

# Gleichgewichts- und Transienteneigenschaften eines Lasers mit kalten Yb-Atomen

## **Masterarbeit**

zur Erlangung des akademischen Grades

Master of Science

im Studiengang Physik

der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät

der Universität des Saarlandes

von

Anna Maria Breunig

Saarbrücken, 2018



Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Saarbrücken, den 19.12.2018

---

Anna Maria Breunig







# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Versuchsaufbau</b>	<b>7</b>
<b>3. Modell</b>	<b>13</b>
3.1. System . . . . .	14
3.2. Lindblad-Gleichung . . . . .	14
3.3. Verstärkung des Probestrahls . . . . .	18
3.4. Bezug zum Experiment . . . . .	22
3.5. Geometrie des Experiments . . . . .	24
<b>4. Schwellwertmessungen</b>	<b>35</b>
4.1. Messaufbau . . . . .	36
4.2. Sequenz und Auswertung . . . . .	37
4.3. Ergebnisse . . . . .	41
<b>5. Transientenmessungen</b>	<b>49</b>
5.1. Messaufbau . . . . .	49
5.2. Verlustrate der leeren Cavity . . . . .	52
5.3. Messungen am Lasersystem . . . . .	53
5.4. Verlustrate $\kappa$ der Cavity mit Atomen . . . . .	58
<b>6. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>65</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>69</b>
A.1. Transformation ins rotierende Bild . . . . .	69
A.2. Überprüfung des Programms . . . . .	70
A.3. Fünf-Niveau-System . . . . .	72
A.4. Geometrische Vorfaktoren des Probestrahls . . . . .	73
A.5. Diffusion der Atomwolke . . . . .	74
A.6. Einfaches Lasermodell . . . . .	76





# 1. Einleitung

Mit seinem breiten Anwendungsspektrum ist der Laser als einzigartige Lichtquelle eine der bedeutsamsten Erfindungen des 20. Jahrhunderts. Gemessen am erzeugten Umsatz der Laserbranche wächst die Bedeutung und Anwendungsvielfalt von Lasern seit Jahren stetig [1]. Die Einsatzgebiete moderner Lasersysteme reichen dabei von Grundlagenforschung wie der Detektion von Gravitationswellen [2] oder Experimenten zur Kernfusion [3] bis hin zu medizinischen Anwendungen wie der Behandlung des grauen Stars [4]. Auch zur präzisen Messung der Zeit sind Laser heutzutage unersetzlich. Optische Atomuhren erreichen heute dank hochentwickelter Lasersysteme eine Präzision von  $10^{-18}$  [5]. Alternative Lasersysteme, die selbst Gegenstand aktueller Forschung sind, könnten die Präzision in Zukunft weiter verbessern. So versprechen sogenannte *superradiant* Laser Linienbreiten von wenigen Millihertz, was neben der optischen Atomuhr auch für viele andere Anwendungen von großem Nutzen wäre [6, 7].

Allen Lasern gemein ist die theoretische Grundlage ihrer Funktionsweise, für die Albert Einstein im Jahre 1917 durch sein Postulat der drei fundamentalen Atom-Licht-Wechselwirkungsprozesse Absorption, spontane Emission und stimulierte Emission den Grundstein legte [8]. Bei der Absorption wird ein Atom von einem energetisch niedrigeren Zustand durch Absorption eines Photons passender Energie in einen energetisch höheren Zustand angeregt. Entweder zerfällt dieser Zustand nach einer gewissen Zeit spontan unter Aussendung eines Photons entsprechender Energie wieder in den energetisch niedrigeren Zustand, oder der Zerfall wird durch ein zweites, von außen kommendes Photon stimuliert. Der entscheidende Unterschied ist hierbei, dass das vom Atom ausgesandte Photon bei der stimulierten Emission kohärent zum stimulierenden Photon ist, sprich beide teilen dieselbe Richtung und Phase.

Auf diesem elementaren Prozess der stimulierten Emission basiert auch der Laser, ein englisches Akronym für *light amplification by stimulated emission of radiation*, übersetzt also Verstärkung eines Lichtfeldes durch stimulierte Emission von Strahlung. Die Voraussetzung, dass bevorzugt stimulierte Emission und damit eine Verstärkung eintritt, ist eine Besetzungsinversion zwischen den zwei beteiligten Energieeigenzuständen. Der energetisch höhere Zustand muss also eine höhere Population aufweisen als der energetisch niedrigere. Es kann jedoch gezeigt werden, dass diese Voraussetzung in einem System aus nur zwei Energieniveaus nicht erreichbar ist. Bei konventionellen Lasern wird daher meist eine Drei- oder Vier-Niveau-Konfiguration verwendet.

Im Gegensatz dazu kann die stimulierte Emission bei unkonventionellen Lasern als Teil von Multi-Photonen-Prozesse auch über virtuelle Zustände erfolgen. Eine geläufige Bezeichnung für solche Laser, die auf Multi-Photonen-Prozesse basieren, ist *Lasing without inversion*, Laserbetrieb ohne Besetzungsinversion [9].

Das bekannteste Beispiel eines solchen Lasers ist der sogenannte *dressed state* Laser [10]. Die

Idee dazu kam 1972 von B. R. Mollow [11], der vorhersagte, dass ein mittels eines Kontrollfelds  $\omega_L$  stark getriebenes Ensemble aus Zwei-Niveau-Atomen auch Verstärkung zeigen kann. Bei diesem Laser liegt keine Besetzungsinversion zwischen den beiden atomaren Eigenzuständen vor, sondern zwischen den gekoppelten Zuständen des Atoms und des Kontrollfelds, den bekleideten Zuständen (engl. *dressed states*) [12]. Anhand des Niveauschemas in Abbildung 1.1 a) ist beispielhaft dargestellt, dass die Laseremission über einen Ein-Photonen-Prozess zwischen den beiden neuen Zuständen  $|n+1, +\rangle$  und  $|n, -\rangle$  stattfinden kann, da die Zustände  $|+\rangle$  (durchgezogene Linie) stärker besetzt sind.

Ein weiteres bekanntes Beispiel stellt das sogenannte *Raman lasing* [13] in einer Drei-Niveau-Konfiguration vom Typ  $\Lambda$  dar, das nicht mit dem konventionellen Raman-Laser zu verwechseln ist. Die Laseremission ist dann Teil eines Zwei-Photonen-Prozesses, welcher in Abbildung 1.1 b) illustriert ist. Ein starkes Kontrollfeld  $\omega_L$  induziert wie im vorigen Fall eine Aufspaltung bzw. Verschiebung der atomaren Eigenzustände aufgrund der Atom-Licht-Kopplung. Diese Aufspaltung kann jedoch zur Erklärung der hier wichtigen Prozesse weiterhin im Bild der atomaren Eigenzustände in Form eines virtuellen Niveaus unterhalb des Zustands  $|2\rangle$  beschrieben werden. Mit passend gewählter Verstimmung kann nun ein Zwei-Photonen-Prozess ablaufen, bei dem ein Photon des Kontrollfelds absorbiert wird und unmittelbar darauffolgend ein weiteres Photon stimuliert und damit gerichtet in die Lasermode emittiert wird.

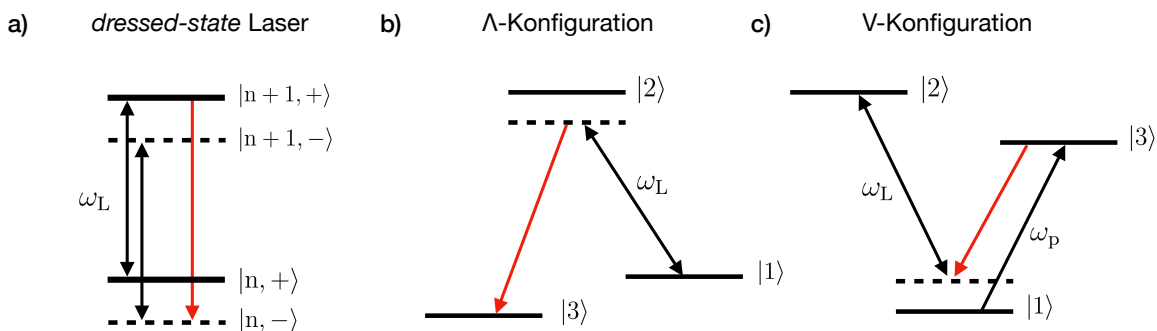


ABBILDUNG 1.1.: Niveauschema eines *dressed state* Lasers (a), einer  $\Lambda$ -Konfiguration für *Raman lasing* (b) und einer V-Konfiguration wie bei dem von uns realisierten Laser (c). Die Laseremission wird jeweils durch den roten Pfeil dargestellt. Durch die zusätzlichen Laserstrahlen  $\omega_L$  kann in allen drei Fällen über Ein- bzw. Zwei-Photonen-Prozesse Laseremission, sprich stimulierte Emission, erzeugt werden.

Innerhalb dieser Arbeit soll ein zum *Raman lasing* ähnliches System untersucht werden, bei welchem eine V-Konfiguration vorliegt (s. Abb. 1.1 c)). Dazu werden, wie in Abbildung 1.2 a) skizziert, neutrale Ytterbiumatome mit Hilfe einer magneto-optischen Atomfalle (MOT, engl. *magneto-optical trap*) im Zentrum eines optischen Resonators (Cavity, engl. *cavity*) hoher Finesse gefangen und senkrecht zur Resonatorachse auf dem  $|1\rangle - |3\rangle$  Übergang gepumpt. Diese kalte Atomwolke stellt damit das aktive Medium des in dieser Arbeit untersuchten Lasers dar.

Unter bestimmten Bedingungen emittieren die Atome Licht in die Cavity, welches anteilmäßig durch die Cavityspiegel austritt. Eine Untersuchung der Photonenstatistik dieses Lichts ergab, dass es sich um Laserlicht handelt [14]. Zur Abgrenzung von den übrigen Laserstrahlen wird dieses Laserlicht im Folgenden als Lasing bezeichnet. Außerdem wurden durch systematische

Veränderung wichtiger Parameter untersucht, unter welchen Bedingungen Lasing auftritt [15]. Zu diesen Parametern gehören einerseits die Anzahl der gefangenen Atome innerhalb der Cavity und andererseits die Leistung des Pumplichts. Für beide Einflussgrößen beobachten wir einen Schwellwert, ab dem Lasing auftritt.

Darüber hinaus wurden zwei weitere Parameter variiert, die Verstimmung  $\Delta_{ca} = \omega_c - \omega_a$  der Cavityresonanz  $\omega_c$  und die Verstimmung  $\Delta_{pa} = \omega_p - \omega_a$  der Frequenz  $\omega_p$  des Pumplichts bezüglich der atomaren Übergangsfrequenz  $\omega_a = \omega_{13}$ . Dabei ist  $\Delta_{ca}$  gleichbedeutend mit der Verstimmung des Lasings gegenüber  $\omega_a$ . Bei dieser Messung erfassten wir zwei Regionen von erlaubten Verstimmungen des Pumplichts  $\Delta_{pa}$  bzw. der Cavity  $\Delta_{ca}$ , die in Abbildung 1.2 b) zu sehen sind.

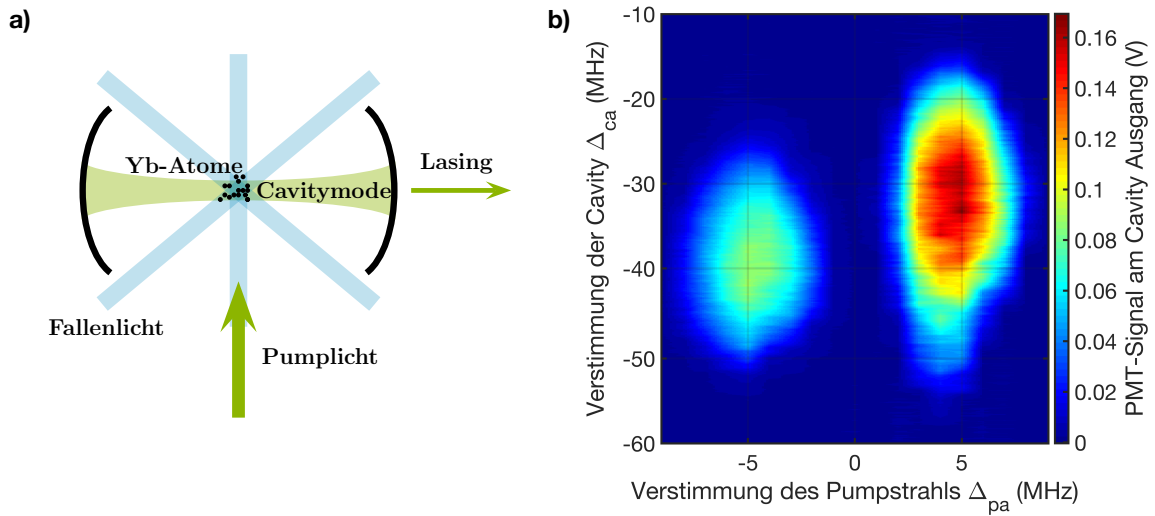


ABBILDUNG 1.2.: In a) ist der Aufbau unseres Systems skizziert. Die Yb-Atome werden mit Hilfe der MOT im Zentrum der Cavity gefangen und senkrecht von unten gepumpt. Durch die Spiegel der Cavity tritt Licht aus, welches anhand seiner Photonenzustand als Laserlicht identifiziert wurde und im Folgenden als Lasing bezeichnet wird. In b) ist eine gemessene Verstimmungskarte dieses Lasings dargestellt. Dabei ist die Intensität des Lasings gegen die Verstimmung der Cavity  $\Delta_{ca}$  und der Verstimmung des Pumplichts  $\Delta_{pa}$  aufgetragen. Wir beobachten zwei Regionen, in denen Lasing auftritt. Die um  $(\Delta_{ca} = -40 \text{ MHz}, \Delta_{pa} = -5 \text{ MHz})$  liegende Region ist kleiner und von geringerer Intensität als die zweite Region um  $(\Delta_{ca} = -30 \text{ MHz}, \Delta_{pa} = 5 \text{ MHz})$ , die größer und von höherer Intensität ist [15].

Das beobachtete Zusammenspiel der beiden Verstimmungen führt zu einem Lasermechanismus basierend auf einem Zwei-Photonen-Prozess [16], welcher in Abbildung 1.1 c) skizziert ist. Die Yb-Atome besitzen eine Drei-Niveau-Konfiguration vom Typ V. In unserem Fall erzeugt das gegenüber der atomaren Übergangsfrequenz  $\omega_{12}$  verstimmte Fallenlicht, welches zur Kühlung der Atome dient, ein virtuelles Niveau über dem Grundzustand  $|1\rangle$ . Der Zwei-Photonen-Prozess läuft folglich umgekehrt zum *Raman lasing* ab: Zunächst wird ein Photon vom Zustand  $|3\rangle$  in die Cavitymode emittiert und simultan ein Photon des Fallenlichts absorbiert. Das Ziel dieser Masterarbeit ist es, das auftretende Lasing hinsichtlich dieses Zwei-Photonen-Prozesses zu untersuchen.

Bereits vor Jahren wurde ein so getriebenes V-Niveau-System auf seine Lichtverstärkung theoretisch untersucht, indem die optischen Bloch-Gleichungen für das System aufgestellt

und gelöst wurden [9, 17, 18]. Mit Hilfe der Lösung kann eine Aussage über die unserem Lasing zugrundeliegende Verstärkung getroffen werden. Aus diesem Grund werden innerhalb dieser Masterarbeit zunächst die optischen Bloch-Gleichungen für unser V-System aufgestellt. Damit können wir den Zwei-Photonen-Prozess theoretisch nachvollziehen und zusätzlich Verstimmungskarten wie in Abbildung 1.2 b) numerisch nachbilden.

Darauffolgend werden Transientenmessungen durchgeführt, die die Beteiligung des Fallenlichts am Gesamtprozess experimentell bestätigen. Transientenmessungen bedeuten in dem Fall, dass wir ausgehend vom Gleichgewichtszustand unser System beobachten, wenn relevante Prozesse des Lasings geändert werden, beispielsweise das Pumplicht oder das Fallenlicht.

Als Überblick über das vorliegende Experiment werden zunächst in Kapitel 2 die drei elementaren Bauteile des Lasers, das aktive Medium, die Cavity und die optische Pumpe vorgestellt. Im Anschluss daran wird in Kapitel 3 das theoretische Modell aufgestellt. Um einen besseren Vergleich der Ergebnisse des Modells mit den experimentellen Daten zu gewährleisten, werden in Kapitel 4 Schwellwertmessungen vorgestellt. In Kapitel 5 werden schließlich die Transientmessungen präsentiert und diskutiert.





