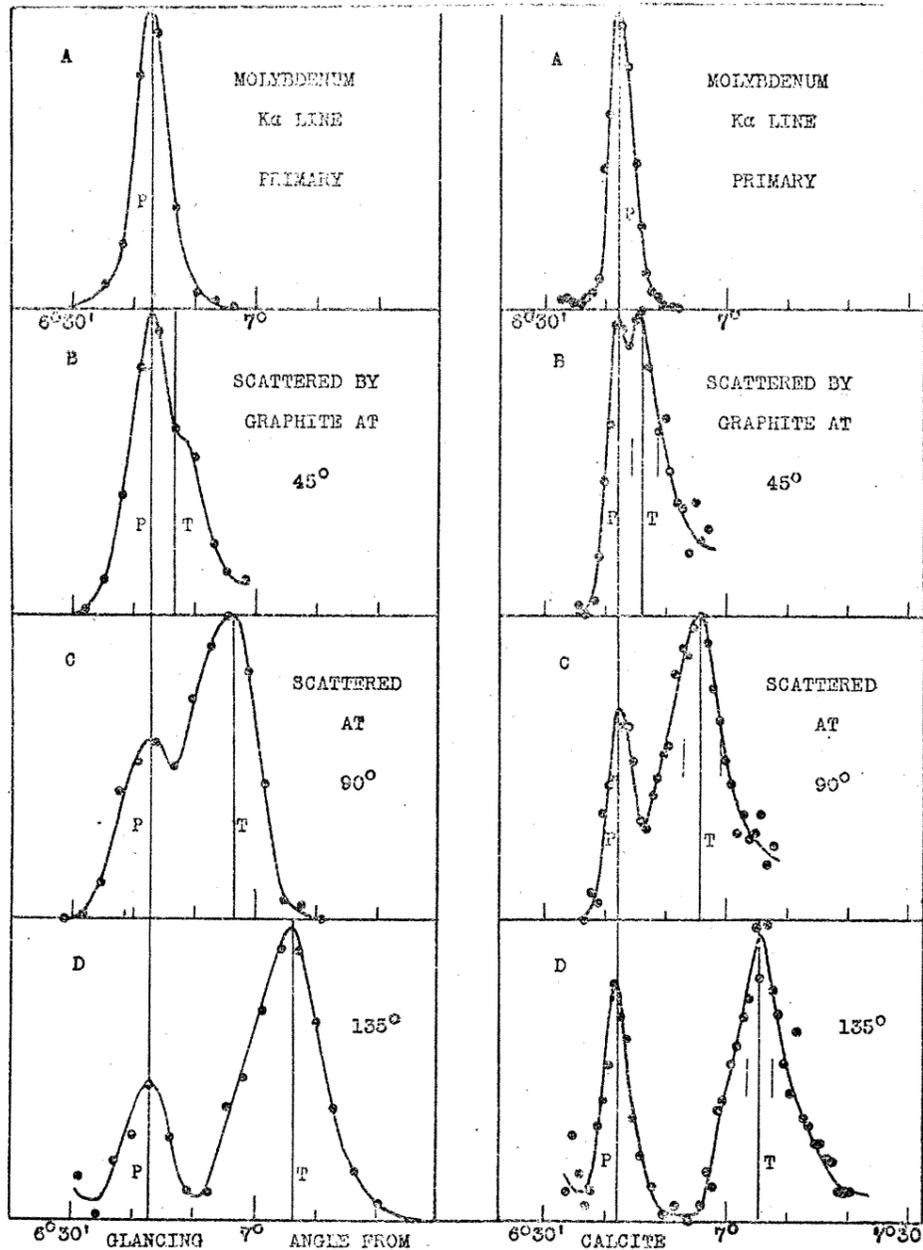


Fig. 3

Fig. 4

Messung des Compton-Effekts,
Originaldaten

A.H. Compton,
The spectrum of scattered x-rays,
Phys. Rev. 22, 409 (1923)

Merkregel

$\lambda_c =$ Wellenlänge eines Photons, dessen Quantenenergie $h\nu_c$ der Ruheenergie m_0c^2 des Elektrons entspricht.

Vorschau

[Die Beziehung $p = \frac{E}{c}$ für e.m. Strahlung überträgt sich auf das einzelne Strahlungsquant, $|\vec{p}_{\text{photon}}| = \frac{h\nu}{c}$.
 $\Rightarrow \vec{p} = \frac{h\nu}{c} \frac{\vec{h}}{|\vec{h}|} = \frac{h}{2\pi} \vec{k} = \hbar \vec{k}$ mit Definition $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.
Die Relation $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ gilt auch für materielle Teilchen, s. später.]

Eigenschaften von Photonen [3.1.7] & Tabelle 3.1

Energie je Photon : $h\nu = h \frac{c}{\lambda} = \hbar\omega$

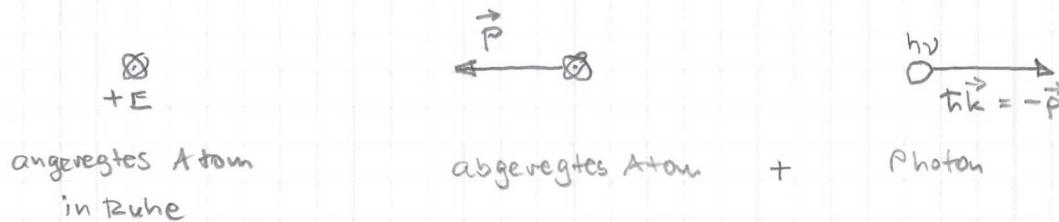
⇒ Eine e.m. Welle mit Intensität I $\left(\frac{\text{Leistung}}{\text{Fläche}} \right)$
entspricht einem Teilchenfluss $\dot{N} = \frac{I}{h\nu}$ $\left(\frac{\text{Teilchen}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche}} \right)$

Impuls je Photon : $\hbar \vec{k} = \frac{h\nu}{c} \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$

⇒ Impulsübertrag in Absorption / Emission : "Photon-Rückstoß"

vorher

nachher



Drehimpuls je Photon

3.13

Absorption/Emission eines zirkular polarisierten Photons

überträgt den Drehimpuls $\pm \hbar$

" " eines linear polarisierten Photons

überträgt Drehimpuls 0

unabhängig
von ν !

