Bachelorarbeit

Charakterisierung eines seitlich gepumpten Atom-Cavity-Systems

Autor:

Anna Maria Breunig

Betreuer:

Hannes Gothe

Prof. Dr. Jürgen Eschner

Gutachter:

Prof. Dr. Jürgen Eschner

Prof. Dr. Giovanna Morigi

eingereicht am

7. Juni 2016

Universität des Saarlandes

Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät II

- Physik und Mechatronik -

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Saarbrücken, _____ _____

Datum Unterschrift

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung **1**

2. Theoretische Grundlagen **3**
2.1. Optischer Resonator (Cavity) . . . 3
2.1.1. Grundlagen . . . 3
2.1.2. Transversale Moden . . . 6
2.2. Atom-Cavity-Wechselwirkung . . . 10
2.2.1. Wichtige Parameter . . . 10
2.2.2. Schwache und starke Kopplung . . . 12

3. Ähnliche Experimente **13**

4. Versuchsaufbau **15**
4.1. Eigenschaften des Ytterbiums . . . 15
4.2. Überblick über den Versuchsaufbau . . . 17
4.3. Blaue magneto-optische Atomfalle . . . 18
4.4. Eigenschaften und Modenspektrum unseres optischen Resonators . . . 19
4.5. Atom-Cavity-Kopplung . . . 22

5. Messungen **23**
5.1. Charakterisierung des optischen Resonators ohne Atome . . . 23
5.1.1. Aufnahme des Modenspektrums . . . 24
5.1.2. Kalibrierungsmessung der beiden Piezos . . . 27
5.1.3. Anwendung der Piezokalibrierung auf das Modenspektrum . . . 31
5.2. Messungen am Atom-Cavity-System . . . 34
5.2.1. Messaufbau . . . 34
5.2.2. Streuung lateralen Lichts in die Cavity . . . 35
5.2.3. Kalibrierungsmessung mit Hilfe des AOMs . . . 37
5.2.4. Änderung der Leistung des Pumpstrahls . . . 37
5.2.5. Änderung der Frequenz des Pumpstrahls . . . 41
5.2.6. Änderung der Atomanzahl . . . 46

6. Zusammenfassung **50**

7. Literaturverzeichnis **51**

A. Piezounabhängige Messung des freien Spektralbereichs unserer Cavity **53**

B. Umrechnung des MOT-Streulichts in die Anzahl der gefangenen Atome **55**

Abbildungsverzeichnis

1.1. Aufnahme des emittierten Lichts unseres seitlich gepumpten optischen Resonators mit einer gefangenen Ytterbium-Atomwolke im Zentrum 1
2.1. Stabilitätsdiagramm von optischen Resonatoren mit sphärischen Spiegeln . . 4
2.2. Wellen in einem planar-parallelen optischen Resonator 5
2.3. Lorentzprofile um die Resonanzfrequenzen eines optischen Resonators 6
2.4. Gaußmode mit der Rayleighlänge z_0 und der Strahlbreite $w(z)$ 7
2.5. Einige Hermite-Gauß-Moden gekennzeichnet durch die Anzahl ihrer Knoten in x- und y-Richtung 8
2.6. Skizziertes Modenspektrum eines Resonators mit transversalen Moden bis zur vierten Ordnung 9
2.7. Atom-Cavity-Kopplung 10
3.1. Aufbau des Experiments von Prof. Esslinger in Zürich 13
4.1. Blauer und grüner optischer Übergang von Ytterbium 15
4.2. Spektrum des blauen Übergangs bei einer Wellenlänge von $398,9\,\mathrm{nm}$ 16
4.3. Skizze unseres Versuchsaufbaus 17
4.4. Aufbau der blauen MOT 18
4.5. Tabelle der wichtigsten Parameter unseres optischen Resonators 19
4.6. Skizze einiger Resonatormoden unserer Cavity 20
4.7. Skizze eines freien Spektralbereichs unserer Cavity von einer Grundmode zur nächsten 21
5.1. Messaufbau zur Aufnahme des Modenspektrums 23
5.2. Aufgenommene TEM-Moden höherer Ordnung 25
5.3. Modenspektrum unseres Resonators aufgetragen gegen die angelegte Spannung am Piezo 25
5.4. Aufnahmen der $\mathrm{TEM}_{0,m}$-Moden 26
5.5. Maxima der Grundmode und dazugehörige Spannungsrampe 28
5.6. Kalibrierung des Piezos mit kleinem Hub 29
5.7. Kalibrierung des Piezos mit großem Hub 30
5.8. Gemessene und modellierte Gerade der Kalibrierungsmessung 32
5.9. Modenspektrum unserer Cavity aufgetragen gegen die Frequenz 33
5.10. Messaufbau für Messungen am Atom-Cavity-System 35
5.11. Typisches Anregungsspektrum, wenn die Atome das seitlich eingestrahlte Laserlicht in die Resonatormoden streuen 36
5.12. Beispielhafte Aufnahme zur Kalibrierungsmessung mit Hilfe des AOMs . . . 38
5.13. Messaufbau des Pumpleistungsscans 39
5.14. Kalibrierung der Photodiode 39
5.15. Diagramm zur Änderung der Pumpleistung 40

5.16. Erstes 3D-Diagramm zur Änderung der Frequenz des Pumpstrahls 42
5.17. Aufgenommene Modenbilder zu den verschiedenen Verstimmungen des Pumpstrahls 43
5.18. Zweites 3D-Diagramm zur Änderung der Frequenz des Pumpstrahls 44
5.19. Blick von oben auf das 3D-Diagramm der Abbildung 5.18 45
5.20. 3D-Diagramm zur Änderung der Atomanzahl 48
5.21. Querschnitt des 3D-Diagramms zur Änderung der Atomanzahl 49
A.1. Tabelle mit den Messdaten des freien Spektralbereichs 53
A.2. Berechnete Wellenlängendifferenzen und freie Spektralbereiche 54
B.1. Tabelle der benötigten Parameter zur Umrechnung der gemessenen Spannung am PMT in die Anzahl der gefangenen Atome in der MOT 56

1. Einleitung

Das Ziel dieser Bachelorarbeit ist das Verhalten eines optischen Resonators mit einer seitlich gepumpten Ytterbium-Atomwolke im Zentrum zu untersuchen. In dem Experiment der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Eschner an der Universität des Saarlandes werden mit Hilfe einer magneto-optischen Atomfalle neutrale Ytterbiumatome im Zentrum eines optischen Resonators (engl. Cavity) gefangen. Ein grüner Laser, welcher auf einen ausgewählten optischen Übergang des Ytterbiums stabilisiert ist und gegenüber diesem verstimmt werden kann, wird senkrecht auf die gefangene Atomwolke geschickt. Das bedeutet, die Cavity wird in unserem Fall nicht entlang der Achse, sondern seitlich gepumpt. Unter bestimmten Parametereinstellungen des Systems streuen die Atome das grüne Laserlicht in die Cavity und erzeugen am Cavityausgang Intensitätsmuster, wie sie beispielsweise in Abbildung 1.1 zu sehen sind. Um strukturiert zu dokumentieren wie sich das seitlich gepumpte Atom-Cavity-System bei welchen Parametereinstellungen verhält, werden innerhalb dieser Bachelorarbeit drei Parameter des Systems systematisch verändert: die Frequenz des seitlich eingestrahlten Pumpstrahls, seine Leistung und die Anzahl der gefangenen Ytterbiumatome in der magneto-optischen Atomfalle.

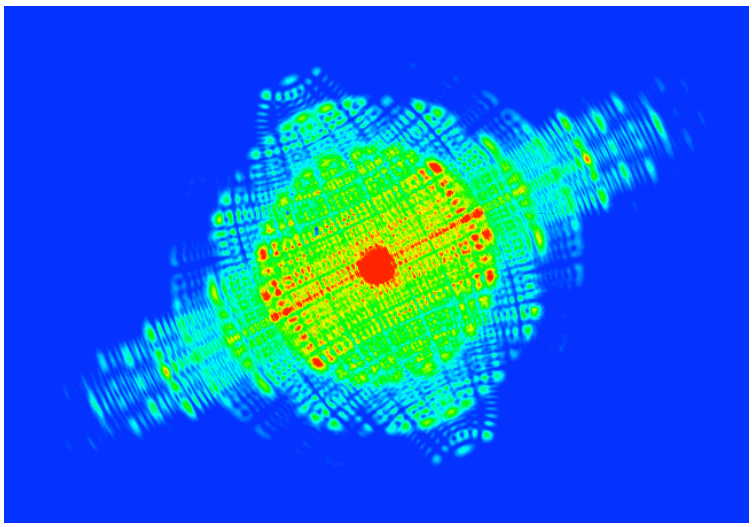


Abbildung 1.1: Zu sehen ist eine Aufnahme des emittierten Lichts unseres seitlich gepumpten optischen Resonators mit einer gefangenen Ytterbium-Atomwolke im Zentrum. Die Parametereinstellungen sind passend gewählt, sodass die Atome das senkrecht von unten eingestrahlte Laserlicht in den Resonator streuen können. Das Bild wurde mit Hilfe einer CCD-Kamera aufgenommen.

Zunächst werden in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen unseres Systems erläutert. Dabei wird einerseits der optische Resonator und andererseits die Wechselwirkung zwischen dem Lichtfeld des Resonators und den neutralen Atomen erklärt. Im nächsten Kapitel werden Experimente anderer Forschungsgruppen vorgestellt, die zu unserem Experiment ähnlich sind. Im Anschluss daran wird in Kapitel 4 unser Versuchsaufbau geschildert und dabei besonders

auf den optischen Resonator eingegangen. In Kapitel 5 werden schließlich die Messungen und ihre Ergebnisse dargestellt. Zuerst wurde der optische Resonator ohne Atome ausgemessen, um ein besseres Verständnis für die Ergebnisse bei den folgenden Messungen mit Atomen zu haben. Daraufhin wurden die Messungen am Atom-Cavity-System durchgeführt, bei denen drei Parameter des Systems verändert wurden.

2. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werde ich zunächst die theoretischen Grundlagen des wichtigsten Bauteils dieses Versuchs, des optischen Resonators erläutern. Anschließend werde ich kurz auf die Atom-Cavity-Wechselwirkung eingehen, um einen Einblick zu geben, welche Parameter dabei eine wichtige Rolle spielen.

2.1. Optischer Resonator (Cavity)

2.1.1. Grundlagen

Der einfachste Fall eines optischen Resonators ist der planare Resonator, das Fabry-Perot-Interferometer. Dieses besteht aus zwei plan-parallelen Spiegeln der Reflektivität R_1 und R_2, die im Abstand d zueinander stehen [1, S. 189 ff.]. Optische Resonatoren gibt es jedoch in verschiedensten Bauformen und Konfigurationen. Es gibt zum Beispiel Resonatoren mit ebenen oder sphärischen Spiegeln, Ringresonatoren und zwei- bzw. dreidimensionale Resonatoren. In Abhängigkeit der gewählten Konfiguration wird zwischen stabilen und instabilen Resonatoren unterschieden. Um feststellen zu können ob ein Resonator stabil ist, ist es notwendig den Stabilitätsparameter g zu definieren. In unserem Versuch wird ein Resonator mit zwei gleichen sphärischen Spiegeln verwendet, für den g folgendermaßen definiert ist:

$$g_i = 1 + \frac{d}{R_{K_i}}. \tag{1}$$

Dabei ist d der Abstand der beiden Spiegel und R_{K_i} mit i $= 1, 2$ sind die entsprechenden Krümmungsradien. Wenn die Bedingung

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \tag{2}$$

erfüllt ist, dann ist der optische Resonator stabil. In Abbildung 2.1 ist das Stabilitätsdiagramm optischer Resonatoren dargestellt. Alle sphärischen Resonatoren, die in der grauen Fläche zwischen der Hyperbel $g_2 = \frac{1}{g_1}$ und den beiden Koordinatenachsen $g_1 = g_2 = 0$ liegen, sind stabil. Symmetrische Resonatoren besitzen identische Spiegel ($R_{K_1} = R_{K_2} = R$), so dass $g_1 = g_2 = g$ gilt. Darüber hinaus gibt es Spezialfälle von symmetrischen Resonatoren: planare, konfokale und konzentrische Resonatoren. Bei dem konfokalen Resonator entsprechen die beiden Krümmungsradien gerade der Resonatorlänge d. Im konzentrischen Fall gilt $R_{K_1} = R_{K_2} = -\frac{d}{2}$. In unserem Fall ist der Stabilitätsparameter $g = 0,5205$ so gewählt, dass er mitten im Stabilitätsbereich liegt. Dadurch machen kleine Abweichungen beim Montieren, bzw. Kleben der Spiegel den Resonator nicht instabil [2, S. 379 f.].

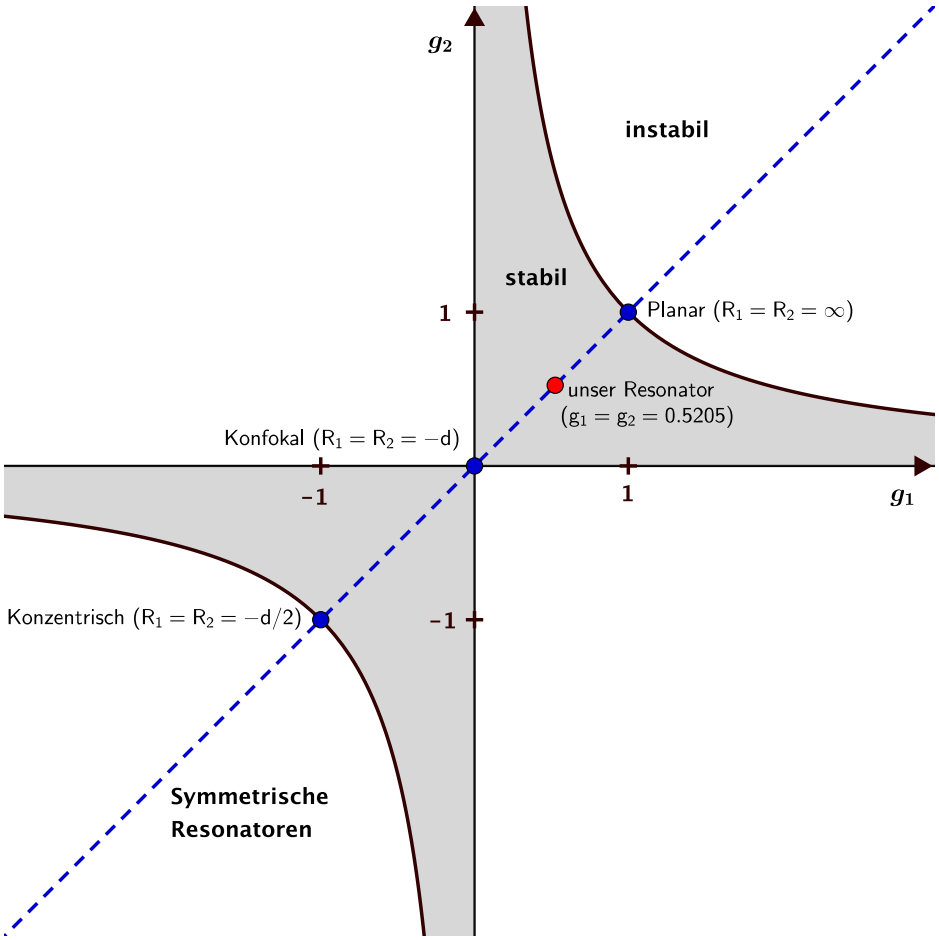
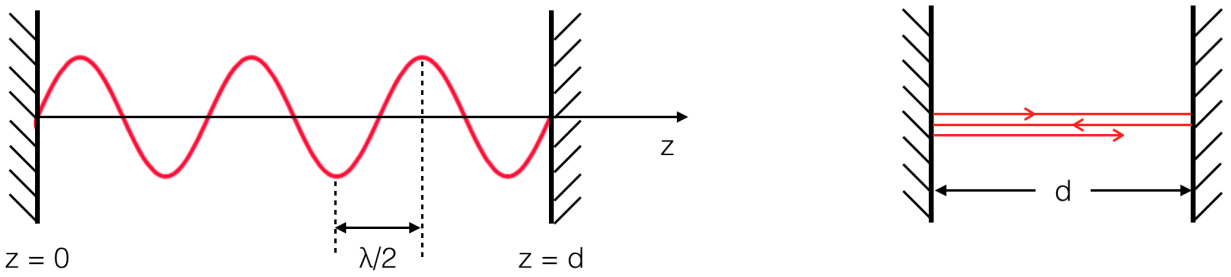


ABBILDUNG 2.1: (in Anlehnung an [2, S. 380]) Stabilitätsdiagramm von optischen Resonatoren mit sphärischen Spiegeln. Die beiden Stabilitätsparameter g_1 und g_2 sind gegeneinander aufgetragen. Alle Resonatoren, die in der grauen Fläche liegen, sind stabil. Diejenigen, die auf der eingezeichneten Winkelhalbierenden liegen, sind symmetrische Resonatoren. Die blauen Punkte stellen Spezialfälle von symmetrischen Resonatoren dar und der rote Punkt zeigt unseren optischen Resonator.

Anhand des einfachen planaren Falls, bei dem die Krümmungsradien unendlich groß sind, werden nun einige grundlegende Eigenschaften eines optischen Resonators erläutert. Das Licht, welches zwischen den beiden Spiegeln hin- und herreflektiert wird, kann stehende Wellen bilden, die bestimmte räumliche Verteilungen der Intensität, d.h. der elektrischen Feldstärke besitzen. Diese Intensitätsverteilungen werden Moden genannt. Man unterscheidet zwischen transversalen und longitudinalen (axialen) Moden. Die longitudinalen Moden sind die Verteilungen entlang der Resonatorachse (z-Achse), die transversalen diejenigen senkrecht zur Resonatorachse, d.h. in der x-y-Ebene [3, S. 259]. Zunächst werden erstere kurz besprochen. In Kapitel 2.1.2. gehe ich dann näher auf die transversalen Moden ein.

Für einen eindimensionalen optischen Resonator ergibt sich für die stehenden Wellen der Form $U(r) = A \cdot sin(kz)$ entlang der Resonatorachse (z-Achse) die Randbedingung $k = q \cdot \frac{\pi}{d}$, wobei q eine ganze Zahl ist (s. Abb. 2.2 (A)). Aus dieser Bedingung und der Beziehung



(A) stehende Welle (B) fortlaufende Welle

ABBILDUNG 2.2: (in Anlehnung an [2, S. 368]) Wellen in einem planar-parallelen optischen Resonator. Da sich die Wellen in einem optischen Resonator einerseits konstruktiv zu stehenden Wellen überlagern, sind die longitudinalen Moden immer ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge (A). Andererseits können die Moden auch als fortlaufende Wellen betrachtet werden, die sich nach einem Umlauf in dem optischen Resonator wieder reproduzieren (B).

$\nu = \frac{ck}{2\pi}$ zwischen der Frequenz und der Wellenzahl folgen direkt die dazugehörigen diskreten Frequenzen:

$$\nu_q = q\frac{c}{2d}. \tag{3}$$

Diese Frequenzen werden Resonanzfrequenzen genannt. Die dazu korrespondierenden Wellenlängen sind durch $\lambda_q = 2\frac{d}{q}$ gegeben. Wie in Abbildung 2.3 dargestellt, sind die Resonanzfrequenzen durch einen konstanten Frequenzabstand, dem freien Spektralbereich (FSR), voneinander getrennt. Dieser ist durch die Formel

$$\nu_{FSR} = \frac{c}{2d} \tag{4}$$

gegeben. Alternativ kann man die Resonanzfrequenzen auch über die Phase der Welle berechnen. Eine Resonatormode ist eine fortlaufende Welle, die sich nach einem Umlauf wieder reproduziert (s. Abb. 2.2 (B)). Daher muss die Phase der Welle nach einem Umlauf ein Vielfaches von 2π sein. Es gilt:

$$\phi = 2dk = 2\pi q, \text{wobei } q = 1, 2, 3, ... \tag{5}$$

Daraus ergibt sich wiederrum die Bedingung $k = q\frac{\pi}{d}$ und somit auch wieder die Resonanzfrequenzen [2, S. 368 ff.].

Bei den Resonanzfrequenzen ν_q werden die Moden als Maxima (= Peaks) in der frequenzabhängigen Transmission beobachtet. Da ein optischer Resonator in Wirklichkeit auch Verluste des Lichts im Inneren aufweist, besitzen diese Peaks eine gewisse Spektralbreite (s. Abb. 2.3). Aus dieser Spektralbreite (FWHM) der Peaks δ lassen sich wichtige Parameter zur Charakterisierung der Cavity ableiten. Zum einen wird die Finesse als das Verhältnis des freien Spektralbereichs zur Spektralbreite definiert. Zum anderen kann sie auch in Abhängigkeit

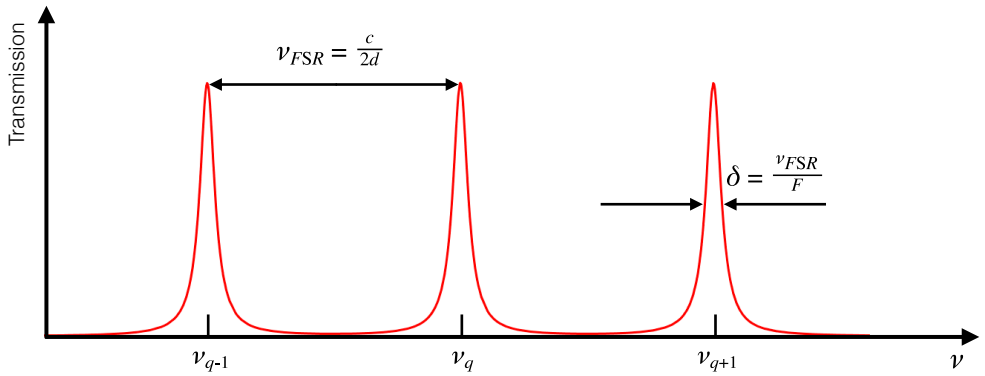


ABBILDUNG 2.3: (in Anlehnung an [2, S. 373]) Lorentzprofile um die Resonanzfrequenzen eines optischen Resonators mit einer Spektralbreite von $\delta = \frac{\nu_{FSR}}{F}$ und einem Frequenzabstand von $\nu_{FSR} = \frac{c}{2d}$ (freier Spektralbereich)

der beiden Reflektivitäten der Spiegel angegeben werden. Es gilt:

$$F = \frac{\nu_{FSR}}{\delta} = \frac{\pi(R_1 R_2)^{\frac{1}{4}}}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})}. \tag{6}$$

Daraus folgt für den Zusammenhang zwischen Finesse F und Verlustrate κ der Photonen aus der Cavity aufgrund der Transmission durch die Spiegel:

$$\kappa = 2\pi \cdot \delta = 2\pi \cdot \frac{\nu_{FSR}}{F} = 2\pi \cdot \nu_{FSR} \cdot \frac{1 - \sqrt{R_1 R_2}}{\pi(R_1 R_2)^{\frac{1}{4}}} \tag{7}$$

[2, S. 371 ff.].

2.1.2. Transversale Moden

Neben den longitudinalen Moden treten in einer Cavity mit ausgedehnten Spiegeln, d.h. im nicht eindimensionalen Fall, auch transversale Moden auf. Um Informationen über die räumlichen Intensitätsverteilungen und die Resonanzfrequenzen dieser Moden zu erhalten, muss die Wellenoptik verwendet werden [2, S. 38 ff.][4, S. 626 ff.]. In der Wellenoptik sind Gauß-Strahlen Lösungen der paraxialen Helmholtz-Gleichung. Bevor die Gauß-Strahlen in einem optischen Resonator betrachtet werden, werden zunächst wichtige Eigenschaften des Gauß-Strahls im freien Raum erklärt.

Die Strahlintensität ändert sich auf der x-y-Ebene bei einem Abstand z von der Strahltaille w_0 gemäß einer Gaußverteilung:

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \cdot exp\left(\frac{-2(x^2 + y^2)}{w(z)^2}\right). \tag{8}$$

Die Breite der Intensität ist durch

$$w(z) = w_0 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \tag{9}$$

gegeben. Dabei ist z_0 die Rayleighlänge, bei der die Wellenfront des Strahls am meisten gekrümmt ist. Der Radius des Strahls, bzw. die Strahlbreite $w(z)$ wächst mit zunehmendem z in beide Richtungen ab dem Minimalwert w_0 bei $z = 0$ (s. Abb. 2.4). Der Krümmungsradius der Wellenfront ist durch folgende Formel bestimmt:

$$R(z) = z\left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right]. \tag{10}$$

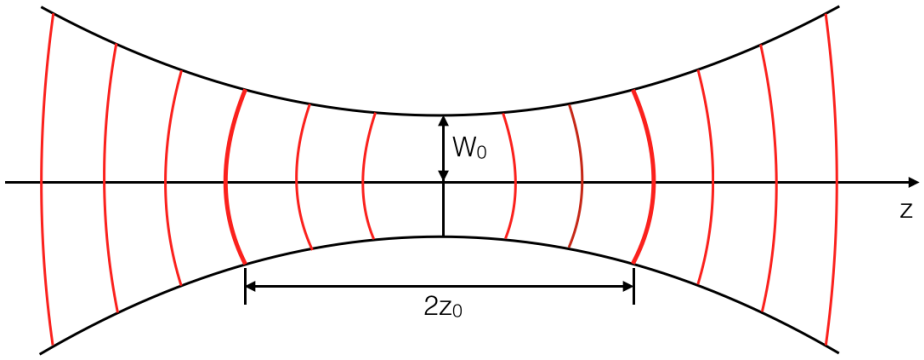


Abbildung 2.4: (in Anlehnung an [2, S. 80]) Abgebildet ist eine Gaußmode mit der Rayleighlänge z_0 und der Strahlbreite $w(z)$, die ihr Minimum w_0 (Strahltaille) bei $z = 0$ besitzt.