## 2. Versuchsaufbau

Ein Laser besteht konzeptionell aus drei Bestandteilen: dem aktiven Medium, der Cavity und der Energiequelle, die auch als Pumpe bezeichnet wird. Innerhalb dieses Kapitels werden diese drei Bauteile für unseren Laser mit kalten Yb-Atomen vorgestellt. Beginnend bei der Beschreibung der Eigenschaften und der Präparation des aktiven Mediums werde ich zu den Eigenschaften und dem Modenspektrum unserer Cavity übergehen und schließlich kurz auf die optische Pumpe eingehen. Dieses Kapitel dient hierbei lediglich als Überblick über den vorliegenden Versuchsaufbau. Technische Einzelheiten des Aufbaus werden in der Diplomarbeit von Johannes Lillig [19] beschrieben, während detaillierte Erläuterungen zur Cavity in meiner Bachelorarbeit [15] zu finden sind.

### Aktives Medium

Als aktives Medium wird Ytterbium verwendet, ein Metall der seltenen Erden mit der Ordnungszahl 70. Seine Siedetemperatur von  $1196\text{ }^\circ\text{C}$  ermöglicht uns bei einer Ofentemperatur von ungefähr  $500\text{ }^\circ\text{C}$  einzelne Atome aus einem Ytterbium-Block herauszudampfen, welche unmittelbar hinter dem Ofen unter Verwendung von dünnen Röhren zu einem Atomstrahl geformt werden. Mit Hilfe der Kombination aus einem Zeeman-Bremser und einer magneto-optischen Atomfalle (MOT) kann im Zentrum unserer Cavity eine Atomwolke aus neutralen Yb-Atomen festgehalten werden. Der Ofen, der Zeeman-Bremser und die MOT bilden zusammen eine Vakuumkammer (s. Abb. 2.1).

Der Zeeman-Bremser mit einer Länge von 30 cm bremst die Atome, die den Ofen mit einer mittleren Geschwindigkeit von einigen  $100\frac{\text{m}}{\text{s}}$  verlassen, auf eine Geschwindigkeit von circa  $8\frac{\text{m}}{\text{s}}$  ab. Dadurch sind wir in der Lage die Atome in der MOT zu fangen. Die MOT setzt sich aus drei paarweise senkrecht zueinander stehenden Laserstrahlen (MOT-Strahlen) und dem Quadrupolmagnetfeld eines Anti-Helmholtz-Spulenpaares zusammen. Anti-Helmholtz bedeutet dabei, dass die Ströme in entgegengesetzter Richtung durch die Spulen fließen. Das Magnetfeld dient zur räumlichen Kompression der Atome, wohingegen die MOT-Strahlen zur Kühlung dienen. Sie besitzen alle dieselbe Frequenz, die mit Hilfe von akusto-optischen Modulatoren (AOM) gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz um  $-30\text{ MHz}$  verstimmt wird. Außerdem besitzen die jeweils gegenläufigen MOT-Strahlen eine entgegengesetzte Polarisation [19, 20, 21].

An dieser Stelle ist es zum Verständnis der Funktionsweise der MOT notwendig, die relevanten optischen Übergänge in Ytterbium, die in Abbildung 2.2 skizziert sind, zu betrachten.

Der erste Übergang vom Grundzustand  $^1\text{S}_0$  in den angeregten Zustand  $^1\text{P}_1$  besitzt eine Wellenlänge von 399 nm (blau). Er ist ein erlaubter Dipolübergang, was sich in der kurzen Lebensdauer von 5,5 ns des angeregten Zustands widerspiegelt. Die entsprechende natürliche Linienbreite beträgt 29 MHz. Im Gegensatz dazu ist der Übergang vom Grundzustand in den angeregten Zustand  $^3\text{P}_1$  bei einer Wellenlänge von 556 nm (grün) ein Interkombinationsüber-

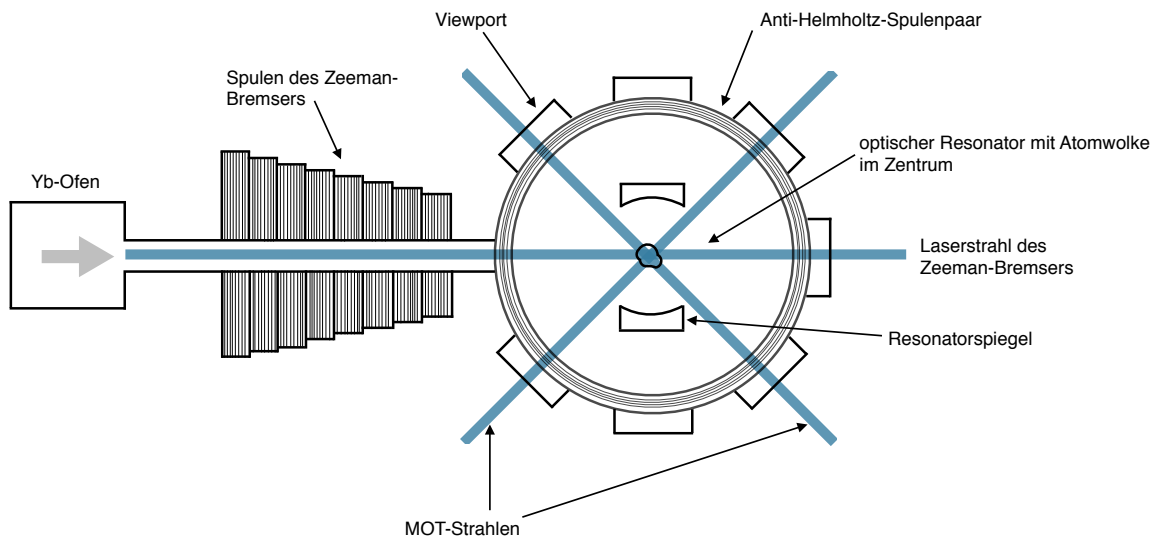


ABBILDUNG 2.1.: Überblick über den Versuchsaufbau zum Fangen der neutralen Yb-Atome im Zentrum der Cavity. Skizziert ist die Vakuumkammer, die den Ofen, den Zeeman-Bremser, die MOT und die Cavity mit einschließt. Aufgrund des Blicks von oben sind die beiden MOT-Strahlen, die senkrecht von unten bzw. oben in die Kammer geschickt werden, nicht eingezeichnet.

gang. Dadurch besitzt der angeregte Zustand  $^3P_1$  eine längere Lebensdauer von 850 ns und dementsprechend eine schmalere Linienbreite von 182 kHz. Für die folgenden Berechnungen in Kapitel 3 ist ein wichtiger Aspekt, dass der Interkombinationsübergang Dipolcharakter aufweist und dementsprechend wie ein solcher behandelt werden kann.

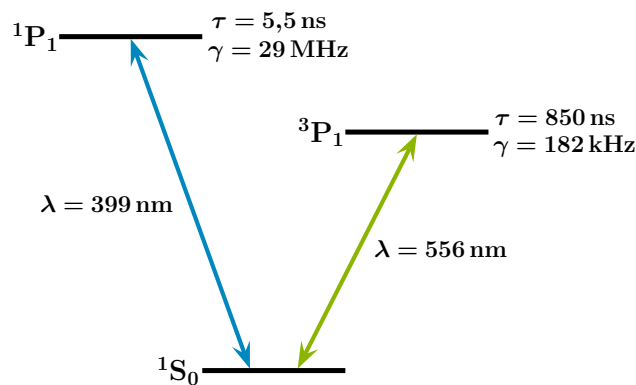


ABBILDUNG 2.2.: Die beiden relevanten optischen Übergänge von  $^{174}\text{Yb}$  bilden ein Drei-Niveau-System vom Typ V. Während der Übergang bei 399 nm ein erlaubter Dipolübergang mit einer Lebensdauer von 5,5 ns ist, stellt der Übergang bei 556 nm mit einer Lebensdauer von 850 ns einen Interkombinationsübergang dar, der jedoch ebenfalls Dipolcharakter aufweist.

Unser Zeeman-Bremser und unsere MOT werden beide mit Hilfe des blauen Übergangs betrieben. Im Experiment verwenden wir für den Laserstrahl des Zeeman-Bremers und die MOT-Strahlen denselben frequenzverdoppelten Diodenlaser (*Toptica SHG-pro*) bei 399 nm. Dessen Frequenzstabilisierung auf die atomare Resonanzfrequenz des blauen Übergangs erfolgt mit Hilfe der DAVLL-Methode [22].

Dabei ist anzumerken, dass Ytterbium sieben stabile Isotope ( $^{168}\text{Yb}$ ,  $^{170}\text{Yb}$ ,  $^{171}\text{Yb}$ ,  $^{172}\text{Yb}$ ,



$^{173}\text{Yb}$ ,  $^{174}\text{Yb}$ ,  $^{176}\text{Yb}$ ) besitzt, welche geringfügig verschiedene Resonanzfrequenzen aufweisen. Die entsprechenden Frequenzunterschiede sind mit 100 bis 500 MHz größer als die natürliche Linienbreite von 29 MHz, wodurch die Isotope über eine Verstimmung des blauen Lasers selektiv in die Falle geladen werden können. Für unseren Laser haben wir das am häufigsten natürlich vorkommende Isotop  $^{174}\text{Yb}$  gewählt, folglich stellt eine  $^{174}\text{Yb}$  Atomwolke unser aktives Medium dar [19].

## Cavity

Unsere Cavity besteht aus zwei identischen Spiegeln mit Krümmungsradius  $R_K = 9,97$  cm, die im Abstand von  $d = 4,78$  cm befestigt sind. Mit der gewählten Beschichtung (Reflektivität) der Spiegel ist die Cavity lediglich für den grünen Übergang von hoher Finesse. Hinter jedem der beiden Spiegel ist jeweils ein piezoelektrischer Kristall montiert, wodurch die Cavitylänge verändert werden kann. Während der eine Piezokristall zur Grobeinstellung verwendet wird, werden mit dem zweiten Scans bzw. die Feineinstellung ausgeführt.

In Tabelle 2.1 sind die wichtigsten Parameter unserer Cavity aufgelistet.

TABELLE 2.1.: Wichtigste Parameter unserer Cavity.

Bezeichnungen	Werte
Cavityparameter $g$	0,5205
Cavitylänge $d$	4,78 cm
Rayleighlänge $z_0$	4,256 cm
Strahltaille ( $1/e^2$ -Radius) $\omega_0$	87,6 $\mu\text{m}$
Modenvolumen $V_{\text{Mode}}$	0,014 $\text{mm}^3$
Krümmungsradius $R_K$	9,97 cm
Reflektivität der Spiegel $R$	0,99987
Transmission der Spiegel $T$ (556 nm)	1,74 ppm
Verluste der Spiegel $L$	128 ppm
freier Spektralbereich $\nu_{\text{FSR}}$	3,135 GHz
Verlustrate (Spektralbreite) $\kappa = 2\pi\delta$	$2\pi \cdot 123$ kHz
Finesse $F$	25450

Zu Beginn der Masterarbeit wurde die Vakuumkammer aufgrund vorangegangener Umbauarbeiten erstmalig wieder evakuiert und dabei ausgeheizt, um etwaige Verunreinigungen effizienter zu entfernen. Bei einer darauffolgenden ersten Messung der Reflektivität  $R$ , Transmission  $T$  und Verluste  $L$  der Spiegel wurde jedoch eine wesentliche Verschlechterung dieser Parameter im Vergleich zu früheren Werten festgestellt [15]. Da die Verlustrate  $\kappa$  von Photonen aus der Cavity und auch die Finesse  $F$  im Zusammenhang mit diesen Eigenschaften stehen, haben sich auch diese beiden Parameter verschlechtert.

## Modenspektrum

Zum besseren Verständnis der nachfolgenden Messergebnisse wird hier das Modenspektrum unserer Cavity erläutert, wobei Details in [15] nachgelesen werden können.

Grundlegend besteht das Modenspektrum einer Cavity aus den longitudinalen Moden, den Intensitätsverteilungen entlang der Cavityachse (z-Achse), und aus den transversalen Moden  $TEM_{n,m}$ , den Intensitätsverteilungen senkrecht zur Cavityachse (x-y-Ebene). Da in unserer Cavity alle transversalen Moden gleicher Summe  $(n+m)$  dieselbe Resonanzfrequenz besitzen, werden diese im Folgenden durch die Bezeichnung  $TEM_{(n+m)}$  zusammengefasst und in Abbildung 2.3 als eine Linie an der Stelle ihrer Resonanzfrequenz dargestellt. Tatsächlich weisen die Moden eine endliche spektrale Breite auf, die jedoch durch die Darstellung der Moden als Linien vernachlässigt wird. Weiterhin entsprechen die unterschiedlichen Höhen der Linien (Intensitäten der Moden) ebenfalls nicht der Realität, sondern dienen lediglich zur besseren Unterscheidung.

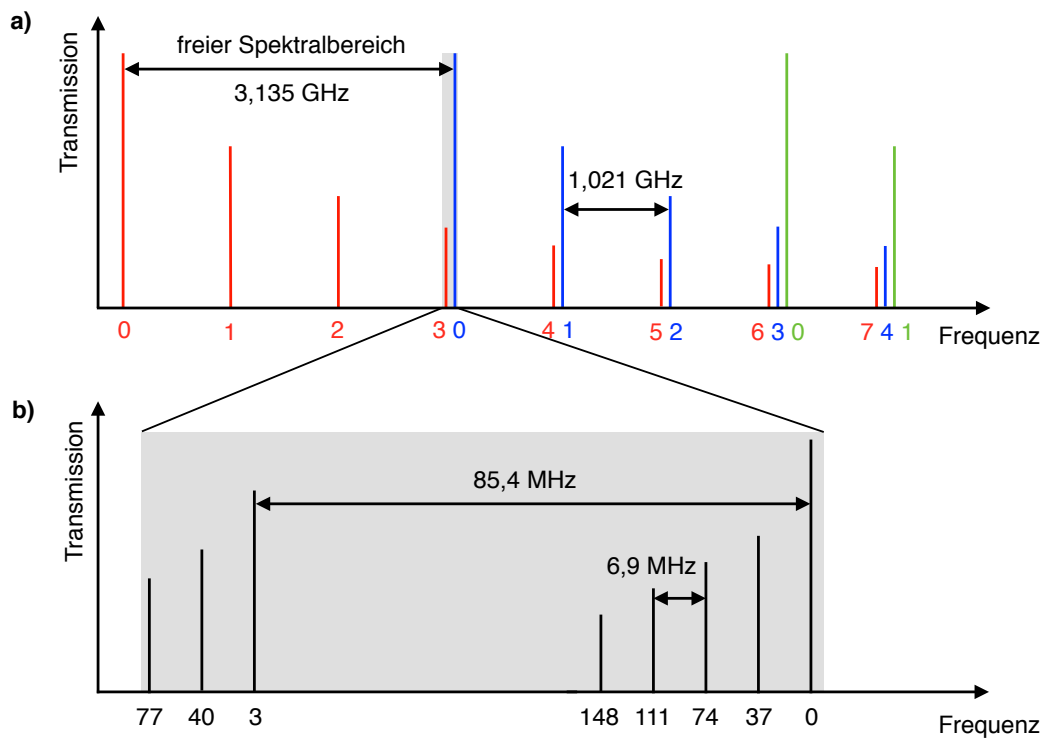


ABBILDUNG 2.3.: In a) sind zur Veranschaulichung, wie ein freier Spektralbereich unserer Cavity zustande kommt, einige Moden skizziert. Eine Farbe markiert eine longitudinale Mode, sodass alle roten Linien zu der  $q$ -ten longitudinalen Mode gehören, alle blauen zur  $q+1$ -ten und alle grünen zur  $q+2$ -ten. Aufgrund des großen Frequenzabstandes der transversalen Moden (1,021 GHz) ist unser Modenspektrum eines freien Spektralbereichs sehr „dicht besiedelt“. In b) ist der Bereich zwischen der Grundmode und der nächst höheren  $TEM_3$ -Mode vergrößert dargestellt (grauer Bereich), wobei ausschließlich einige Moden höherer Ordnung eingezeichnet sind. Gehört die  $TEM_0$  Mode zur  $q$ -ten longitudinalen Mode, gehört z.B. die  $TEM_3$  zur  $q-1$ -ten und die  $TEM_{37}$  zur  $q-12$ -ten longitudinalen Mode.

Die longitudinalen Moden treten im Abstand des freien Spektralbereiches auf, d.h. in unserem Fall im Abstand von  $\nu_{FSR} = 3,135$  GHz. Der Frequenzabstand zweier nebeneinander liegenden Transversalmoden mit  $(n+m)$  und  $(n+m+1)$  und gleichem  $q$  beträgt 1,021 GHz. Das bedeutet, dass neben der dritten Mode  $TEM_3$  der longitudinalen Mode  $q$  die Grundmode  $TEM_0$  der nächsten longitudinalen Mode  $q+1$  liegt, neben der  $TEM_4$ -Mode der  $q$ -ten longitudinalen Mode liegt direkt die  $TEM_1$ -Mode der  $q+1$ -ten longitudinalen Mode, usw. (s. Abb. 2.3 a)).

Dies setzt sich auf diese Weise immer weiter fort. Ein kompletter freier Spektralbereich bis zur Mode  $TEM_{74}$  wurde bereits in [15] skizziert, allerdings konzentrieren wir uns bei unseren Messungen auf die Grundmode. Aus diesem Grund wird in Abbildung 2.3 b) auch nur der Bereich unmittelbar neben dieser vergrößert dargestellt. Einerseits ist hierbei der Frequenzabstand von 85,4 MHz zwischen der Grundmode und der  $TEM_3$ -Mode wichtig, andererseits der Abstand von 6,9 MHz zwischen der Grundmode und der  $TEM_{37}$ -Mode [15].