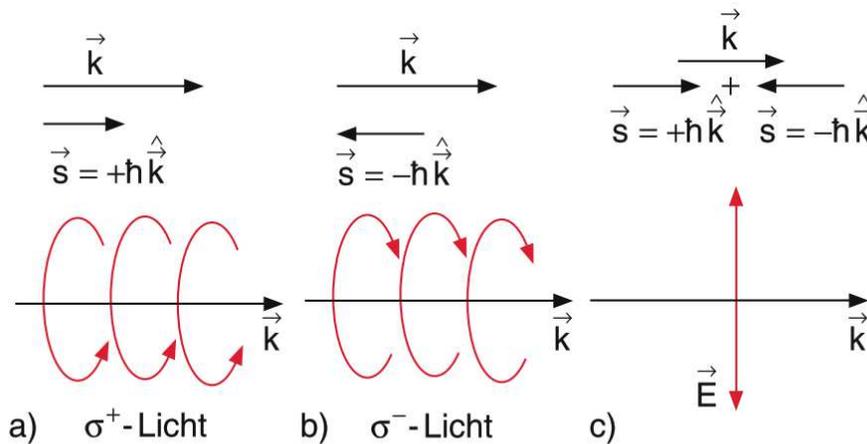


Abb. 3.13a–c. Photonenmodell von polarisiertem Licht.
(a) Linkszirkular, (b) rechtszirkular, (c) linear polarisiert

Gravitationsenergie des Photons [3.1.8] Tabelle 3.1

"Masse m mit $mc^2 = h\nu$ " (aber Ruhemasse ist Null!)

\Rightarrow Energie $E = m\phi_G$ im Gravitationspotential $\phi_G(\vec{r})$

\Rightarrow Arbeit von \vec{r}_1 nach \vec{r}_2 $W = \frac{h\nu}{c^2} (\phi_G(\vec{r}_2) - \phi_G(\vec{r}_1))$

\Rightarrow relativer Energieverlust $\frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_1} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\phi_G}{c^2}$

Beispiele - $\Delta h = 20$ cm auf der Erde $\Rightarrow \frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 2.5 \cdot 10^{-15}$

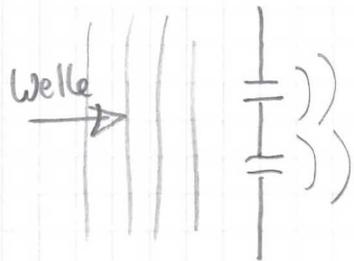
experimentell bestätigt mit Mößbauer-Strahlung

- Licht von Sonnenoberfläche zur Erde $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 5 \cdot 10^{-7}$

- schwarzes Loch

Wellen zeigen Interferenz. Wie ist das mit Teilchen verträglich?

Doppelspalt



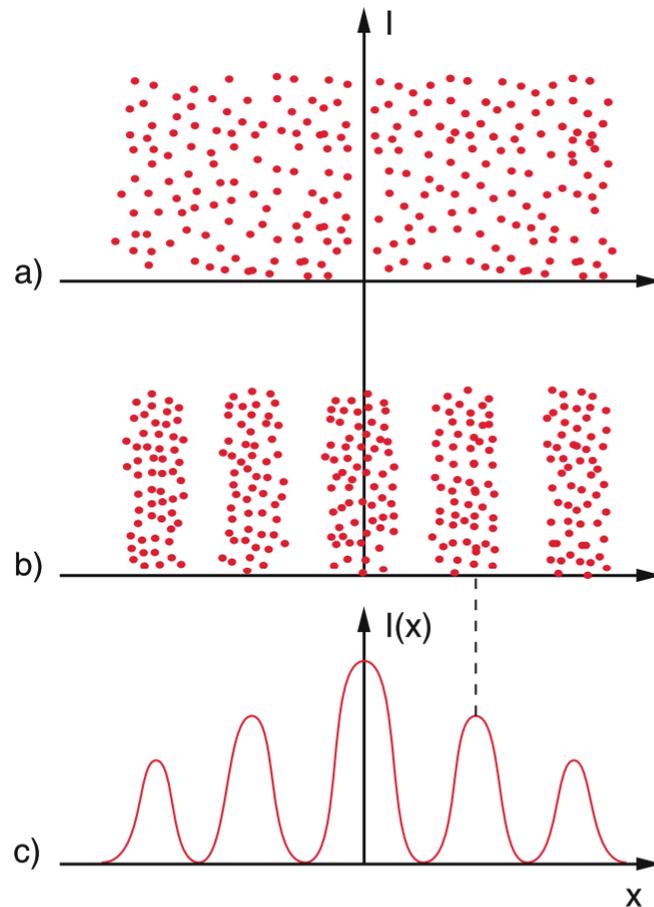
Intensität $I(x) \leftrightarrow$

\leftrightarrow Photonenstrom $\dot{N}(x) = \frac{\text{Teilchen}}{\text{zeit} \cdot \text{Fläche}}$

3.16 Je Photon ist die Wahrscheinlichkeit, an Ort x anzukommen, $P(x) \propto I(x)$

Bei sehr kleiner Teilchenzahl $\dot{N}(x) \cdot \Delta t \cdot \Delta A$ gibt es große relative Fluktuationen $\Delta N \approx \sqrt{N}$:

"Poisson'sches Rauschen", auch Schrotrauschen = shot noise.



Mehr Beispiele

<https://www.youtube.com/watch?v=ES5DEpsjKvI>

<https://www.youtube.com/watch?v=I9Ab8BLW3kA>
(ab t=5:45)

https://www.youtube.com/watch?v=_MpvDAQrKbs

Abb. 3.16a–c. Erzeugung einer Interferenzstruktur mittels Interferenz am Doppelspalt **(a)** für sehr kleine Lichtintensitäten, bei denen die statistische Schwankung ΔN der Photonenzahl $\Delta N > N_{\max} - N_{\min}$ ist; **(b)** für $\Delta N \approx N_{\max} - N_{\min}$; **(c)** für große Intensitäten

Wellennatur von Teilchen [3.2]

de Broglie 1924 postulierte ohne experimentelle Evidenz:

Für materielle Teilchen ist $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ wie für Lichtquanten

$$\Rightarrow \boxed{\text{de Broglie-Wellenlänge } \lambda_{dB} = \frac{2\pi}{|\vec{k}|} = \frac{h}{|\vec{p}|} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{kin}}}}$$

(nicht-relativistisch)

(relativistisch ergibt sich p aus $E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$)