Im Fall eines optischen Resonators mit sphärischen Spiegeln lautet die Randbedingung, dass sich auch die transversalen Feldverteilungen nach einem Umlauf reproduzieren müssen. Daher muss die Krümmung der Wellenfront gleich dem Krümmungsradien der Spiegel sein. Das bedeutet, es muss gelten:

$$R_1 = z_1 + \frac{z_0^2}{z_1}, \tag{11}$$

$$-R_2 = z_2 + \frac{z_0^2}{z_2}, \tag{12}$$

$$z_2 = z_1 + d. \tag{13}$$

Der Strahlradius auf den Spiegeln $i = 1, 2$ ist damit:

$$w_i = w_0\sqrt{1 + \left(\frac{z_0}{z_i}\right)^2} \tag{14}$$

mit

$$z_1 = \frac{-d(R_2 + d)}{R_1 + R_2 + 2d}, \tag{15}$$

$$z_2 = z_1 + d, \tag{16}$$

$$z_0^2 = \frac{-d(R_1 + d)(R_2 + d)(R_2 + R_1 + d)}{(R_2 + R_1 + 2d)^2}. \tag{17}$$

Da die Wellenfront nach jedem Umlauf immer die gleiche Phase besitzen muss, ergeben sich die Resonanzfrequenzen für einen Gauß-Strahl zu

$$\nu_q = q\nu_{FSR} + \frac{\Delta\zeta}{\pi}\nu_{FSR}, \tag{18}$$

wobei $\zeta(z) = arctan(\frac{z}{z_0})$ und $\Delta\zeta = \zeta(z_2) - \zeta(z_1)$ ist [2, S. 381 ff.].

Neben dem Gauß-Strahl gibt es weitere Lösungen der Paraxialgleichung, die die Randbedingung im sphärischen Resonator erfüllen. Auch die Hermite-Gauß-Strahlen, Laguerre-Gauß-Strahlen und Ince-Gauß-Strahlen sind Lösungen der Paraxialgleichung. Die zylindersymmetrischen Laguerre-Gauß-Moden treten dann auf, wenn der Resonator selbst perfekt zylindersymmetrisch aufgebaut ist. Bei Abweichungen durch Verkippungen oder einem Versatz der Spiegel wird die Symmetrie rechteckig, was zur Ausprägung von Hermite-Gauß-Moden führt. Die Ince-Gauß-Moden stellen den Übergang zwischen den beiden Modenbasen dar. Jede Mode einer Basis lässt sich als Überlagerung der Moden einer anderen Basis darstellen (Basistransformation) [1, S.222 ff.] [4, S. 648] [5] . Wie in den meisten Experimenten liegen unsere Moden nahe an den Hermite-Gauß-Strahlen. Daher wird innerhalb dieser Arbeit auf eine ausführlichere Betrachtung der anderen Strahlenarten verzichtet.

Die Hermite-Gauß-Strahlen sind Moden höherer Ordnung. Im Gegensatz zum Gauß-Strahl weisen sie in x- und y-Richtung Nullstellen der Intensität auf. Ihre Intensität verteilt sich gemäß der Formel

$$I_{n,m}(x,y,z) = i_0 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \left[H_n\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right)\right]^2 \left[H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right)\right]^2 exp\left(\frac{2(x^2+y^2)}{w(z)^2}\right), \tag{19}$$

wobei H_n und H_m Hermite-Gauß-Funktionen sind [2, S. 96 f.]. Die Moden werden als $\mathrm{TEM}_{n,m,q}$ bezeichnet. Dabei ist n die Anzahl der Knoten in x-Richtung, m entsprechend die Anzahl der Knoten in y-Richtung und q die Anzahl der Knoten in longitudinaler (axialer) Richtung (s. Kapitel 2.1.1.). Die Bezeichnung kann auf $\mathrm{TEM}_{n,m}$ gekürzt werden, da die Moden für unterschiedliche q, jedoch für gleiche (n,m)-Werte die gleichen transversalen Intensitätsverteilungen besitzen [3, S. 264]. Einige $\mathrm{TEM}_{n,m}$-Moden sind in Abbildung 2.5 zu sehen.

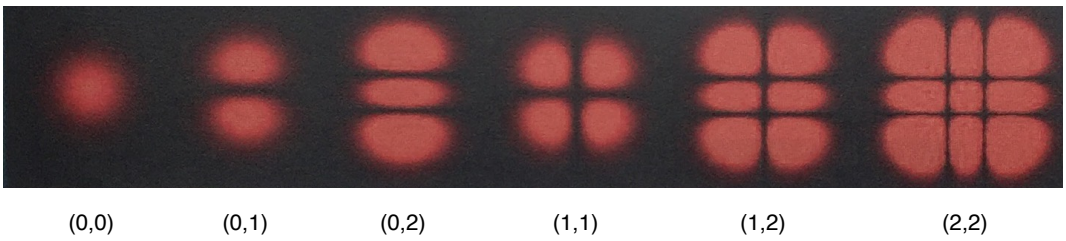


Abbildung 2.5: Einige Hermite-Gauß-Moden gekennzeichnet durch die Anzahl ihrer Knoten in x- und y-Richtung [2, S. 97]

Für die Resonanzfrequenzen dieser Moden gilt:

$$\nu_{n,m,q} = q\nu_{FSR} + (n + m + 1)\frac{\Delta\zeta}{\pi}\nu_{FSR}. \tag{20}$$

Bei diesen Resonanzfrequenzen gilt es einige wichtige Eigenschaften zu beachten. Erstens haben benachbarte longitudinalen Moden mit denselben transversalen Indizes, wie im vorherigen Kapitel auch, immer den gleichen Frequenzabstand (freier Spektralbereich) $\nu_{FSR} = \frac{c}{2d}$, d.h. es gilt

$$\nu_{n,m,q+1} - \nu_{n,m,q} = \nu_{FSR}. \tag{21}$$

Zweitens besitzen alle transversalen Moden, für die die Summe $n+m$ gleich ist, die gleichen Resonanzfrequenzen. Drittens haben zwei transversale Moden bei gleicher longitudinaler Mode einen Frequenzabstand von

$$\nu_{n,m,q} - \nu_{n',m',q} = [(n + m) - (n' + m')]\frac{\Delta\zeta}{\pi}\nu_{FSR} \tag{22}$$

[2, S. 386 f.].

Je nach Lage im Stabilitätsdiagramm (s. Abb. 2.1) variiert der Abstand zwischen den transversalen Moden zwischen 0 und $\frac{1}{2}\nu_{FSR}$. Im konzentrischen, bzw. planaren Fall, wenn $g_1 \cdot g_2 = 1$ ist, ist der Abstand null, d.h. es gibt nur longitudinale Moden. Der maximale Abstand von $\frac{1}{2}\nu_{FSR}$ tritt ausschließlich bei einem konfokalen Resonator auf, wenn $g_1 \cdot g_2 = 0$ gilt. Bei unserem Resonator liegt der Abstand der Transversalmoden bei ungefähr $\frac{1}{3}\nu_{FSR}$ [1, S. 233 f.]. Die Eigenschaften der Resonanzfrequenzen der transversalen Moden werden anhand einer Skizze in Abbildung 2.6 nochmals verdeutlicht.

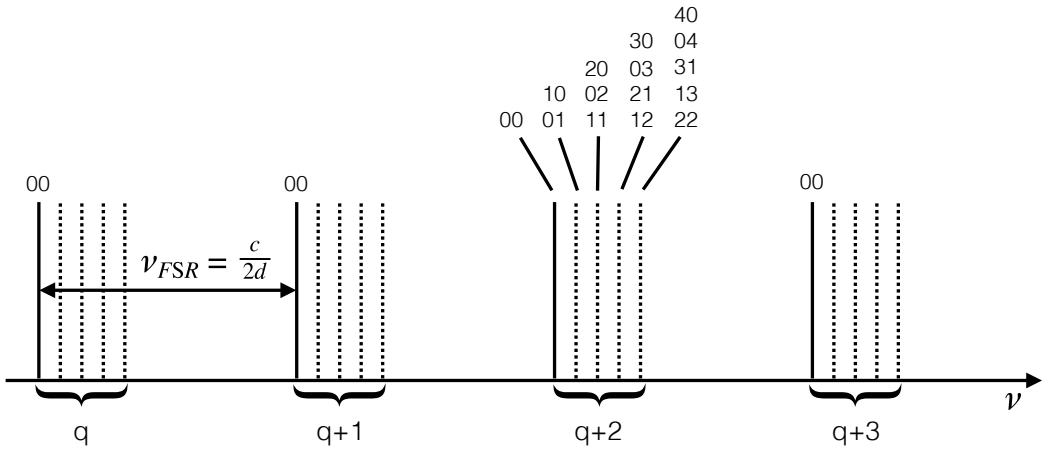


Abbildung 2.6: (in Anlehnung an [1, S. 234]) Zu sehen ist ein skizziertes Modenspektrum eines Resonators mit transversalen Moden bis zur vierten Ordnung, wobei für einige Frequenzen die Indizies m,n angegeben sind. Anstatt nur einer Linie ($TEM_{0,0}$) pro FSR wie in Abbildung 2.3 treten nun mehrere transversale Moden mit unterschiedlichen Frequenzen auf.

2.2. Atom-Cavity-Wechselwirkung

Nachdem die wichtigsten Eigenschaften eines optischen Resonators eingeführt wurden, wird nun die Wechselwirkung zwischen dem Lichtfeld und einem Atom in einer Cavity erläutert. Dabei wird zuerst auf die wichtigen Parameter eingegangen und diese in Beziehung zueinander gesetzt bevor die verschiedenen Kopplungsarten angesprochen werden.

2.2.1. Wichtige Parameter

Die Stärke der Atom-Cavity-Interaktion kann durch den Kooperativitätsparameter (cooperativity parameter) C charakterisiert werden. Für eine Wechselwirkung zwischen einem einzelnen Atom und einer einzelnen Resonatormode ist dieser folgendermaßen definiert:

$$C = \frac{g^2}{2\kappa\gamma}. \tag{23}$$

Dabei ist g der Atom-Photon-Kopplungsparameter, κ die Verlustrate der Cavity und γ die Zerfallsrate der Atome [6]. Im Folgenden werden diese drei Parameter näher erläutert.

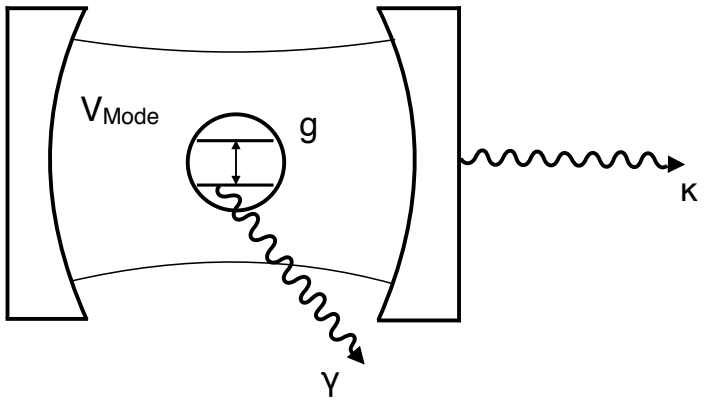


Abbildung 2.7: (in Anlehnung an [7, S. 197]) Ein Atom ist in einem optischen Resonator mit dem Modenvolumen V_{Mode}. Durch die drei Parameter g,γ und κ wird die Atom-Cavity-Kopplung bestimmt. Dabei sind κ und γ die Verlustraten der Photonen aus der Cavity, bzw. dem Atom und g der Kopplungsparameter.

Wie in Kapitel 2.1.1. gezeigt wurde, ergibt sich die Verlustrate der Cavity κ aus der Finesse und dem freien Spektralbereich:

$$\kappa = 2\pi \cdot \frac{\nu_{FSR}}{F} = 2\pi \cdot \frac{c}{2dF}. \tag{24}$$

Da der freie Spektralbereich wiederrum durch den Spiegelabstand d und die Finesse durch die Reflektivitäten der Spiegel R bestimmt ist, ist κ durch die Spiegel-, bzw. Cavityeigenschaften

vollständig definiert. Um kleine Verlustraten der Cavity zu erhalten, ist es von Vorteil einen Resonator hoher Finesse zu verwenden, da $\kappa \propto \frac{1}{F}$ gilt.

Die Zerfallsrate des angeregten Zustandes γ ist durch folgende Formel bestimmt:

$$\gamma = \frac{\mu^2 \omega_A^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3}. \tag{25}$$

Dabei ist $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ das reduzierte Planck'sche Wirkungsquantum, ϵ_0 die elektrische Feldkonstante, c die Lichtgeschwindigkeit und ω_A die atomare Übergangsfrequenz. In dieser Rate sind alle Zerfälle enthalten, die nicht zur Atom-Cavity-Wechselwirkung beitragen, und damit als Verluste angesehen werden. Dabei können Photonen zum einen in eine falsche räumliche Richtung, also nicht in die Cavity, abgestrahlt werden, und zum anderen kann das Atom in einen anderen angeregten Zustand zerfallen. Daher ist es für eine hohe Kooperativität günstiger, Atome mit kleiner Zerfallsrate, bzw. langer Lebensdauer des angeregten Zustandes zu wählen.

Der dritte Parameter, der Atom-Photon-Kopplungsparameter g hängt von dem Modenvolumen V_{Mode} und dem elektrischen Dipolmoment des atomaren Übergangs μ ab und ist durch die Formel

$$g = \mu \cdot \sqrt{\frac{\omega_A}{2\hbar\epsilon_0 V_{Mode}}} \tag{26}$$

definiert. Das heißt, je kleiner das Modenvolumen der Cavity V_{Mode} ist, umso größer ist der Kopplungsparameter g zwischen Atom und Lichtfeld, da $g \propto \frac{1}{\sqrt{V_{Mode}}}$ gilt. Das Modenvolumen ist durch die Formel $V_{Mode} = \frac{\pi}{4} \cdot w_0^2 \cdot d$ bestimmt, wobei w_0 die Strahltaille und d die Resonatorlänge ist. Das bedeutet, das Modenvolumen ist proportional zur Resonatorlänge. Wenn mehrere Atome N mit dem Lichtfeld einer Cavity wechselwirken wird der Kooperativitätsparameter zu

$$C = \frac{Ng^2}{2\kappa\gamma}, \tag{27}$$

da in diesem Fall für den Atom-Cavity-Kopplungsparameter $g_N = \sqrt{N} \cdot g$ gilt [6][8, S. 8][7, S. 197 ff.].

Werden die drei Formeln (24), (25) und (26) in die Formel (23) eingesetzt, ergibt sich für den Kooperativitätsparameter:

$$C = \frac{3c^2 F}{\pi\omega_A^2 w_{0^2}}. \tag{28}$$

Daraus geht hervor, dass C nicht von der Resonatorlänge abhängt. Jedoch können κ und g^2 durch die Wahl der Resonatorlänge gemeinsam erhöht, bzw. erniedrigt werden.

2.2.2. Schwache und starke Kopplung

Die Interaktion zwischen Atom und Cavity wird in den Bereich der starken und schwachen Wechselwirkung unterteilt. Eine schwache Kopplung zwischen dem Lichtfeld der Cavity und einem Atom tritt auf, wenn der Kopplungsparameter kleiner als die Verlustraten (κ, γ) der Photonen ist. Daher gilt $C \ll 1$, bzw. $g \ll (\kappa, \gamma)$. Das bedeutet, dass Photonen schneller aus dem Atom-Cavity-System verloren gehen als sie zwischen Atom und Cavitymode ausgetauscht werden können. Somit ist die Emission eines Photons aus einem Atom bei der schwachen Kopplung ein irreversibler Prozess [7, S. 200].

Eine starke Kopplung liegt bei einem Kooperativitätsparameter von $C \gg 1$ vor, d.h. es muss $g \gg (\kappa, \gamma)$ gelten. Unter dieser Bedingung ist die Interaktion der Photonen zwischen der Resonatormode und dem Atom reversibel, wodurch der Austausch von Photonen zwischen dem Atom und dem Lichtfeld schneller ist als der Verlust der Photonen aus der Cavity. Ein von dem Atom emittiertes Photon wird somit in die Resonatormode eingekoppelt, zwischen den beiden Spiegeln hin- und herreflektiert und von dem Atom wieder absorbiert, bevor es verloren geht [6] [7, S. 206].

Um eine starke Kopplung zu erhalten, muss also g größer als κ und γ sein. Da $g \propto \sqrt{N}$ kann dies durch eine ausreichend hohe Atomanzahl erreicht werden. Will man nur wenige oder im Extremfall nur ein Atom verwenden, dann müssen die folgenden Parameter passend gewählt werden. Erstens ist es günstig, Atome mit einer kleinen Zerfallsrate γ zu wählen. Zweitens sollte das Modenvolumen klein genug gewählt werden, weil dadurch die Bedingung $g > \gamma$ erreicht werden kann, da $g \propto \frac{1}{\sqrt{V_{Mode}}} \propto \frac{1}{\sqrt{d}}$ gilt. Allerdings muss beachtet werden, dass sich abhängig davon auch die Verlustrate κ erhöht, denn es gilt $\kappa \propto \frac{1}{d}$. Um diese Verlustrate klein zu halten, ist es drittens wichtig einen optischen Resonator hoher Finesse zu bauen. Dazu benötigt man Spiegel mit hoher Reflektivität.

3. Ähnliche Experimente

International untersuchen viele Arbeitsgruppen die Wechselwirkung zwischen dem Lichtfeld eines optischen Resonators und Atomen. Die meisten Experimentalphysiker wollen in ihren Experimenten eine starke Kopplung zwischen den Atomen und dem Lichtfeld erreichen. Experimentell gibt es dabei wie bereits in Kapitel 2.2.2. angesprochen einiges zu beachten, damit der Kopplungsparameter g größer als die beiden Verlustraten γ und κ ist. Zum einen ist es mit einer Vielzahl von Atomen im System möglich einen großen Kopplungsparameter zu erhalten und zum anderen mit einem kleinen Modenvolumen, bzw. kleinen Spiegelabstand. Doch je kleiner der Spiegelabstand ist, desto größer wird neben g auch κ. Die Erhöhung der Verlustrate κ aus der Cavity kann mit Hilfe eines Resonators hoher Finesse kompensiert werden. Bei kleinen Resonatoren ist es deshalb umso wichtiger eine hohe Finesse zu haben.

Falls in einem Experiment ein optischer Resonator mit hoher Finesse und kleinem Modenvolumen verbaut wird, kann für ein einzelnes Atom bereits starke Kopplung vorliegen. Ein einzelnes Atom kann durch vorheriges Laden einer magneto-optischen Atomfalle außerhalb des Resonators und anschließendem Transport der Atome in diesen eingebracht werden. Mit Hilfe einer Dipolfalle [9, S. 150 ff.] kann das Atom sogar für kurze Zeit gefangen werden.
Die Arbeitsgruppe von Prof. Esslinger in Zürich verwendet diese Methode, um ein Bose-Einstein-Kondensat von Rubidium-Atomen an ein Lichtfeld eines optischen Resonators zu koppeln. Der Resonator besitzt in seinem Experiment eine Finesse von $3,5 \cdot 10^5$ und eine Länge von $176\,\mu$m. Mit den relevanten Kopplungsparametern $(g, \kappa, \gamma) = 2\pi \cdot (10.6, 1.3, 3.0)$ MHz befindet sich das System im Bereich der starken Kopplung [10].
Des Weiteren hat das Experiment von Prof. Kimble am Caltech einen ähnlichen Aufbau, um ein einzelnes Cs-Atom in einen optischen Resonator einzubringen. Der optische Resonator besitzt eine Finesse von $4,2 \cdot 10^5$ und eine Länge von $44,6\,\mu$m. Die Atom-Cavity-Parameter sind $(g, \kappa, \gamma) = 2\pi \cdot (32, 4, 2.6)$ MHz [11].

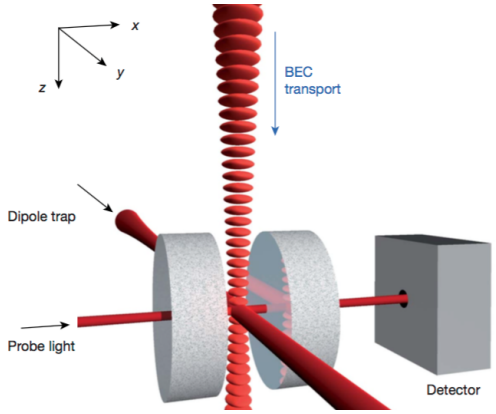


Abbildung 3.1: Aufbau des Experiments von Prof. Esslinger in Zürich[12]

Wird hingegen eine Atomwolke mit Hilfe einer magneto-optischen Atomfalle (MOT) direkt im Zentrum des optischen Resonators gefangen, muss das einzelne Atom-Cavity-System nicht im Bereich der starken Kopplung liegen, sondern g wird durch die Vielzahl der Atome größer als die beiden Verlustraten. Das bedeutet, es muss nicht $g \gg (\kappa, \gamma)$, sondern es kann $\kappa \gg g$ gelten. Daher werden solch kleine Modenvolumina und hohe Finessen, wie in den bereits vorgestellten Experimenten, nicht benötigt. Man spricht hier von dem schlechten Regime der starken Kopplung [8].
Beispielsweise verwendet die Arbeitsgruppe von Prof. Renzoni in London in ihrem Versuchsaufbau eine MOT, um eine neutrale Cs-Atomwolke direkt im Zentrum ihres optischen Resonators zu fangen. Die Cavity besitzt eine Länge von 12 cm und weist mehrere transversale Moden höherer Ordnung auf. Sie studieren die Auswirkung der Atome auf die unterschiedlichen transversalen Moden ihres Resonators, welcher lediglich eine Finesse von 780 besitzt. Die relevanten Parameter für die einzelne Atom-Cavity-Kopplung sind dabei $(g, \kappa, \gamma) = 2\pi \cdot (0.12, 0.8, 2.6)$ MHz. Das bedeutet, dass das System erst durch die große Anzahl von Atomen im Bereich der starken Kopplung liegt [6][13].
Am MIT forscht die Arbeitsgruppe von Prof. Vuletić schon seit vielen Jahren an der Atom-Cavity-Wechselwirkung. In seinem Versuchsaufbau wird eine Cs-Atomwolke mittels einer MOT in einem nahezu konfokalen Resonator mit einer Länge von $7,5$ cm und einer Finesse von 1000 gefangen. Dabei kann die komplette Atomwolke entlang der Resonatorachse zwischen 0 bis 5 mm über dem Zentrum der Cavity fallen gelassen werden. Wenn die Atome das Zentrum erreichen, werden die Atome abhängig von ihrer Geschwindigkeit von zwei gegenläufig seitlich eingestrahlten Lasern zwischen 100 μs und 25 ms angstrahlt [14]. Mittels dieses Aufbaus [15] verifizierte die Arbeitsgruppe von Prof. Vuletić experimentell das theoretische Modell der Selbstorganisation von Atomen in einer Cavity von Domokos und Ritsch [16].

In den bisher vorgestellten Experimenten werden ausschließlich lineare optische Resonatoren verwendet. Im Gegensatz dazu hat die AG von Prof. Hemmerich in Hamburg einen Ringresonator in ihrem Versuch verbaut. Die Länge für einen Umlauf des Lichts beträgt 85 mm. Die Cavity besitzt ein Modenvolumen V_{Mode} von 2 mm^3 und eine Finesse von $1,8 \cdot 10^5$ [17][18].

In unserem Experiment der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Eschner an der Universität des Saarlandes wird die starke Kopplung genau wie bei Renzoni in London durch die Vielzahl der Atome erreicht. Die Atome werden bei unserem Experiment ebenfalls direkt im Zentrum einer $4,8$ cm langen Cavity mit Hilfe einer MOT gefangen. Dabei stellt sich ein Gleichgewicht der Atomanzahl in der MOT ein. Im Gegensatz zu vielen Versuchen werden in unserem Versuch anstatt Cs- oder Rb-Atome Ytterbiumatome verwendet. Ausführlichere Angaben speziell zu unserem Experiment und den vorliegenden Werten unserer Bauteile werde ich nun in dem folgenden Kapitel beschreiben.

4. Versuchsaufbau

4.1. Eigenschaften des Ytterbiums

Für unser Experiment wurde Ytterbium als Arbeits- und Untersuchungsgegenstand ausgewählt. Ytterbium hat die Ordnungszahl 70 und gehört zu den Metallen der seltenen Erden. Es hat eine vergleichsweise niedrige Siedetemperatur von 1196°C [19], was es uns ermöglicht bei einer Ofentemperatur von ungefähr 490°C Atome aus einem Ytterbium-Block herauszudampfen. Für unseren Versuch ist es von Bedeutung die Anregungsniveaus von Ytterbium zu betrachten. In Abbildung 4.1 sind die in unserem Experiment verwendeten optischen Übergänge dargestellt.

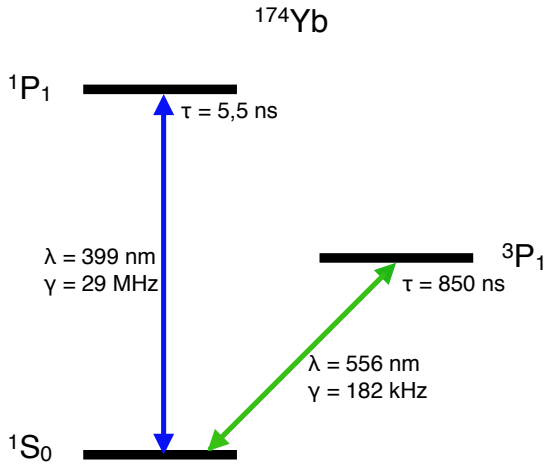


Abbildung 4.1: Die in unserem Experiment relevanten Übergänge sind der blaue und grüne Übergang vom Grundzustand $^1S_0$ des Ytterbiums in die beiden angeregten Zustände $^1P_1$ und $^3P_1$.