## Energiepumpe

Das aktive Medium, die Yb-Atomwolke, wird bei unserem Laser auf dem grünen Übergang optisch gepumpt. Dazu verwenden wir einen frequenzverdoppelten Faserlaser *Orange One* der Firma *Menlo Systems* bei einer Wellenlänge von 556 nm. Seine Stabilisierung auf die atomare Resonanzfrequenz des grünen Übergangs erfolgt auf Basis der Frequenzmodulationsmethode durch einen Lock-In-Verstärker. Dieser Aufbau zur Stabilisierung wurde in früheren Arbeiten fertiggestellt.

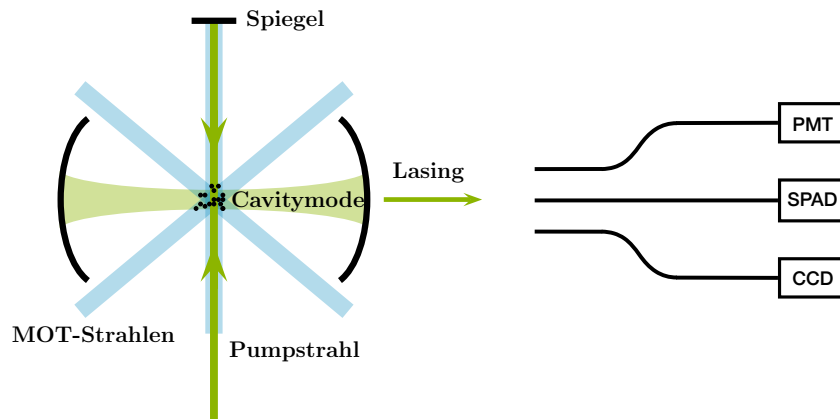


ABBILDUNG 2.4.: Skizze unseres Systems von der Seite. Die im Zentrum der Cavity gefangenen Atome werden mittels des senkrecht von unten eingestrahlichten Pumpstrahls (grün) in den angeregten Zustand  $^3P_1$  gehoben. Dieser passiert die Atomwolke ein zweites Mal, da er an einem Spiegel oberhalb der Vakuumkammer zurückreflektiert wird. Derselbe Spiegel dient zur Rückreflexion des senkrecht von unten eingestrahlichten MOT-Strahls (blau). Zur Messung des räumlichen Modenprofils des Lasings am Ausgang der Cavity ist eine CCD-Kamera installiert. Zur Intensitätsmessung wird entweder ein Photomultiplier (PMT) oder eine Avalanche Photodiode (SPAD) verwendet.

Der Pumpstrahl wird senkrecht von unten auf die Atomwolke geschickt und passiert diese ein zweites Mal, da er an einem Spiegel oberhalb der Vakuumkammer nochmal zurückreflektiert wird (s. Abb. 2.4). Mit Hilfe eines im Strahlengang verbauten AOMs kann die Frequenz des Pumpstrahls um ca.  $\pm 50$  MHz gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz des grünen Übergangs verschoben werden. Die maximale Pumpleistung beträgt 16 mW.

In den nachfolgenden Kapiteln 4 und 5 werden zur Untersuchung des Lasings verschiedene Messgeräte verwendet. Während zur Messung des Modenprofils des Lasings eine CCD-Kamera am Ausgang der Cavity montiert ist, wird zur Intensitätsmessung ein Photomultiplier (PMT) oder eine Avalanche Photodiode (SPAD) verwendet (s. Abb. 2.4, rechts).



### 3. Modell

Innerhalb dieses Kapitels erarbeiten wir ein Modell, mit dem es möglich ist, die Verstärkung durch stimulierte Emission im aktiven Medium unseres Lasers, der Yb-Atomwolke, numerisch zu bestimmen. Unter Vernachlässigung der Wechselwirkung zwischen den Yb-Atomen, z.B. durch interne Stöße, stellen wir hier die Bewegungsgleichung in Form der Lindblad-Gleichung auf:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \underbrace{-\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]}_{\text{kohärenter Teil}} - \underbrace{\frac{1}{2} \sum_n (\hat{C}_n^\dagger \hat{C}_n \hat{\rho}^\dagger + \hat{\rho} \hat{C}_n^\dagger \hat{C}_n - 2 \hat{C}_n \hat{\rho} \hat{C}_n^\dagger)}_{\text{inkohärenter Teil}} \quad (3.1)$$

Der kohärente Teil entspricht gerade der gewöhnlichen Von-Neumann-Gleichung  $\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]$ . Sie beschreibt die zeitliche Entwicklung der Dichtematrix

$$\hat{\rho} = \sum_{a,b} \rho_{a,b} |a\rangle \langle b| \quad \text{mit } \text{Sp}(\hat{\rho}) = 1 \quad (3.2)$$

eines abgeschlossenen Systems. Der Unterschied zwischen der Von-Neumann-Gleichung und der Lindblad-Gleichung liegt darin, dass Letztere auch dissipative (inkohärente) Prozesse, wie z.B. den Spontanzfall angeregter Zustände, berücksichtigt. Folglich können mittels dieser später die optischen Bloch-Gleichungen aufgestellt werden. Die sogenannten Lindblad-Operatoren  $\hat{C}_n$  in Gl. (3.1) repräsentieren diese inkohärenten Prozesse [23, 24].

Im Folgenden wird beschrieben, welche Laserstrahlen auf das Ytterbiumatom wirken, welche Übergänge mit diesen getrieben werden und auf welche Weise diese in die Lindblad-Gleichung eingebaut werden. Danach werden wir zunächst den kohärenten Teil durch den Hamiltonoperator und im Anschluss daran die inkohärenten Prozesse durch ihre Lindblad-Operatoren beschreiben. Letztendlich stellen wir mit Hilfe der so konstruierten Operatoren besagte Bewegungsgleichung (3.1) des Ytterbiumatoms auf. Die numerische Lösung dieser Gleichung, hier durch ein Matlab-Programm realisiert, liefert dann die Dichtematrix  $\hat{\rho}$  des Systems gemäß Gl. (3.2). Damit erhalten wir einerseits die Besetzungen der Energieniveaus des Atoms über die Diagonalelemente von  $\hat{\rho}$ , andererseits können wir über eines der Nichtdiagonalelemente eine Aussage über die Verstärkung im aktiven Medium treffen.

Im nächsten Schritt wird die Geometrie unseres Experiments miteinbezogen, da das Lasing aus der Cavity ausschließlich unter bestimmten geometrischen Bedingungen auftritt. Wie bereits in der Einleitung erwähnt, messen wir in Abhängigkeit von der Verstimmung des Pumpstrahls zwei Bereiche, in denen Lasing auftritt. Die Verstimmungen des Pumpstrahls bei  $\Delta_{\text{pa}} = \pm 5$  MHz entsprechen gerade den Zeeman-Energieverschiebungen durch das externe Quadrupolmagnetfeld der MOT. Die Richtung dieses Magnetfelds legt zusammen mit den Auswahlregeln eines Dipolübergangs fest, welche Zeeman-Übergänge des Atoms ( $\pi$  oder  $\sigma^\pm$ )

in Abhängigkeit der Polarisierung des Pumpstrahls angeregt werden und welche Polarisation wiederum in Richtung der Cavityachse emittiert wird. Unter Berücksichtigung all dieser geometrischen Gegebenheiten des Experiments können mit diesem Modell die Bereiche, in denen optische Verstärkung auftritt, berechnet werden.

### 3.1. System

Die für uns relevanten Energieniveaus des Yb-Atoms bilden ein Drei-Niveau-System vom Typ V und wurden bereits in Kapitel 2 vorgestellt. Im Experiment wirken auf dem blauen Übergang die MOT-Strahlen und auf dem grünen Übergang der Pumpstrahl und die Cavitymode zugleich. Wie bereits im vorherigen Abschnitt beschrieben, existieren in der Cavity mehrere Moden. Wir beschränken uns im Folgenden jedoch auf die Grundmode  $TEM_0$ .

Beim Aufstellen der Gleichung machen wir einen semiklassischen Ansatz. Das Atom wird somit vollständig quantenmechanisch behandelt, die mit dem Atom wechselwirkenden Felder werden jedoch weiterhin klassisch beschrieben. Letzteres gilt insbesondere auch für die Cavitymode, die im Folgenden als Probestrahl bezeichnet wird. Von Interesse ist daher die Untersuchung der Verstärkung dieses Probestrahls in Abhängigkeit externer Parameter wie Pumpleistung oder Verstimmung.

Zunächst ist es einsichtig, dass die blauen MOT-Strahlen als kohärenter Prozess in die Lindblad-Gleichung eingebaut werden. Für Pump- und Probestrahl ergibt sich jedoch folgendes Problem: Wenn beide als kohärente Prozesse betrachtet werden, ist infolgedessen, dass sie auf denselben optischen Übergang wirken, eine zeitabhängige Phase zwischen ihnen zu berücksichtigen. Diese Zeitabhängigkeit würde die Berechnungen deutlich verkomplizieren. Anhang A.1 und Kapitel 3.2 gehen näher auf die damit einhergehende Schwierigkeit bei den Berechnungen ein. Zur Vereinfachung nehmen wir lediglich den Probestrahl als kohärenten Prozess an. Dahingegen wird der Pumpstrahl als inkohärenter Anteil behandelt, entsprechend eines spektral breitbandigen Pumpvorgangs.

Diese Annahmen für Pump- und Probestrahl sind in der Literatur häufig zu finden [17, 18, 25], wobei Wilson G. A. et al. sogar einen Vergleich zwischen einem monochromatischen (kohärent) und einem breitbandigen (inkohärent) Pumpvorgang präsentieren. Das Ergebnis ist, dass bei einem monochromatischen Pumpstrahl die Verstärkung absolut größer ist, jedoch relativ vergleichbare Werte für die Verstärkung mittels eines breitbandigen Pumpfelds liefert. Somit beschränken wir uns im Folgenden ebenfalls auf die Annahme eines breitbandigen und damit inkohärenten Pumpfelds.

### 3.2. Lindblad-Gleichung

Dieses Kapitel beschreibt die Vorgehensweise zur Konstruktion der Lindblad-Gleichung. Dazu werden zunächst der Hamiltonoperator und anschließend die Lindblad-Operatoren aufgestellt. Danach folgt die Angabe der Bewegungsgleichungen. Daran schließt die Erläuterung an, wie diese mit Hilfe von Matlab numerisch gelöst werden können. Im Folgenden wird der Grundzustand  $^1S_0$  als  $|1\rangle$ , der angeregte Zustand  $^1P_1$  als  $|2\rangle$  und letztlich der zweite angeregte Zustand  $^3P_1$  als  $|3\rangle$  bezeichnet.

### Kohärente Prozesse - Hamiltonoperator

Der Hamiltonoperator besteht einerseits aus dem Hamiltonoperator des Atoms selbst und andererseits aus den Wechselwirkungsoperatoren zwischen den eingestrahlten Feldern und dem Atom. Letztere berücksichtigen somit ausschließlich die als kohärent angenommenen blauen MOT-Strahlen und den grünen Probestrahl (s. Abb. 3.1).

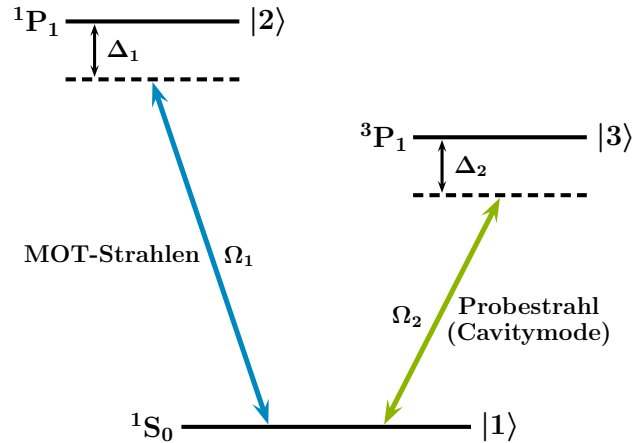


ABBILDUNG 3.1.: Die kohärenten Prozesse sind einerseits die MOT-Strahlen mit einer Rabi-Frequenz  $\Omega_1$  und einer Verstimmung  $\Delta_1$  bezüglich der atomaren Resonanzfrequenz  $\omega_{12}$  und andererseits der Probestrahl (Cavitymode). Dieser hat eine Rabi-Frequenz von  $\Omega_2$  und eine Verstimmung  $\Delta_2$  gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz  $\omega_{13}$ .

Der gesamte Hamiltonoperator setzt sich folglich aus

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{Atom}} + \hat{H}_{\text{Atom-MOT}} + \hat{H}_{\text{Atom-Probe}} \quad (3.3)$$

zusammen. Nach einer Energieverschiebung, sodass der Grundzustand  $|1\rangle$  die Energie  $E = 0$  besitzt, vereinfacht sich der Hamiltonoperator des Atoms zu:

$$\hat{H}_{\text{Atom}} = \hbar\omega_{12} |2\rangle \langle 2| + \hbar\omega_{13} |3\rangle \langle 3|, \quad (3.4)$$

wobei  $\omega_{12} = \omega_2 - \omega_1$  bzw.  $\omega_{13} = \omega_3 - \omega_1$  die atomaren Resonanzfrequenzen vom Grundzustand  $|1\rangle$  in den angeregten Zustand  $|2\rangle$  bzw.  $|3\rangle$  darstellen.

Die Wechselwirkung zwischen Atom und MOT-Strahlen auf dem Übergang  $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$  kann durch

$$\hat{H}_{\text{Atom-MOT}} = \frac{\hbar\Omega_1}{2} (e^{i\omega_{\text{MOT}}t} |1\rangle \langle 2| + e^{-i\omega_{\text{MOT}}t} |2\rangle \langle 1|) \quad (3.5)$$

beschrieben werden. Dabei ist  $\Omega_1$  die Rabi-Frequenz und  $\omega_{\text{MOT}}$  die Laserfrequenz der MOT-Strahlen. Bei diesem Hamiltonoperator wurde die Dipolnäherung und die Drehwellennäherung, bei der die schnell oszillierenden Terme vernachlässigt werden, verwendet [26]. Analog dazu lässt sich auch der zum grünen Probestrahl gehörige Wechselwirkungsoperator

$$\hat{H}_{\text{Atom-Probe}} = \frac{\hbar\Omega_2}{2} (e^{i\omega_{\text{Probe}}t} |1\rangle \langle 3| + e^{-i\omega_{\text{Probe}}t} |3\rangle \langle 1|) \quad (3.6)$$

definieren. Insgesamt ergibt sich folglich der Hamiltonoperator des kohärenten Teils der Lindblad-

Gleichung zu:

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hbar\omega_{12} |2\rangle \langle 2| + \hbar\omega_{13} |3\rangle \langle 3| \\ &+ \frac{\hbar\Omega_1}{2} (e^{i\omega_{\text{MOT}}t} |1\rangle \langle 2| + e^{-i\omega_{\text{MOT}}t} |2\rangle \langle 1|) \\ &+ \frac{\hbar\Omega_2}{2} (e^{i\omega_{\text{Probe}}t} |1\rangle \langle 3| + e^{-i\omega_{\text{Probe}}t} |3\rangle \langle 1|).\end{aligned}\quad (3.7)$$

Dieser Hamiltonoperator wird im letzten Schritt mit Hilfe der Transformationsmatrix

$$U(t) = |1\rangle \langle 1| + e^{i\omega_{\text{MOT}}t} |2\rangle \langle 2| + e^{i\omega_{\text{Probe}}t} |3\rangle \langle 3| \quad (3.8)$$

und der Beziehung (s. Anhang A.1)

$$\hat{H}' = i\hbar\dot{U}(t)U^\dagger(t) + U(t)\hat{H}(t)U^\dagger(t) \quad (3.9)$$

in ein rotierendes Bild transformiert. Daraus erhält man den zeitunabhängigen Hamiltonoperator

$$\hat{H} = -\hbar\Delta_1 |2\rangle \langle 2| - \hbar\Delta_2 |3\rangle \langle 3| + \frac{\hbar\Omega_1}{2} (|1\rangle \langle 2| + |2\rangle \langle 1|) + \frac{\hbar\Omega_2}{2} (|1\rangle \langle 3| + |3\rangle \langle 1|), \quad (3.10)$$

wobei  $\Delta_1 = \omega_{\text{MOT}} - \omega_{12}$  und  $\Delta_2 = \omega_{\text{Probe}} - \omega_{13}$  die Verstimmungen der Laserfrequenzen gegenüber den jeweiligen atomaren Resonanzfrequenzen sind.

### Inkohärente Prozesse - Lindblad-Operatoren

In unserem System berücksichtigen wir drei inkohärente Prozesse: die beiden spontanen Zerfälle der angeregten Zustände  $|2\rangle$  und  $|3\rangle$  in den Grundzustand  $|1\rangle$  und das inkohärente Pumpen durch den Pumpstrahl (s. Abb. 3.2).