"thermische de-Broglie-W." für Gas bei Temperatur T

$$E_{kin} = \frac{3}{2} k_B T \quad \Rightarrow \quad \lambda_{dB,therm.} = \frac{h}{\sqrt{3m k_B T}}$$

z.B. Neutronen bei $T=300\text{ K}$: $\lambda_{dB,th} = 0,14\text{ nm}$

He-Atome bei $T=1\text{ K}$: $\lambda_{dB,th} = 1,2\text{ nm}$

Elektronen mit 100 V beschleunigt $\lambda_{dB} = 0,12\text{ nm}$

" mit 1 GeV " ($v \approx c$) $\lambda_{dB} = \frac{h}{E/c} \sim 1,2 \cdot 10^{-15}\text{ m}$

Wenn $v \approx c \Leftrightarrow E_{kin} \gg m_0 c^2 \Rightarrow \lambda_{dB} \sim \frac{h}{E/c}$ wie beim Photon

Elektronenbeugung an dünner kristalliner Folie } (Davisson & Germer 1926)
→ Beugungsringe wie Röntgenstrahlung
3.18 & Vorlesungsversuch

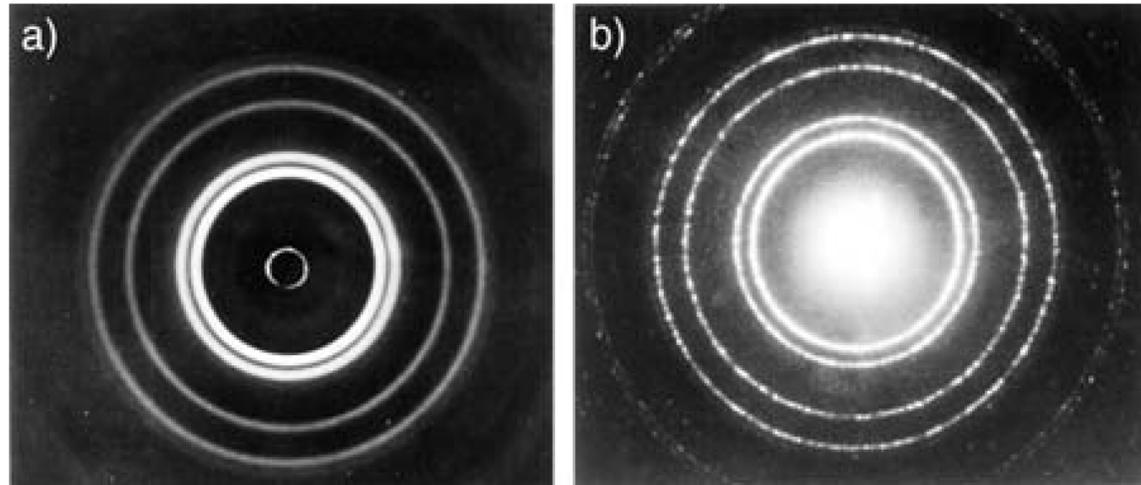
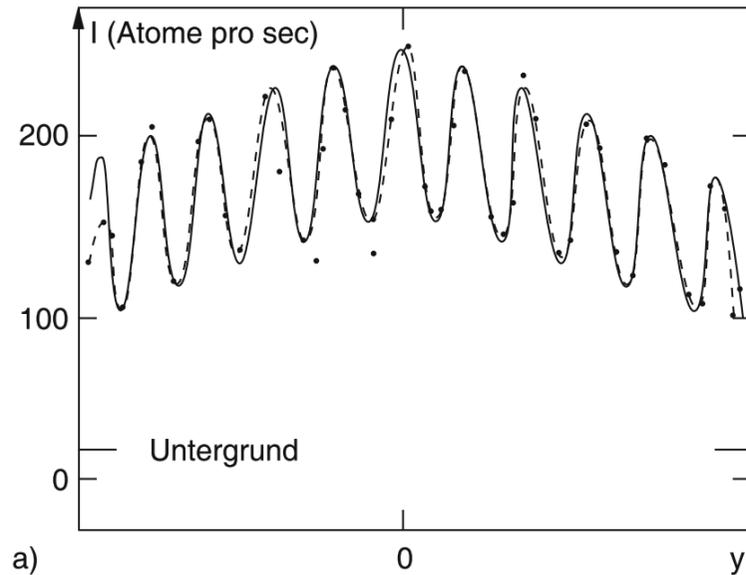


Abb. 3.18a,b. Vergleich (a) der Röntgenbeugung an einer dünnen Folie und (b) der Elektronenbeugung

Elektronen-Beugung ist auch Grundlage des **Elektronenmikroskops**: Mit $U \sim 100$ kV beschleunigte Elektronen bilden Strukturen im nm-Bereich ab. Jedoch ist die Auflösung nicht durch die de-Broglie-Wellenlänge der Elektronen von $\sim 4 \times 10^{-12}$ m bestimmt, sondern durch die Abbildungseigenschaften der "Elektronenoptik".



Materiewellen-Interferometer
mit Helium-Atomen [3.2.2]

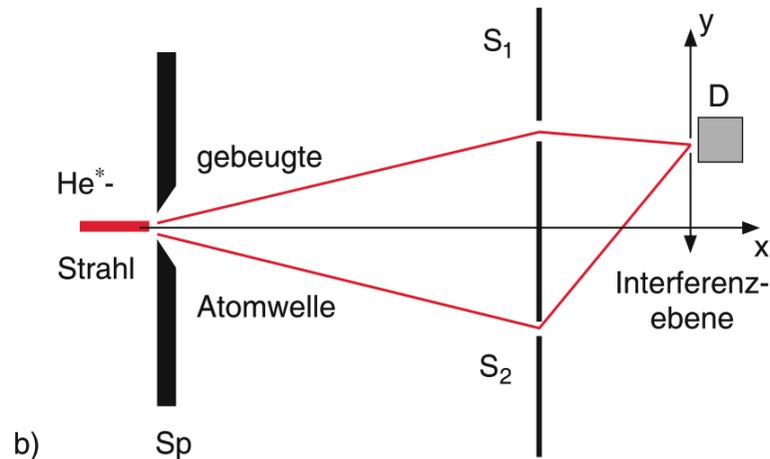


Abb. 3.20a,b. Beugung eines kollimierten Heliumatomstrahls an einem Spalt und Beobachtung der Doppelspalt-Interferenz. (a) Beobachtete Interferenzstruktur; (b) experimentelle Anordnung [3.18]

Neutronen-Interferometer [3.2.4]: basiert auf Bragg-Beugung an extrem genauen Si-Einkristallen, welche als Spiegel und als Strahlteiler wirken können. Monochromatische (=geschwindigkeitsselektierte) Neutronen werden ebenfalls durch Bragg-Beugung oder durch Flugzeit-Filterung erzeugt.