Der erste Übergang vom Grundzustand $^1S_0$ in den angeregten Zustand $^1P_1$ liegt bei einer Wellenlänge von $398,9\,\mathrm{nm}$, d.h. er kann resonant mit blauem Licht dieser Wellenlänge angeregt werden. Er ist ein erlaubter Dipolübergang, was sich in der Lebensdauer des angeregten Zustands spiegelt. Diese beträgt lediglich $5,5\,\mathrm{ns}$. Die dazugehörige natürliche Linienbreite ergibt sich zu $29\,\mathrm{MHz}$. Der Übergang vom Grundzustand in den angeregten Zustand $^3P_1$ besitzt hingegen eine Wellenlänge von $566\,\mathrm{nm}$. Dadurch, dass dieser Übergang ein Interkombinationsübergang ist, hat er eine schmalere natürliche Linienbreite von $\gamma = 182\,\mathrm{kHz}$. Die Lebensdauer des angeregten Zustands $^3P_1$ beträgt $850\,\mathrm{ns}$.

In unserem Experiment können wir mit Hilfe beider Übergänge eine magneto-optische Atomfalle (MOT) mit neutralen Atomen laden [9, S. 156 ff.] [20]. Wir bezeichnen diese als eine grüne, bzw. blaue MOT. Allerdings verwenden wir in den folgenden Messungen ausschließlich die blaue MOT. Aufgrund der kleinen Linienbreite γ des grünen Übergangs sind auch

die Temperatur der grünen MOT und die Einfanggeschwindigkeit der Atome niedrig. Daher müssen die Atome in einem zweistufigen Prozess zuerst mit Hilfe der blauen MOT gekühlt werden, damit sie in der grünen MOT überhaupt eingefangen werden können. Das bedeutet, um ständig Atome in der grünen MOT fangen zu können, müssen die blaue und grüne magneto-optische Atomfalle mit einer gewissen Sequenz betrieben werden. Die blaue magneto-optische Atomfalle kann hingegen durchgehend betrieben werden, wobei sich für die Atomanzahl ein dynamisches Gleichgewicht einstellt, bei dem kontinuierlich Atome nachgeladen und somit die Verluste aus der MOT ausgeglichen werden.

Ytterbium besitzt sieben stabile Isotope, wovon fünf Bosonen (^{168}Yb, ^{170}Yb, ^{172}Yb, ^{174}Yb, ^{176}Yb) und zwei Fermionen (^{171}Yb, ^{173}Yb) sind. Das Isotopenspektrum des blauen Übergangs wurde bereits von meinen Vorgängern aufgenommen (s. Abb. 4.2). Man sieht, dass die Isotope aufgrund der geringfügig unterschiedlichen Kernmassen verschiedene Resonanzfrequenzen besitzen. Sie liegen zwischen 100 und 500 MHz auseinander. Da die Frequenzabstände größer sind als die natürliche Linienbreite, ist es möglich die Isotope durch die richtige Wahl der Frequenz der MOT-Strahlen getrennt voneinander in die Falle zu laden. Die Höhe der Lorentzkurven gibt die natürliche Häufigkeit der Isotope an. Da das Isotop ^{174}Yb am häufigsten vorkommt und keinen Kernspin hat, haben wir dieses für unsere Experimente ausgewählt [19, S. 36 ff.][20, S. 14 ff.].

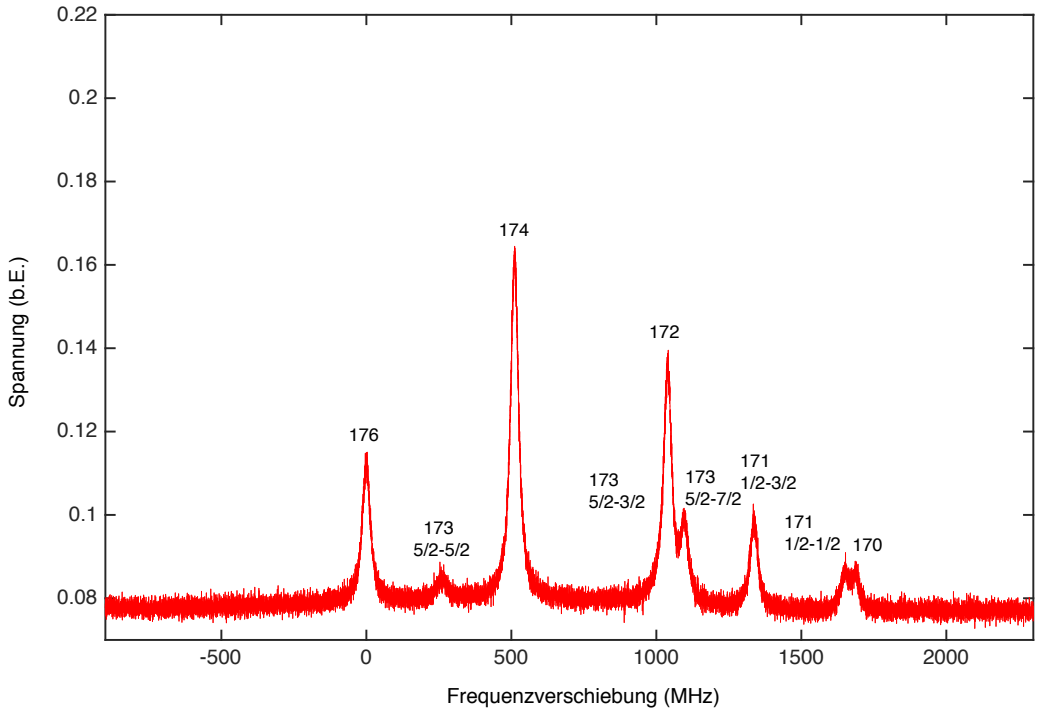


Abbildung 4.2: Spektrum des blauen Übergangs bei einer Wellenlänge von 398,9 nm. Zu sehen sind die Frequenzabstände, natürlichen Linienbreiten und Häufigkeiten der verschiedenen Isotope (aufgenommen von Johannes Lillig an derselben Apparatur [20]).

4.2. Überblick über den Versuchsaufbau

In einem Ofen befindet sich ein Ytterbium-Block aus dem Atome bei 490°C herausdampfen. Die freigesetzten Atome durchfliegen zunächst zwei Lochblenden, die einen Atomstrahl formen, der dann einen Zeeman-Bremser passiert. Dieser sorgt dafür, dass sich die Geschwindigkeit der Atome verringert, so dass sie in der blauen magneto-optischen Atomfalle gefangen werden können. Details bezüglich der Atomfalle können in der Diplomarbeit von Johannes Lillig [20] nachgelesen werden. Um die Atomwolke, die in der MOT gefangen wird, ist ein optischer Resonator hoher Finesse gebaut. Ofen, Zeeman-Bremser und MOT-Kammer bilden zusammen eine Vakuumkammer. Hinter dem Ofen herrscht ein Druck von 10^{-7} mbar, innerhalb der MOT-Kammer mit dem Resonator ein Druck von 10^{-9} mbar.

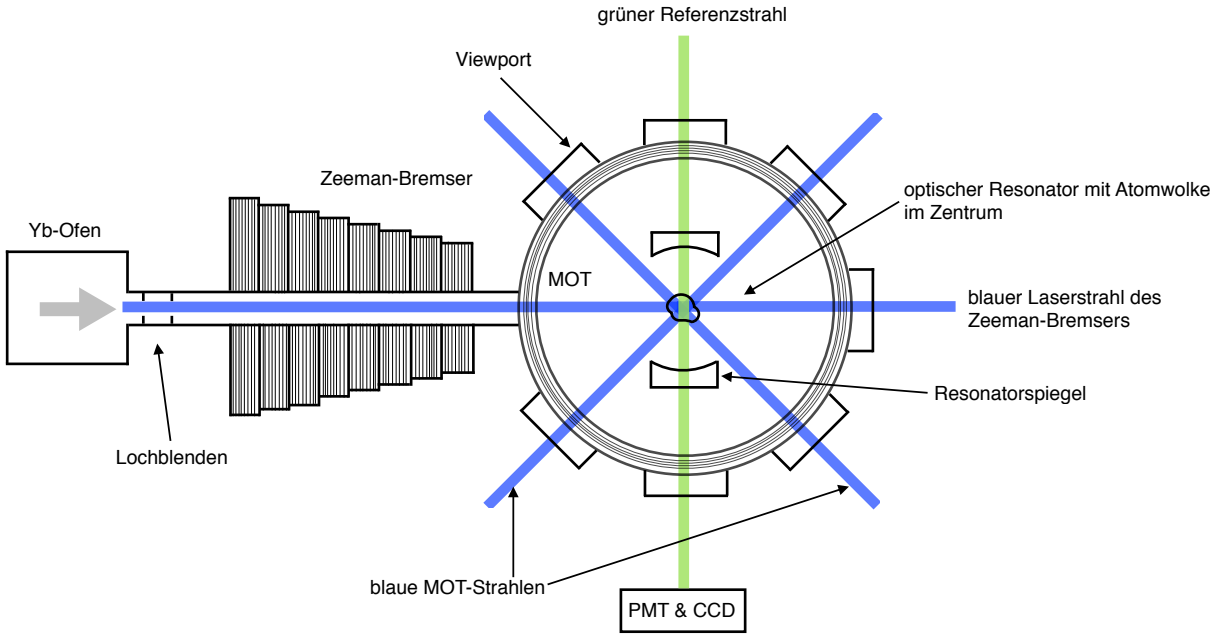


Abbildung 4.3: Blick von oben auf den Versuchsaufbau. Dargestellt sind: der Yb-Ofen, der Zeeman-Bremser, die MOT-Kammer und die Cavity mit gefangenen Atomen im Zentrum. Durch die Viewports werden die verschiedenen Laserstrahlen in die Kammer eingestrahlt. Da in der Skizze der Aufbau von oben betrachtet wird, sind die blauen MOT-Strahlen und der grüne Pumpstrahl, die senkrecht von unten in die Kammer geschickt und danach zurück reflektiert werden, nicht eingezeichnet.

Für die MOT-Strahlen und den Laserstrahl des Zeeman-Bremsers wird ein frequenzverdoppelter Diodenlaser (Toptica TA-SHG pro) bei 399 nm verwendet. Mit Hilfe der DAVLL-Methode [21] wird dieser auf die atomare Resonanzfrequenz des blauen Übergangs stabilisert. Der zweite Laser im Aufbau ist der grüne frequenzverdoppelte Faserlaser Orange one der Firma MenloSystems. Er wird als Referenzstrahl und als lateraler Pumpstrahl für den optischen Resonator verwendet. Dabei wird der Referenzstrahl entlang der Achse und der

Pumpstrahl senkrecht von unten in die Cavity eingestrahlt. Dieser Laser wird mit Hilfe eines Lock-in-Verstärkers und der Frequenzmodulationsmethode auf die atomare Resonanzfrequenz des grünen Übergangs stabilisiert [20]. Um die einzelnen Strahlen frequenzverschieben zu können, sind mehrere akusto-optische Modulatoren (AOM) in den Strahlengängen eingebaut. Durch ihre Elektronik und ein entsprechendes Computerprogramm kann die Frequenz des grünen Lasers ca. $\pm 50\,\mathrm{MHz}$ gegenüber seiner atomaren Übergangsfrequenz verstimmt werden. Hinter einem der Spiegel der Cavity sind Photomultiplier (PMT) montiert, die es ermöglichen das Transmissionsspektrum des optischen Resonators aufzunehmen. Für Aufnahmen der transversalen Moden gibt es eine CCD-Kamera. In Kapitel 5 werde ich die Messaufbauten für die verschiedenen Messungen detaillierter beschreiben.

4.3. Blaue magneto-optische Atomfalle

Nach Durchfliegen des Zeeman-Bremsers mit einer Länge von 30 cm besitzen die Ytterbiumatome nur noch eine Geschwindigkeit von ca. $8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [20] und können in der blauen MOT gefangen werden. Die Atomfalle besteht aus drei paarweise senkrecht zueinander stehenden blauen Laserstrahlen und dem Magnetfeld eines Anti-Helmholtz-Spulenpaars. Anti-Helmholtz bedeutet, dass die Ströme durch die beiden Spulen in entgegengesetzte Richtung fließen (s. Abb. 4.4). Die Laserstrahlen besitzen alle die gleiche Frequenz, die gegenüber der atomaren Übergangsfrequenz $7,4 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$ um ca. $-30\,\mathrm{MHz}$ rotverstimmt ist. Theoretisch sollte die Falle bei $\frac{\gamma}{2} = 15\,\mathrm{MHz}$ rotverstimmten Licht am besten funktionieren. Bei uns hat sich jedoch herausgestellt, dass wir bei $-30\,\mathrm{MHz}$ die meisten Atome fangen. Die MOT-Strahlen dienen zur weiteren Kühlung der neutralen Atome auf eine Resttemperatur von $\approx 3\,\mathrm{mK}$ und das magnetische Quadrupolfeld der Anti-Helmholtz-Spulen dient der räumlichen Kompression der Atome.

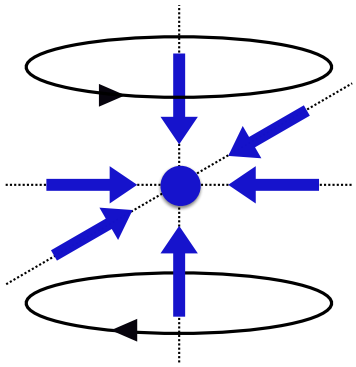


Abbildung 4.4: Aufbau der blauen MOT. Sechs senkrecht zueinander stehende blaue Laserstrahlen werden in die Mitte der MOT eingestrahlt, wo die Atome gefangen werden. Der Strom fließt in entgegengesetzter Richtung durch die Spulen.

4.4. Eigenschaften und Modenspektrum unseres optischen Resonators

Das Herzstück des Versuchs ist der optische Resonator. In diesem Abschnitt werden zunächst die wichtigsten Eigenschaften aufgelistet, bevor das zu erwartende Modenspektrum, welches anschließend in Kapitel 5 aufgenommen wird, diskutiert wird.

Unser Resonator besteht aus zwei identischen Spiegeln mit einem Krümmungsradius $R_K = 9,97\,\text{cm}$, die im Abstand von $4,78\,\text{cm}$ montiert sind. Die Länge der Cavity kann durch zwei Piezoelemente, die je hinter einem der beiden Spiegel befestigt sind, verändert werden. Der eine von der Firma Noliac hergestellte Piezo kann bei einer Spannung von 10 V eine Längenänderung von 100 nm bewirken, während sich mit dem zweiten, kleineren Piezo der Firma Sensor bei 10 V lediglich eine Längenänderung von $1,7\,\text{nm}$ einstellen lässt. An beide Piezos kann eine Spannung von $0 - 100\,\text{V}$ angelegt werden. Aufgrund der identischen Spiegel ist unser Resonator symmetrisch. Mit einem Resonatorparameter $g = 0,5205$ liegt er im Bereich der stabilen Resonatoren, ist aber keiner der in Kapitel 2.1.1. beschriebenen Spezialfälle, sondern liegt zwischen dem konfokalen und dem planaren Resonator (s. Abb. 2.1). Die wichtigsten Parameter unserer Cavity sind in Abbildung 4.5 aufgelistet. Die Reflektivität $R = 0,99997$ ist ausschließlich eine Angabe des Herstellers und ist durch den Einbau in die Vakuumkammer und anschließendem Ausbackprozess schlechter geworden. Der Wert der Spektralbreite der Resonatormoden $\delta = 60\,\text{kHz}$ wurde nicht berechnet, sondern aus früheren Messungen im Labor der AG Eschner übernommen. Der Wert des freien Spektralbereichs $\nu_{FSR} = (3135 \pm 4)\,\text{MHz}$ ist aus unseren Messungen (s. Anhang A) entnommen. Der von meinen Vorgängern bestimmte Wert beträgt $3,162\,\text{GHz}$.

Bezeichnungen	Parameter	Werte
d	Abstand der beiden Spiegel	$4,78\,\text{cm}$
R_K	Krümmungsradius	$9,97\,\text{cm}$
R	Reflektivität der Spiegel	$0,99997$
T	Transmission der Spiegel (566 nm)	2 ppm
L	Verluste der Spiegel	28 ppm
z_0	Rayleighlänge	$4,256\,\text{cm}$
g	Resonatorparameter	$0,5205$
w_0	Strahltaille ($1/e^2$-Radius der Intensität)	$87,6\,\mu\text{m}$
V_{Mode}	Modenvolumen	$0,288\,\text{mm}^2$
ν_{FSR}	freier Spektralbereich	$3,135\,\text{GHz}$
$\kappa = 2\pi\delta$	Verlustrate (Spektralbreite)	$2\pi \cdot 60\,\text{kHz}$
F	Finesse	52250

Abbildung 4.5: Tabelle der wichtigsten Parameter unseres optischen Resonators

Zur Veranschaulichung des Modenspektrums unserer Cavity sind zunächst in Abbildung 4.6 nur einige Moden abgebildet und in Abbildung 4.7 schließlich alle Moden bis zur TEM_{37}-Mode eines freien Spektralbereichs. Die Moden sind bei beiden Skizzen anstatt als Lorentzkurven vereinfacht als Linien an der Stelle ihrer Resonanzfrequenzen dargestellt. Außerdem entspricht das Intensitätsverhältnis der Moden untereinander nicht der Realität. Die unterschiedlichen Höhen dienen lediglich der besseren Unterscheidung. Die tatsächlich im Experiment beobachteten Höhen sind von der Einkopplung des Laserlichts in die jeweiligen Moden abhängig. Tendenziell sind die Moden niedriger Ordnung stärker zu sehen, da unser Anregungsstrahl ein Gauß-Strahl ist und somit optimal an die Grundmode $TEM_{0,0}$ koppelt. Weiterhin wurde gegen Ende des Kapitels 2.1.2. bereits erläutert, dass alle transversalen Moden mit der gleichen Summe (n+m) die selbe Resonanzfrequenz besitzen. Daher steht eine Linie stellvertretend für alle transversalen Resonatormoden mit der gleichen Summe aus den beiden Ordnungszahlen in x- und y-Richtung (n+m) und wird dementsprechend durch diese gekennzeichnet.

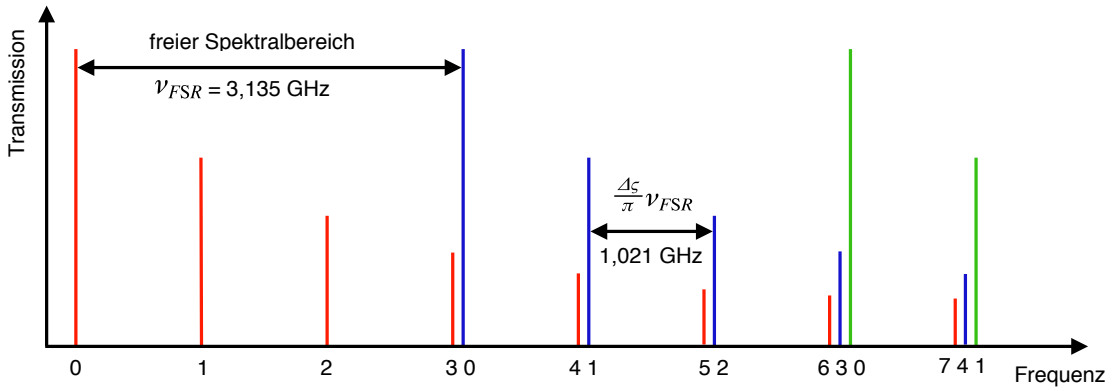


Abbildung 4.6: Skizze einiger Resonatormoden unserer Cavity. Die verschiedenen Farben bedeuten, dass die Moden einer Farbe zu einer longitudinalen Mode gehören. Das heißt, die roten Linien gehören zur longitudinalen Mode q, die blauen zur q+1 und die grünen zur q+2. Da der Frequenzabstand der transversalen Moden sehr groß ist ($\Delta\nu = 1,021\,\mathrm{GHz}$) überlappen sie auch mit Moden einer anderen longitudinalen Modenzahl (TEM_3 ist in der Nähe der nächsten TEM_0, TEM_6 ist neben der TEM_3,...).

Während die longitudinalen Moden im Abstand des freien Spektralbereichs auftreten, berechnet sich der Frequenzabstand zweier nebeneinander liegenden transversalen Moden bei gleicher longitudinalen Mode aus der Formel (22). Dieser beträgt

$$\Delta\nu = q\nu_{FSR} + (n+m+2)\cdot\frac{\Delta\zeta}{\pi}\nu_{FSR} - q\nu_{FSR} -$$
$$-(n+m+1)\cdot\frac{\nu\zeta}{\pi}\nu_{FSR} = \frac{\Delta\zeta}{\pi}\nu_{FSR} = 1,021\,\mathrm{GHz},$$

wobei die eine Mode die Summe (n+m) besitzt und die nebenan gelegene (n+m+1). Das bedeutet in unserem Fall, dass neben der dritten Mode der longitudinalen Mode q direkt die Grundmode der nächsten longitudinalen Mode q+1 liegt, neben der vierten Mode der

q-ten longitudinalen Mode direkt die erste der q+1-ten, usw. Dies setzt sich immer weiter fort (s. Abb. 4.7). Theoretisch gibt es noch viel mehr Moden als hier abgebildet sind, die sich auf die gleiche Art und Weise im freien Spektralbereich anordnen. Das heißt im Allgemeinen ist unser Modenspektrum sehr dicht besiedelt. Bei den späteren Messungen wird immer die Grundmode betrachtet. Daher ist es wichtig zu wissen, dass die Moden mit der Summe $0, 37, 74, 111, 148, ...$ mit einem Abstand von $6,9\,\mathrm{MHz}$ nebeneinander liegen und die Grundmode einen Frequenzabstand von $85,4\,\mathrm{MHz}$ zur TEM_3 besitzt. Die beiden Abstände wurden von uns mit Hilfe der AOMs gemessen und passen zu dem von uns gemessenen freien Spektralbereich von $(3135 \pm 4)\,\mathrm{MHz}$.

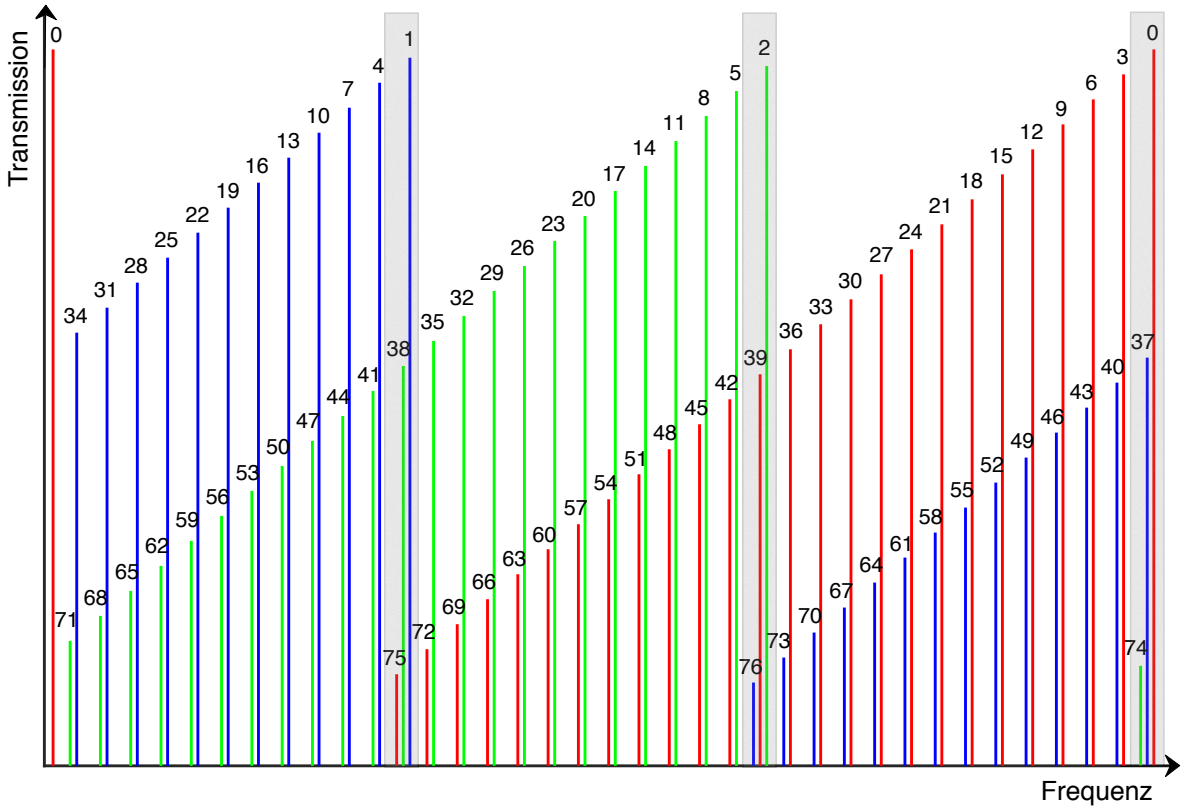


Abbildung 4.7: Skizze eines freien Spektralbereichs unserer Cavity von einer Grundmode zur nächsten. Hier bedeuten die unterschiedlichen Farben, dass die Moden einer Farbe immer einen Frequenzabstand von $85,4\,\mathrm{MHz}$ und eine Differenz von 3 in ihrer Summe (n+m) besitzen. Um die Übersichtlichkeit der Abbildung zu verbessern, sind ausschließlich die Moden bis zur 76. Ordnung dargestellt. Jedoch könnte das Anordnungsschema mit höheren Moden weitergeführt werden. Die grau markierten Flächen sollen kennzeichnen, dass die Moden sehr dicht nebeneinander liegen.