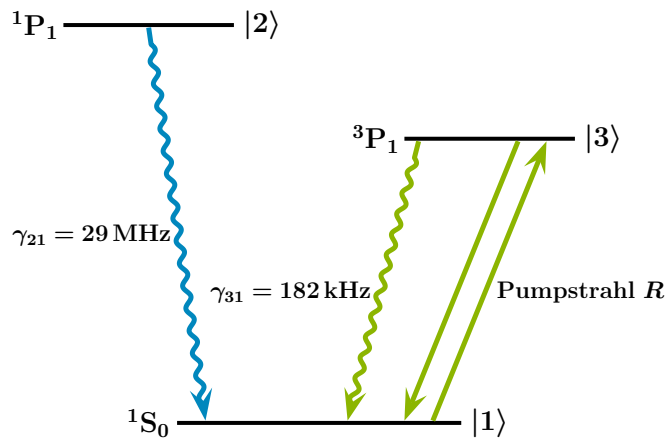


ABBILDUNG 3.2.: Eingezeichnet sind die inkohärenten Prozesse: jeweils der spontane Zerfall der beiden angeregten Zustände  $|2\rangle$  und  $|3\rangle$  (gewellte Linien) und das inkohärente Pumpen durch den Pumpstrahl. Dieser transferiert Population nicht nur in den angeregten Zustand, sondern auch zurück in den Grundzustand.



Die Lindblad-Operatoren haben meistens eine intuitive Form. Am Beispiel des spontanen Zerfalls wird dies erkennbar:

$$\hat{C}_{\text{spont}} = \sqrt{\gamma} |g\rangle \langle e| \quad (3.11)$$

Darin stellt  $|e\rangle$  den angeregten Zustand und  $|g\rangle$  den Grundzustand dar. Dieser Operator beschreibt den Sprung vom angeregten Zustand zurück in den Grundzustand mit der Rate  $\gamma$ . Somit erhalten wir für unsere beiden spontanen Zerfälle

$$\hat{C}_2 = \sqrt{\gamma_{21}} |1\rangle \langle 2| \quad (3.12)$$

$$\hat{C}_3 = \sqrt{\gamma_{31}} |1\rangle \langle 3| \quad (3.13)$$

als Lindblad-Operatoren.

Das Pumpen wird als inkohärentes Anregen angesehen, wobei die Atome durch den Pumpstrahl nicht nur in den Zustand  $|3\rangle$  angeregt werden, sondern durch stimulierte Emission auch zurück in den Grundzustand  $|1\rangle$  gepumpt werden können. Aus diesem Grund werden zur Beschreibung dieses inkohärenten Prozesses folgende zwei Lindblad-Operatoren benötigt:

$$\hat{C}_{13} = \sqrt{R} |1\rangle \langle 3| \quad (3.14)$$

$$\hat{C}_{31} = \sqrt{R} |3\rangle \langle 1|. \quad (3.15)$$

Der erste Operator beschreibt den Zerfall vom angeregten Zustand  $|3\rangle$  in den Grundzustand  $|1\rangle$  mit der Pumprate  $R$  und der zweite Operator den Zerfall vom Grundzustand  $|1\rangle$  in den angeregten Zustand  $|3\rangle$  mit derselben Pumprate  $R$ .

## Optische Bloch-Gleichungen und ihre Lösung

Beim Zusammenfügen des Hamiltonoperators und der Lindblad-Operatoren in die Lindblad-Gleichung (Gl. 3.1) ergeben sich die folgenden optischen Bloch-Gleichungen:

$$\dot{\rho}_{11} = -R \rho_{11} + \frac{i\Omega_1}{2} (\rho_{12} - \rho_{21}) + \frac{i\Omega_2}{2} (\rho_{13} - \rho_{31}) + \gamma_{21} \rho_{22} + (\gamma_{31} + R) \rho_{33} \quad (3.16)$$

$$\dot{\rho}_{22} = \frac{i\Omega_1}{2} (\rho_{21} - \rho_{12}) - \gamma_{21} \rho_{22} \quad (3.17)$$

$$\dot{\rho}_{33} = \frac{i\Omega_2}{2} (\rho_{31} - \rho_{13}) + R \rho_{11} - (\gamma_{31} + R) \rho_{33} \quad (3.18)$$

$$\dot{\rho}_{12} = \frac{i\Omega_1}{2} (\rho_{11} - \rho_{22}) - \frac{i\Omega_2}{2} \rho_{23} - \left( \frac{\gamma_{21} + R}{2} + i\Delta_1 \right) \rho_{12} \quad (3.19)$$

$$\dot{\rho}_{13} = \frac{i\Omega_2}{2} (\rho_{11} - \rho_{33}) - \left( \frac{2R + \gamma_{31}}{2} + i\Delta_2 \right) \rho_{13} - \frac{i\Omega_1}{2} \rho_{23} \quad (3.20)$$

$$\dot{\rho}_{23} = -\frac{i\Omega_1}{2} \rho_{13} + \frac{i\Omega_2}{2} \rho_{21} - \left( \frac{\gamma_{31} + \gamma_{21} + R}{2} + i(\Delta_2 - \Delta_1) \right) \rho_{23}. \quad (3.21)$$

Als Basis wurde die euklidische Einheitsbasis gewählt, sodass  $|1\rangle = (1\ 0\ 0)^T$ ,  $|2\rangle = (0\ 1\ 0)^T$  und  $|3\rangle = (0\ 0\ 1)^T$  gilt. Die Gleichungen für  $\dot{\rho}_{21}$ ,  $\dot{\rho}_{31}$  und  $\dot{\rho}_{32}$  ergeben sich aus den komplex konjugierten Gleichungen von  $\dot{\rho}_{12}$ ,  $\dot{\rho}_{13}$  und  $\dot{\rho}_{23}$ .

Die neun Bewegungsgleichungen werden numerisch mit Hilfe von Matlab gelöst. Dabei wird die  $N \times N$  Dichtematrix  $\hat{\rho}$  zu dem  $N^2$ -dimensionalen Vektor  $\rho$  umgeschrieben und infolgedessen können die Bloch-Gleichungen mit Hilfe des  $N^2 \times N^2$  Liouville-Superoperators  $\hat{L}$  als

$$\dot{\rho} = \hat{L} \cdot \rho(t) \quad (3.22)$$

modelliert werden. Nach Separation der Variablen ergibt sich die Zeitentwicklung zu

$$\rho(t) = e^{\hat{L} \cdot t} \cdot \rho_0, \quad (3.23)$$

wobei  $\rho_0$  den Anfangszustand des Atoms zum Zeitpunkt  $t = 0$  darstellt. In unseren Rechnungen soll sich das Atom zu Beginn immer im Grundzustand befinden, sodass  $\rho_{11} = 1$  und alle anderen Elemente null gewählt werden. Der Grund für diese einfache Lösung der Differentialgleichung ist, dass der Hamiltonoperator  $\hat{H}$  im rotierenden Bild zeitunabhängig ist und demnach der Liouville-Superoperator  $\hat{L}$  ebenfalls keine Zeitabhängigkeit aufweist, womit eine homogene Differentialgleichung 1. Ordnung vorliegt. Diese Zeitunabhängigkeit wurde durch das Einbauen des Pumpstrahls als inkohärenten Prozess erreicht. Für einen kohärenten Pumpstrahl wäre der Hamiltonoperator aufgrund der zeitabhängigen Phase zwischen Pump- und Probestrahl auch nach der Transformation ins rotierende Bild zeitabhängig (s. Anhang A.1).

Mit Hilfe des Matlab-Befehls *expm* wird in unserem Fall die  $9 \times 9$  Matrix  $\hat{L}$  im Exponenten der Exponentialfunktion ausgewertet. Bei bekanntem Anfangszustand erhalten wir somit die Dichtematrix

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} \end{pmatrix}. \quad (3.24)$$

Während die Diagonalelemente die Populationen der Zustände  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  und  $|3\rangle$  beschreiben, stellen die Nichtdiagonalelemente die Kohärenzen zwischen den Zuständen dar. Von besonderem Interesse ist dabei das Nichtdiagonalelement  $\rho_{31}$ , da dieses über die elektrische Suszeptibilität  $\chi$  mit dem durch den grünen Übergang induzierten komplexen Brechungsindex in Verbindung gebracht werden kann [27]. Dadurch kann mit diesem Modell untersucht werden, unter welchen Bedingungen sich eine Verstärkung des Probestrahls durch das aktive Medium, also durch die Atomwolke, ergibt. Detaillierte Erläuterungen sind im nächsten Kapitel 3.3 aufgeführt. Außerdem wurde anhand der Publikation von Zhu Y. [17] unser Matlab-Programm auf seine Richtigkeit geprüft, was in Anhang A.2 geschildert wird.

### 3.3. Verstärkung des Probestrahls

Für  $|\chi| \ll 1$  kann eine Proportionalität zwischen dem Nichtdiagonalelement  $\rho_{31}$  und dem Imaginärteil des komplexen Brechungsindex  $\bar{n} = n + ik$  der Atomwolke gefunden werden [27]. Der

Imaginärteil  $k \propto \text{Im}(\rho_{31})$  charakterisiert die Absorption bzw. Verstärkung durch die Atomwolke aufgrund des grünen Übergangs. Für  $\text{Im}(\rho_{31}) < 0$  liegt Absorption vor, was gleichbedeutend mit einer Abschwächung des Probestrahls durch die Atomwolke ist. Verstärkung durch stimulierte Emission tritt auf, wenn  $\text{Im}(\rho_{31}) > 0$  gilt.

In Abbildung 3.3 a) ist  $\text{Im}(\rho_{31})$  im Gleichgewichtszustand des Systems gegen die Verstimmung des Probestrahls  $\Delta_2$  aufgetragen. Zusätzlich ist die Nulllinie eingezeichnet. Im grün hervorgehobenen Bereich von circa  $\Delta_2 = -50$  MHz bis  $\Delta_2 = -5$  MHz erfährt der Probestrahl Verstärkung, wohingegen er im rot gekennzeichneten Bereich der Kurve absorbiert wird. Während der Parameter  $\Delta_2$  in dieser Darstellung variiert wird, werden alle anderen Parameter  $\Omega_1$ ,  $\Delta_1$ ,  $\Omega_2$  und  $R$  bereits passend zum Experiment eingestellt. Die gewählten Werte sind der Bildunterschrift von Abbildung 3.3 zu entnehmen. Das Zustandekommen dieser Werte ist Thema des nachfolgenden Kapitels.

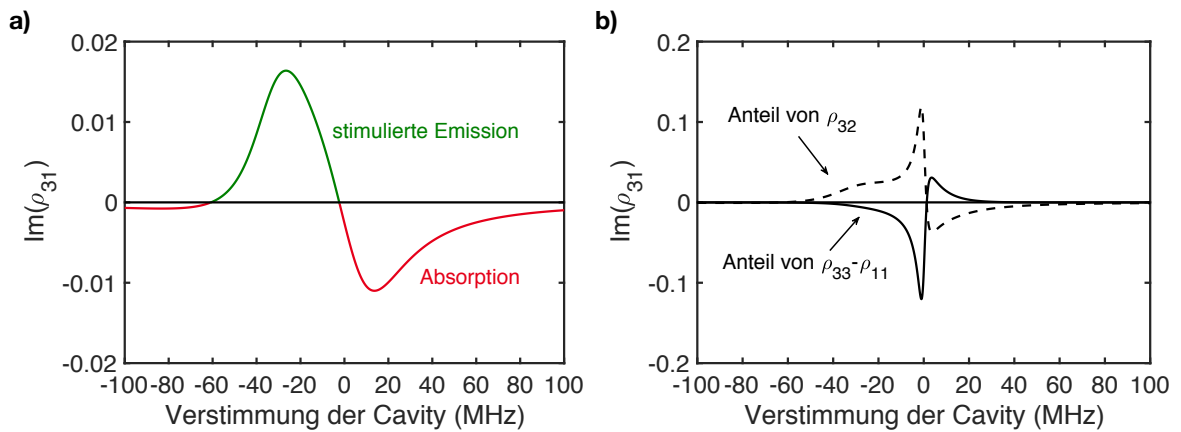


ABBILDUNG 3.3.: In a) ist der Imaginärteil von  $\rho_{31}$  in Abhängigkeit der Verstimmung des Probestrahls (Cavity) dargestellt. Im grün gekennzeichneten Bereich ist  $\text{Im}(\rho_{31}) > 0$ . Der Probestrahl wird hier durch stimulierte Emission verstärkt. Im Gegensatz dazu wird er im roten Bereich absorbiert. Der Koeffizient setzt sich im Gleichgewichtszustand aus zwei Teilen zusammen, die in b) dargestellt sind (vgl. Gleichung (3.25)). Der erste Teil ist proportional zur Besetzungsdifferenz  $\rho_{33} - \rho_{11}$  (durchgezogene Linie) und der zweite Teil zum Nichtdiagonalelement  $\rho_{32}$  (gestrichelte Linie). Die übrigen Parameter sind:  $\Omega_1 = 12$  MHz,  $\Delta_1 = -35$  MHz,  $\Omega_2 = 21,3$  MHz,  $R = 8,7$  MHz.

Wie bereits erwähnt, wird der Imaginärteil von  $\rho_{31}$  im Gleichgewichtszustand, d.h.  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ , dargestellt. Dazu erfolgt eine Auswertung des Systems nach einer hinreichend langen Zeit, nach der sich die Dichtematrix nicht mehr ändert. Diese Zeit muss selbstverständlich länger als die Zerfallszeiten der angeregten Zustände sein. Um die Zusammensetzung von  $\rho_{31}$  im Gleichgewichtszustand zu erhalten, wird die komplex konjugierte Gleichung von (3.20) null gesetzt und nach  $\rho_{31}$  aufgelöst:

$$\rho_{31} = \frac{\frac{i\Omega_2}{2}}{\left(\frac{2R+\gamma_{31}}{2} - i\Delta_2\right)} \cdot (\rho_{33} - \rho_{11}) + \frac{\frac{i\Omega_1}{2}}{\left(\frac{2R+\gamma_{31}}{2} - i\Delta_2\right)} \cdot \rho_{32}. \quad (3.25)$$

Dabei lässt sich erkennen, dass das Nichtdiagonalelement  $\rho_{31}$  aus einem Anteil proportional zur Besetzungsdifferenz  $\rho_{33} - \rho_{11}$  und einem Anteil proportional zum Nichtdiagonalelement

$\rho_{32}$  besteht. Der relevante Imaginärteil ergibt sich zu:

$$\text{Im}(\rho_{31}) = \underbrace{a \cdot (\rho_{33} - \rho_{11})}_{\text{Anteil von Besetzungsdifferenz}} + \underbrace{b \cdot \text{Re}(\rho_{32}) + c \cdot \text{Im}(\rho_{32})}_{\text{Anteil von } \rho_{32}} \quad (3.26)$$

mit

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4} \frac{\Omega_2 \cdot (2R + \gamma_{31})}{\left(\frac{2R + \gamma_{31}}{2}\right)^2 + (\Delta_2)^2} \\ b &= \frac{1}{4} \frac{\Omega_1 \cdot (2R + \gamma_{31})}{\left(\frac{2R + \gamma_{31}}{2}\right)^2 + (\Delta_2)^2} \\ c &= \frac{1}{2} \frac{-\Omega_1 \Delta_2}{\left(\frac{2R + \gamma_{31}}{2}\right)^2 + (\Delta_2)^2} . \end{aligned}$$

In Abbildung 3.3 b) sind die beiden Anteile des Imaginärteils von  $\rho_{31}$  in Abhängigkeit von  $\Delta_2$  aufgetragen, wobei dieselben Parameter wie in a) verwendet wurden. Da lediglich der Anteil von  $\rho_{32}$  im Bereich der Verstärkung ( $\Delta_2 = -50$  bis  $-5$  MHz) größer null ist, wird die Verstärkung auch nur durch diesen Anteil hervorgerufen. Daher stellt sich die Frage nach der Bedeutung des Nichtdiagonalelements  $\rho_{32}$  im System. Es gibt die Kohärenz zwischen den beiden angeregten Zuständen  $|3\rangle$  und  $|2\rangle$  an. Da jedoch der direkte Übergang zwischen diesen beiden Zuständen verboten ist, weist die Kohärenz auf einen Zwei-Photonen-Prozess hin, welcher bereits durch Gothe et al. als grundlegender Mechanismus des auftretenden Lasings beschrieben wurde [16]. In Abbildung 3.4 ist dieser Mechanismus anhand eines Niveauschemas skizziert. Zunächst sättigt der grüne Pumpstrahl den entsprechenden Übergang, wodurch eine signifikante Population im Zustand  ${}^3P_1$  erzeugt wird. Außerdem induzieren die um  $-35$  MHz verstimmteten MOT-Strahlen ein virtuelles Energieniveau oberhalb des Grundzustands  ${}^1S_0$ , welches schnell geleert wird. Der Zwei-Photonen-Prozess besteht aus einem grünen Photon, welches in die Cavitymode emittiert wird und einem blauen Photon der MOT-Strahlen, welches simultan absorbiert wird. Durch den spontanen Zerfall des  ${}^1P_1$ -Zustands wird der Kreislauf geschlossen.