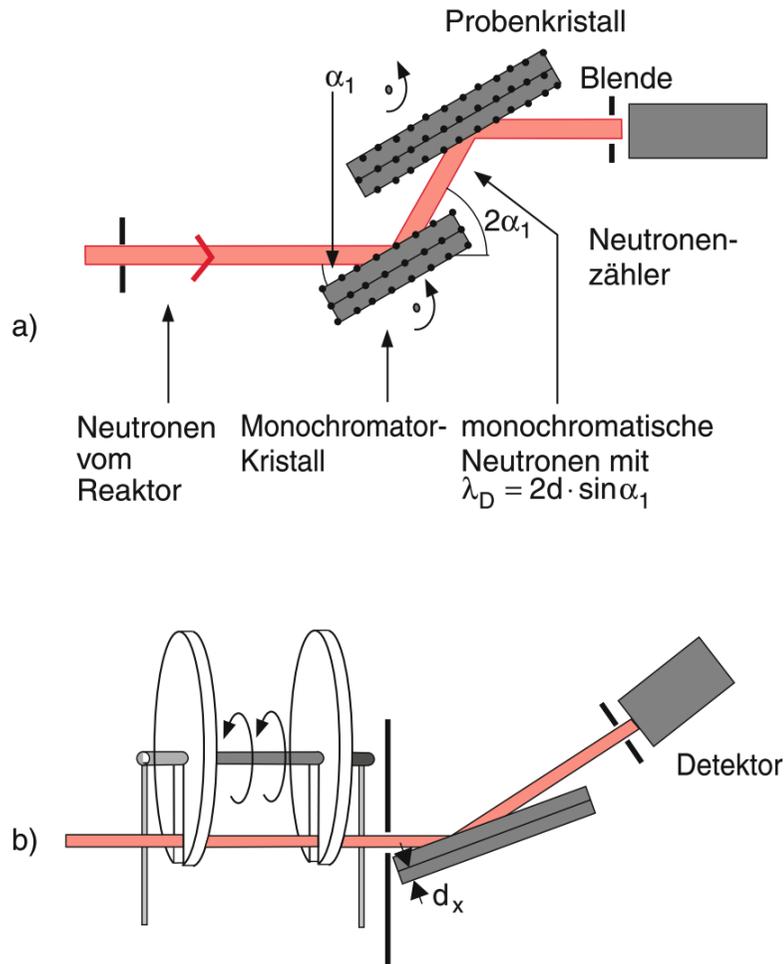


Abb. 3.22a,b. Neutronen-Spektrometer. (a) Monochromatisierung der Neutronen durch Bragg-Reflexion; (b) Selektion einer wählbaren Geschwindigkeitsklasse $N(v \pm \Delta v/2)$ durch eine Flugzeitmethode