4.5. Atom-Cavity-Kopplung

In unserer Cavity werden mindestens 10^6 Ytterbiumatome gefangen. Daher ist unser Atom-Cavity-System durch die Vielzahl von Atomen im Bereich der kollektiven starken Kopplung. Von diesen Ytterbiumatomen wechselwirkt jedoch nur ein Prozent mit der Resonatormode. Die drei wichtigsten Parameter sind $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \cdot (33.7, 60, 182)\,\mathrm{kHz}$. Mit Einberechnung der wechselwirkenden Atomen, ergibt sich für den Atom-Photon-Kopplungsparameter ein Wert von $g_N = 2,117\,\mathrm{MHz}$, mit dem der Kooperativitätsparameter unseres Systems zu

$$C = \frac{g_N^2}{2\kappa\gamma} = 520 \gg 1$$

wird.

5. Messungen

5.1. Charakterisierung des optischen Resonators ohne Atome

In diesem Teil der Experimente werden das Transmissionsspektrum und beispielhafte Modenbilder des optischen Resonators ohne Atome aufgenommen. Dies ist erforderlich, um später einen Vergleich zwischen den Modenbildern ohne und mit Atomen in der Cavity machen zu können. Danach wird eine Kalibrierungsmessung der beiden Piezoelemente durchgeführt, damit man von der angelegten Spannung an den Piezos auf die Frequenzverschiebung der Resonanzfrequenzen der Cavity schließen kann.

Bei allen Messungen in Kapitel 5.1. wird die Cavity ohne Atome mit Hilfe des Referenzstrahls entlang der Achse gepumpt. In Abbildung 5.1 ist der Messaufbau zum Vermessen der Cavity-Resonanzfrequenzen dargestellt. Prinzipiell ist es möglich den Laser in seiner Frequenz zu stabilisieren und die Resonatorlänge durchzufahren, oder aber die Resonatorlänge zu fixieren und dafür die Frequenz des Lasers durchzustimmen. Da es sehr einfach ist die Resonatorlänge über die Piezos zu ändern, haben wir diese Methode zur Aufnahme des Modenspektrums gewählt. Diese Methode ist allerdings auch ungenauer als die andere, weswegen wir die Messungen im Nachhinein durch weitere Methoden ergänzen mussten.

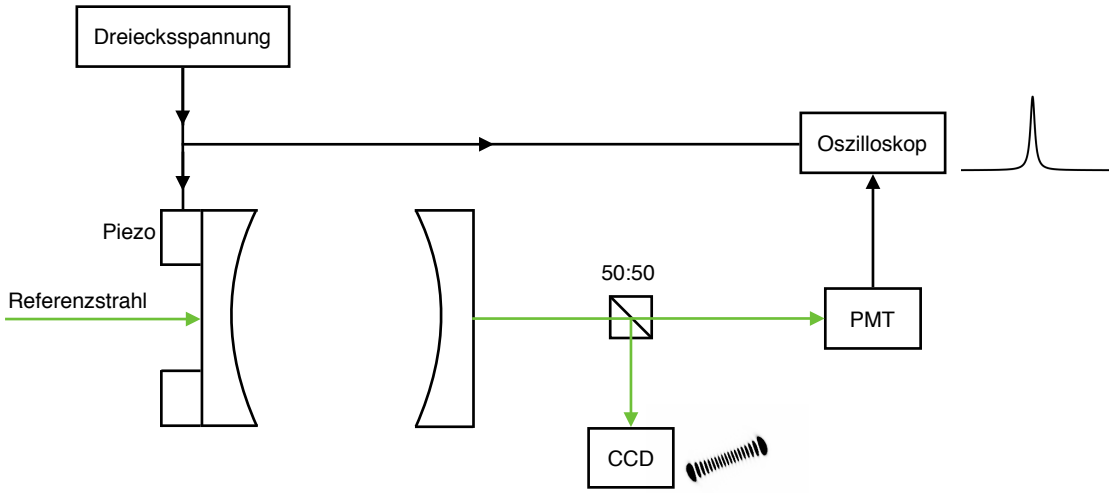


Abbildung 5.1: Messaufbau zur Aufnahme des Modenspektrums. Unsere Cavity wird mit Hilfe des axialen Referenzstrahls gepumpt. Zum kontinuierlichen Durchstimmen des Resonators wird eine Dreiecksspannung an die Piezoelemente angelegt. Zur Aufnahme der Modenbilder wird die CCD-Kamera hinter einem Spiegel verwendet. Zusätzlich zur Kamera wird ein Photomultiplier benutzt, der die Intensität des transmittierten Lichts misst. Das Spannungssignal des PMTs und die angelegte Dreiecksspannung an dem Piezo werden an einem Oszilloskop aufgezeichnet.

5.1.1. Aufnahme des Modenspektrums

Zuerst wird das Transmissionsspektrum des Resonators mit Hilfe des PMT-Signals am Oszilloskop aufgenommen. Dabei wird eine Dreiecksspannung von $33 - 76\,\mathrm{V}$ an dem Piezo mit großem Hub angelegt, was einen kompletten freien Spektralbereich abdeckt. Der grüne Laser ist auf die atomare Übergangsfrequenz stabilisiert und wird durch verstellbare Einkopplungsspiegel entlang der Achse in die Cavity eingestrahlt. Die Einkopplung ist zu Beginn auf die Grundmode optimiert. Mit dieser Einstellung sind allerdings nur $\mathrm{TEM}_{n,m}$ Moden bis zur dritten Ordnung deutlich am Oszilloskop sichtbar. Daher werden die Einkopplungsspiegel mehrmals gedreht, so dass das Laserlicht besser an Moden höherer Ordnungen koppelt. Das Transmissionsspektrum wird nun für die verschiedenen Positionen der Einkopplungsspiegel aufgenommen, damit bei jeder Einstellung andere Moden angeregt werden. Wenn die verschiedenen Transmissionsspektren übereinandergelegt werden sind demzufolge alle Moden in einem Diagramm zu sehen (s. Abb. 5.3).

In Abbildung 5.3 sind die Spannungssignale am PMT gegen die Spannung am Piezo mit großem Hub aufgetragen. Um etwas über die Frequenzabstände zwischen den Moden aussagen zu können, muss wie bereits einleitend erwähnt eine Kalibrierungsmessung durchgeführt werden. Außerdem sollten die Modenabstände theoretisch gleich groß sein (vgl. Kapitel 2.1.2.). In Abbildung 5.3 sind diese jedoch unterschiedlich, was wir auf die Nichtlinearität der Piezos zurückführen. Die Piezos dehnen sich bekanntlich in den verschiedenen Spannungsbereichen unterschiedlich aus. Tendenziell nimmt der Abstand der nebeneinanderliegenden Moden nach rechts ab. Deshalb versprechen wir uns von der Kalibrierungsmessung nicht nur eine Umrechnung von Spannung am Piezo in Frequenz, sondern auch eine Gleichheit der Modenabstände.

Nachdem wir das Spektrum aufgenommen haben, werden ergänzend dazu die Modenbilder des optischen Resonators mit Hilfe der CCD-Kamera aufgenommen. In diesem Fall wird keine Spannungsrampe verwendet, sondern die einzelnen Spannungswerte werden manuell im Bereich von $32,9 - 72,5\,\mathrm{V}$ angefahren, um erkennen zu können welche Mode dort auf der Kamera zu sehen ist. Die Spannung am Piezo wird dabei mit einem Multimeter gemessen. Durch entsprechendes Auslenken der Einkopplungsspiegel in nur eine Richtung werden ausschließlich alle $\mathrm{TEM}_{0,m}$ Moden angeregt (s. Abb. 5.4). Im Allgemeinen können bei derselben Frequenz auch andere Moden mit der gleichen Summe (n+m) eingekoppelt werden (s. Abb. 5.2). Allerdings ist es bei solchen Bildern schwer die Ordnungszahl der Moden zu bestimmen, wohingegen man die Ordnungszahl bei den $\mathrm{TEM}_{0,m}$ Moden leicht von Hand, oder mit Hilfe eines Matlab Skriptes auslesen kann. In Abbildung 5.4 sind die aufgenommenen Modenbilder zwischen der $\mathrm{TEM}_{0,0}$ und der $\mathrm{TEM}_{0,2}$ abgebildet.

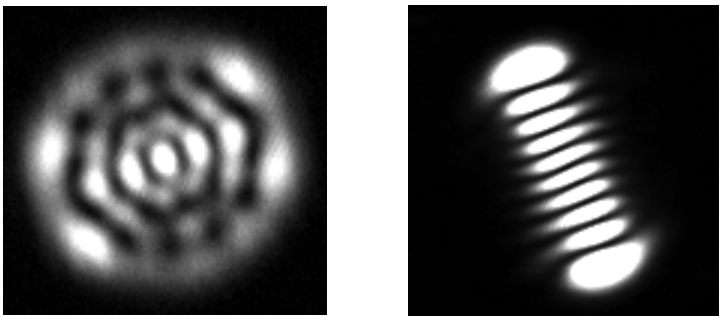


Abbildung 5.2: Dargestellt ist links eine aufgenommene TEM-Mode höherer Ordnung, wenn die Einkopplung auf die Grundmode optimiert ist. Die Modenordnung ist hier schwer zu bestimmen, während diese im rechten Bild leicht zählbar ist.

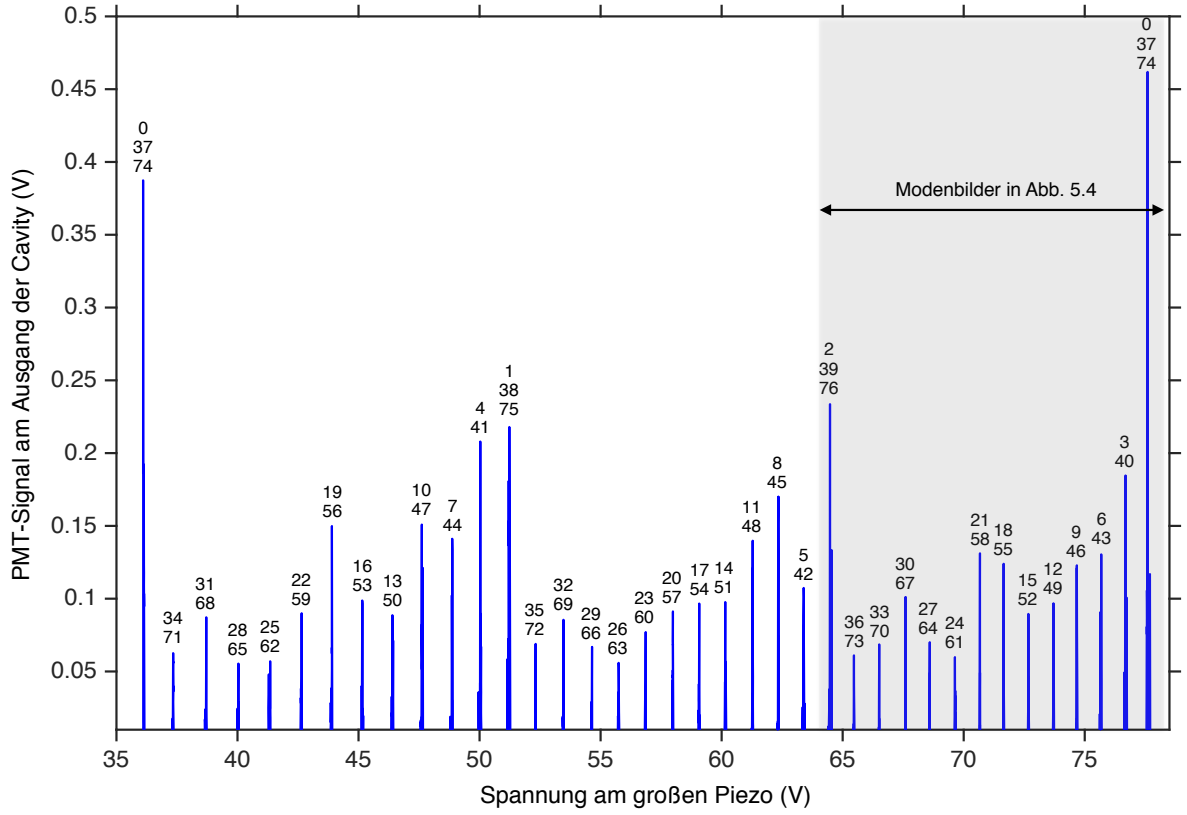


Abbildung 5.3: Modenspektrum unseres Resonators gewonnen durch die Überlagerung der Oszilloskopaufnahmen bei verschiedenen Einstellungen des Einkopplungsspiegels. Da die transversalen, unmittelbar nebeneinanderliegenden Moden (z.B. 0 und 37) zu dicht beieinanderliegen, überlagern sich die beiden Maxima zu einem (vgl. Abb.4.7). Daher werden die Maxima in diesem Diagramm jeweils mit den Zahlen (n+m) der beiden Moden beschriftet. Für die grau hinterlegte Fläche sind die dazugehörigen Modenbilder in Abbildung 5.4 dargestellt.

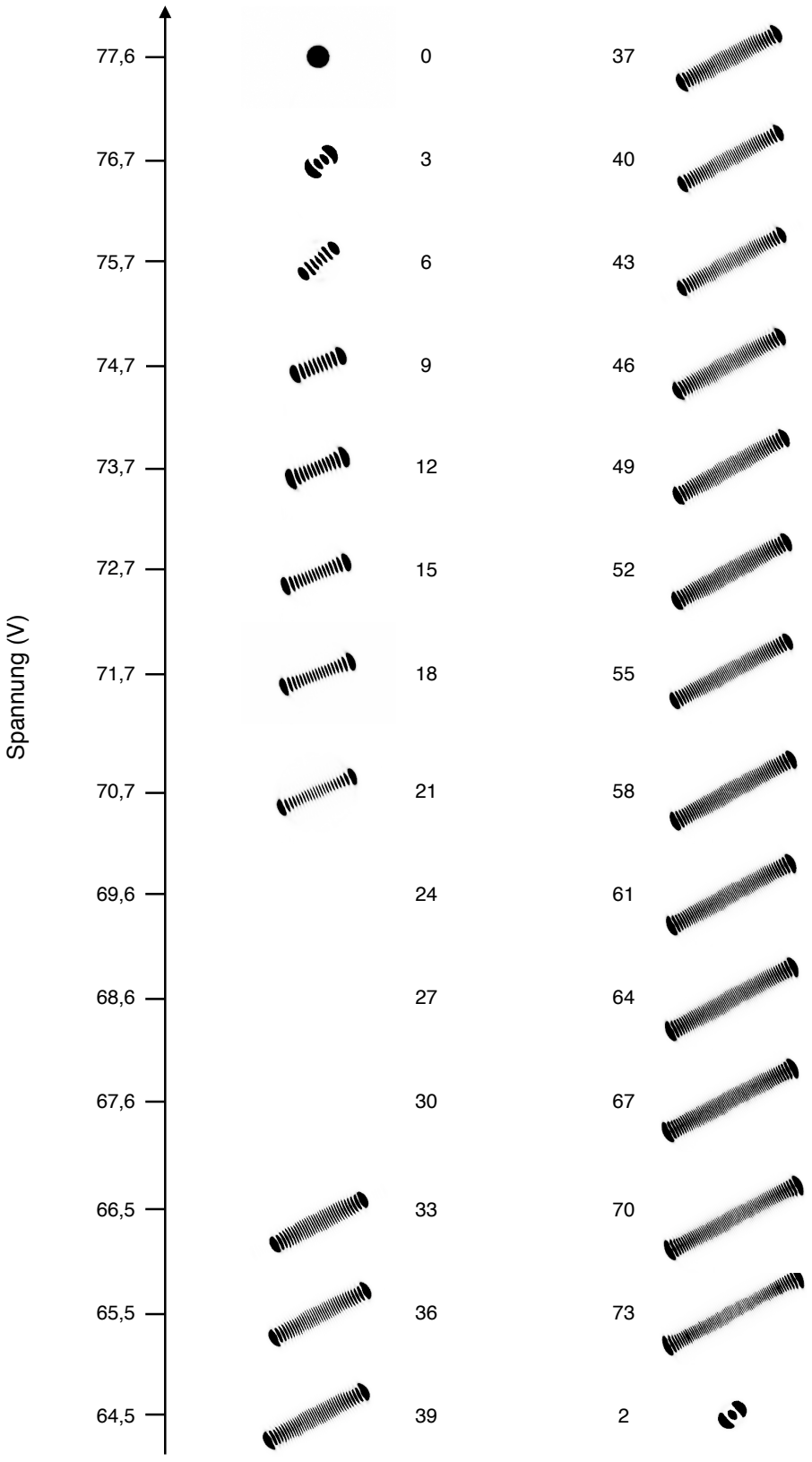


Abbildung 5.4: Exemplarisch sind die zu Abb. 5.3 dazugehörigen Modenbilder von der Grundmode bis zur Mode zweiter Ordnung dargestellt. Dadurch, dass jeweils zwei der Moden sehr dicht beieinanderliegen und der optische Resonator driftet, war es im Falle der schwach eingekoppelten Moden $TEM_{0,24}$, $TEM_{0,27}$ und $TEM_{0,30}$ nicht möglich diese getrennt von den benachbarten, stärker eingekoppelten Moden aufzunehmen.

5.1.2. Kalibrierungsmessung der beiden Piezos

Hinsichtlich der Umrechnung von Piezospannung in Frequenz in Abbildung 5.3 führen wir nun die Kalibrierungsmessung durch. Obwohl wir bis jetzt ausschließlich den Piezo mit großem Hub in Verwendung hatten, werden beide Piezos auf die gleiche Art und Weise kalibriert. Zuerst wird die Messung für den Piezo mit großem Hub durchgeführt.

Da wir wissen, dass sich die Piezos mit der an ihnen angelegten Spannung nicht linear verhalten, ist es wichtig eine Messmethode zu finden, bei der die angelegten Spannungen am Piezo zwischen 0 - 100 V berücksichtigt werden. Deshalb werden an dem Piezo Offset-Spannungen zwischen $4 - 93\,\mathrm{V}$ angelegt und die Cavity wird nur in einem kleinen Bereich um die jeweils angelegte Spannung gescannt. Somit ist die unterschiedliche Ausdehnung des Piezos bei den verschiedenen angelegten Spannungen in der Messung mit einbezogen. Mit Hilfe eines Programms für die Elektronik des AOMs springt die Frequenz des axialen Referenzstrahls, der zum Pumpen der Cavity verwendet wird, zwischen $-20\,\mathrm{MHz}$ und $+20\,\mathrm{MHz}$ Verstimmung hin und her. Da die Zeit zwischen den Sprüngen der Frequenz nur $5,2\,\mu\mathrm{s}$ beträgt, wird die Cavity mit zwei sich schnell abwechselnden Frequenzen gepumpt. Wird die Cavity jetzt über den Piezo in einem Bereich von lediglich $1,75\,\mathrm{V}$ um die jeweils angelegte Offset-Spannung gescannt, so sind zwei Maxima auf dem Bildschirm des Oszilloskops zu sehen, die um 40 MHz gegeneinander frequenzverschoben sind. In unserer Messung wollen wir die Grundmode bei jeder eingestellten Offset-Spannung aufnehmen. Allerdings ändert sich die Position der Grundmode mit den angelegten Spannungswerten am Piezo. Damit wir immer die Grundmode sehen, müssen wir die Frequenz des Lasers entsprechend anpassen. Aus diesem Grund wird der Laser bei dieser Messung nicht auf die atomare Übergangsfrequenz stabilisiert, sondern die Temperatur wird in $0,005°\mathrm{C}$ Schritten direkt am Laser geändert. Die Ladezeit des Piezos beträgt ungefähr $8\,\mu\mathrm{s}$. Bei einer damit verglichen sehr langen Scanzeit von 375 ms pro Rampe, gehen wir davon aus, dass der Piezo quasistatisch durchfahren wird und Lade-, bzw. Entladeprozess die Messkurve nicht signifikant beeinflussen. Somit werden die beiden Maxima der Grundmode und die passende Spannungsrampe des Piezoscans für alle 35 eingestellten Offset-Spannungen am Oszilloskop aufgenommen.

Da der Frequenzabstand von 40 MHz zwischen den beiden Maxima der Grundmode bekannt ist und die dazugehörige Spannungsabstände mittels der parallel aufgenommenen Spannungsrampen am Piezo abgelesen werden können, ist es mit dieser Messung möglich Umrechnungsfaktoren zwischen der angelegten Spannung am Piezo und der Frequenz der Cavity für die verschiedenen Spannungsbereiche zu ermitteln. In Abbildung 5.5 ist die Vorgehensweise zur Berechnung eines Umrechnungswerts anhand einer aufgenommenen Spannungsrampe und den dazugehörigen Maxima der Grundmode bei einer Offset-Spannung von ca. 79 V beschrieben. Dies wird für alle Aufnahmen gleichermaßen durchgeführt und man erhält für jeden Spannungswert einen entsprechenden Umrechnungsfaktor.

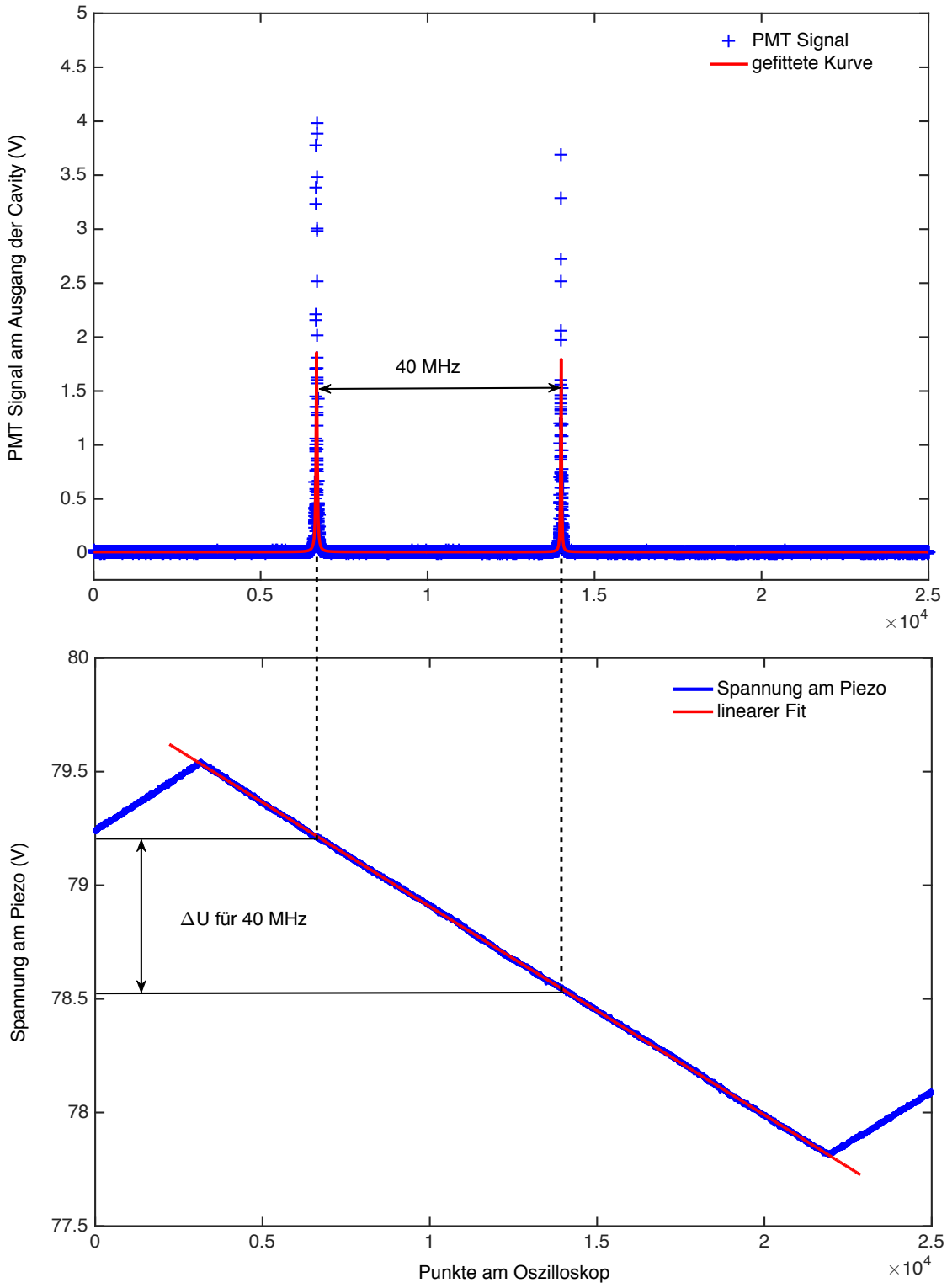


Abbildung 5.5: Zu sehen sind die beiden Maxima der Grundmode (oben) und die gleichzeitig dazu aufgenommene Spannungsrampe (unten). Um genaue Werte aus den beiden Diagrammen ablesen zu können, sind Lorentzkurven an die beiden Maxima und eine Gerade an die Spannungsrampe gefittet. Der Abstand zwischen den beiden Maxima entspricht gerade den eingestellten 40 MHz, und die dazugehörige Spannungsdifferenz wird aus dem Diagramm der Spannungsrampe an den Stellen der Maxima abgelesen. Dies ist möglich, da beide Spannungssignale gegen die Punkte am Oszilloskop aufgetragen sind und somit die gleiche x-Achse besitzen. Die abgelesene Spannungsdifferenz entspricht somit den 40 MHz, so dass sich daraus der Umrechnungswert von Spannung in Frequenz ermitteln lässt.