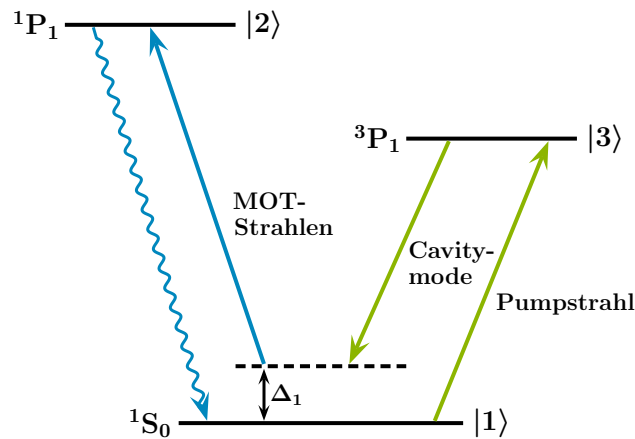


ABBILDUNG 3.4.: Unser Lasing ist Teil eines Zwei-Photonen-Prozesses. Dieser erfolgt durch die Emission eines grünen Photons in die Cavity und durch die unmittelbar darauffolgende Absorption eines blauen Photons der MOT-Strahlen.

Wird nun im folgenden Unterkapitel ein Basiswechsel in die Eigenzustände des gekoppelten Systems aus Atom und MOT-Strahlen, den sogenannten bekleideten Zuständen (engl. *dressed states*), vorgenommen, erhalten wir zwischen einem dieser gekoppelten Zustände oberhalb des Grundzustands und dem angeregten Zustand  $|3\rangle$  eine Besetzungsinversion. Die Betrachtung des Mechanismus als Zwei-Photonen-Prozess im Bild der atomaren Eigenzustände (engl. *bare states*) ist somit lediglich eine alternative Betrachtungsweise, die eine intuitive Beschreibung im Rahmen der bekannten atomaren Energieniveaus ermöglicht.

### Alternative Betrachtung im gekoppelten System

Ein alternatives Bild zum Zwei-Photonen-Prozess ergibt sich durch die Annahme einer Kopplung der Atome mit den MOT-Strahlen. Dazu betrachten wir ausschließlich den Hamiltonoperator des Atoms selbst und den Wechselwirkungsoperator des Atoms mit den MOT-Strahlen. Der Probestrahl wird hierbei komplett vernachlässigt. Nach der Drehwellennäherung und einer Transformation ins rotierende Bild nimmt der gesamte Hamiltonoperator folgende Gestalt an:

$$\hat{H} = \hbar \cdot \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega_1}{2} & 0 \\ \frac{\Omega_1}{2} & -\Delta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \hbar\omega_{13} \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

Als Basis wurde wieder die euklidische Einheitsbasis ( $|1\rangle = (1\ 0\ 0)^T$ ,  $|2\rangle = (0\ 1\ 0)^T$ ,  $|3\rangle = (0\ 0\ 1)^T$ ) gewählt. Die Eigenenergien ergeben sich zu

$$E_{\pm} = \hbar \cdot \left( -\frac{\Delta_1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Delta_1^2 + \Omega_1^2} \right) \quad (3.28)$$

$$E_3 = \hbar\omega_{13}, \quad (3.29)$$

wobei  $\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Delta_1^2}$  gerade der Abstand zwischen den beiden gekoppelten Zuständen ist. Das bedeutet, dass die MOT-Strahlen ein Paar von gekoppelten Zuständen

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{\frac{\Omega_1^2}{4} + \frac{\Delta_1^2}{4} \mp \Delta_1 \Omega}} \left[ \frac{\Omega_1}{2} |1\rangle + \left( \frac{\Delta_1}{2} \mp \Omega \right) |2\rangle \right] \quad (3.30)$$

induzieren und der dritte Eigenzustand  $|3\rangle$  unverändert bleibt. Das modifizierte Niveauschema ist nun in Abbildung 3.5 zu sehen. Eingezeichnet ist der Übergang von den ungekoppelten atomaren Zuständen  $|1\rangle$  bzw.  $|2\rangle$  (links) zu den gekoppelten  $|+\rangle$  bzw.  $|-\rangle$  (rechts), welche eine Überlagerung der atomaren Zustände sind. Die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Energieniveaus im Gleichgewichtszustand sind speziell für unser Experiment als verschieden große Kugeln (orange) illustriert. Die Verstimmung der MOT-Strahlen um  $\Delta_1 = -35$  MHz verursacht eine Besetzungsinversion zwischen dem gekoppelten Zustand  $|+\rangle$  und  $|3\rangle$ . Folglich befindet sich zwischen diesen beiden Zuständen der Laserübergang unseres Lasings.

Das Maximum bzw. Minimum von  $\text{Im}(\rho_{31})$  in Abbildung 3.3 a) lassen sich gut mit Hilfe der gekoppelten Zustände erklären, denn bei Variation der Verstimmung  $\Delta_2$  tastet der Probestrahl die beiden gekoppelten Zustände des Systems ab und wird je nach Besetzungsverteilung absorbiert bzw. verstärkt. Im experimentellen Fall, der vergleichbar mit Abbildung 3.3 a)

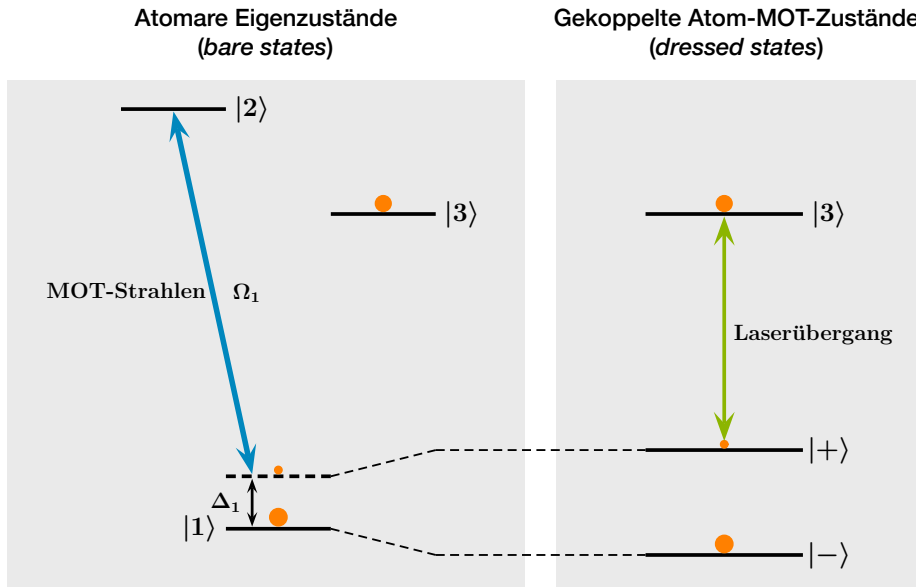


ABBILDUNG 3.5.: Während links unser System in den ungekoppelten Atomeigenzuständen (*bare states*) dargestellt ist, sind rechts die Eigenzustände des gekoppelten Systems (*dressed states*) eingezeichnet. Die Kopplung der MOT-Strahlen mit dem Atom bewirken, dass sich die beiden Zustände  $|+\rangle$  und  $|-\rangle$  aus einer Überlagerung der atomaren Zustände  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$  ergeben. In dieser Basis existiert eine Besetzungsinversion zwischen dem unveränderten Zustand  $|3\rangle$  und dem gekoppelten Zustand  $|+\rangle$ . Folglich dominiert auf diesem Übergang stimulierte Emission, wodurch der Probestrahl verstärkt wird.

ist, überlagern sich die beiden Peaks und die Kurven werden asymmetrisch. Wird zum Beispiel die Rabi-Frequenz der MOT-Strahlen  $\Omega_1$  erhöht, vergrößert sich demnach der Abstand  $\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Delta_1^2}$  der gekoppelten Zustände, wodurch die Peaks auseinanderwandern.

Wenn wir die Lage des Maximums bzw. Minimums in Abbildung 3.3 genauer bestimmen, stellen wir fest, dass sie nicht genau bei den Eigenenergien der beiden gekoppelten Zuständen liegen. Sie sind um einige Megahertz verschoben. Der Grund dafür ist, dass wir eigentlich gekoppelte Zustände mit spontanem Zerfall vorliegen haben [12], was zu einer zusätzlichen Energieverschiebung und einer veränderten Linienbreite gegenüber dem hier betrachteten Fall ohne spontane Zerfälle führt. Zum besseren Verständnis des hier vorliegenden Systems reicht jedoch die hier durchgeführte semiklassische Beschreibung.

### 3.4. Bezug zum Experiment

In der bisher gezeigten Abbildung 3.3 wurden die Rabi-Frequenzen und die Verstimmungen der Laserstrahlen entsprechend unseres Experiments gewählt. Innerhalb dieses Abschnittes sollen diese Werte nun erläutert und diskutiert werden.

Zur Bestimmung der Rabi-Frequenzen ist folgender Zusammenhang zwischen Laserintensität  $I$  und Sättigungsintensität  $I_{\text{sat}}$  von Nutzen:

$$\frac{2\Omega^2}{\gamma^2} = \frac{I}{I_{\text{sat}}}. \quad (3.31)$$

Während die Zerfallskonstante  $\gamma$  und die Sättigungsintensität  $I_{\text{sat}}$  durch den optischen Übergang definiert sind, kann die Laserintensität  $I$  experimentell bestimmt werden.

**MOT-Strahlen** Die sechs MOT-Strahlen weisen jeweils eine Intensität von  $3,5 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$  auf, folglich ergibt sich eine Gesamtintensität von  $21 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$ , was mit Gl. (3.31) eine Rabifrequenz von  $\Omega_1 = 12 \text{ MHz}$  ergibt. Dabei beträgt die Linienbreite des blauen Übergangs  $29 \text{ MHz}$  und die Sättigungsintensität  $59,6 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$  [16].

Die Verstimmung der MOT-Strahlen ist mit Hilfe von AOMs auf  $\Delta_1 = -30 \text{ MHz}$  eingestellt, da wir bei dieser Verstimmung die meisten Atome fangen. Allerdings kann sich die tatsächlich im Experiment auftretende Verstimmung  $\Delta_1$  aufgrund der Stabilisierung der MOT-Strahlen davon unterscheiden. Während der Messung, die in der Einleitung präsentiert wurde, besitzen die MOT-Strahlen beispielsweise eine Verstimmung von  $-35 \text{ MHz}$ .

**Probestrahl** Der Probestrahl repräsentiert im Modell die Cavitymode als klassisches elektromagnetisches Feld mit der Rabifrequenz  $\Omega_2$ . Zur Bestimmung dieser Rabifrequenz bedienen wir uns den Grundlagen der Quantenelektrodynamik. In diesem Theorieansatz wird sowohl das Atom als auch das Lichtfeld der Cavity quantenmechanisch behandelt. In Analogie zur Rabifrequenz im semiklassischen Ansatz koppelt das Atom mit der Frequenz  $2g\sqrt{n+1}$  an das gequantelte Lichtfeld mit  $n$  Photonen. Dabei stellt  $g$  den Kopplungsparameter zwischen dem Atom und der Cavitymode dar, welcher in unserem Experiment  $2\pi \cdot 33,7 \text{ kHz}$  beträgt. Da der Probestrahl hinsichtlich seiner Verstärkung untersucht werden soll, wählen wir als Ansatz für die Rabifrequenz  $\Omega_2$  die sogenannte Vakuum-Rabifrequenz  $2g$ , welche die Kopplung zwischen einem Atom und einer Cavitymode ohne Photonen darstellt [28].

Da wir  $N$  Atome in unserer Cavity fangen, wird die Vakuum-Rabifrequenz um den Faktor  $\sqrt{N}$  ergänzt, wobei  $N$  sich auf die Atome beschränkt, welche gleichzeitig mit der Cavitymode und dem Pumpstrahl wechselwirken (s. Abb. 3.6). Nur diese Atome, die sich in beiden Lichtfeldern befinden, können einen Beitrag zur Verstärkung leisten.

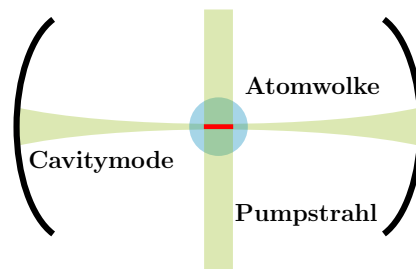


ABBILDUNG 3.6.: Skizze des räumlichen Überlapps der Atomwolke mit dem Pumpstrahl und der Cavitymode. Ausschließlich die Atome, die sich im rot markierten Bereich befinden, tragen zur Verstärkung bei.

In unserer Cavity werden gewöhnlich circa zwei Millionen Ytterbiumatome gefangen, die eine Atomwolke mit einem  $1/e^2$ -Radius von ungefähr  $1 \text{ mm}$  bilden. Die Atomwolke wird somit durch das Volumen einer Kugel angenähert. Die Anzahl der insgesamt gefangenen Atome berechnen wir aus dem Spannungssignal eines PMTs, welcher das blaue Fluoreszenzlicht der Atome

detektiert. Die zugehörige Umrechnung wurde bereits in einer früheren Arbeit beschrieben [15]. Die Cavitymode besitzt eine Strahltaile von  $w_0 = 87,6 \mu\text{m}$ . Mit einer Rayleighlänge von  $z_0 = 4,256 \text{ cm}$  kann die Strahlbreite  $w$  auf einer Länge von rund 2 mm als konstant angenommen werden. Der Pumpstrahl besitzt einen  $1/e^2$ -Radius in x- und y-Richtung von  $r_P = 890 \mu\text{m}$  und deckt somit nicht die gesamte Breite der Atomwolke ab. Mit Hilfe dieser Werte kann das Volumen des räumlichen Überlapps als Zylindervolumen mit dem Radius  $w_0$  und der Länge von  $2 \cdot r_P$  angenähert werden. Aus dem Verhältnis des Zylindervolumens mit dem Volumen der gesamten Atomwolke lässt sich abschätzen, dass nur rund ein Prozent aller gefangenen Atome auch tatsächlich sowohl mit der Cavitymode als auch mit dem Pumpstrahl wechselwirken. Gemäß dieser Abschätzung besteht das aktive Medium nur aus  $N = 20.000$  Atomen, was jedoch nicht zu den entsprechenden experimentellen Daten passt. Hier sind 100.000 Atome nötig, um diese zu reproduzieren. Diese Diskrepanz kann unter anderem durch unsere Annahme erklärt werden, dass die Atome innerhalb der Atomwolke gleichverteilt sind, da wir die genaue räumliche Dichteverteilung der Atomwolke nicht kennen.

**Pumpstrahl** Die Pumprate  $R$  des inkohärenten Pumpstrahls setzen wir mit der Rabi-frequenz des Pumpstrahls gleich, welche mit Gl. (3.31) bestimmt werden kann. Dabei beträgt die Zerfallskonstante des grünen Übergangs 182 kHz und die Sättigungsintensität  $0,14 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$  [16]. Der grüne Pumpstrahl besitzt eine Maximalleistung von 16 mW, was einer maximalen Rabi-frequenz von 8,7 MHz entspricht. Zur Berechnung der Intensität wurde der bereits angegebene  $1/e^2$ -Radius in x- und y-Richtung von  $r_P = 890 \mu\text{m}$  verwendet.

Mit dem Ziel solche Verstimmungskarten wie in Abbildung 1.2 b) modellieren zu können, ist es notwendig, auch den Pumpstrahl mit einer Verstimmung gegenüber der Übergangsfrequenz,  $\Delta_3 = \Delta_{\text{pa}} = \omega_{\text{Pump}} - \omega_{13}$ , zu betrachten. Dazu wird die Pumprate  $R$  mit einem Lorentzprofil endlicher Linienbreite

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{4\Delta_3^2}{\gamma_{31}^2}} \quad (3.32)$$

versehen. Infolgedessen kann die Verstärkung des Probestrahls in Abhängigkeit der Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_3$  und seiner eigenen Verstimmung  $\Delta_2 = \Delta_{\text{ca}}$  bestimmt werden, wie es in den gemessenen Verstimmungskarten gefordert ist.

### 3.5. Geometrie des Experiments

Die MOT mittels derer wir die Yb-Atome im Zentrum unserer Cavity festhalten, besteht aus den MOT-Strahlen und dem Quadrupolmagnetfeld des Anti-Helmholtz-Spulenpaares (s. Abb. 3.7 a)). Während die MOT-Strahlen in den bisherigen Berechnungen bereits enthalten sind, wurde das Magnetfeld vorerst vernachlässigt. Im Idealfall ist das Quadrupolmagnetfeld nicht zu beachten, da die Atome im Zentrum des Quadrupolmagnetfelds gefangen werden, wo die magnetische Flussdichte verschwindet (s. Abb. 3.7 b)).