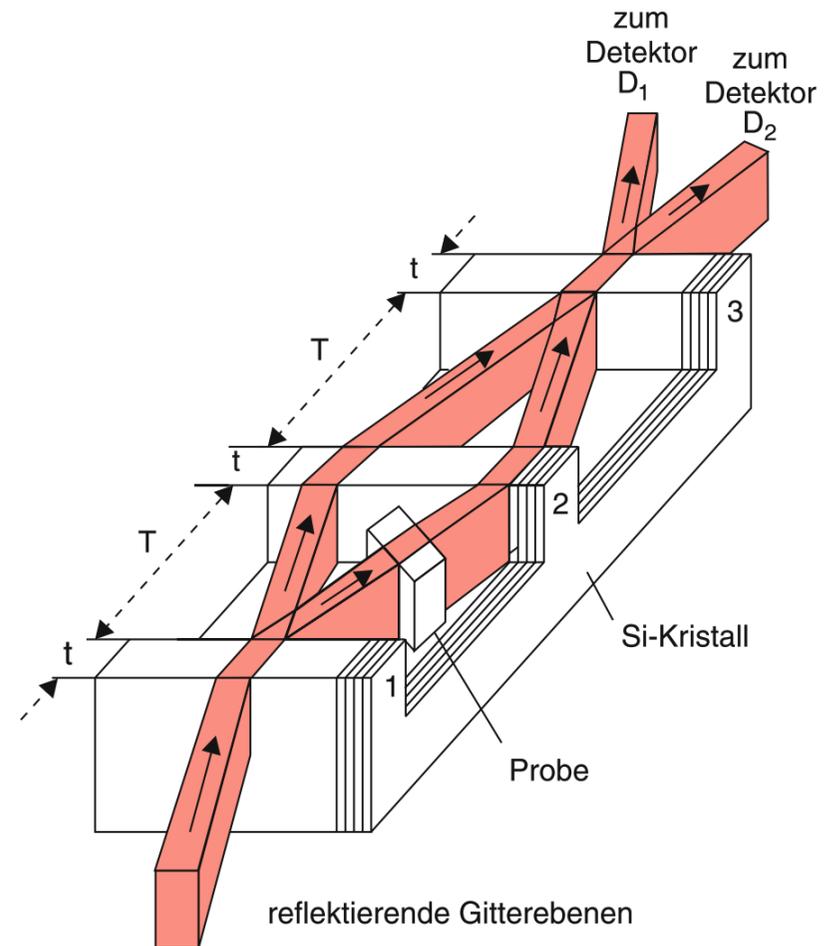
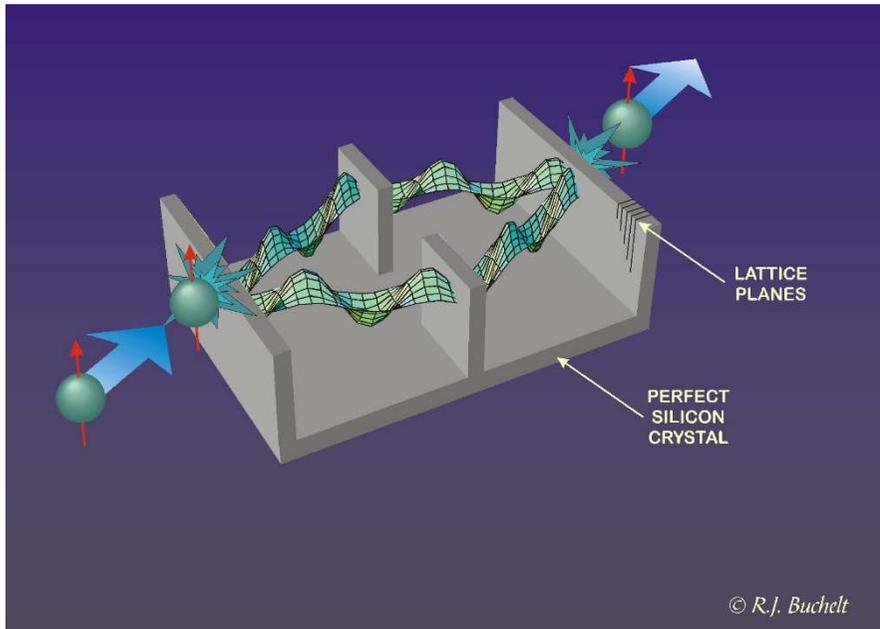
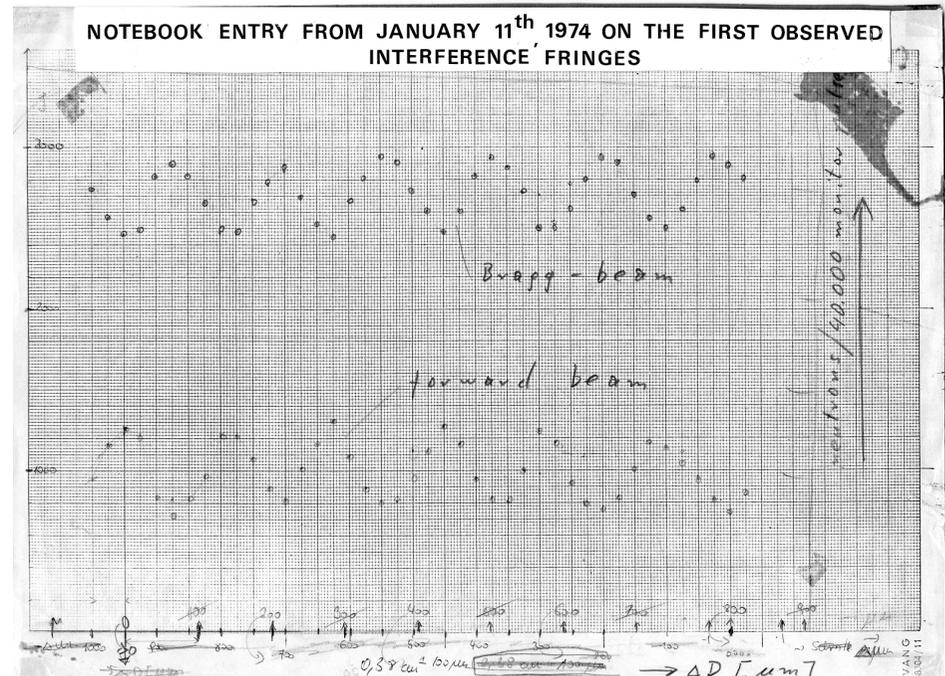
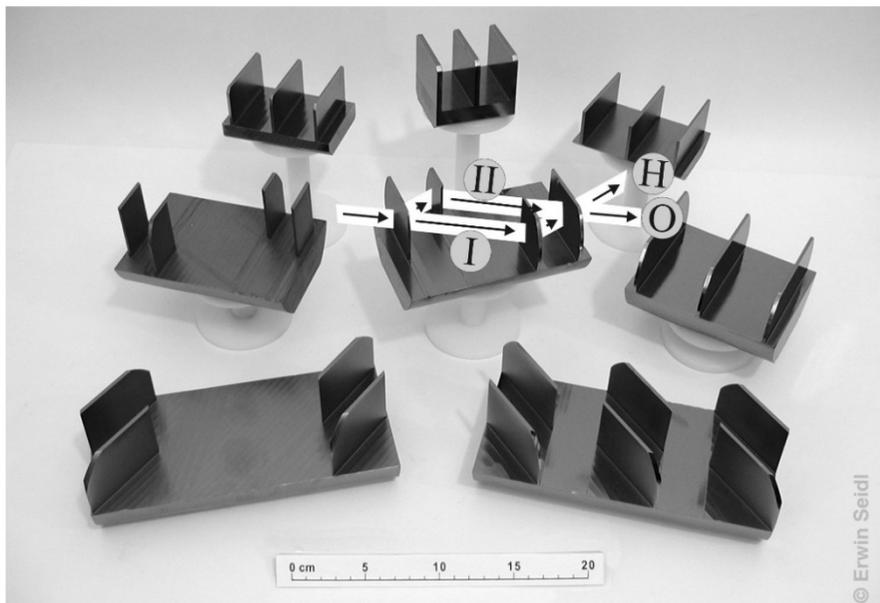