Die gleiche Messmethode wird auch für den Piezo mit kleinem Hub durchgeführt. Bei diesem beträgt die Ladezeit 20 ns und die Scanzeit 95 ms. Das Licht, welches in den optischen Resonator eingestrahlt wird, besitzt in diesem Fall einen Frequenzabstand von 10 MHz und der Scanbereich um den jeweiligen eingestellten Spannungswert beträgt 9, 6 V. Die Frequenz des Lasers muss diesmal nur in 0, 001°C Abständen verändert werden. Wir erhalten 19 Umrechnungsfaktoren.

Nachdem die Umrechnungsfaktoren für alle Spannungsbereiche bestimmt wurden, werden diese gegen die entsprechende Spannung am Piezo aufgetragen. Als Spannungswerte werden die Mittelwerte zwischen den beiden Maxima verwendet (s. Abb. 5.6). Im Fall des Piezos mit kleinem Hub liegen die Werte zwischen $1,82\,\frac{\text{MHz}}{\text{V}}$ und $1,86\,\frac{\text{MHz}}{\text{V}}$ verteilt. Zunächst wird mit Hilfe eines linearen Fits eine Gerade durch die Messwerte gelegt, die mit einem 95 %-Konfidenzintervall von Matlab angegeben wird. Da die Messwerte keinen klaren Trend erkennen lassen, haben wir uns dazu entschieden den Mittelwert der Messwerte von $(1,84 \pm 0,01)\,\frac{\text{MHz}}{\text{V}}$ als konstanten Umrechnungsfaktor für alle Spannungsbereiche zu nehmen.

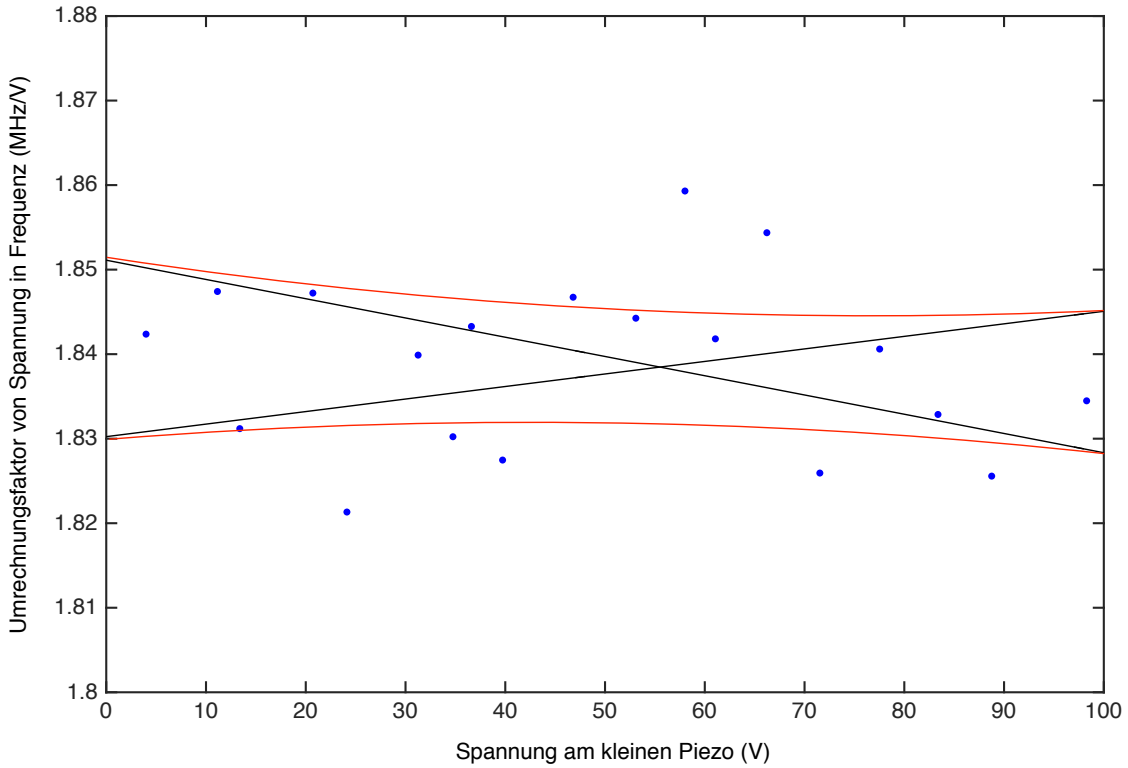


Abbildung 5.6: Die berechneten Umrechnungsfaktoren sind gegen die Spannungswerte am Piezo mit kleinem Hub aufgetragen. Die schwarzen Linien stellen die beiden Geraden mit der nach oben und unten größten Abweichung des linearen Fits an die Messwerte dar. Das bedeutet, sie sind die Ober- und Untergrenze des 95 %-Konfidenzintervalls und die beiden roten Kurven geben dieses Intervall an. Das heißt, in dieser begrenzten Fläche können die linearen Fitgeraden an den Messwerten liegen.

Beim Piezo mit großem Hub hingegen variieren die Umrechnungsfaktoren je nach Spannungsbereich und ergeben eine Gerade (s. Abb. 5.7). Deshalb wurde eine Gerade an die Messwerte gefittet, die dann die Funktion für den Umrechnungsfaktor α für alle Spannungswerte am Piezo angibt. Die Formel für die Fitgerade ergibt sich zu

$$\alpha(U) = 64,75\,\frac{\mathrm{MHz}}{\mathrm{V}} - 0,061\,\frac{\mathrm{MHz}}{\mathrm{V}^2} \cdot U,$$

wobei α der Umrechnungsfaktor und U die Spannung ist. Die Koeffizienten mit ihren Abweichungen sind

$$m = (-0,061 \pm 0,002)\,\frac{\mathrm{MHz}}{\mathrm{V}^2} \text{ und}$$

$$n = (64,75 \pm 0,13)\,\frac{\mathrm{MHz}}{\mathrm{V}},$$

wobei m die Steigung der Geraden und n der y-Achsenabschnitt ist.

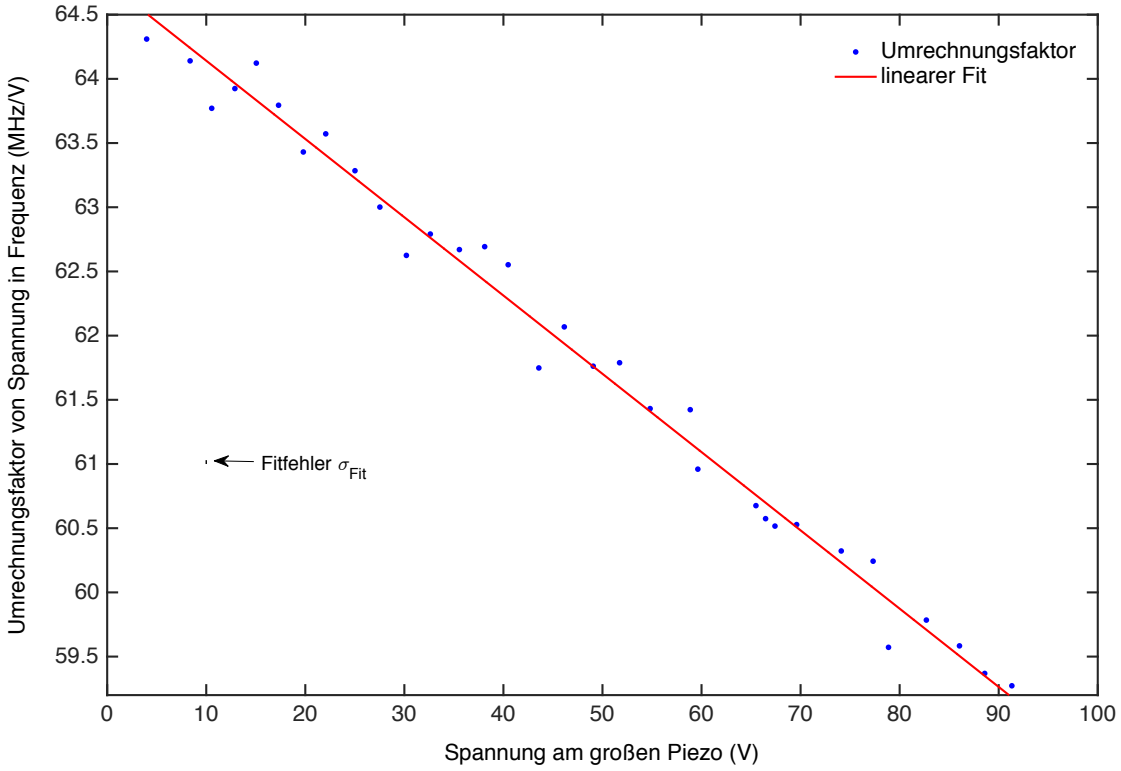


Abbildung 5.7: Im Fall des Piezos mit großem Hub ist eine Gerade an die Umrechnungsfaktoren gefittet. Zusätzlich ist der Fehler σ_{Fit} der einzelnen Punkte eingezeichnet.

Jeder einzelne Punkt in Abbildung 5.7 wurde, wie in Abbildung 5.5 beschrieben, ermittelt. Dabei können mehrere Fehler auftreten. Der hier eingezeichnete Fehler σ_{Fit} ist lediglich ein kleiner Teil davon. Dieser berücksichtigt ausschließlich den Fitprozess in Abbildung 5.5,

welcher sehr präzise funktioniert. Unberücksichtigt bleiben jedoch Schwankungen der Messdaten selbst. Diese könnten wir mit einer ergänzenden Messung, bei der die Messkurven mehrmals hintereinander aufgenommen werden, feststellen. Die daraus resultierenden Fehlerbalken sollten dann in etwa den in Abbildung 5.7 zu sehenden Abweichungen vom linearen Fit entsprechen. Anstatt die Fehler der Piezokalibrierung im Detail zu untersuchen, haben wir uns im Nachhinein dafür entschieden für die späteren Messungen am Atom-Cavity-System eine andere Kalibrierungsmethode für die Frequenzachse zu verwenden, die eine höhere Genauigkeit verspricht (s. Kapitel 5.2.3.).

5.1.3. Anwendung der Piezokalibrierung auf das Modenspektrum

In diesem Abschnitt wird nun die gewonnene Funktion für den Umrechnungsfaktor von Piezospannung in Frequenz verwendet, um das Modenspektrum in Abbildung 5.3 gegen die Frequenz aufzutragen. Dabei ist zu beachten, dass der Umrechnungsfaktor nicht konstant ist und daher das Integral über die Spannung gebildet werden muss. Das Integral ergibt sich zu:

$$\int_{f_0}^{f_1} \mathrm{d}f = \int_0^{U_1} (-0,061\mathrm{U} + 64,75)\,\mathrm{d}U$$

$$\Delta f = f_1 - f_0 = -\frac{1}{2} \cdot 0,061 \cdot U_1^2 + 64,75 \cdot U_1.$$

Damit können nun die Spannungen in Frequenzdifferenzen umgerechnet werden. Nach dieser Methode sind die Abstände der Moden jedoch immer noch ungleichmäßig. Außerdem erhalten wir lediglich einen freien Spektralbereich von $2,54\,\mathrm{GHz}$. Dies entspricht einer Abweichung von $19,7\,\%$ vom Wert der von meinen Vorgängern bestimmt wurde.

Um den angegebenen Wert von $3,162\,\mathrm{GHz}$ zu überprüfen, wird eine zusätzliche piezounabhängige Messung des FSRs, bei der, wie einleitend erwähnt, die Frequenz des Lasers statt der Resonatorlänge verändert wird, durchgeführt. Die vollständige Beschreibung der Messung befindet sich im Anhang A. Der gemessene Wert von $3,135\,\mathrm{GHz}$ entspricht mit einer Abweichung von $0,86\,\%$ dem Ausgangswert meiner Vorgänger. Somit haben wir gezeigt, dass die Kalibrierungsmessung unsere Messdaten nicht auf die gewünschte Weise umrechnet. Da die Aufnahme des Modenspektrums unter anderen Bedingungen, z.B. bei anderer Scangeschwindigkeit des Piezos aufgenommen wurde als die Maxima der Grundmode bei der Kalibrierungsmessung, gehen wir davon aus, dass das Verhalten des Piezos sehr stark von den Einstellungen abhängt. Wir vermuten, dass der Piezo bei der Kalibrierungsmessung im statischen Bereich und bei der Aufnahme des Modenspektrums eher im dynamischen Bereich betrieben wird. Das bedeutet, die Diskrepanz zwischen den verschiedenen Messungen hat Auswirkungen auf den Umrechnungsfaktor. Um trotzdem ein Modenspektrum mit richtigen Frequenzabständen zu erhalten, nehmen wir an, dass sich der Umrechnungsfaktor tatsächlich

linear verhält, jedoch mit anderen Koeffizienten (m und n) als mit den von uns bestimmten und werden eine Gerade mit dem bestimmten freien Spektralbereich selbst modellieren. Dazu benötigen wir zwei Bedingungen, um die Steigung und den y-Achsenabschnitt herauszufinden. Erstens muss der Frequenzabstand der beiden Grundmoden gerade dem freien Spektralbereich von $3,135\,\mathrm{GHz}$ entsprechen. Zweitens muss der Frequenzabstand zwischen der Grundmode und der TEM_3-Mode und der Abstand zwischen der TEM_{37}-Mode und der TEM_{34}-Mode gleich sein. Mit Hilfe des Integrals

$$\Delta f = \int_{U_1}^{U_2} \alpha(\mathrm{U})_{\mathrm{mod}}\,\mathrm{d}U = \int_{U_1}^{U_2} (\mathrm{m_{mod}} \cdot \mathrm{U} + \mathrm{n_{mod}})\,\mathrm{d}U = (\frac{1}{2} m_{mod} \cdot U^2 + n_{mod} \cdot U)\Big|_{U_1}^{U_2}$$

und den entsprechenden Spannungswerten, an denen die Resonatormoden in Abbildung 5.3 auftreten, ergibt sich ein lineares Gleichungssystem für m_{mod} und n_{mod}, welches folgende Lösung besitzt:

$$m_{mod} = -0,609\,\frac{\mathrm{MHz}}{\mathrm{V}^2},$$
$$n_{mod} = 110,82\,\frac{\mathrm{MHz}}{\mathrm{V}}.$$

Zum Vergleich der beiden Geraden sind die modellierte α_{mod} und die gemessene α in einem Diagramm dargestellt (s. Abb. 5.8). Man erkennt deutlich, dass die Steigung m_{mod} und dadurch auch der y-Achsenabschnitt betragsmäßig viel größer sind.

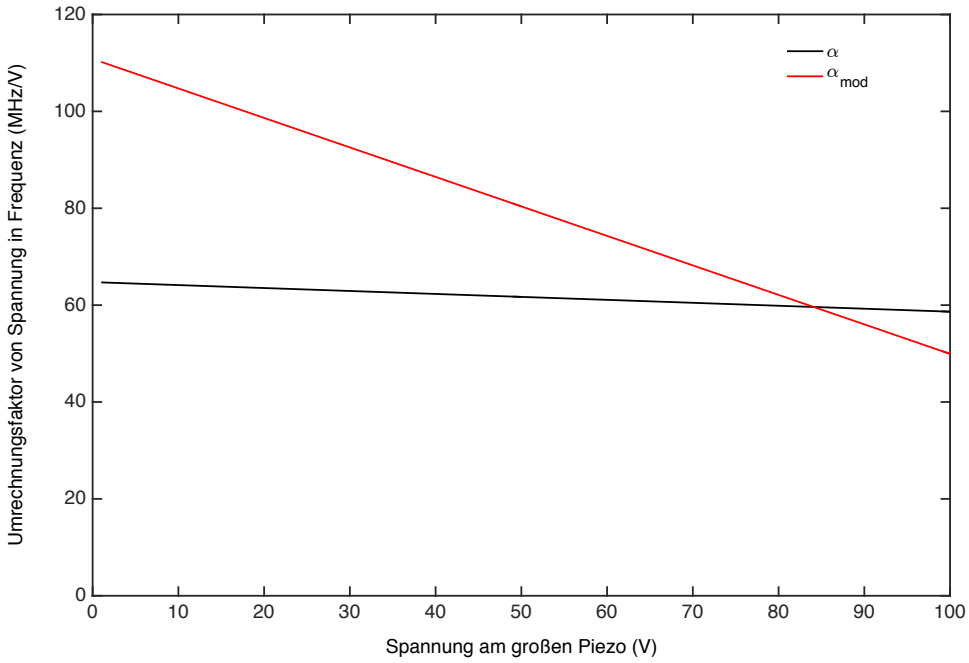


Abbildung 5.8: Zu sehen ist zum einen die gemessene Gerade α (schwarz) der Umrechnungsfaktoren in Abhängigkeit von der angelegten Spannung am Piezo und zum anderen die passend zu unserem Modenspektrum berechnete Gerade α_{mod} (rot).

Mit Hilfe der passend zu unserem Modenspektrum modellierten Geraden ist nun in Abbildung 5.9 unser aufgenommenes Modenspektrum gegen die Frequenz anstatt gegen die angelegte Spannung am Piezo aufgetragen. Dabei wurde die erste Grundmode des freien Spektralbereichs auf 0 MHz gesetzt. Der Abstand zwischen den nebeneinanderliegenden Moden beträgt nun im Durchschnitt 85 MHz mit einer Abweichung von 5 MHz. Man erkennt deutlich eine Verbesserung gegenüber dem gegen die Spannung aufgetragenen Modenspektrum. Trotzdem sollte dieses Diagramm nicht zum Ablesen verwendet werden, wenn man Modenpositionen mit 5 MHz Präzision ermitteln möchte. Zur groben Orientierung ist das Diagramm jedoch geeignet. Eine nachträgliche Messung hat auch einen kleinen Abstand von $6,9$ MHz zwischen der TEM_{00} und TEM_{37}-Mode ergeben.

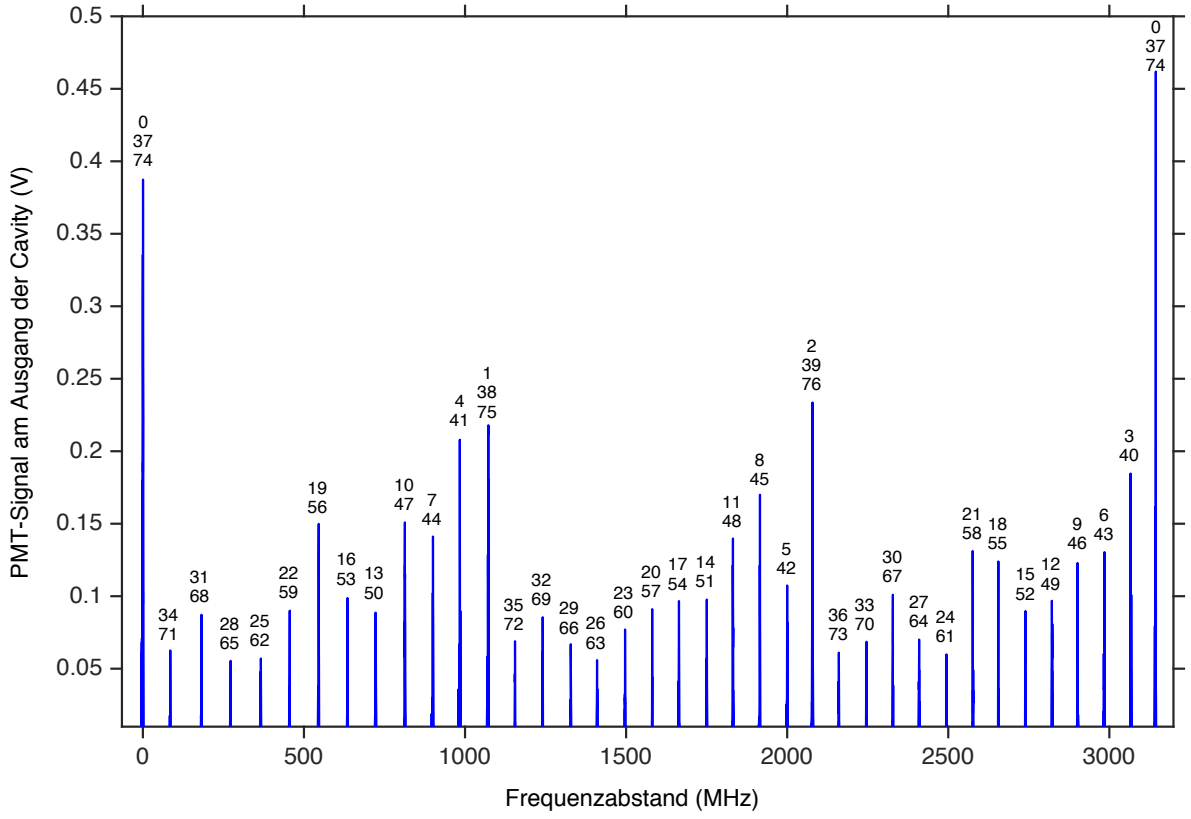


Abbildung 5.9: Modenspektrum unserer Cavity, aufgetragen über die Frequenz.

5.2. Messungen am Atom-Cavity-System

In diesem Versuchsteil werden nun ^{174}Yb-Atome mit Hilfe der blauen MOT innerhalb des Resonators platziert. Dies ändert die experimentelle Situation grundlegend und führt zu neuen Effekten. Beispielsweise können die Atome jetzt die Photonen eines entlang der Achse eingestrahlten Laserstrahls vollständig absorbieren, oder seitlich eingestrahltes Licht in die Resonatormoden streuen. Das Auftreten dieser Effekte im Atom-Cavity-System hängt von verschiedenen Parametern ab. Unser Ziel ist es mit den durchgeführten Messungen strukturiert zu dokumentieren unter welchen Bedingungen das Streuen des seitlich eingestrahlten Lichts auftritt. Innerhalb dieser Arbeit wird der Einfluss folgender Parameter untersucht: Anzahl der gefangenen Atome in der MOT, Verstimmung (Detuning) eines seitlich eingestrahlten Pumpstrahls gegenüber der atomaren Übergangsfrequenz und Leistung dieses Pumpstrahls.

Als erstes stelle ich den Messaufbau für die Messungen am Atom-Cavity-System vor. Im Folgenden werde ich den Effekt der Streuung von seitlich eingestrahltem Licht seitens der Atome in die Resonatormoden anhand einer aufgenommenen Kurve am Cavity-Ausgang erläutern. Dies soll als Einblick und zum besseren Verständnis der folgenden Messergebnisse dienen. Im nächsten Kapitel werde ich eine neue Methode zur Kalibrierung der Frequenzachse der Cavity einführen. Im darauffolgenden Kapitel 5.2.4. wird dann als erstes die Pumpleistung des seitlich eingestrahlten Lasers variiert. Im Anschluss daran wird die Frequenz des seitlichen Pumpstrahls gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz verstimmt. Diese Messung wurde zweimal unter modifizierten Bedingungen durchgeführt. Beide Ergebnisse sind in Kapitel 5.2.5. beschrieben und werden in Bezug zueinander gestellt. Abschließend wird die Anzahl der gefangenen Atome in der MOT verändert und das Messergebnis dargestellt.

5.2.1. Messaufbau

Im Gegensatz zu dem in Kapitel 5.1.1. beschriebenen Messaufbau ohne Atome kommen nun einige weitere Bauteile zum Tragen. Diese waren bereits vorher im Versuchsaufbau integriert, wurden jedoch nicht verwendet. Bei den Messungen wird nun zusätzlich zum Referenzstrahl auch der Pumpstrahl, welcher senkrecht von unten auf die Atomwolke geschickt wird, verwendet. Der grüne Laser ist immer auf die atomare Resonanzfrequenz stabilisiert und die beiden grünen Laserstrahlen können mit Hilfe von AOMs unabhängig voneinander gegenüber dieser Frequenz verstimmt werden. Aufgrund der gefangenen Atome im Zentrum der Cavity wird nun nicht nur grünes, sondern auch blaues Licht aus der Cavity emittiert. Mit Hilfe eines dichroitischen Spiegels werden das grüne und blaue Licht in zwei Strahlengänge aufgeteilt. Diese enden jeweils in einem Photomultiplier. Zur Vereinfachung wird der PMT, welcher das Spannungssignal des grünen emittierten Lichts angibt, grüner PMT genannt

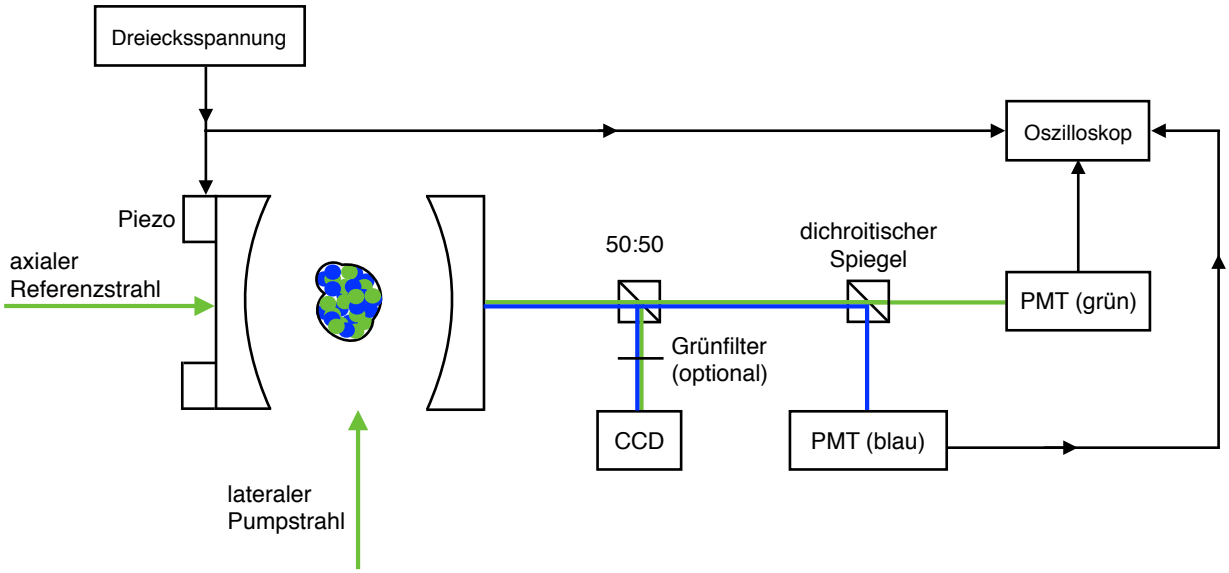


Abbildung 5.10: Erweiterung des ersten Messaufbaus um einige Bauteile. Atome werden mit der blauen MOT im Zentrum des Resonators gefangen und deren blaues Streulicht mittels eines zweiten PMTs registriert, was Rückschlüsse auf die gefangene Atomwolke zulässt. Zum Separieren des grünen und blauen Lichts aus der Cavity wird ein dichroitischer Spiegel verwendet. Der zweite Laserstrahl, der Pumpstrahl, wird zum seitlichen Pumpen der Cavity genutzt. Damit bei der CCD-Kamera bei den Messungen ausschließlich die Modenbilder, d.h. die Intensitätsverteilungen des grünen Lichts und nicht die Atomwolke zu sehen sind, kann optional ein Grünfilter vor die Kamera geschraubt werden.

und der PMT, welcher das Spannungssignal des blauen MOT-Streulichts ausgibt, blauer PMT. Am Oszilloskop werden somit drei verschiedene Spannungssignale angezeigt, das des blauen PMTs, das des grünen PMTs und das an den Piezos. Dabei ist das Signal des blauen Streulichts ein Maß für die Anzahl der gefangenen Atome in der MOT. Im Anhang B ist die Vorgehensweise, wie der Umrechnungsfaktor zwischen dem Spannungssignal am blauen PMT und der Anzahl der gefangenen Atome ermittelt werden kann, beschrieben. Für unsere Apparatur beträgt dieser $N = 8 \cdot 10^5 \cdot \frac{U_{PMT}}{\text{Volt}}$. Damit berechnet sich die Gesamtanzahl von gefangenen Atomen in der MOT und nicht die Anzahl der wechselwirkenden Atome mit der Resonatormode. Der Anteil der wechselwirkenden Atome wurde bereits von meinen Vorgängern bestimmt und beträgt ungefähr 1 %. Allerdings ist dies nur ein Richtwert.
Vor allen Messungen wird zuerst die gefangene Atomwolke mittels der Einkopplungsspiegel des blauen Laserlichts so verschoben, dass ihr Zentrum möglichst gut mit der Grundmode $\text{TEM}_{0,0}$ der Cavity überlappt.