Im Experiment besitzt die Atomwolke jedoch eine endliche Ausdehnung, sodass sich nicht alle Atome im Zentrum befinden. Außerdem führt eine nur mit endlicher Präzision durchführbare Justage der MOT-Strahlen, des Zeeman-Bremsers und des Atomstrahls dazu, dass sich der Schwerpunkt der Atomwolke nie exakt im Mittelpunkt der Cavity befindet. So erfahren die



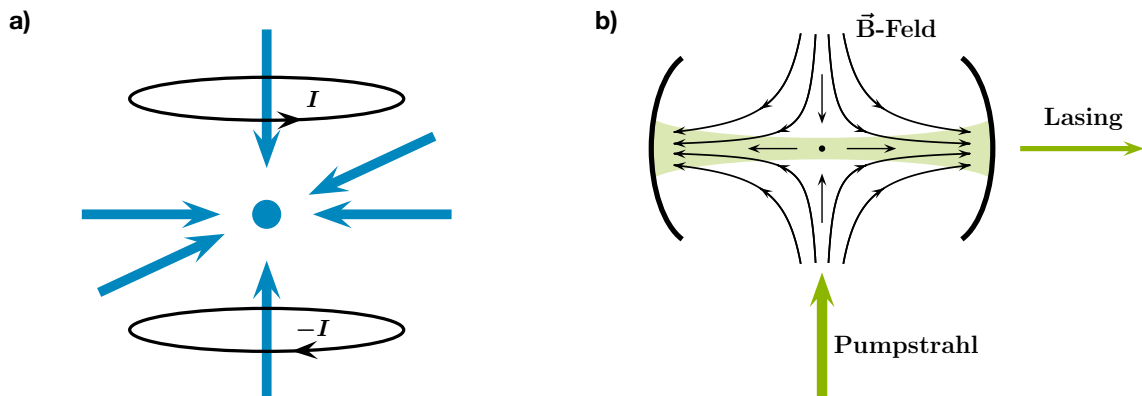


ABBILDUNG 3.7.: In a) sind die sechs senkrecht zueinander stehenden MOT-Strahlen und das Anti-Helmholtz-Spulenpaar der MOT skizziert. Das Spulenpaar erzeugt ein Quadrupolmagnetfeld, welches im Zentrum null ist und in dessen naheliegender Umgebung in allen Richtungen linear wächst (fällt). Ein Querschnitt der magnetischen Feldlinien entlang der Cavity- und vertikalen Achse ist in b) dargestellt.

meisten Atome eine von Null verschiedene magnetische Flussdichte. Um Messergebnisse wie in Abbildung 1.2 b) modellieren zu können, ist es demnach notwendig auch die endliche magnetische Flussdichte am Ort der Atome zu berücksichtigen. Wird das Ytterbiumatom nun im externen Magnetfeld betrachtet, spaltet der angeregte Zustand  $^3P_1$  in seine Zeeman-Niveaus auf. Die Anregung dieser Zeeman-Niveaus ist durch die Richtung des Magnetfelds an der Atomposition, durch die Auswahlregeln des Dipolübergangs und durch die Polarisierung des grünen Pumpstrahls bestimmt. Je nachdem welche Zeeman-Niveaus angeregt werden, wird aufgrund der unterschiedlichen Abstrahlcharakteristiken für  $\sigma_{\pm}$ - oder  $\pi$ -polarisiertes Licht unterschiedlich viel Licht in Richtung der Resonatorachse emittiert. Das bedeutet, dass die Verstärkung des Probestrahls ebenfalls vom entsprechenden Zeeman-Niveau abhängig ist. Dadurch folgt weiter, dass die verschiedenen Polarisierungen auch unterschiedliche Verstärkungen erfahren. Hierbei ist anzumerken, dass die Richtung des Probestrahls beziehungsweise der Cavityachse bisher nicht explizit ins Modell eingebaut wurden. Jedoch erhält der Probestrahls ebenso wie der Pumpstrahl durch die Tatsache, dass Verstärkung nur bei Emission entlang der Cavityachse erfolgen kann, hier implizit eine feste Richtung entlang der Cavityachse. Im Folgenden wird das Modell nun schrittweise um folgende Aspekte erweitert: die Zeeman-Niveaus, die Polarisation des Pumpstrahls, die Richtung des Probestrahls (Cavityachse) und letztendlich eine Erweiterung auf eine eindimensionale statt punktförmige Betrachtung der Atomwolke.

### **Zeeman-Niveaus**

Im externen Magnetfeld spalten genau genommen beide angeregten Zustände  $^3P_1$  und  $^1P_1$  in jeweils drei Zeeman-Niveaus mit den magnetischen Quantenzahlen  $m_j = 0, \pm 1$  auf. Die Zeeman-Niveaus des  $^1P_1$ -Zustands besitzen eine Linienbreite von 29 MHz, welche größer als die Energieaufspaltung durch das Magnetfeld ist. Diese liegt im Experiment zwischen 5 und 10 MHz. Dadurch überlagern sich die drei Zeeman-Niveaus und können simultan von den MOT-Strahlen angeregt werden, was eine Vernachlässigung im Modell weiterhin zulässt. Im

Gegensatz dazu beträgt die Linienbreite des  $^3P_1$ -Zustands lediglich 182 kHz und ist demnach drei Größenordnungen kleiner als die Energieaufspaltung. In diesem Fall können die Niveaus in Abhängigkeit von der Polarisation des Pumpstrahls getrennt voneinander angeregt werden. Das Drei-Niveau-System muss daher auf ein Fünf-Niveau-System erweitert werden.

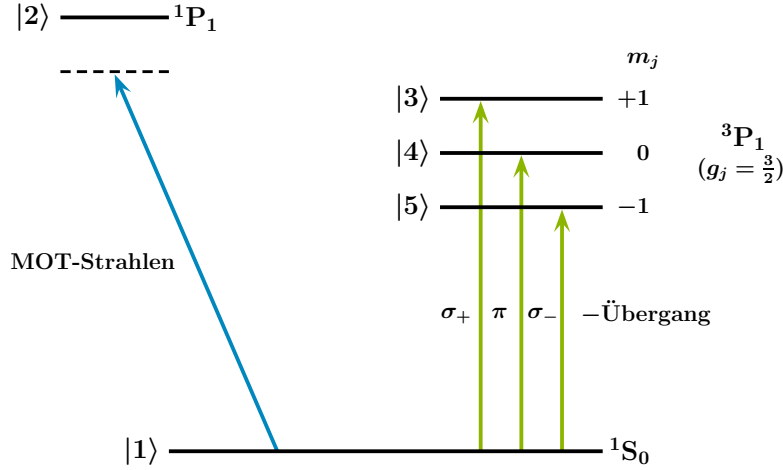


ABBILDUNG 3.8.: Niveauschema des Ytterbiumatoms im externen Magnetfeld der MOT mit den relevanten Zeeman-Niveaus |3>, |4> und |5>. Aufgrund der wohlbekannteren Auswahlregeln eines Dipolübergangs ist es nur möglich, den Übergang  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  ( $\Delta m_j = 1$ ) mit rechtszirkular-polarisiertem, den Übergang  $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$  ( $\Delta m_j = 0$ ) mit linear-polarisiertem und den Übergang  $|1\rangle \rightarrow |5\rangle$  ( $\Delta m_j = -1$ ) mit linkszirkular-polarisiertem Licht anzuregen.

Die Energieverschiebung der Zeeman-Niveaus kann durch

$$\Delta E = m_j \cdot g_j \cdot \mu_B \cdot |\vec{B}| \quad (3.33)$$

berechnet werden. Dabei ist  $m_j$  die magnetische Quantenzahl,  $g_j$  der Landé-Faktor,  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton und  $\vec{B}$  die magnetische Flussdichte. Der Landé-Faktor wird mittels der Beziehung

$$g_j = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (3.34)$$

bestimmt und beträgt beim  $^3P_1$ -Zustand ( $L = 1, S = 1, J = 1$ )  $g_j = 3/2$ .

Das Quadrupolmagnetfeld lässt sich durch folgenden vereinfachten Vektor

$$\vec{B}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} 18 \frac{\text{G}}{\text{cm}} \cdot x \\ 18 \frac{\text{G}}{\text{cm}} \cdot y \\ -36 \frac{\text{G}}{\text{cm}} \cdot z \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

dargestellt, da die Atome nahe um  $|\vec{B}| = 0$  gefangen werden. In diesem Bereich ist das Magnetfeld in allen Richtungen linear (s. Abb. 3.7 b)). Diese Näherung wurde bereits in der Diplomarbeit von Johannes Lillig [19] beschrieben. Der Vektor  $\vec{B}$  ist im Laborsystem ( $ls$ ) angegeben, welches in Abbildung 3.9 illustriert ist. Die  $z^{(ls)}$ -Achse verläuft entlang der Ausbreitungsrichtung des Pumpstrahls und die  $x^{(ls)}$ -Achse entlang der Cavityachse. Der Ursprung liegt im Zentrum der Cavity, wo das Magnetfeld  $|\vec{B}|$  verschwindet. Über die Position des

Atoms im Laborsystem kann nun im Matlab-Programm die Feldstärke und die Richtung des Magnetfelds entsprechend der experimentellen Ergebnisse eingestellt werden.

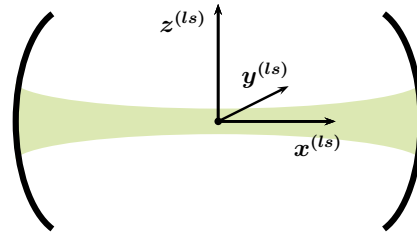


ABBILDUNG 3.9.: Eingezeichnet ist das gewählte Laborsystem. Der Ursprung liegt im Zentrum der Cavity. Die  $z^{(ls)}$ -Achse zeigt in Richtung des Pumpstrahls und die  $x^{(ls)}$ -Achse entlang der Cavityachse. Sie zeigt somit in Richtung des Probestrahls.

Demzufolge wird der Betrag des Magnetfelds an der Position des Atoms  $\vec{r}_a$  mit

$$|\vec{B}(\vec{r}_a)| = \sqrt{\left(18 \frac{\text{G}}{\text{cm}}\right)^2 (x_a^2 + y_a^2) + \left(36 \frac{\text{G}}{\text{cm}}\right)^2 z_a^2} \quad (3.36)$$

ermittelt und die Energieverschiebung der beiden Zeeman-Niveaus mit  $m_j = \pm 1$  errechnet sich hiermit zu

$$\Delta E = \pm \frac{3}{2} \cdot \mu_B \cdot \sqrt{\left(18 \frac{\text{G}}{\text{cm}}\right)^2 (x_a^2 + y_a^2) + \left(36 \frac{\text{G}}{\text{cm}}\right)^2 z_a^2}. \quad (3.37)$$

Das dritte Zeeman-Niveau mit  $m_j = 0$  verschiebt sich nicht.

Bei der Berechnung der Dichtematrix müssten wir eigentlich den kohärenten Hamiltonoperator um die beiden äußeren Zeeman-Niveaus  $m_j = \pm 1$  erweitern und somit ein Fünf-Niveau-System erhalten (s. Anhang A.3). Alternativ betrachten wir nun in unserem Programm drei Drei-Niveau-Systeme mit jeweils einem der Zeeman-Niveaus. Während sich das Drei-Niveau-System mit dem Zeeman-Niveau  $m_j = 0$  nicht verändert, müssen bei den anderen beiden Drei-Niveau-Systemen die Energieverschiebungen um  $\pm \Delta E$  berücksichtigt werden. Dabei wird der Hamiltonoperator (3.10) zu:

$$\hat{H}_{\pm 1} = -\hbar \Delta_1 |2\rangle \langle 2| - \hbar (\Delta_2 \mp \Delta E) |3\rangle \langle 3| + \frac{\hbar \Omega_1}{2} (|1\rangle \langle 2| + |2\rangle \langle 1|) + \frac{\hbar \Omega_2}{2} (|1\rangle \langle 3| + |3\rangle \langle 1|). \quad (3.38)$$

Zusätzlich müssen in den Lindbladoperatoren des Pumpstrahls die Energieverschiebungen beachtet werden, indem diese in die Lorentzprofile eingebaut werden:

$$\alpha_{\pm 1} = \frac{1}{1 + \frac{4(\Delta_3 \mp \Delta E)^2}{\gamma_{31}^2}}. \quad (3.39)$$

### Polarisation des Pumpstrahls

Wie bereits erwähnt, werden die drei Zeeman-Niveaus des  $^3\text{P}_1$ -Zustands in Abhängigkeit von der Polarisation des Pumpstrahls angeregt. Bei der Berechnung welcher Polarisationszustand

welche Zeeman-Übergänge anregt, ist die Einstrahlrichtung des Pumpstrahls relativ zur Quantisierungsachse des Atoms zu beachten.

Der Polarisationszustand des Pumpstrahls kann allgemein mit Hilfe des  $\vec{E}$ -Feld-Vektors

$$\vec{E} = \cos(\alpha) \cdot \vec{e}_x^{(ls)} + \sin(\alpha) e^{i\beta} \cdot \vec{e}_y^{(ls)} \quad (3.40)$$

dargestellt werden. Die Beschreibung dieses Vektors im Laborsystem ( $ls$ ) ist besonders geeignet aufgrund der festen Ausbreitungsrichtung des Pumpstrahls  $\vec{k}_{\text{Pump}} = |\vec{k}_{\text{Pump}}| \cdot \vec{e}_z^{(ls)}$  in Richtung der  $z^{(ls)}$ -Achse. Der  $\vec{E}$ -Feld-Vektor liegt daher in der  $x^{(ls)}$ - $y^{(ls)}$ -Ebene.

Die Quantisierungsachse des Atoms ist durch die Richtung des externen Quadrupolfeldes  $\vec{B}$  definiert. Diese Richtung ist wiederum über die Position des Atoms im Laborsystem bzw. im Quadrupolfeld bestimmt, welche im Matlab-Programm als Parameter  $\vec{r}_a = (x_a, y_a, z_a)$  zur Verfügung steht. Aus den wählbaren Angaben der Atomposition werden dann die beiden Winkel  $\theta$  und  $\phi$  (s. Abb. 3.10) berechnet. Der Polarwinkel  $\theta \in [0, \pi]$  ergibt sich aus

$$\theta = \arccos\left(\frac{2 \cdot z_a}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2 + (2z_a)^2}}\right) \quad (3.41)$$

und der Azimutwinkel  $\phi \in [0, 2\pi)$  aus

$$\phi = \arctan\left(\frac{y_a}{x_a}\right). \quad (3.42)$$

Bei der arctan-Funktion müssen die verschiedenen Definitionsbereiche der vier Quadranten beachtet werden. Das Atom selbst wird nun in seinem eigenen Koordinatensystem ( $at$ ) (s. Abb. 3.10 (rot)) beschrieben.

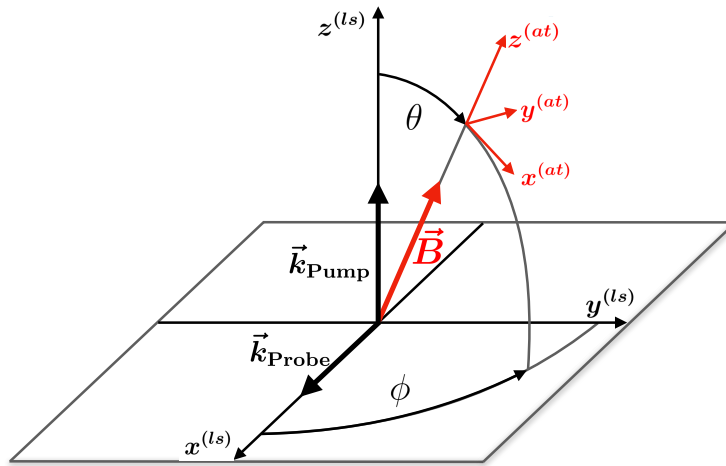


ABBILDUNG 3.10.: Die Polarisation des Pumpstrahls und später auch die Polarisation des Probestrahls werden im Laborsystem (schwarz) beschrieben. Die Ausbreitungsrichtung des Pumpstrahls  $\vec{k}_{\text{Pump}}$  ist entlang der  $z^{(ls)}$ -Achse und die des Probestrahls  $\vec{k}_{\text{Probe}}$  entlang der  $x^{(ls)}$ -Achse. Das Atom selbst wird in seinem eigenen Koordinatensystem (rot) dargestellt, indem die  $z^{(at)}$ -Achse parallel zum  $\vec{B}$ -Feld die Quantisierungsachse ist.