Abb. 3.23. Neutronen-Interferometer



Neutronen-Interferometer, oben schematisch, unten real



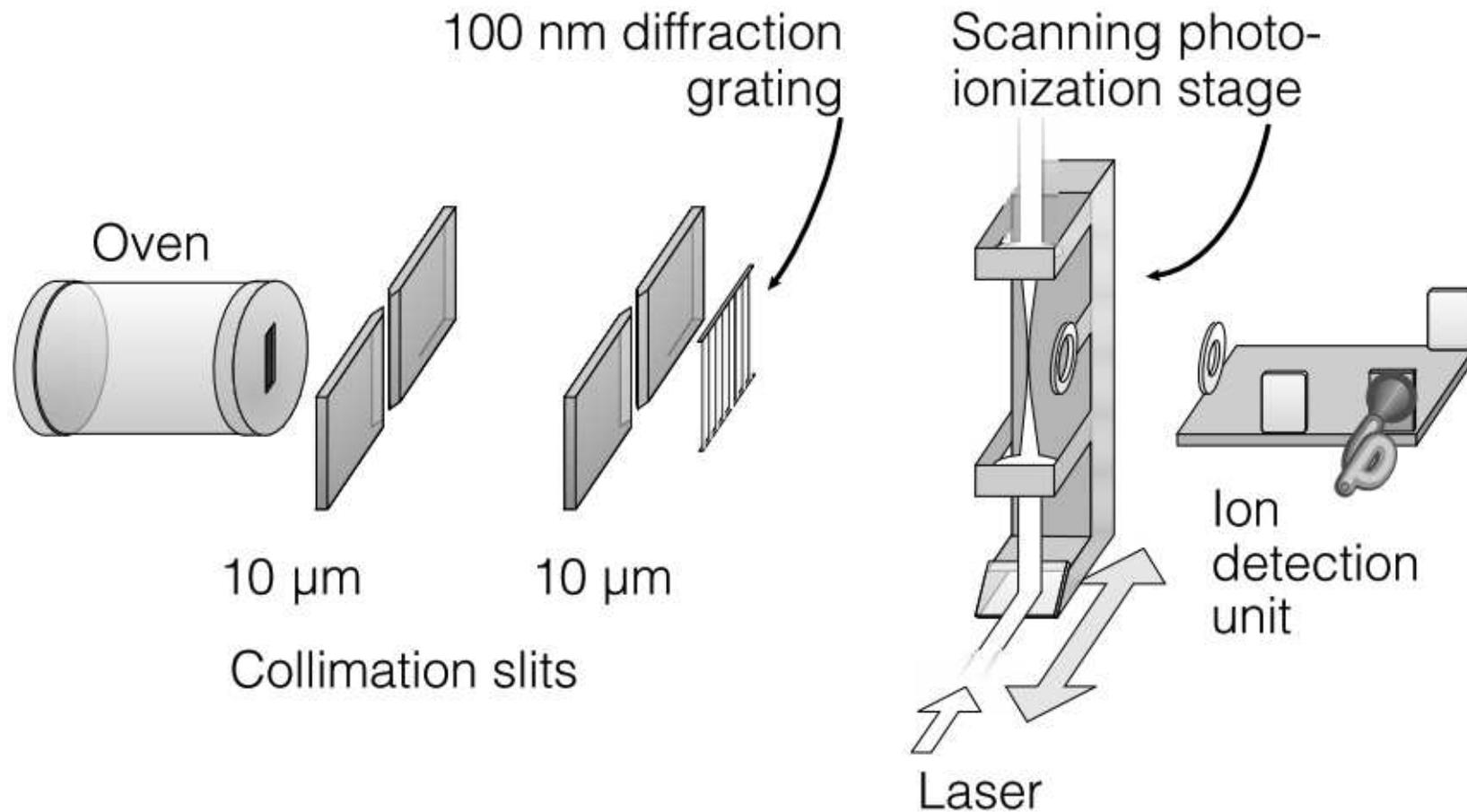
Anekdote zur ersten Beobachtung von Neutronen-Interferenz, siehe

<http://www.teilchen.at/news/292>

Arbeiten zur Materiewellen-Interferenz
mit immer größeren Teilchen.

Wo ist die Grenze?

Materiewelleninterferometrie mit C_{60} -Molekülen



Nature 401, 680-682 (14 October 1999)

Wave-particle duality of C_{60} molecules

Markus Arndt, Olaf Nairz, Julian Vos-Andreae, Claudia Keller, Gerbrand van der Zouw & Anton Zeilinger

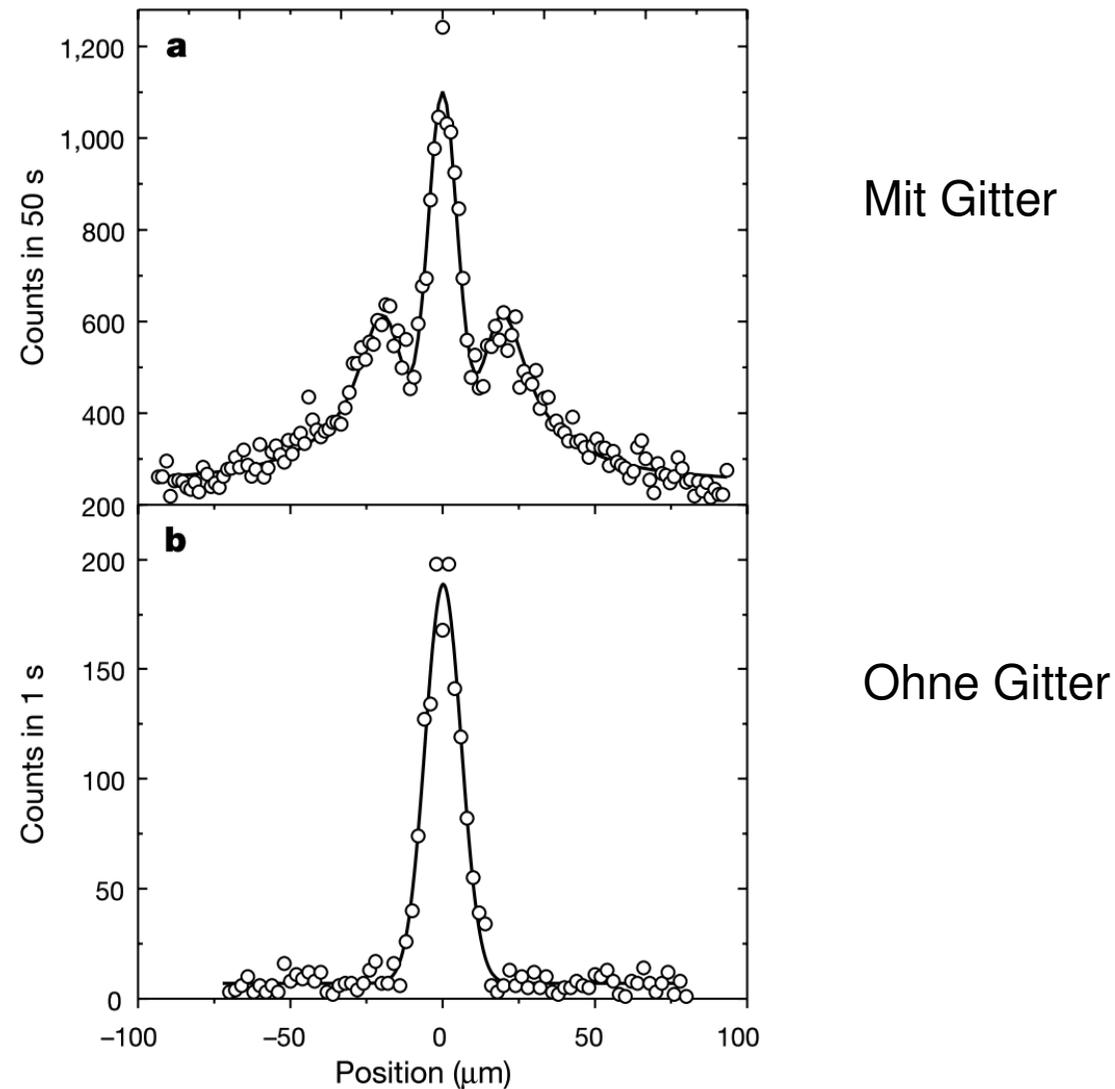
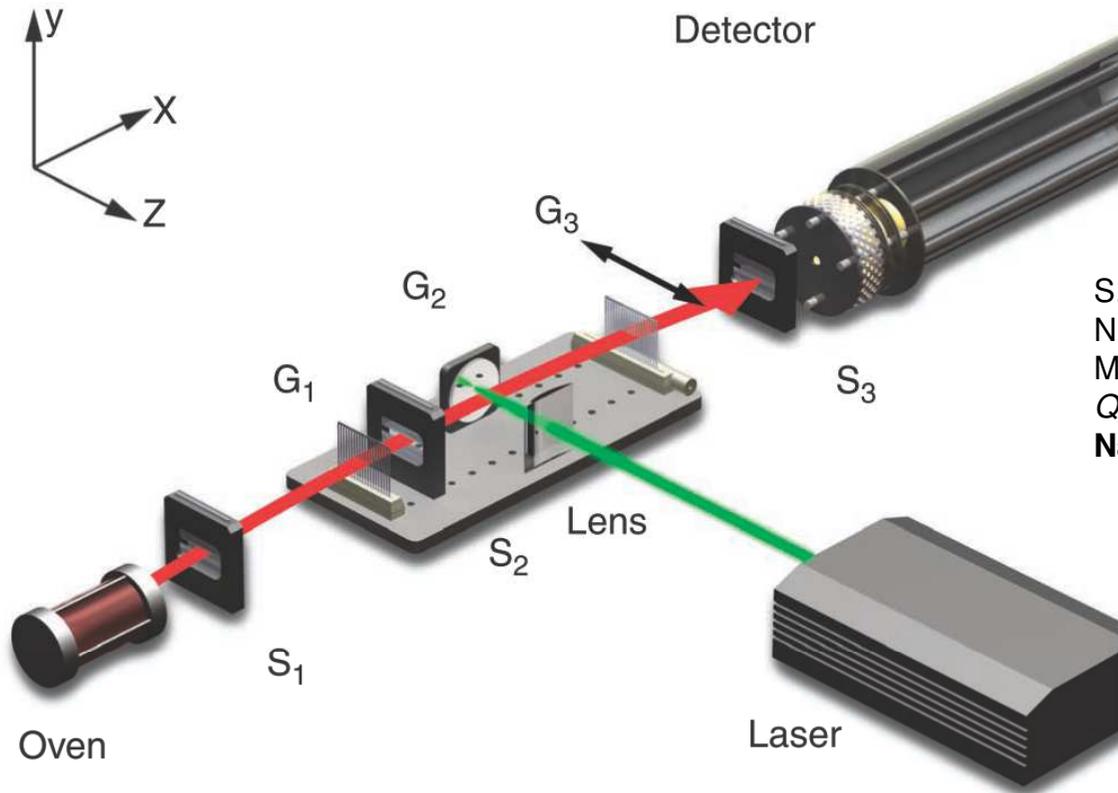