5.2.2. Streuung lateralen Lichts in die Cavity

Wie bereits einführend bemerkt, wird in diesem Abschnitt vorerst der Effekt des Streuens von seitlich eingestrahltem Laserlicht in die Resonatormoden seitens der Atome anhand der

in Abbildung 5.11 gezeigten Kurve verdeutlicht. Diese ist aus der zweiten Messreihe, bei der die Frequenz des Pumpstrahls variiert wurde, entnommen. Sie wurde ausgewählt, da an dieser der Effekt am deutlichsten zu sehen ist. In diesem Fall ist der Pumpstrahl um +5 MHz (ca. 28 MHz Linienbreite) gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz verstimmt und es sind ungefähr zwei Millionen Atome in der MOT gefangen. Der Referenzstrahl ist nicht in Verwendung.

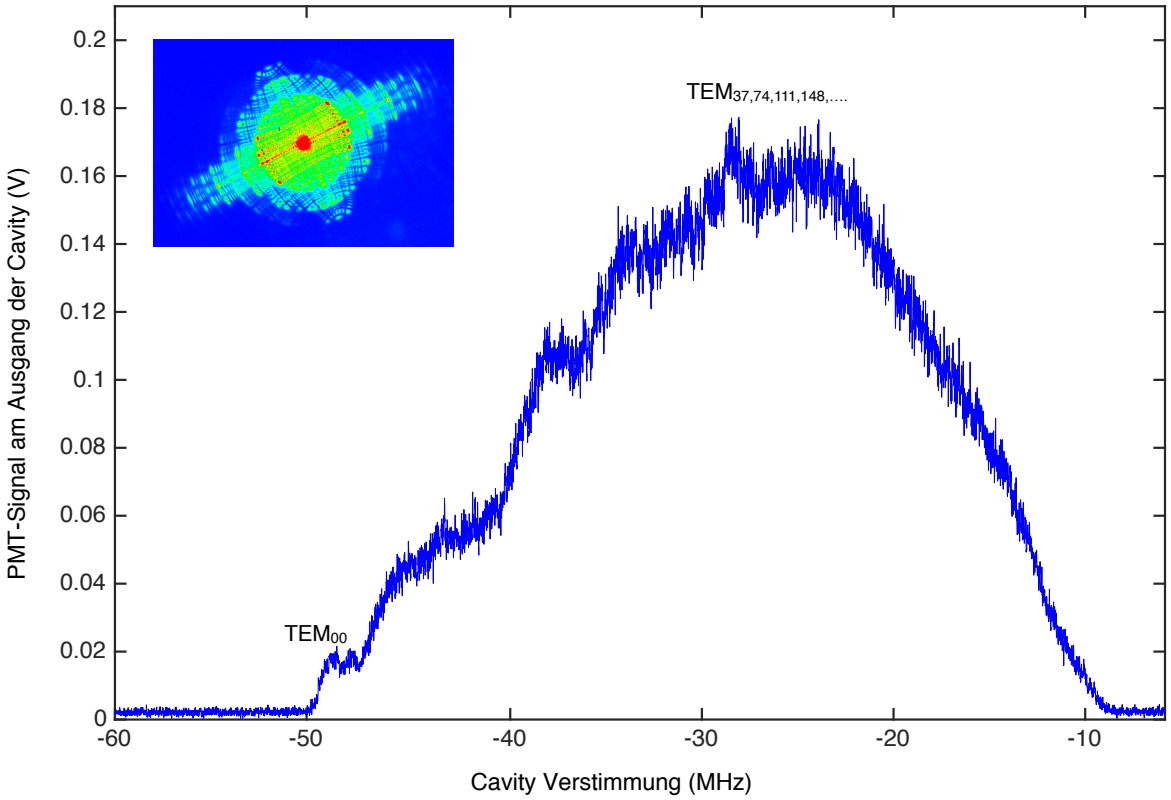


Abbildung 5.11: Zu sehen ist ein typisches Anregungsspektrum, wenn die Atome das seitlich eingestrahlte Laserlicht in die Resonatormoden streuen. Die Leistung des grünen Lichts am Cavity-Ausgang, gemessen mittels des grünen PMTs, ist gegen die Verstimmung der Cavity in Bezug zur atomaren Resonanzfrequenz aufgetragen. Die angeregten Moden sind im Diagramm gekennzeichnet und auf dem dazugehörigen Modenbild zu sehen.

Während in der Cavity ohne Atome ausschließlich vereinzelt einige Moden besonders mit niedriger Ordnung (z.B. die Grundmode) angeregt werden und auch nur wenn die Cavity entlang der Achse gepumpt wird, werden jetzt mit Atomen im Zentrum der Cavity und seitlichen Pumpen mehrere Moden mit Resonanzfrequenzen, die unmittelbar nebeneinanderliegen angeregt, so dass wir anstatt eines schmalen Peaks einen breiten beobachten. Die Peaks der angeregten Moden überlagern sich zu einem Peak mit einer Breite von ungefähr 40 MHz. Besonders durch die Modenbilder konnten wir die Überlagerung der Moden feststellen. In einem Bereich am Rande des Peaks (-50 bis -47 MHz in Abb.5.11) wird nur die

TEM_{00}-Mode angeregt. Der größte Teil des Peaks setzt sich jedoch aus der Überlagerung von den Moden TEM_{37}, TEM_{74}, TEM_{111}, usw. zusammen. Diese liegen auch in der Cavity ohne Atome sehr dicht beieinander (vgl. Abb.4.7), sind dort aber immer noch getrennt, während sie hier sogar gleichzeitig auftreten. Da diese Moden (TEM_{37}, TEM_{74}, TEM_{111}, usw.) ein deutlich höheres Spannungssignal aufweisen als die Grundmode links davon bedeutet dies, dass das Streulicht der Atome überwiegend an Resonatormoden höherer Ordnungen koppelt.

5.2.3. Kalibrierungsmessung mit Hilfe des AOMs

Bei den folgenden Messungen wird die Länge des optischen Resonators mittels des Piezos mit kleinem Hub in einem kleinen Bereich gescannt. Die angelegte Spannungsrampe am Piezo könnte theoretisch über den bereits gemessenen Umrechnungsfaktor in Frequenz umgerechnet werden. Die Piezos sind jedoch, wie bereits in Kapitel 5.1.2. erläutert, aufgrund ihrer Nichtlinearität sehr ungenau. Außerdem könnten die im Resonator befindlichen Atome (optisches Medium) die Resonanz des Resonators verschieben, so dass eine Kalibrierung über die Piezospannung nicht sehr zuverlässig erscheint. Deshalb haben wir für die Messungen am Atom-Cavity-System eine bessere Methode mittels des AOMs entwickelt. Der AOM ist sehr viel genauer als der Piezo, allerdings ist mit diesem lediglich ein Frequenzunterschied im zweistelligen MHz Bereich gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz erreichbar. Da bei den Messungen jedoch nur ein kleiner Bereich von weniger als 100 MHz gescannt wird und kein kompletter freier Spektralbereich von $3,135\,\mathrm{GHz}$, ist es möglich eine verbesserte Kalibrierungsmessung mit Hilfe des AOMs durchzuführen.

Dabei wird der Referenzstrahl mit einer bestimmten Verstimmung gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz in die Cavity geschickt. Wenn dieser transmittiert wird, egal ob Atome in der Cavity gefangen sind oder nicht, dann ist die Cavity resonant mit dieser Verstimmung. Der Referenzstrahl wird mit mehreren Verstimmungen (z.B. $-10\,\mathrm{MHz}$, $-20\,\mathrm{MHz}$, $-30\,\mathrm{MHz}$,...) eingestrahlt. Die auftretenden Transmissionsmaxima markieren die entsprechende Cavityverstimmung (s. Abb. 5.12). Bei allen folgenden spektralen Messungen ist diese Kalibrierung verwendet worden.

5.2.4. Änderung der Leistung des Pumpstrahls

Bei dieser Messung wird nun die Leistung des Pumpstrahls durchfahren. Dieser besitzt eine Verstimmung von $-8\,\mathrm{MHz}$ gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz. Der Referenzstrahl wird dabei nicht in die Cavity eingestrahlt. Die Spannung am blauen PMT beträgt während der gesamten Messung $2,65\,\mathrm{V}$. Daraus ergibt sich mit dem Umrechnungsfaktor, dass ungefähr $2 \cdot 10^6$ Atome in der MOT gefangen sind. Der Piezo wird für diese Messung nicht weiter

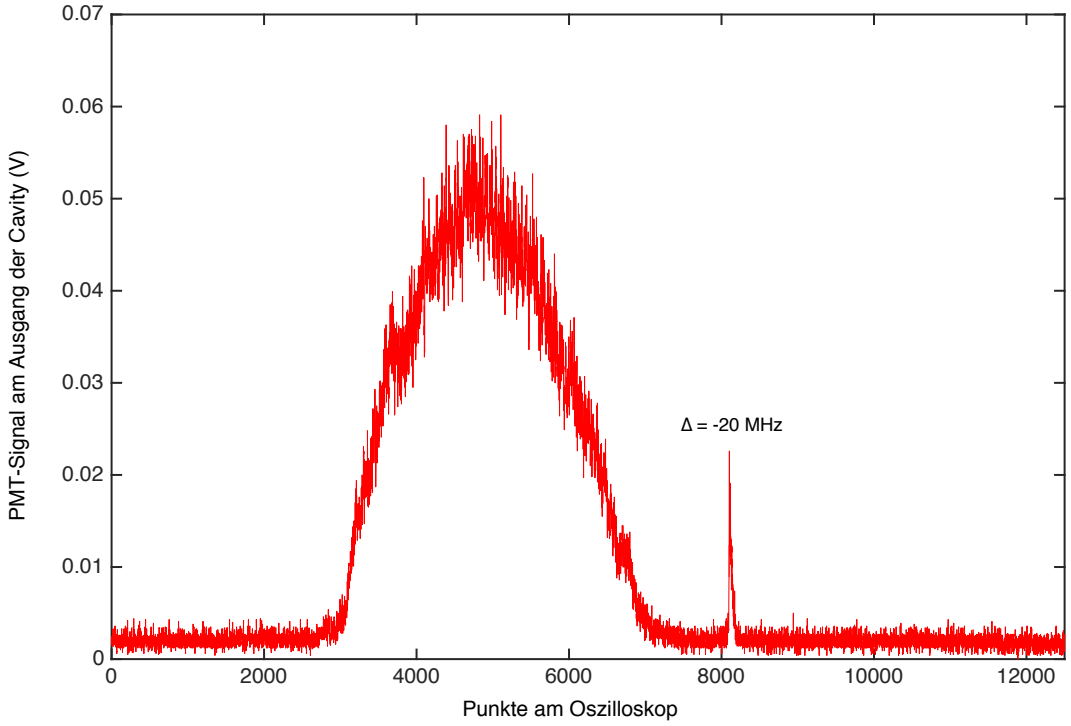


Abbildung 5.12: Beispielhafte Aufnahme zur Kalibrierungsmessung. Der Referenzstrahl ist mittels des AOMs um $-20\,\mathrm{MHz}$ gegenüber der atomaren Übergangsfrequenz verstimmt. Die gemessene Leistung des grünen Lichts am Cavity-Ausgang ist gegen die Punkte am Oszilloskop aufgetragen. An dem Punkt am Oszilloskop, an dem die durch den Referenzstrahl erzeugte Grundmode zu sehen ist, wird das Detuning von $\Delta = -20\,\mathrm{MHz}$ eingetragen.

gescannt, sondern an ihm ist eine konstante Spannung angelegt, so dass sich die Resonanz der Cavity auf dem Maximum des typischen Anregungsspektrums befindet (s. Abb. 5.11). Die Amplitude vom AOM wird linear durchgefahren, so dass die Leistung des Pumpstrahls von $0\,\mathrm{mW}$ auf $7\,\mathrm{mW}$ kontinuierlich zunimmt. Während des Scans der Pumpleistung wird die Lichtleistung am Cavity-Ausgang (grüner PMT) aufgenommen. Parallel dazu werden verschiedene Aufnahmen der Moden, die währenddessen zu sehen sind, gemacht.

Da die Beugungseffizienz des AOMs nicht linear mit der Leistung des Pumpstrahls ist, muss diese während des Amplitudenscans gemessen werden. Dies erfolgt mit Hilfe einer Photodiode, die hinter einem nicht perfekt reflektierenden Spiegel aufgestellt wird und dort die Leistung des Strahls misst. Zur Kalibrierung der Photodiode wird ein Powermeter der Firma Coherent in den eigentlichen Strahlengang gestellt. Für verschiedene Beugungseffizienzen des AOMs werden die Spannung an der Photodiode und die Leistung des Pumpstrahls am Powermeter parallel gemessen. Die Messwerte der beiden Größen werden gegeneinander aufgetragen und linear gefittet (s. Abb. 5.14). Die Steigung des linearen Fits beträgt

$$m = (67 \pm 1)\,\frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{V}}$$

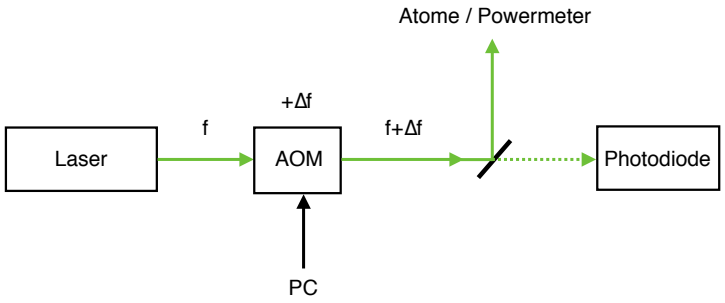


Abbildung 5.13: Hinter einem Spiegel wird eine Photodiode zur Leistungsmessung gestellt. Bevor der Hauptstrahl auf die Atome geht, wird das Signal der Photodiode mit einem Powermeter kalibriert.

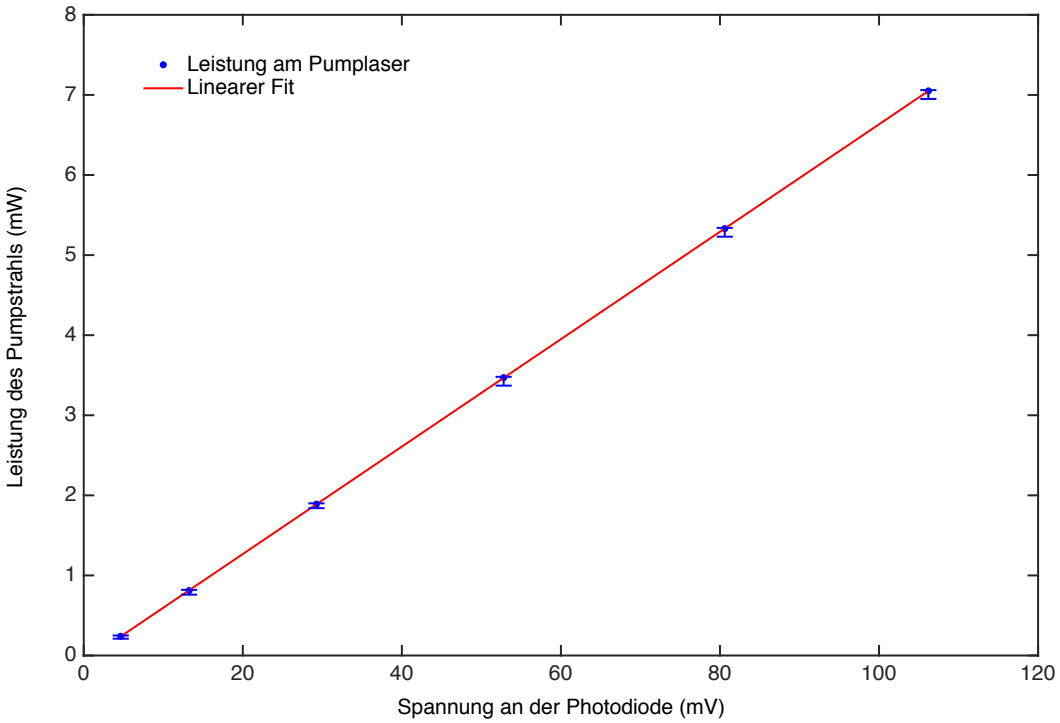


Abbildung 5.14: Die gemessene Pumpleistung ist gegen die gemessene Spannung an der Photodiode aufgetragen. Die Messwerte sind linear angefittet, wobei die Steigung der Umrechnungsfaktor der beiden Größen ist.

und ist der Umrechnungsfaktor zwischen den beiden Größen. Damit wird nun die gemessene Leistung am Cavity-Ausgang gegen die Leistung des Pumpstrahls aufgetragen (s. Abb. 5.15).

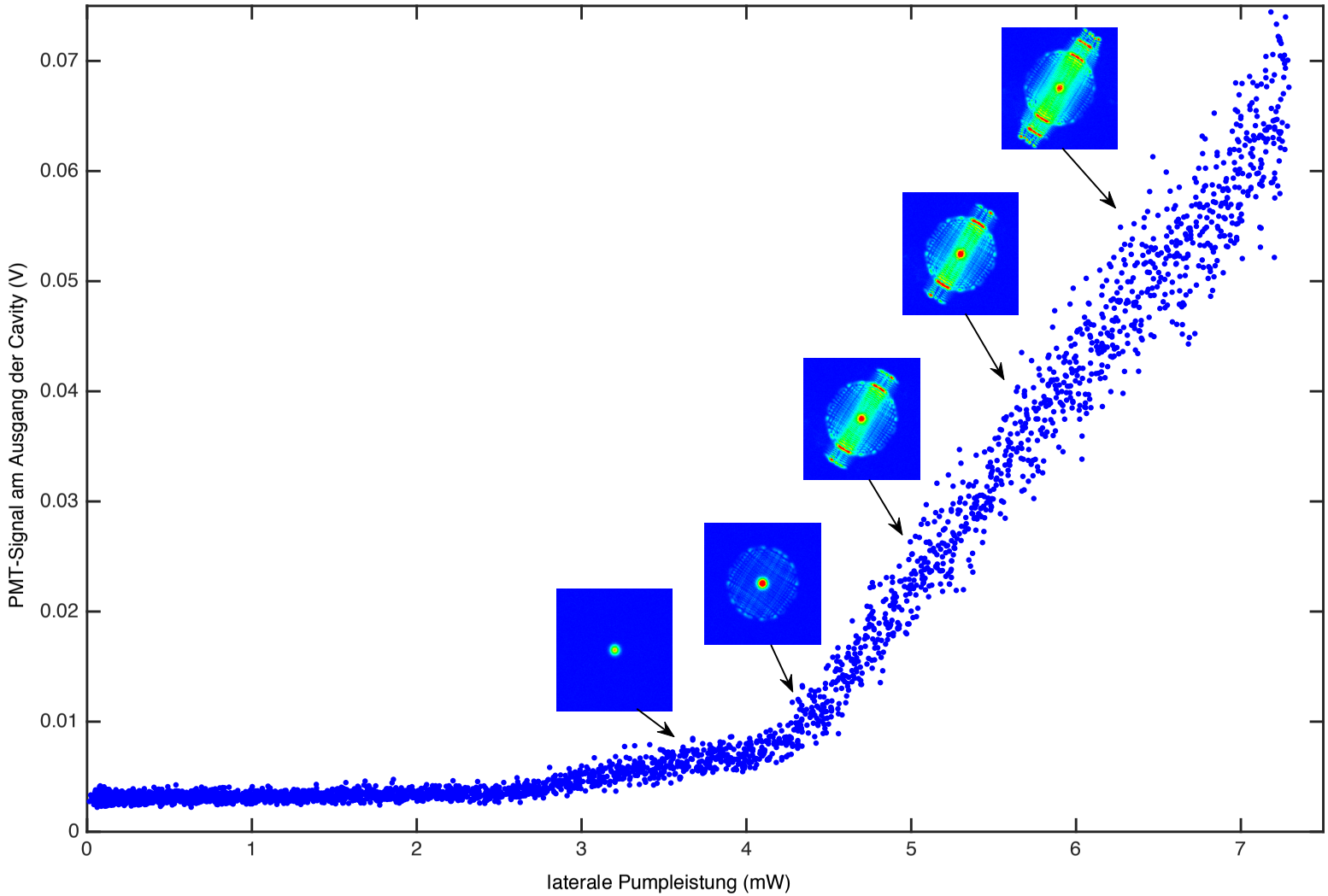


Abbildung 5.15: Die mit dem grünen PMT gemessene Leistung am Cavity-Ausgang ist gegen die Leistung des Pumpstrahls aufgetragen. Zusätzlich wurde ein Teil des grünen Lichts am Cavity-Ausgang auf die CCD-Kamera geleitet. Die parallel aufgenommenen Modenbilder sind bei der Leistung eingezeichnet, bei der sie auftreten. Wir erkennen, dass je höher die Pumpleistung ist, umso mehr transversale Moden höherer Ordnung werden angeregt, die sich überlagern. Erst ab einer Leistung von 3 mW wird genügend grünes Licht in den optischen Resonator gestreut, so dass die Grundmode zu sehen ist. Ab ungefähr $4,2$ mW wird das Streulicht in die Moden höherer Ordnung eingekoppelt, die mit zunehmender Pumpleistung an Intensität gewinnen.

5.2.5. Änderung der Frequenz des Pumpstrahls

Als nächster Parameter wird die Frequenz des Pumpstrahls variiert, um zu untersuchen bei welchen Frequenzen der Streuprozess auftritt. Die Messung wurde zweimal durchgeführt, wobei die zweite Messmethode gegenüber der ersten verbessert wurde.

Bei der ersten Messung wird ausschließlich der Pumpstrahl auf die Atomwolke geschickt. Die Cavity wird mit Hilfe einer angelegten Dreiecksspannung von 59 V - 85, 7 V am Piezo mit kleinem Hub verstimmt. Der blaue PMT zeigt dabei ein Spannungssignal von 1, 3 V an, was einer Anzahl von ungefähr einer Million Atome in der MOT entspricht. Der Pumpstrahl wird gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz rot- und blauverstimmt. Da im Bereich der Blauverstimmung kein Spannungssignal am grünen PMT zu beobachten ist, sondern erst ab einer Rotverstimmung von -4 MHz, wird die Verstimmung des Pumpstrahls mit einer Schrittweite von 1 MHz von -4 MHz bis -12 MHz am AOM eingestellt. Am Oszilloskop werden solche Kurven, wie bereits in Abbildung 5.11 gezeigt, für die verschiedenen Frequenzen des Pumpstrahls aufgenommen. Bei den Kurven ist die mit Hilfe des grünen PMTs aufgenommene Leistung am Cavity-Ausgang gegen die Frequenz der Cavity aufgetragen. Da diese Messung eine der ersten am Atom-Cavity-System war und die Kalibrierungsmessung mittels des AOMs erst danach entwickelt wurde, wurde zur Umrechnung der gemessenen Spannung am Piezo mit kleinem Hub in die Frequenz der Cavity der bereits ermittelte konstante Umrechnungsfaktor (s. Kapitel 5.1.2.) verwendet. Zusätzlich zu den Kurven wurden für jede eingestellte Frequenz jeweils die dazugehörigen Modenbilder mit Hilfe der CCD-Kamera aufgenommen. In Abbildung 5.16 sind nun die Kurven für die verschiedenen Verstimmungen des Pumpstrahls gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz aufgetragen.