Um nun anteilig zu wissen, welche der drei Zeeman-Übergänge mittels des beliebigen Polarisations-

tionszustands des Pumpstrahls getrieben werden, muss das Atomsystem in das Laborsystem gedreht werden. Das bedeutet, die  $\vec{e}_i^{(ls)}$  sollen durch die  $\vec{e}_i^{(at)}$  ausgedrückt werden. In Anlehnung an [26] muss die Rotation des Atomsystems um die Euler-Winkel  $\alpha, \beta, \gamma$  ins Laborsystem vollzogen werden. In unserem Fall können wir auf die erste Drehung um den Winkel  $\alpha$  um die  $z^{(at)}$ -Achse verzichten. Als erstes drehen wir also nach Abbildung 3.10 um den Winkel  $\beta = -\theta$  um die  $y^{(at)}$ -Achse. Als zweites wird die Rotation um die neue  $z^{(at)}$ -Achse  $\parallel z^{(ls)}$ -Achse um den Winkel  $\gamma = -\phi$  ausgeführt. Insgesamt erhalten wir folgende Drehmatrix:

$$\hat{R} = \hat{R}_z \hat{R}_y = \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \theta & -\sin \phi & \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta & \cos \phi & \sin \phi \sin \theta \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (3.43)$$

Die Transponierte davon stellt den gegensätzlichen Prozess dar, wobei das Laborsystem in das Atomsystem gedreht wird. Nach Anwenden der Rotationsmatrix  $\hat{R}$  auf den  $\vec{E}$ -Feld-Vektor sieht dieser wie folgt aus:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= (\cos \alpha \cos \phi \cos \theta - \sin \alpha e^{i\beta} \sin \phi) \cdot \vec{e}_x^{(at)} \\ &+ (\cos \alpha \sin \phi \cos \theta + \sin \alpha e^{i\beta} \cos \phi) \cdot \vec{e}_y^{(at)} \\ &- \cos \alpha \sin \theta \cdot \vec{e}_z^{(at)}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Um die Anteile, mit denen die drei verschiedene Zeeman-Niveaus angeregt werden, aus diesem Vektor direkt ablesen zu können, wird ein Basiswechsel von der Euklidischen Einheitsbasis in die Helizitätsbasis

$$\vec{e}_x^{(at)} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1^{(at)} - \vec{e}_{-1}^{(at)}) \quad (3.45)$$

$$\vec{e}_y^{(at)} = \frac{i}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1^{(at)} + \vec{e}_{-1}^{(at)}) \quad (3.46)$$

$$\vec{e}_z^{(at)} = \vec{e}_0^{(at)} \quad (3.47)$$

vorgenommen (s. Abb. 3.11).

In dieser Basis nimmt der  $\vec{E}$ -Feld Vektor folgende Gestalt an

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-i\phi} (-\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha e^{i\beta})}_{c_1} \cdot \vec{e}_1^{(at)} - \underbrace{\cos \alpha \sin \theta}_{c_0} \cdot \vec{e}_0^{(at)} \\ &+ \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\phi} (\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha e^{i\beta})}_{c_{-1}} \cdot \vec{e}_{-1}^{(at)}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Die drei Vorfaktoren  $c_1, c_0$  und  $c_{-1}$  müssen nun mit dem entsprechenden Lindblad-Operator des inkohärenten Pumpstrahls multipliziert werden. Sie stellen die Projektionen von  $\vec{E}$  auf die Basisvektoren  $\vec{e}_1^{(at)}, \vec{e}_0^{(at)}$  und  $\vec{e}_{-1}^{(at)}$  dar.

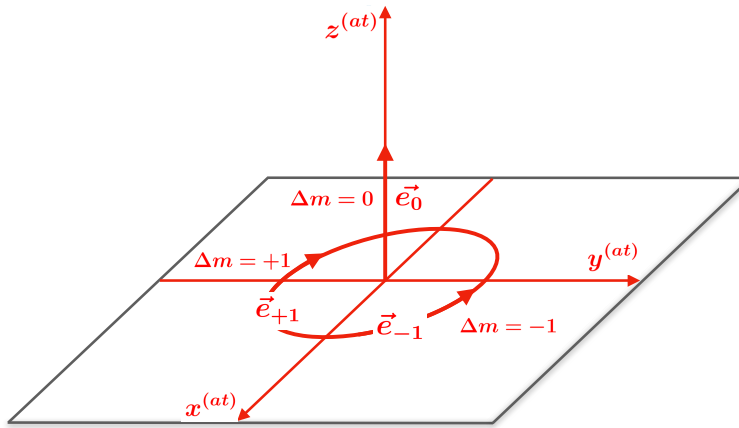


ABBILDUNG 3.11.: Es ist sinnvoll das Atom in der sphärischen Basis (Helizitätsbasis) zu beschreiben. Der Einheitsvektor  $e_{-1}^{\vec{}}$  beschreibt linkszirkular-polarisiertes Licht ( $\sigma^-$ -Licht),  $e_{+1}^{\vec{}}$  rechtszirkular-polarisiertes Licht ( $\sigma^+$ -Licht) und  $e_0^{\vec{}}$  linear-polarisiertes Licht ( $\pi$ -Licht).

### Richtung der Cavityachse

Je nachdem welcher Zeeman-Übergang mittels des Pumpstrahls getrieben wird, sendet das Atom nach den Auswahlregeln des Dipolübergangs entweder  $\pi$ - oder  $\sigma^\pm$ -polarisiertes Licht aus. Damit ausschließlich der Probestrahl verstärkt wird, wenn das Atom Licht in Richtung der Cavityachse emittiert, erhält der Probestrahl nun wie der Pumpstrahl eine spezifische Polarisation. Dies erfolgt wieder über geometrische Vorfaktoren  $d_1$ ,  $d_0$ ,  $d_{-1}$ , die in den jeweiligen Hamiltonoperator  $\hat{H}_{0,\pm 1}$  eingebaut werden:

$$d_1 = -\frac{1}{2} e^{-2i\phi} \cos^2 \theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi} - \frac{1}{2} (1 + \sin^2 \theta) \quad (3.49)$$

$$d_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi} + \cos^2 \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi} \quad (3.50)$$

$$d_{-1} = \frac{1}{2} (1 + \sin^2 \theta) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi} - \frac{1}{2} e^{2i\phi} \cos^2 \theta. \quad (3.51)$$

Das Zustandekommen der Vorfaktoren wird in Anhang A.4 näher erläutert.

Mit Hilfe der vorgenommenen Erweiterungen kann nun unter Berücksichtigung der Geometrie unseres Experiments die optische Verstärkung durch die Atomwolke bestimmt werden. Diese ergibt sich aus der Summe der separaten drei Verstärkungen der Drei-Niveau-Systeme, welche die drei Zeeman-Niveaus enthalten. Die grundlegenden Kombinationen der Magnetfeldrichtung und der Polarisation des Pumpstrahls sind in Tabelle 3.1 aufgeführt. Alle anderen möglichen Kombinationen ergeben sich als Überlagerung dieser grundlegenden Kombinationen. Im Experiment liegt der zweite Fall aus Tabelle 3.1 vor, sodass das Magnetfeld in Richtung der Cavityachse ( $x^{(ls)}$ -Achse) zeigt und der Pumpstrahl  $90^\circ$  linear polarisiert gegenüber der Cavityachse ist [16]. Die Energieverschiebung durch das Magnetfeld beträgt im Experiment  $\Delta E = \pm 5$  MHz. Um die Situation zu rekonstruieren, müssen wir im Modell die Atomposition und die Polarisation des Pumpstrahls passend dazu einstellen. Damit das Magnetfeld in Richtung der Cavityachse zeigt, müssen die Atome sich auf dieser befinden, weshalb wir

TABELLE 3.1.: Tabelle mit den grundlegenden Kombinationen der Magnetfeldrichtung und der Polarisation des Pumpstrahls. Die Richtung des Magnetfelds ist im Laborsystem angegeben, sodass zum Beispiel beim ersten Fall das Magnetfeld in Richtung der Cavityachse ( $x^{(ls)}$ -Achse) zeigt. Der Pumpstrahl ist hier entweder  $0^\circ$  oder  $90^\circ$  linear polarisiert gegenüber der Cavityachse. Die dritte Spalte gibt an, welche der drei Zeeman-Niveaus mit der Polarisation des Pumpstrahls angeregt werden und die vierte Spalte welches Licht das Atom in Richtung der Cavityachse emittiert, bzw. die Polarisation des resultierenden Lasings, das durch diese Kombination erzeugt wird [16].

$\vec{B}$ -Feld	Polarisation Pumpstrahl	angeregte Übergänge	Polarisation Lasing
$\vec{e}_x^{(ls)}$	$0^\circ$	$-\pi-$	$---$
$\vec{e}_x^{(ls)}$	$90^\circ$	$\sigma^+ - \sigma^-$	L – R
$\vec{e}_z^{(ls)}$	$0^\circ$	$\sigma^+ - \sigma^-$	H – H
$\vec{e}_z^{(ls)}$	$90^\circ$	$\sigma^+ - \sigma^-$	H – H
$\vec{e}_y^{(ls)}$	$0^\circ$	$\sigma^+ - \sigma^-$	V – V
$\vec{e}_y^{(ls)}$	$90^\circ$	$-\pi-$	$-H-$

$y_a = z_a = 0$  wählen (s. Abb.3.7 b)). Entsprechend  $\Delta E = \pm 5$  MHz wird  $x_a$  auf den Wert 1,3 mm gesetzt. Der Polarisationszustand des Pumpstrahls lässt sich im Modell über die beiden Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  einstellen. Um eine lineare Polarisation  $90^\circ$  gegenüber der Cavityachse im Modell einzustellen, müssen  $\alpha = 90^\circ$  und  $\beta = 0$  gewählt werden. Mit Hilfe der Berechnungen der Verstärkung können wir somit die beiden Bereiche um  $\Delta_{pa} = \Delta_3 = \pm 5$  MHz, in denen Lasing auftritt, ermitteln. In Abbildung 3.12 a) ist nun die Verstärkung in Abhängigkeit von der Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_3 = \Delta_{pa}$  und der Verstimmung des Probestrahls (Cavity)  $\Delta_2 = \Delta_{ca}$  aufgetragen, wohingegen in b) die experimentellen Messdaten dargestellt sind. Die übrigen Parameter entsprechen denen in Kapitel 3.4 und können der Bildunterschrift entnommen werden.

Auffällig ist nun die stark abweichende Breite der Bereiche in Richtung der Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_3$ . Während die beiden modellierten Bereiche in Abb.3.12 a) lediglich eine Breite von ungefähr 0,8 MHz aufweisen, besitzen die experimentell erhaltenen Bereiche eine Breite von 4 MHz. Dies liegt daran, dass wir bisher alle Atome auf derselben Position, sprich eine punktförmige Atomwolke, betrachtet haben, die lediglich aus dem Zentrum des Quadrupolfeldes heraus verschoben wurde. In Wirklichkeit ist die Atomwolke jedoch ausgedehnt, wodurch sich nicht alle Atome an derselben Position befinden. In Abhängigkeit von der Atomposition erfahren die Atome ein anderes Magnetfeld, welches wiederum eine räumlich variierende Energieverschiebung  $\Delta E$  der Zeeman-Niveaus verursacht. Dadurch kommt es insgesamt zu einer Verbreiterung, die nun innerhalb des nächsten Abschnitts im Modell berücksichtigt wird.

### Eindimensionale Betrachtung der Atomwolke

Wie bereits in Kapitel 3.4 beschrieben, tragen lediglich die Atome zur Verstärkung bei, die sich im räumlichen Überlapp der Cavitymode und des Pumpstrahls befinden. Anhand Abbildung 3.6 wurde dies bereits verdeutlicht. Dieser Überlapp wird durch einen Zylinder mit der

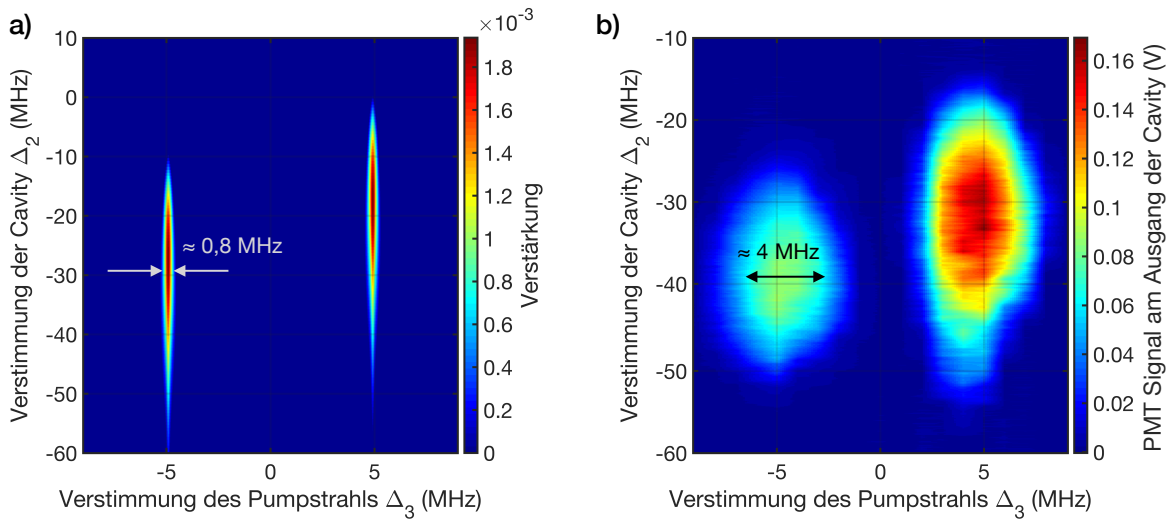


ABBILDUNG 3.12.: In a) ist die numerisch bestimmte Verstärkung in Abhängigkeit von der Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_3$  und von der Verstimmung des Probestrahls (Cavity)  $\Delta_2$  dargestellt, während in b) nochmals die experimentellen Resultate aus [15] dargestellt sind. Dabei ist die Intensität des Lasings in Abhängigkeit von den beiden Verstimmungen  $\Delta_2$  und  $\Delta_3$  aufgetragen. Die im Modell eingestellten Parameter sind:  $\Omega_1 = 12$  MHz,  $\Delta_1 = -35$  MHz,  $\Omega_2 = 21,3$  MHz,  $R = 8,7$  MHz.

Strahltaille der Cavitymode als Radius und dem  $1/e^2$ -Durchmesser des Pumpstrahls als Höhe angenähert. Da der Radius des Zylinders klein gegenüber der Höhe ist, wird die Atomwolke im Folgenden als eindimensional in Richtung der Cavityachse betrachtet. Folglich wird nun im Modell die Atomposition  $x_a$  zwischen 0,3 mm und 2,3 mm in  $10 \mu\text{m}$  Schritten variiert.

Die Gesamtanzahl der Atome innerhalb des Zylinders beträgt für die in Abbildung 3.13 b) gezeigte Messung ungefähr 100.000, welche auf die verschiedenen Positionen verteilt sind. In einer Dimension muss aufgrund des Gaußprofils der MOT-Strahlen die Anzahl der Atome normalverteilt sein:

$$N(x_a)dx_a = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left(-\frac{(x_a - x_0)^2}{2\sigma^2}\right) dx_a. \quad (3.52)$$

Dabei ist  $x_0 = 1,3$  mm der Erwartungswert, d.h. die Mitte der Verteilung der Atompositionen. Die Breite der Normalverteilung  $\sigma = 0,4$  mm wurde entsprechend der experimentellen Ergebnisse gewählt. Unter Beachtung der eindimensionalen Atomwolke ist die Verstärkung in Abbildung 3.13 a) nochmals in Abhängigkeit von  $\Delta_2$  und  $\Delta_3$  dargestellt und in b) sind die experimentellen Resultate demgegenüber gestellt. Die berechneten Bereiche, in denen Verstärkung auftritt, geben die Bereiche, in denen wir Lasing messen, ungefähr wieder.