Figure 2 Interference pattern produced by C_{60} molecules. **a**, Experimental recording (open circles) and fit using Kirchhoff diffraction theory (continuous line). The expected zeroth and first-order maxima can be clearly seen. Details of the theory are discussed in the text. **b**, The molecular beam profile without the grating in the path of the molecules.



Materiewelleninterferometrie mit organischen Molekülen

S. Gerlich, S. Eibenberger, M. Tomandl, S. Nimmrichter, K. Hornberger, P. J. Fagan, J. Tüxen, M. Mayor, and M. Arndt
Quantum interference of large organic molecules
Nature Communications 2, 263 (2011)

"Our experiments prove the quantum wave nature and delocalization of compounds composed of up to 430 atoms, with a maximal size of up to 60 Å, masses up to $m=6,910$ AMU and de Broglie wavelengths down to $\lambda_{dB}=h/mv \simeq 1$ pm."

Figure 2 | Layout of the Kapitza-Dirac-Talbot-Lau (KDTL) interference experiment. The effusive source emits molecules that are velocity-selected by the three delimiters S_1 , S_2 and S_3 . The KDTL interferometer is composed of two SiN_x gratings G_1 and G_3 , as well as the standing light wave G_2 . The optical dipole force grating imprints a phase modulation $\varphi(x) \propto \alpha_{\text{opt}} \cdot P / (v \cdot w_y)$ onto the matter wave. Here α_{opt} is the optical polarizability, P the laser power, v the molecular velocity and w_y the laser beam waist perpendicular to the molecular beam. The molecules are detected using electron impact ionization and quadrupole mass spectrometry.