Zuerst haben wir bereits während der Messung festgestellt, dass ausschließlich in einem Bereich von -4 MHz bis -12 MHz Verstimmung überhaupt grünes Licht in den optischen Resonator gestreut wird. Die Leistung des grünen Lichts am Ausgang der Cavity steigt mit betragsmäßig zunehmender Verstimmung des Pumplasers an und nimmt dann ab der Verstimmung von -8 MHz wieder bis auf null ab. Anhand der Breite der Kurven, die bei -8 MHz Verstimmung mit $28, 5$ MHz maximal ist und den dazugehörigen Modenbildern lässt sich feststellen, dass nur transversale Moden höherer Ordnung unmittelbar neben der Grundmode von dem Streulicht angeregt werden. Das sind die Moden mit der Summe $(n + m) = 0, 37, 111, 148, \ldots$, die jeweils einen Abstand von $6, 9$ MHz voneinander haben. Die nächstgelegene Resonatormode niedriger Ordnung (TEM_3-Mode) besitzt einen Abstand von $85, 4$ MHz zur Grundmode und ist innerhalb unseres Scans nicht zu sehen (s. Abb. 5.9).

Aufgrund von Unzulänglichkeiten des Piezos wollen wir uns nicht auf die bereits ermittelte Umrechnung verlassen. Daher wurde die Messung zu einem späteren Zeitpunkt mit der bereits in Kapitel 5.2.3. beschriebenen Kalibrierung des Cavity-Scans wiederholt. Mit dieser

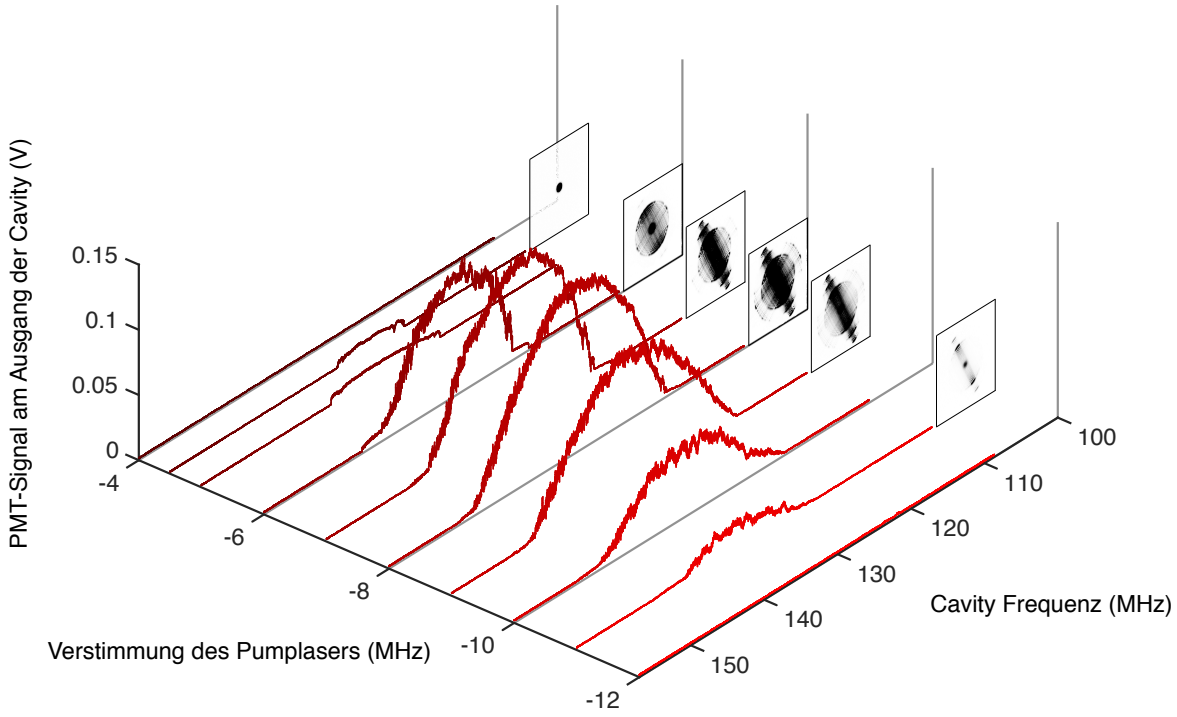


Abbildung 5.16: Die Leistung des grünen Lichts am Cavity-Ausgang (grüner PMT) ist gegen die Verstimmung des Pumpstrahls und die Frequenz der Cavity aufgetragen. Dabei ist die Verstimmung des Pumpstrahls in Bezug zur atomaren Resonanz angegeben. Zu einigen Verstimmungswerten, bei denen sich die Modenbilder signifikant gegenüber der nächsten Einstellung ändern, sind die dazugehörigen Bilder in dem Diagramm hinzugefügt. Die Kurven sind mit zunehmender Rotverstimmung intensiver rot dargestellt.

Kalibrierung ist es außerdem möglich den Drift des Resonators zu kompensieren, indem sie als Referenzpunkt verwendet wird. Desweiteren werden die Einstellungen der MOT-Strahlen in der Zwischenzeit verbessert, so dass nun knapp zwei Millionen Atome in der MOT gefangen werden. Die Tatsache, dass sich das Atom-Cavity-System gegenüber der ersten Messung verändert hat, ändert die Messergebnisse deutlich. Im Gegensatz zu vorher ist jetzt auch ein Signal für blauverstimmtes Pumplicht zu messen. Aus diesem Grund wird der Pumpstrahl bei dieser Messung mit einer Schrittweite von 1 MHz zwischen -9 MHz und 9 MHz gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz verstimmt. Für jede Einstellung wird wieder die Leistung am Cavity-Ausgang mit Hilfe des Oszilloskops und die dazugehörigen Modenbilder mit Hilfe der CCD-Kamera aufgezeichnet. Diese Modenbilder sind in Abbildung 5.17 zu sehen.

Um das langsame Driften des Resonators herauszurechnen, wird nach der letzten aufgenommenen Kurve nochmals die erste aufgenommen, an der die Kalibrierungsmessung durchgeführt wird. Aus diesem Vergleich der an sich identischen Kurven am Anfang und am Ende der Messung kann der Gesamtdrift der Cavity während der Messung abgelesen werden.

Wir nehmen an, dass der Resonator linear driftet. Daher wird die Verschiebung der beiden Kurven durch die Anzahl der in der Zwischenzeit aufgenommenen Kurven geteilt und gleichmäßig auf diese verteilt.

Der Vergleich der beiden soeben vorgestellten Messungen zeigt einige Gemeinsamkeiten jedoch auch gravierende Unterschiede. Der größte Unterschied ist, dass lediglich bei der zweiten Messung ein Signal für blauverstimmtes Pumplicht existiert. Im rotverstimmten Bereich sind die Breite und Höhe der Intensitätspeaks annäherungsweise gleich. Der breiteste Peak bei der ersten Messung besitzt eine Breite von $28,5\,\mathrm{MHz}$ und der der zweiten Messung $30\,\mathrm{MHz}$. Dabei ist zu beachten, dass die Achsen des Cavity-Scans nicht direkt verglichen werden können. Bei beiden können ausschließlich Frequenzabstände abgelesen werden, die dann in Relation zueinander gesetzt werden können. Ingesamt haben sich die Intensitätspeaks hinsichtlich der Verstimmung des Pumpstrahls verschoben. Während das Maximum bei der ersten Messung bei einer Pumpverstimmung von $-8\,\mathrm{MHz}$ erscheint, liegt dieses bei der zweiten bei $-5\,\mathrm{MHz}$ Pumpverstimmung.

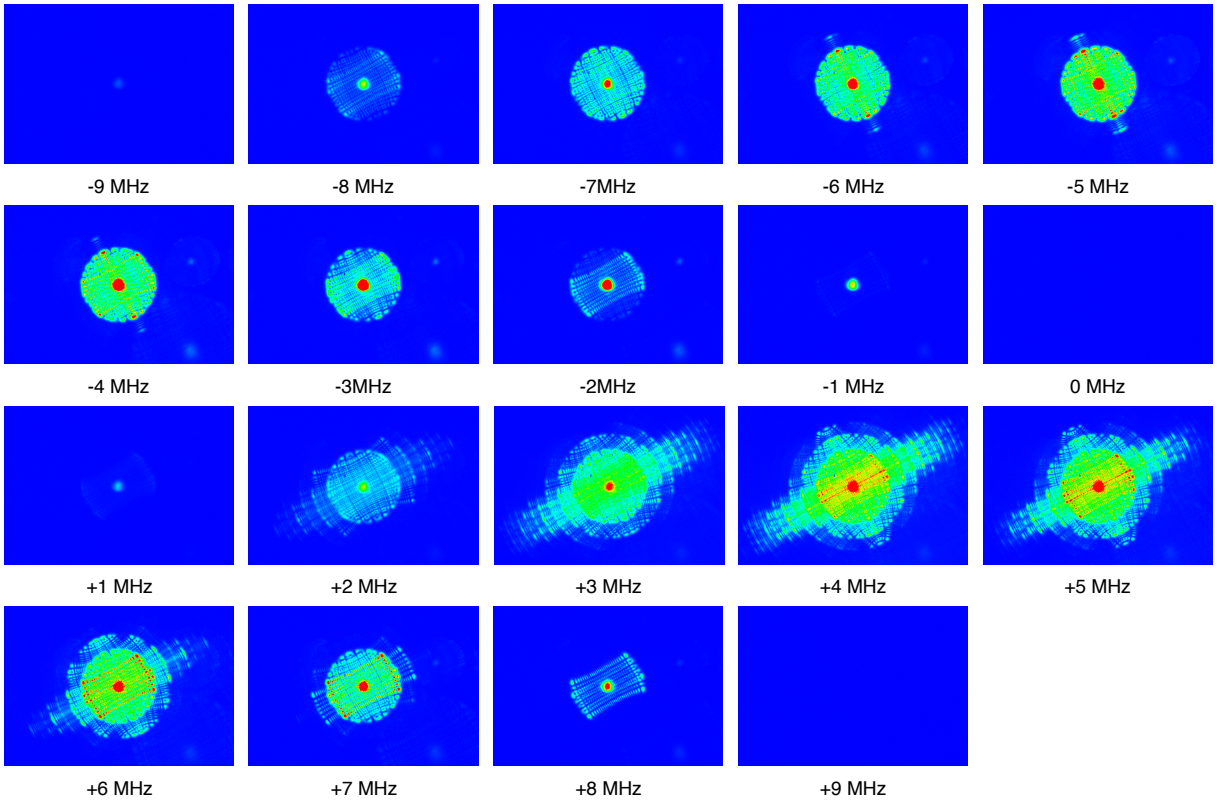


Abbildung 5.17: Aufgenommene Modenbilder zu den verschiedenen Verstimmungen des Pumpstrahls.

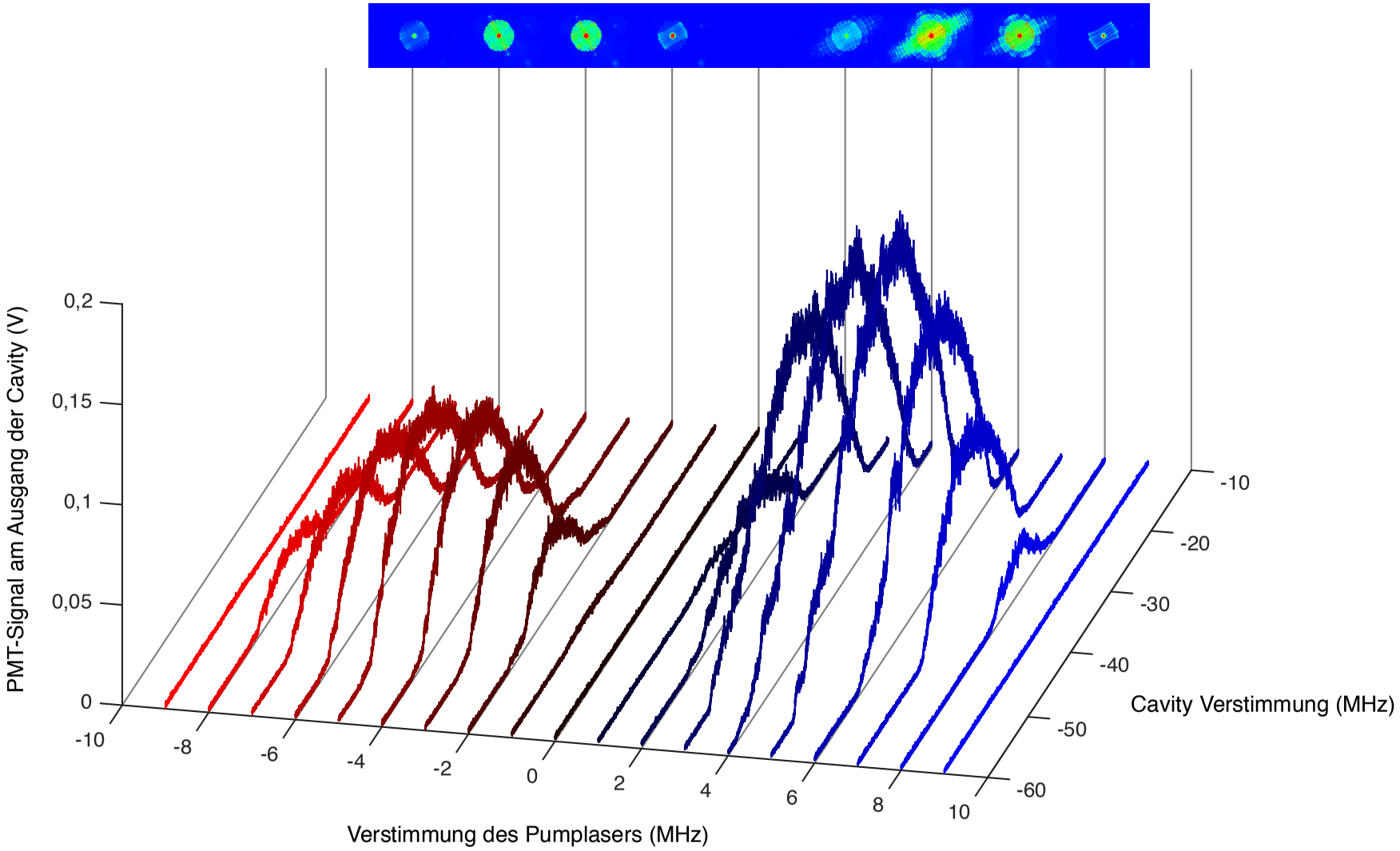


Abbildung 5.18: Wie in Abbildung 5.16 ist hier die gemessene Leistung des grünen Lichts aus der Cavity für die verschiedenen Verstimmungen des Pumpstrahls sowie der Cavity aufgetragen. Dabei ist die Verstimmung der Cavity diesmal auch in Bezug zur atomaren Resonanzfrequenz dargestellt. Zu jeder zweiten Kurve ist das dazugehörige Modenbild abgebildet.

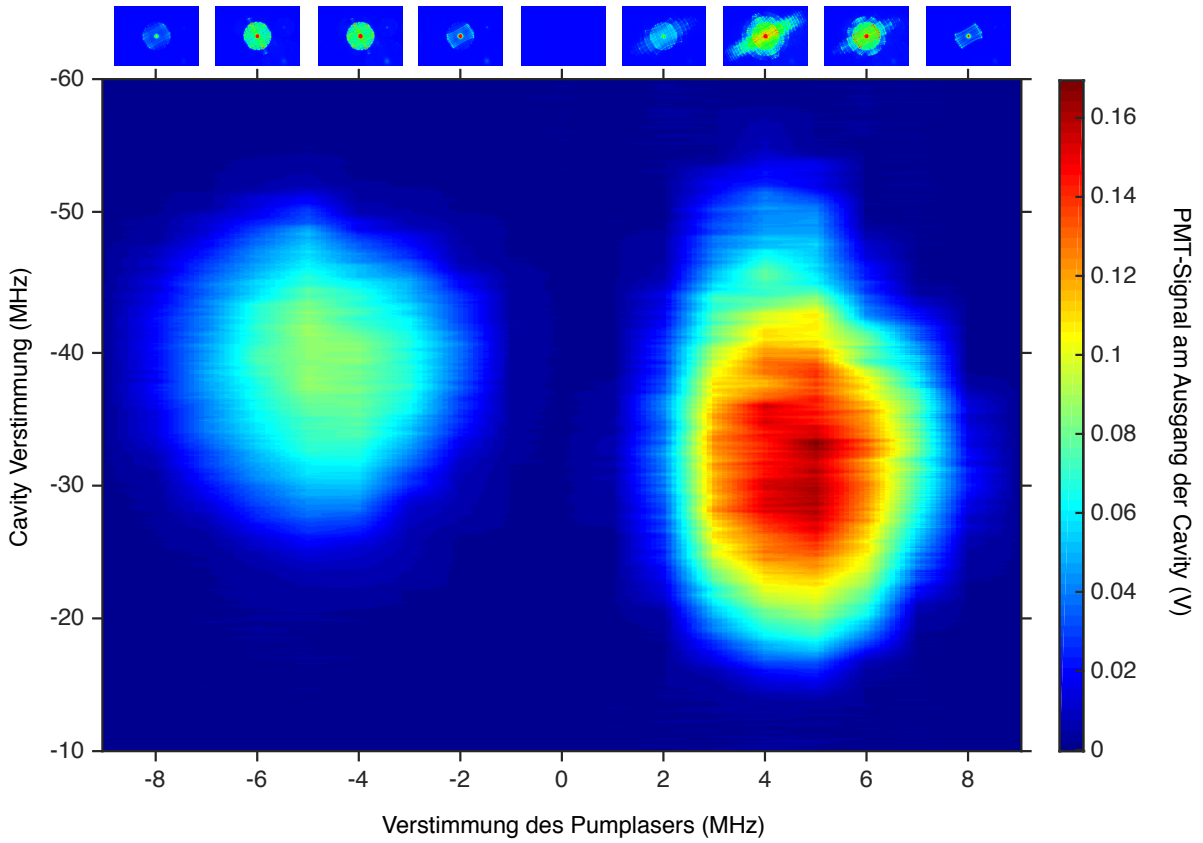


Abbildung 5.19: Blick von oben auf das 3D-Diagramm der Abbildung 5.18. Die Verstimmung der Cavity ist gegen die Verstimmung des Pumpstrahls aufgetragen und die am grünen PMT gemessene Leistung am Ausgang der Cavity wird mit Hilfe der Farbskala dargestellt. Zur Orientierung sind die dazugehörigen Modenbilder wieder zu jeder zweiten Verstimmung abgebildet.

Zusätzlich zu Abbildung 5.18 wurde mit den gleichen Daten eine Abbildung mit Blick von oben erzeugt (s. Abb. 5.19). Damit ist ein besserer Vergleich des rot- und blauverstimmten Bereichs möglich. Die Messdaten wurden bei dieser Darstellung mittels Matlab interpoliert und geglättet. Außerdem sind die Kurven angesichts des Cavity-Drifts analog zum 3D-Diagramm verschoben. Hier schauen wir von oben auf das 3D-Diagramm und die Farbskala gibt die Höhe der Intensitätspeaks an. Daraus ist leicht abzulesen, dass die Peaks im blauverstimmten Bereich breiter sind. Im Bereich der Blauverstimmung besitzen diese eine Breite von 40 MHz, im Bereich der Rotverstimmung lediglich 30 MHz. Außerdem werden innerhalb der Blauverstimmung des Pumpstrahls mehr transversale Moden angeregt, was anhand der parallel aufgenommenen Modenbilder (s. Abb. 5.17) zu sehen ist. Die Moden in diesem Bereich weisen mehr Ringe auf. Jeder dieser Ringe bedeutet eine höhere transversale Mode mit der Summe $(n+m) = 37, 74, 111, 148, ...$, die unmittelbar neben der Grundmode liegt. Die Ringe entstehen aufgrund der Überlagerung der verschiedenen Moden, die insgesamt die gleiche Summe $(n+m)$ besitzen. Desweiteren stellen wir fest, dass eine gewisse Symmetrie bezüglich der Pumpverstimmung besteht. Zwischen -2 und -8 MHz, sowie zwi-

schen +2 und +8 MHz Verstimmung existieren überhaupt Signale, und die Maxima treten bei einer Verstimmung von ±5 MHz auf. Allerdings ist der blauverstimmte Teil intensiver und um ca. +10 MHz auf der Cavity-Achse verschoben. Man kann vermuten, dass ein bevorzugter Frequenzversatz zwischen Anregung und in die Cavity gestreutem Licht, von circa −35 MHz besteht: Die Maxima der beiden Streuspektren liegen circa bei $(+5, -30)$ MHz und $(-5, -40)$ MHz, haben also beide einen Unterschied von −35 MHz zwischen angeregtem und gestreutem Licht. Das könnte ein Hinweis darauf sein, dass die Verstimmung der blauen MOT-Strahlen von −30 MHz eine Rolle bei dem Streuprozess spielt.

5.2.6. Änderung der Atomanzahl

Wir widmen uns nun dem Einfluss den die Atomanzahl auf die beobachteten Effekte hat. Dazu wird die Anzahl der gefangenen Atome innerhalb des optischen Resonators verändert. Beide Laserstrahlen, der Referenzstrahl und der Pumpstrahl werden in die Cavity geschickt. Dabei wird der Referenzstrahl auf der atomaren Resonanzfrequenz gehalten (Verstimmung $\Delta = 0$ MHz) und der Pumpstrahl wird um $\Delta = -8$ MHz rotverstimmt, da bei dieser Verstimmung im vorherigen Versuchsteil Licht aus der Cavity beobachtet wurde (s. Abb. 5.16). Der optische Resonator wird mit Hilfe des Piezos mit kleinem Hub in einem kleinen Bereich um die Grundmode gescannt. Durch Drehen an einer Blende, welche sich hinter dem Yb-Ofen befindet, kann die Anzahl der Atome im Atomstrahl und damit auch der gefangenen Atome in der MOT verändert werden. Die Leistung des grünen Lichts am Ausgang der Cavity (grüner PMT) und des blauen MOT-Streulichts (blauer PMT) werden am Oszilloskop für elf verschiedene Einstellungen der Blende zwischen ganz zu und ganz offen aufgenommen. In Abbildung 5.20 sind nun die Messergebnisse in einem 3D-Diagramm dargestellt. Zuerst ist wieder die Leistung des grünen Lichts am Cavity-Ausgang gegen die Verstimmung der Cavity bezüglich der atomaren Resonanz aufgetragen. Der Cavity-Scan ist dabei wieder mit Hilfe der in Kapitel 5.2.3. beschriebenen Kalibrierungsmessung ermittelt worden. Die Kurven sind dann gegen die Anzahl der gefangenen Atome in der MOT aufgetragen. Diese wurden mittels des am blauen PMTs aufgezeichneten MOT-Streulichts und dem Umrechnungsfaktor (s. Anhang B) errechnet. In dem 3D-Diagramm ist zu sehen, dass bis zu einer Anzahl von ca. 700.000 Atomen in der Cavity ausschließlich der axiale Referenzstrahl bei $\Delta = 0$ MHz zu sehen ist. Der laterale Pumpstrahl strahlt durch die Atomwolke hindurch, bzw. das gestreute Licht reicht nicht aus um Resonatormoden anzuregen. Ab einer Atomanzahl von ungefähr 700.000 wird der Referenzstrahl vollständig von den Atomen absorbiert und die Atome streuen genügend Licht des Pumpstrahls in die Cavity, so dass nun Resonatormoden angeregt werden. Mit zunehmender Atomanzahl wächst die Leistung am Cavity-Ausgang. Daraus folgt, dass je mehr Atome in der MOT gefangen werden, umso mehr Licht des Pumpstrahls wird an diesen gestreut und koppelt an die Resonatormoden. Das

gestreute Licht der Atome ist um $-40\,\mathrm{MHz}$ rot verschoben gegenüber dem Referenzstrahl bei der atomaren Resonanz. Außerdem gilt, je mehr Atome in der Cavity gefangen werden, umso mehr transversale Moden höherer Ordnung werden angeregt. Zuerst erscheint nur die TEM_{00}-Mode, dann Schritt für Schritt höhere Moden. Die höheren Moden sind wieder diese, die in der leeren Cavity unmittelbar neben der TEM_{00} liegen (TEM_{37}, TEM_{74}, TEM_{111},...) und sich wie im vorherigen Versuch zu einem breiten Peak überlagern.

Wie im vorangegangenen Kapitel wird auch hier eine Messung zu dem späteren Zeitpunkt ausgeführt. Das Ziel dieser Messung ist nun ein Querschnitt des 3D-Diagramms (s. Abb.5.20) entlang der anderen Achse (kontinuierlich steigende Atomanzahl) zu erhalten. Die Verstimmung des Pumpstrahls, bei der am meisten grünes Licht in die Cavity gestreut wird, ist nun wieder bei $\pm 5\,\mathrm{MHz}$ (s. Abb. 5.18). Deshalb wird ein Schnitt bei $5\,\mathrm{MHz}$ Blauverstimmung und bei $-5\,\mathrm{MHz}$ Rotverstimmung des Pumpstrahls aufgenommen. Die Piezos werden nicht gescannt, sondern die Cavityverstimmung wird auf maximales Signal gestellt und dort gelassen. Dazu wird die Blende im Atomstrahl langsam von Hand verstellt und so die Anzahl der Atome im Resonator mehrmals hoch und runter gefahren. Währenddessen wird die Leistung am Cavity-Ausgang (grüner PMT) und die Atomanzahl (MOT-Streulicht am blauen PMT) am Oszilloskop aufgezeichnet. Die gemessenen Spannungssignale der beiden PMTs werden gegeneinander aufgetragen, wobei das Signal des blauen PMTs wiederrum zuerst in die Anzahl der Atome umgerechnet wird. Die beiden Querschnitte sind in Abbildung 5.21 dargestellt.