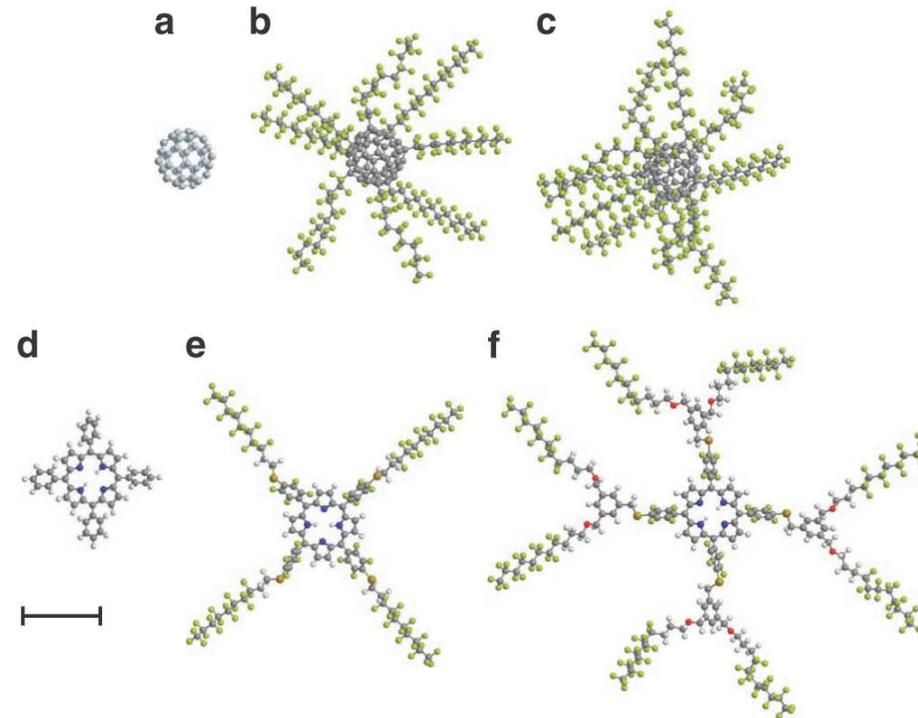


Figure 1 | Gallery of molecules used in our interference study. (a) The fullerene C_{60} ($m = 720$ AMU, 60 atoms) serves as a size reference and for calibration purposes; (b) The perfluoroalkylated nanosphere PFNS8 ($C_{60}[C_{12}F_{25}]_8$, $m = 5,672$ AMU, 356 atoms) is a carbon cage with eight perfluoroalkyl chains. (c) PFNS10 ($C_{60}[C_{12}F_{25}]_{10}$, $m = 6,910$ AMU, 430 atoms) has ten side chains and is the most massive particle in the set. (d) A single tetraphenylporphyrin TPP ($C_{44}H_{30}N_4$, $m = 614$ AMU, 78 atoms) is the basis for the two derivatives (e) TPPF84 ($C_{84}H_{26}F_{84}N_4S_4$, $m = 2,814$ AMU, 202 atoms) and (f) TPPF152 ($C_{168}H_{94}F_{152}O_8N_4S_4$, $m = 5,310$ AMU, 430 atoms). In its unfolded configuration, the latter is the largest molecule in the set. Measured by the number of atoms, TPPF152 and PFNS10 are equally complex. All molecules are displayed to scale. The scale bar corresponds to 10 \AA .

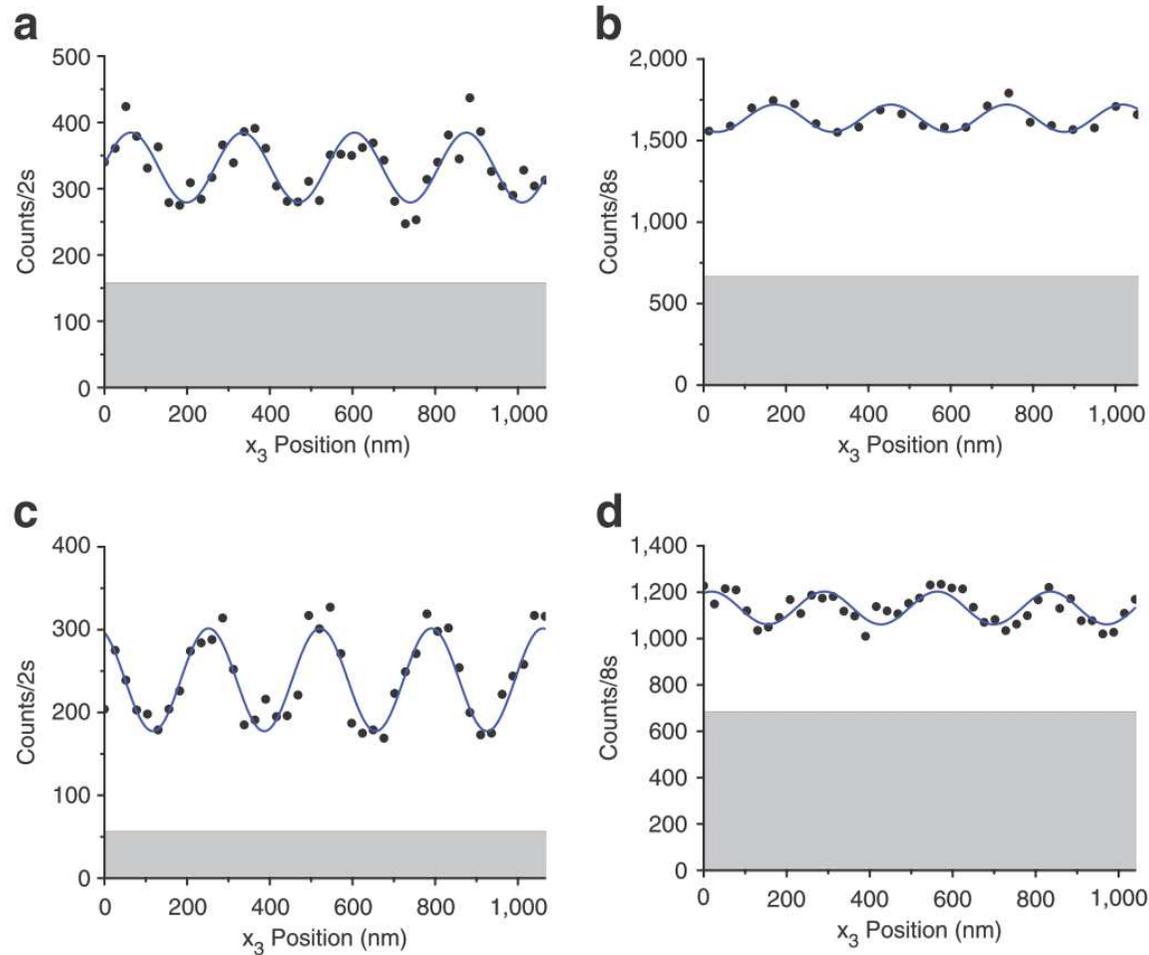


Figure 3 | Quantum interferograms of tailor-made large organic molecules. Quantum interference well beyond the classical expectations has been observed for all molecules in the set. In all panels, the black circles represent the experimental result, the blue line is a sinusoidal fit to the data and the shaded area indicates the detector dark rate. **(a)** The beam of perfluoroalkylated nanospheres, PFNS8, is characterized by a mean velocity of $v = 63 \text{ m s}^{-1}$ with a full width $\Delta v_{\text{FWHM}} = 13 \text{ m s}^{-1}$. The observed contrast of $V_{\text{obs}} = 49 \pm 6\%$ is in good agreement with the expected quantum contrast of $V_{\text{quant}} = 51\%$ and is clearly discernible from the classically expected visibility of $V_{\text{class}} < 1\%$. The stated uncertainty is the standard deviation of the fit to the data. **(b)** For PFNS10, the signal was too weak to allow a precise velocity measurement and quantum calculation. The oven position for these particles, however, limits the molecular velocity to $v < 80 \text{ m s}^{-1}$ and therefore allows us to define an upper bound to the classical visibility. **(c)** For TPPF84, we measure $v = 95 \text{ m s}^{-1}$ with $\Delta v_{\text{FWHM}} = 34 \text{ m s}^{-1}$. This results in $V_{\text{obs}} = 33 \pm 3\%$ with $V_{\text{quant}} = 30\%$ and $V_{\text{class}} < 1\%$. **(d)** The signal for TPPF152 is equally low compared with that of PFNS10. For this compound we find $V_{\text{obs}} = 16 \pm 2\%$, $V_{\text{quant}} = 45\%$ and $V_{\text{class}} = 1\%$.