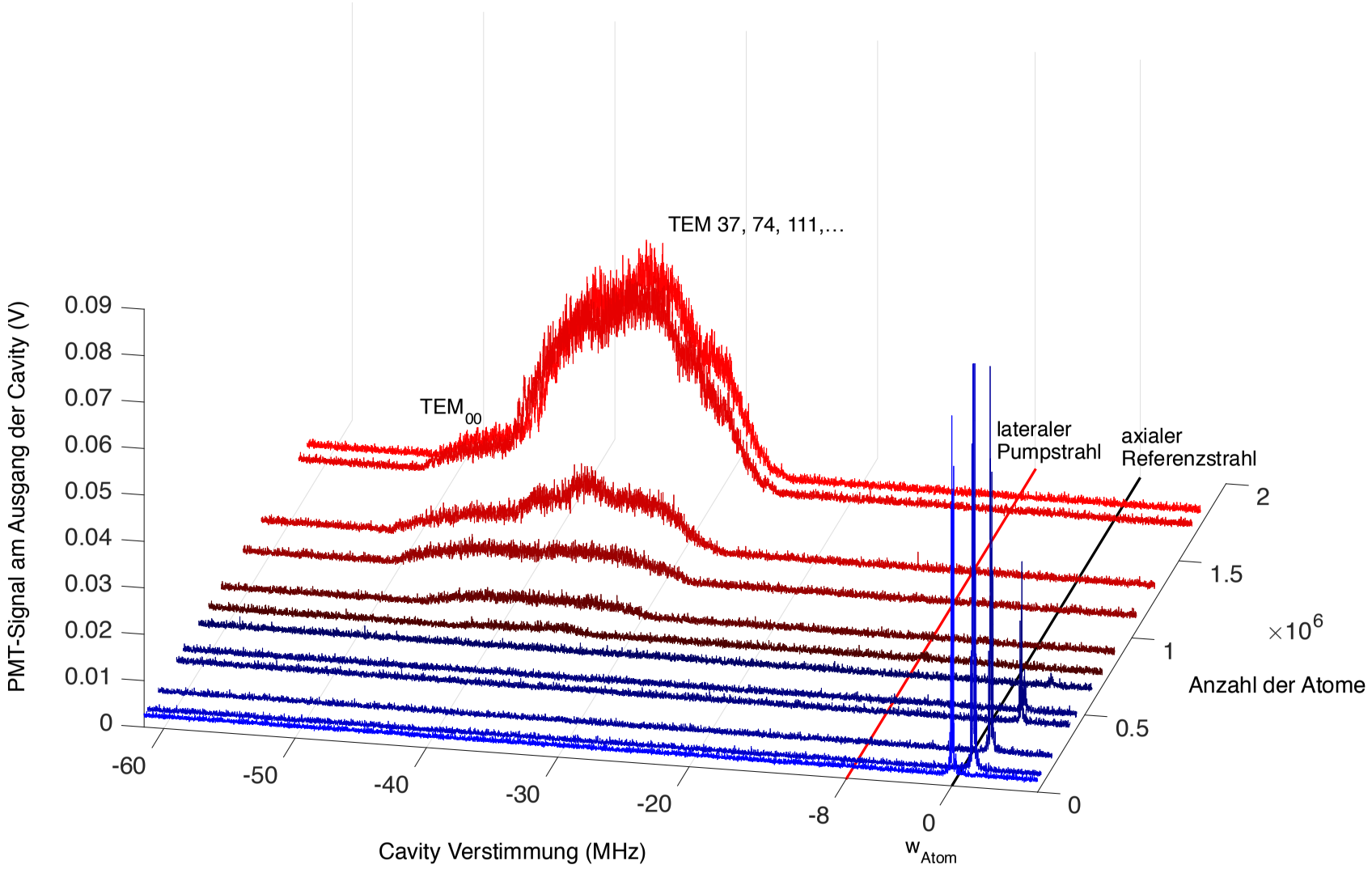


Abbildung 5.20: Hier ist die Leistung des grünen Lichts am Ausgang der Cavity gegen die Verstimmung der Cavity bezüglich der atomaren Resonanz und gegen die Atomanzahl aufgetragen. Zusätzlich sind der axiale Referenzstrahl (schwarze Linie) bei 0 MHz Verstimmung und der laterale Pumpstrahl (rote Linie) bei −8 MHz Verstimmung in dem Diagramm eingezeichnet. Außerdem sind die angeregten Moden gekennzeichnet.

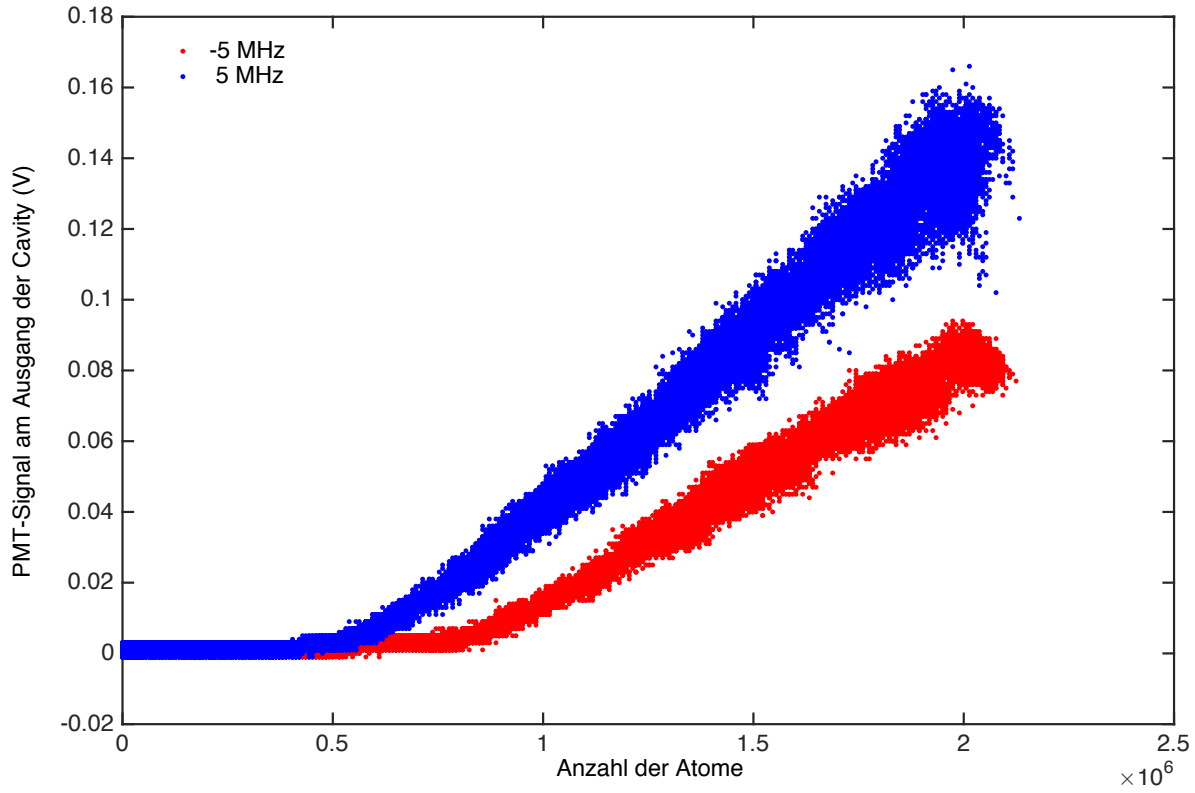


Abbildung 5.21: Die Leistung am Cavity-Ausgang (PMT-Spannung) ist gegen die Anzahl der gefangenen Atome in der Cavity aufgetragen, wobei der Pumplaser einmal um $-5\,\mathrm{MHz}$ (rote Kurve) rotverstimmt ist und einmal um $5\,\mathrm{MHz}$ (blaue Kurve) blauverstimmt.

Einerseits wird hier die Diskrepanz zwischen den beiden Verstimmungen des Pumpstrahls verdeutlicht. Wie in Abbildung 5.19 zu sehen ist, ist die Intensität der angeregten Moden bei der Blauverstimmung höher als bei der Rotverstimmung. Andererseits bekräftigt das Ergebnis dieser Messung nochmals die Beobachtung des 3D-Diagramms (s. Abb. 5.20). Je mehr Atome im Zentrum des Resonators gefangen sind, umso mehr grünes Licht wird aus diesem emittiert. Da wir während der Änderung der Frequenz des Pumplasers auch im Bereich der Blauverstimmung ein Signal beobachten und sich die Anzahl der gefangenen Atome gegenüber der ersten Messreihe verdoppelt hat, hatten wir die Vermutung, dass dies an der Atomanzahl liegt. Jedoch erkennen wir in dieser Abbildung, dass das Signal im Bereich der Blauverstimmung bei einer geringeren Atomanzahl eintritt. Das bedeutet, bei blauverstimmten Licht hängt das Signal zusätzlich von anderen Faktoren ab, die allerdings nicht vollständig identifiziert werden konnten.

6. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ein Atom-Cavity-System untersucht, bei dem eine Yb-Atomwolke innerhalb eines optischen Resonators gefangen und mit einem Pumpstrahl von der Seite angeregt wurde. Dabei ist für bestimmte Parametereinstellungen des Pumplichts und der Cavity eine Streuung in die Cavitymoden zu beobachten. Das Ziel dieser Arbeit war es die Parameter, die eine solche Streuung ermöglichen, systematisch zu erfassen. Es wurde das Zusammenspiel der drei Parameter Atomanzahl in der MOT, Verstimmung und Leistung des seitlich in den Resonator eingestrahlten Pumplasers untersucht. Dazu wurde immer ein Parameter durchgefahren, während die beiden anderen auf solche Werte fest eingestellt wurden, dass Licht in die Cavity gestreut wird.

Dabei haben wir festgestellt, dass erst ab einer Anzahl von ungefähr 700.000 Atomen in der MOT und ab einer Leistung von 3 mW des seitlichen Pumpstrahls Licht aus der Cavity austritt. Mit zunehmender Atomanzahl und Pumpleistung nimmt die Leistung des Lichts am Cavity-Ausgang zu. Mit Hilfe der CCD-Aufnahmen beobachteten wir, dass die Atome bei zunehmender Atomanzahl und Pumpleistung mehr Laserlicht in die Resonatormoden höherer Ordnung streuen, wobei bei den Minimalwerten vorerst nur die Grundmode angeregt wird. Bei dem dritten Parameter, der Verstimmung der Frequenz des Pumpstrahls gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz, wird in einem Bereich von $+2$ MHz bis $+8$ MHz und -2 MHz bis -8 MHz eine Lichtleistung am Cavity-Ausgang gemessen. Dabei liegen die Maxima bei einer Verstimmung von ± 5 MHz. Allerdings sind die Werte nur eingeschränkt zuverlässig, denn bei einer vorherigen Messung war der Bereich um -3 MHz aus uns unbekannten Gründen verschoben und bei Blauverstimmung existierte kein Signal. Offensichtlich besteht diesbezüglich noch weiterer Untersuchungsbedarf.

7. Literaturverzeichnis

[1] N. Hodgson und H. Weber, *Laser Resonators and Beam Propagation: Fundamentals, Advanced Concepts and Applications*. Springer, 2005.

[2] B. E. A. Saleh und M. C. Teich, *Fundamentals of photonics*. Wiley Interscience, 2007.

[3] J. Eichler und H. J. Eichler, *Laser:Bauformen, Strahlführung, Anwendungen*. Springer, 2006.

[4] A. E. Siegman, *Lasers*. University Science Books, 1986.

[5] M. A. Bandres und J. C. Gutiérrez-Vega, "Ince–gaussian modes of the paraxial wave equation and stable resonators", *JOSA A*, Bd. 21, Nr. 5, S. 873–880, 2004.

[6] A. Wickenbrock, P. Phoonthong und F. Renzoni, "Collective strong coupling in a lossy optical cavity", *Journal of Modern Optics*, Bd. 58, Nr. 15, S. 1310–1316, 2011.

[7] M. Fox, *Quantum Optics: An Introduction*. Oxford University Press, 2006.

[8] A. Predojević und M. W. Mitchell, *Engineering the Atom-Photon-Interaction: Controlling Fundamental Processes with Photons, Atoms and Solids*, Ser. Nano-Optics and Nanophotonics. 2015.

[9] H. J. Metcalf, *Laser Cooling and Trapping*. Springer-Verlag New York, 1999.

[10] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl und T. Esslinger, "Hybrid apparatus for bose-einstein condensation and cavity quantum electrodynamics: Single atom detection in quantum degenerate gases", *Review of scientific instruments*, Bd. 77, Nr. 6, S. 063 118, 2006.

[11] J. Ye, D. W. Vernooy und H. J. Kimble, "Trapping of single atoms in cavity QED", *Physical Review Letters*, Bd. 83, Nr. 24, S. 4987, 1999.

[12] F. Brennecke, T. Donner, S. Ritter, T. Bourdel, M. Köhl und T. Esslinger, "Cavity QED with a bose–einstein condensate", *Nature*, Bd. 450, Nr. 7167, S. 268–271, 2007.

[13] A. Wickenbrock, M. Hemmerling, G. R. M. Robb, C. Emary und F. Renzoni, "Collective strong coupling in multimode cavity QED", *Physical Review A*, Bd. 87, Nr. 4, S. 043 817, 2013.

[14] H. W. Chan, A. T. Black und V. Vuletić, "Observation of collective-emission-induced cooling of atoms in an optical cavity", *Physical review letters*, Bd. 90, Nr. 6, S. 063 003, 2003.

[15] A. T. Black, H. W. Chan und V. Vuletić, "Self-organization of atomic samples in resonators and collective light forces", in *Laser Spectroscopy*, Bd. 1, 2004, S. 345–352.

[16] P. Domokos und H. Ritsch, “Collective cooling and self-organization of atoms in a cavity”, *Physical review letters*, Bd. 89, Nr. 25, S. 253 003, 2002.

[17] B. Nagorny, T. Elsässer, H. Richter, A. Hemmerich, D. Kruse, C. Zimmermann und P. Courteille, “Optical lattice in a high-finesse ring resonator”, *Physical Review A*, Bd. 67, Nr. 3, S. 031 401, 2003.

[18] D. Kruse, M. Ruder, J. Benhelm, C. Von Cube, C. Zimmermann, P. W. Courteille, T. Elsässer, B. Nagorny und A. Hemmerich, “Cold atoms in a high-Q ring cavity”, *Physical Review A*, Bd. 67, Nr. 5, S. 051 802, 2003.

[19] R. Maruyama, “Optical trapping of ytterbium atoms”, Diss., University of Washington, 2003.

[20] J. Lillig, “Aufbau einer magneto-optischen Falle für Ytterbium”, Diplomarbeit, Universität des Saarlandes, 2012.

[21] K. L. Corwin, Z. T. Lu, C. F. Hand, R. J. Epstein und C. E. Wieman, “Frequency-stabilized diode laser with the zeeman shift in an atomic vapor”, *Applied Optics*, Bd. 37, Nr. 15, S. 3295–3298, 1998.

[22] *Photosensor modules h9306/h9307 series*, Hamamatsu Photonics K.K., 12. Mai 2016. Adresse: `http://www.hamamatsu.com/resources/pdf/etd/H9306_H9307_TPMO1069E.pdf`.

A. Piezounabhängige Messung des freien Spektralbereichs unserer Cavity

Zur Überprüfung des angegebenen Werts von $3,162\,\mathrm{GHz}$, wird eine zusätzliche piezounabhängige Messung des FSRs durchgeführt. Um einen Einfluss des Piezos mit großem Hub und insbesondere seiner Nichtlinearität auszuschließen, wird dieser kurzgeschlossen. Die Resonatorlänge bleibt somit konstant. Stattdessen wird die Frequenz des Referenzstrahls geändert. Der Piezo mit kleinem Hub wird verwendet um einen minimalen Bereich zu scannen. Die Einstellungen an diesem bleiben jedoch während der gesamten Messung gleich und haben somit keine Auswirkungen auf unsere Messung. Die Frequenz des Referenzstrahls wird über die Temperatur direkt am Laser geändert. Zusätzlich ist es möglich genauere Einstellungen der Wellenlänge, bzw. der Frequenz mit Hilfe des im Laser verbauten Piezos zu machen. Die Modenbilder und die dazugehörigen Intensitätspeaks werden wieder über die CCD-Kamera, bzw. das Oszilloskop angezeigt. Die Wellenlänge des Lasers wird mit Hilfe eines Wavemeters beobachtet und bei Erreichen jeder $\mathrm{TEM}_{0,0}$ Mode notiert. Dabei muss beachtet werden, dass die Wellenlänge des Fundamentallasers ausgelesen wird, während das frequenzverdoppelte Licht bei der halben Wellenlänge (566 nm) für die Cavity benutzt wird. Diese Messung ist viel genauer als mittels der Piezos, da das Wavemeter die Wellenlänge bis auf die vierte Nachkommastelle genau angibt. Das Auflösevermögen beträgt laut Hersteller 10 MHz. Das entspricht $0,00004\,\mathrm{nm}$ bei 1111 nm, d.h. die vierte Stelle ist noch vertrauenswürdig. Außerdem wird über fünf freie Spektralbereiche gemittelt. Bei dieser Messung wird folgendermaßen vorgegangen: Zuerst wird eine Grundmode $\mathrm{TEM}_{0,0}$ durch Änderung der Temperatur am Laser gesucht und die Wellenlänge notiert. Dann wird die nächste Grundmode mit der CCD-Kamera gesucht, indem die Temperatur am Laser langsam verringert wird und bei Erreichen der nächsten Grundmode wird die entsprechende Wellenlänge notiert. Es werden vier weitere Wellenlängen bei den nächsten Grundmoden aufgeschrieben. Die Messdaten sind in Abbildung A.1 dargestellt. Zur Berechnung des FSRs aus diesen Daten wird die Be-

Anzahl Grundmode i	Wellenlänge λ_i (nm)	Temperatur am Laser (°C)
1	1111,29915	40,524
2	1111,29269	40,344
3	1111,28624	40,110
4	1111,27978	39,871
5	1111,27333	39,640
6	1111,26689	39,404

Abbildung A.1: Tabelle mit den Messdaten des freien Spektralbereichs

ziehung $\nu = \frac{c}{\lambda}$ zwischen Frequenz und Wellenlänge verwendet. Da es sich um Wellenlängen-

und Frequenzänderungen, handelt ergibt sich für die Frequenzänderung, bzw. den freien Spektralbereich ν_{FSR} folgende Formel:

$$\Delta\nu_i = \nu_{FSR} = 2c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_{i+1}} \right),$$

wobei λ jeweils immer die i-te Wellenlänge und $\Delta\lambda$ die Differenz zwischen der i- und (i+1)-ten Wellenlänge ist. Die Formel enthält den Faktor 2, da das verwendete grüne Licht das frequenzverdoppelte des gemessenen Fundamentallasers ist. Die berechneten Werte sind in Abbildung A.2 zu sehen.

$\Delta\lambda_{i,i+1} = \lambda_i - \lambda_{i+1}$ (nm)	$\Delta\nu_{i,i+1} = \nu_{FSR}$ (GHz)
0,00646	3,1385
0,00645	3,1336
0,00646	3,1385
0,00645	3,1336
0,00644	3,1289

Abbildung A.2: Berechnete Wellenlängendifferenzen und freie Spektralbereiche

Aus den fünf freien Spektralbereichen ergibt sich ein Mittelwert von $3,135\,\mathrm{GHz}$ und eine Standardabweichung von $4\,\mathrm{MHz}$. Dieser Wert entspricht mit einer Abweichung von $0,86\,\%$ dem angegebenen Wert, der von meinen Vorgängern bestimmt wurde.

B. Umrechnung des MOT-Streulichts in die Anzahl der gefangenen Atome

In Kapitel 5.2.1. wurde bereits erwähnt, dass das Signal des blauen Photomultipliers ein Maß für die Atomanzahl ist. Bei der Umrechnung der gemessenen Spannung in die Anzahl der gefangenen Atome müssen mehrere Faktoren beachtet werden. Zuerst ist es wichtig, dass der Photomultiplier lediglich einen kleinen Teil des kompletten Raumwinkels abdeckt, während die Atome bei spontaner Emission isotrop in den Raum streuen. Daher wird nur ein Bruchteil der Intensität des blauen MOT-Streulichts am PMT gemessen. Außerdem geht durch die Bauteile zwischen dem gestreuten Licht der Atome und dem Photomultiplier zusätzlich Lichtintensität verloren. Diese Verluste müssen ebenfalls berücksichtigt werden. Als erstes verliert das blaue Licht am Cavityspiegel mit einer Transmission von $70,5\,\%$ für 399 nm an Intensität. Danach gibt es einen Verlust am Glas des Viewports der Vakuumkammer. Dort wird $95,6\,\%$ der Lichtintensität durchgelassen. Im Anschluss geht nur $35,8\,\%$ der Intensität durch den 50:50 Strahlteiler und die zusätzlich verbauten Linsen, $99,5\,\%$ durch den dichroitischen Spiegel und $96,8\,\%$ durch den Filter (Semrock Filter FF01-390/18-25). Insgesamt ergibt sich eine Effizienz von $\eta = 23,2\,\%$.

Da am PMT eine Spannung ausgegeben wird, wird ein Umrechnungsfaktor von Spannung in Intensität, bzw. Leistung benötigt. Dieser hängt von der angelegten Kontrollspannung U_c am PMT und der Wellenlänge λ ab. Laut Datenblatt des Herstellers Hamamatsu beträgt der Umrechnungsfaktor des PMT der Serie H9656-01 $S(U_c = 0,45\,\mathrm{V}, \lambda = 399\,\mathrm{nm}) = 0,048\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{nW}}$ [22].

Darüber hinaus gilt es zu beachten, dass sich die Atome mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit in dem angeregten Zustand befinden aus dem heraus sie Licht emittieren. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist durch folgende Formel gegeben:

$$f_{ex} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\frac{\Omega_r^2}{\gamma^2}}{1 + 2\frac{\Omega_r^2}{\gamma^2} + 4\frac{\Delta^2}{\gamma^2}},$$

wobei Ω_r die Rabifrequenz, γ die natürliche Linienbreite und Δ die Verstimmung der blauen MOT-Laserstrahlen gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz ω_{Atom} ist. Die Rabifrequenz Ω_r wird über die Laserintensität I und die Sättigungsintensität I_{sat} berechnet. Die Parameter hängen folgendermaßen zusammen:

$$\frac{I}{I_{sat}} = 2 \cdot \frac{\Omega_r^2}{\gamma^2}.$$

Die Intensität der sechs MOT-Strahlen wird mit einem Powermeter direkt hinter dem Viewport gemessen. Jeder blaue Laserstrahl besitzt eine Leistung von $3,5\,\mathrm{mW}$, wodurch sich im Gesamten eine Leistung von 21 mW ergibt. Die Sättigungsintensität beträgt $59,6\,\frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{cm}^2}$.

Wenn nun alle Faktoren berücksichtigt werden, kann eine Formel für die Atomanzahl hergeleitet werden. Da jedes angeregte Atom ein Photon bei spontaner Emission in den Raumwinkel 4π bei einer Rate von γ emittiert, ergibt sich eine Gesamtleistung der Atomwolke von

$$P_{tot} = N \cdot f_{ex} \cdot \gamma \cdot \hbar\omega_{Atom},$$

denn jedes emittierte Photon besitzt die Energie $\hbar\omega_{Atom}$. Bei Beachtung der Transmission bis zum PMT η und des Teils des Raumwinkels Ω, der vom PMT abgedeckt wird, gilt für die Leistung am PMT folgende Formel:

$$P_{PMT} = N \cdot f_{ex} \cdot \gamma \cdot \hbar\omega_{Atom} \cdot \frac{\Omega}{4\pi} \cdot \eta.$$

Mit der Umrechnung des gemessenen Spannungssignals am PMT in die Leistung gilt:

$$U_{PMT} = P_{PMT} \cdot S(U_c, \lambda).$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt durch Einsetzen von P_{PMT} in die zweite Gleichung und Umstellen nach der Atomanzahl N die Formel

$$N = \frac{U_{PMT}}{f_{ex} \cdot \gamma \cdot \hbar\omega_{Atom} \cdot \frac{\Omega}{4\pi} \cdot \eta \cdot S(U_c, \lambda)}.$$

In Abbildung B.1 sind die benötigten Werte zur Berechnung des Umrechungsfaktors aufgelistet. Dabei muss beachtet werden, dass diese in der Gesamtheit sehr fehleranfällig sind und dadurch die Atomanzahl nur in der Größenordnung genau angegeben werden kann. Für unsere Werte ergibt sich ein Umrechnungsfaktor von

$$N = 8 \cdot 10^5 \cdot \frac{U_{PMT}}{\text{Volt}}.$$

Damit kann nun das Spannungssignal des blauen PMTs umgerechnet werden.

Bezeichnungen	Parameter	Werte
Δ	Detuning	$-30\,\text{MHz}$
γ	natürliche Linienbreite	$29\,\text{MHz}$
I	Intensität (sechs MOT-Strahlen)	$21\,\text{mW/cm}^2$
I_{sat}	Sättigungsintensität	$59,6\,\text{mW/cm}^2$
ω_{Atom}	atomare Resonanzfrequenz	$47,24 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$
Ω	Raumwinkel	$0,05$ steradiant
η	Transmission bis zum PMT	$0,232$
$S(U_c, \lambda)$	Umrechnungsfaktor Spannung in Leistung am PMT	$0,048\,\text{V/nW}$

Abbildung B.1: Tabelle der benötigten Parameter zur Umrechnung der gemessenen Spannung am PMT in die Anzahl der gefangenen Atome in der MOT