Allerdings ist hier ein direkter Vergleich aus mehreren Gründen nicht möglich. Zunächst gilt lediglich  $k \propto \text{Im}(\rho_{31})$ , weshalb im Rahmen dieses Modells keine Absolutwerte für die Verstärkung im aktiven Medium angegeben werden können. Außerdem ist in den optischen Bloch-Gleichungen die Verlustrate  $\kappa$  von Photonen aus der Cavity nicht enthalten. Da Lasing nur eintreten kann, wenn die Verstärkung pro Umlauf alle Verluste im System pro Umlauf übersteigt, müssten neben den Verlusten durch Spontanzerfall auch die technischen Verluste, beispielsweise durch Transmission bzw. Absorption durch die Cavityspiegel, berücksichtigt



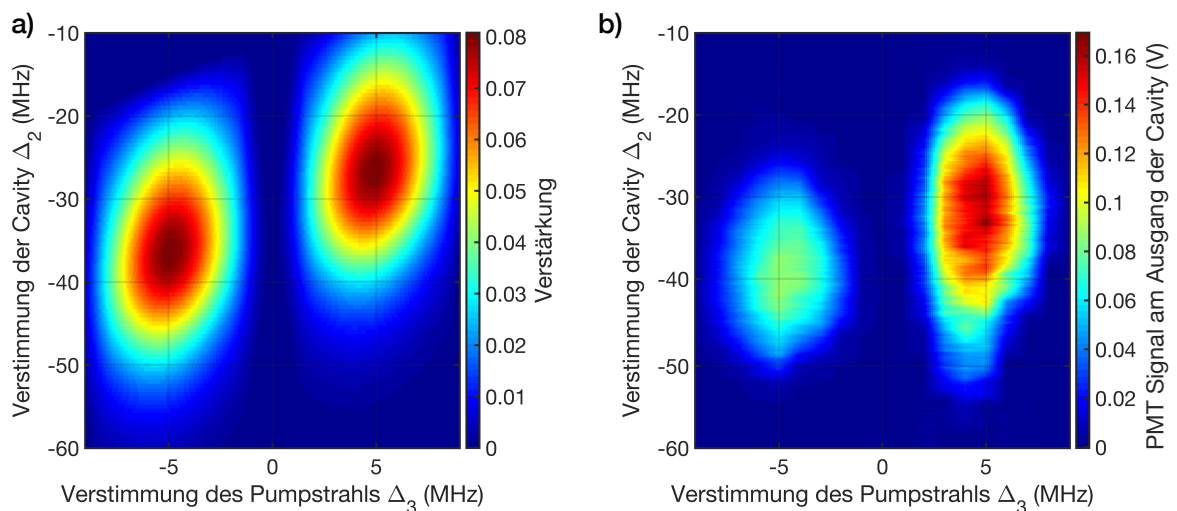


ABBILDUNG 3.13.: In a) ist die Verstärkung gegen die Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_3$  und die Verstimmung der Cavity (Probestrahl)  $\Delta_2$  aufgetragen. In b) sind wiederum die experimentellen Ergebnisse zu sehen. Die übrigen Parameter sind:  $\Omega_1 = 12$  MHz,  $\Delta_1 = -35$  MHz,  $R = 8,7$  MHz.

werden. Aus diesen beiden Gründen geben die Bereiche, in denen  $\text{Im}(\rho_{31}) > 0$  gilt, nicht die Bereiche an, in denen wir Lasing tatsächlich messen können. Hier tritt lediglich eine Verstärkung des Probestrahls durch stimulierte Emission auf. Unter Einbeziehung der Verluste sollten sich diese Bereiche verkleinern. Für einen direkten Vergleich müsste zukünftig eine Kalibrierung durchgeführt werden, mit welcher die im Modell nicht berücksichtigten Verluste mit einbezogen werden können. Alternativ wäre es sinnvoll, die Berechnungen von den optischen Bloch-Gleichungen auf die Maxwell-Schrödinger-Gleichungen wie in [18] umzustellen, damit die Verlustrate  $\kappa$  direkt in den Berechnungen enthalten ist. Die Lösung dieser Gleichungen könnte eine direkte Bestimmung der Nettoverstärkung ermöglichen, sofern der Proportionalitätsfaktor in  $k \propto \text{Im}(\rho_{31})$  korrekt beachtet wird.

Ein weiterer Grund für die Diskrepanz ist, dass wir experimentell die Intensität unseres Lasings in Abhängigkeit der Verstimmungen für eine feste Pumpleistung messen. Zwischen dieser gemessenen Intensität des Lasings für eine feste Pumpleistung und der Verstärkung lässt sich kein einfacher direkter Zusammenhang herstellen, da die Intensitätsmessungen die Laserdynamik beinhalten. Außerdem betrachten wir im Modell lediglich die Grundmode, während in den Messergebnissen alle angeregten Moden höherer Ordnung unmittelbar neben der Grundmode (bspw.  $\text{TEM}_{74,111,148,\dots}$ ) enthalten sind.

Eine Lösung für die letzten beiden Probleme wird im nächsten Kapitel 4 beschrieben, indem der Schwellwert unseres Lasings explizit für die Grundmode gemessen wird. Die Lage des Schwellwerts, welcher über die Kennlinie des Lasings bestimmt werden kann, liefert ein besseres Maß für die zu erwartende Verstärkung: Wenn die Verstärkung groß ist wie im inneren Bereich (rot) in Abbildung 3.13 a) muss der Schwellwert dementsprechend niedrig sein. Vom inneren zum äußeren Bereich hin muss der Schwellwert immer größer werden, da die Verstärkung abnimmt. Jedoch kann ohne die angesprochene Kalibrierung auch mittels dieser Messung kein direkter Vergleich angestellt werden, sodass diese mittelfristig eine konsequente Erweiterung des Modells darstellt.



## 4. Schwellwertmessungen

Gegenstand dieses Kapitels sind Messungen des Schwellwertes unseres Lasings in Abhängigkeit der Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_{pa} = \Delta_3$  und der Verstimmung der Cavity  $\Delta_{ca} = \Delta_2$ . Das Ziel ist es, eine Verstimmungskarte wie in Abbildung 1.2 b) zu erhalten, wobei nicht die Intensität des Lasings dargestellt wird, sondern die Pumpleistung, ab der Lasing auftritt. Die Herausforderung besteht hierbei darin, dass neben der Verstimmung der Cavity und des Pumpstrahls auch parallel die Pumpleistung verändert werden muss. Im Endeffekt wird die Intensität unseres Lasings also in Abhängigkeit von drei Parametern bestimmt.

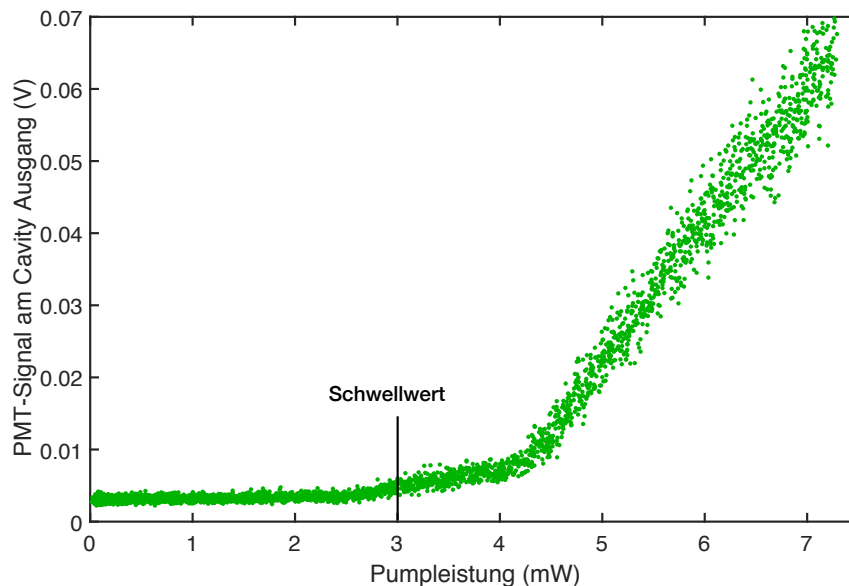


ABBILDUNG 4.1.: Die Intensität des Lasings am Ausgang der Cavity ist gegen die Leistung des lateralen Pumpstrahls aufgetragen. Dazu wurde die Pumpleistung kontinuierlich mittels eines AOMs erhöht, während die Pump- und Cavityverstimmung fest eingestellt wurden [15]. Der Schwellwert der Grundmode beträgt hier circa 3 mW. Bei 4,5 mW erkennt man die Schwelle der höheren TEM<sub>37</sub>-Mode.

Bereits in [15] haben wir die Intensität des Lasings in Abhängigkeit der Pumpleistung gemessen und somit den Schwellwert von 3 mW für eine Verstimmung des Pumpstrahls von  $-8$  MHz und der Cavity von rund  $-35$  MHz bestimmen können (s. Abb. 4.1). Dadurch, dass die beiden Verstimmungen auf einen festen Wert eingestellt wurden, stellt diese Messung gerade einen einzelnen Punkt in der gewünschten Verstimmungskarte dar.

Für jeden einzelnen Punkt den Schwellwert auf diese Weise zu messen, d.h. für jede fest eingestellte Kombination von Pump- und Cavityverstimmung die Pumpleistung kontinuierlich zu erhöhen, ist zeitlich sehr aufwendig. Stattdessen wird die Cavity kontinuierlich durchstimmt und pro Cavityscan werden feste Werte für die Verstimmung und Pumpleistung des

Pumpstrahls eingestellt. Dieses Verfahren ist mit den hinter den Spiegeln der Cavity befestigten Piezokristallen und den in den Strahlengängen verbauten AOMs leicht zu realisieren und hat gleichzeitig den Vorteil, dass wir aufgrund der kontinuierlichen Durchstimmung der Cavity diese nicht stabilisieren müssen. Eine Stabilisierung der Cavity mittels der Frequenzmodulationsmethode wäre für jede neu eingestellte Cavityverstimmung notwendig, einhergehend mit einer manuellen Anpassung des Offsets des Fehlersignals. Um eine ausreichend gute Auflösung der Verstimmkarte zu erreichen und auch alle Bereiche, in denen Lasing auftritt, zu erfassen, wären mehr als 6.000 Kombinationen von Pump- und Cavityverstimnungen einzustellen, für die die Cavity manuell stabilisiert werden müsste. Allerdings wissen wir, dass in der dafür benötigten Zeit unser Lasing aufgrund von Änderungen des Systems nicht stabil bleiben würde. Einerseits könnten wir aufgrund der langfristig eintretenden Dejustierung der Spiegel und der damit notwendigen Neujustierung nicht alle Messungen an derselben Atomwolke durchführen. Andererseits ist die Stabilisierung des blauen Lasers mittels der DAVLL-Methode schon über eine kurze Zeit von einer Stunde nicht stabil genug, um die Verstimmung der MOT-Strahlen auf einem konstanten Wert zu halten, was ebenfalls dazu führt, dass sich die Atomwolke ändert. Eine Änderung der Atomwolke wirkt sich jedoch direkt auf das Lasing aus, wodurch die Methode der kontinuierlichen Erhöhung der Pumpleistung für uns nicht praktikabel ist.

Als Erstes stelle ich nun den Messaufbau vor und im Anschluss daran die Sequenz einer vollständigen Messung. Danach werden die Ergebnisse vorgestellt, welche schließlich diskutiert und mit denen des in Kapitel 3 vorgestellten Modells verglichen werden.

## 4.1. Messaufbau

Im Messaufbau befinden sich insgesamt vier Messgeräte, davon drei PMTs und eine CCD-Kamera. Während ein PMT (grün, alle Moden) unser Lasing am linken Ausgang der Cavity ungefiltert misst, ist am rechten Ausgang eine Single-Mode-Faser angeschlossen, welche lediglich die Grundmode  $TEM_{00}$  zu einem am anderen Ende der Faser angeschlossenem PMT (grün, Grundmode) transmittiert. Außerdem wird durch den direkt hinter dem rechten Ausgang der Cavity befindlichen polarisierenden Strahlteiler (PBS) nur die horizontal polarisierte Komponente des Lasings am PMT (grün, Grundmode) gemessen. Da wir bei diesen Messungen das rechts- bzw. linkszirkular-polarisierte Lasing filtern wollen, ist in Abb. 4.2 dementsprechend eine  $\lambda/4$ -Wellenplatte eingezeichnet. Mittels des dritten PMTs (blau) wird das blaue Streulicht der Atomwolke detektiert, was Rückschlüsse auf die Anzahl von gefangenen Atomen zulässt. Die CCD-Kamera wird einerseits zur Justage der MOT-Strahlen und andererseits zur Überprüfung der aktuellen Modenprofile verwendet. Dies stellt sicher, dass die Grundmode mit unserem Lasing resonant ist. Um während der Messung auch ausschließlich die Modenprofile des grünen Lasings auf der Kamera zu sehen, steht ein grüner Bandpassfilter vor dieser.

Bei dieser Messung wird zum kontinuierlichen Durchstimmen der Cavity ihre Länge mittels des Piezokristalls durchgeführt, indem an diesen eine Dreiecksspannung angelegt wird. Die Scanfrequenz beträgt dabei 200 Hz. Die angelegte Spannungsrampe am Piezokristall muss dann in die Verstimmung der Cavity gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz umgerechnet werden, was über eine Kalibrierungsmessung mittels eines AOMs erfolgt. Dazu wird ein grü-

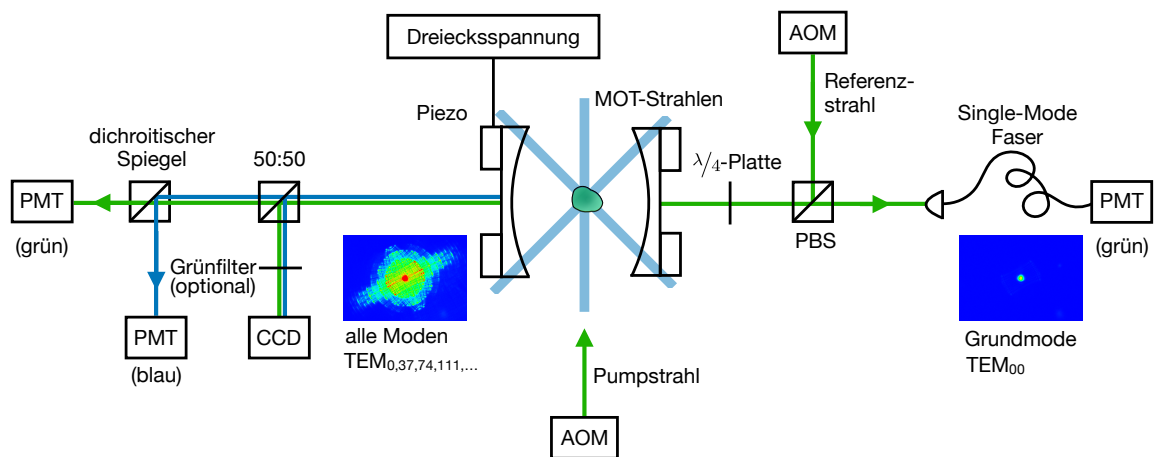


ABBILDUNG 4.2.: Die Skizze zeigt den schematischen Messaufbau mit der Atomwolke im Zentrum der Cavity. Zur Messung des Schwellwerts für verschiedene Verstimmungen von Cavity und Pumpstrahl wird die Cavity durch Anlegen einer Dreiecksspannung am Piezokristall kontinuierlich durchgestimmt. Die Verstimmung und Leistung des Pumpstrahls werden mittels des AOMs eingestellt. Die Intensität des Lasings wird einerseits ungefiltert mittels eines PMTs (grün, alle Moden) am linken Ausgang der Cavity und andererseits gefiltert mittels des zweiten PMTs (grün, Grundmode) gemessen. Der dritte PMT (blau) misst das blaue Streulicht der Atome, während die CCD-Kamera die Modenprofile des Lasings zeigt. Zusätzlich zum Pumpstrahl kann von der linken Seite der Cavity der Referenzstrahl in diese eingestrahlt werden.

ner Referenzstrahl mit einer festen Verstimmung gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz entlang der Cavityachse in die Cavity eingestrahlt. Die Einkopplung des Referenzstrahls ist dabei auf die Grundmode  $TEM_{00}$  optimiert. Wenn dieser transmittiert wird, ist die Cavity mit dem verstimmteten Referenzstrahl resonant und das gemessene Transmissionsmaximum am PMT (grün, alle Moden) markiert die entsprechende Cavityverstimmung. Bei Wiederholung dieser Prozedur für verschieden eingestellte Verstimmungen kann somit die Piezospannung auf die dazugehörige Frequenz kalibriert werden. Diese Kalibrierungsmessung ist in der erwähnten Sequenz, auf welche der nächste Abschnitt eingeht, integriert. Zur Änderung der Verstimmung und Leistung des Pumpstrahls wird die Frequenz bzw. Amplitude des im Strahlengang befindlichen AOMs variiert. Somit ist auch eine Kalibrierung der Pumpleistung nötig, die nach der eigentlichen Messung mit Hilfe eines Leistungsmessgeräts erfolgt, welches dazu unmittelbar über der Vakuumkammer in den Strahlengang des Pumpasers montiert wird. Für jede eingestellte Amplitude am AOM wird die entsprechende Leistung gemessen, wobei diese mit dem Faktor 2 multipliziert werden muss, da der Pumpstrahl die Atomwolke zweimal passiert.

## 4.2. Sequenz und Auswertung

Grundsätzlich wird, wie bereits erwähnt, die Cavity kontinuierlich durchgestimmt. Aufgrund des verbleibenden Cavitydrifts müssen die Messungen schnellstmöglich durchgeführt werden. Dazu wurde die Messung durch eine Sequenz automatisiert, mit der es möglich ist innerhalb von 10s eine vollständige Verstimmungskarte mit 1701 Punkten aufzunehmen.

Die Sequenz baut auf dem Cavityscan auf, indem pro vollständigem Cavityscan einer der ver-

bleibenden Parameter des Pumpstrahls mittels des AOMs geändert wird. Ein vollständiger Cavityscan ist definiert von einem Spannungsminimum zum nächsten, sprich eine vollständige steigende und wieder fallende Spannungsrampe. Somit besteht die Sequenz aus einer Aneinanderreihung von Cavityscans. Zwischen den Cavityscans wird die Pumpverstimmung mit einem Startwert von  $-20$  MHz bis  $20$  MHz in  $0,5$  MHz Schritten durchfahren und die Amplitude am AOM wird von  $0,5$  auf  $1,5$  V in  $0,05$  V Schritten eingestellt. Dies entspricht einer Änderung der Pumpleistung in einem Bereich von  $0,8$  mW bis maximal  $16$  mW.

Prinzipiell gibt es nun zwei mögliche Vorgehensweisen die beiden Parameter zu durchfahren. Entweder wird die Verstimmung im Vergleich zur Leistung schnell durchfahren, oder umgekehrt. Wir haben uns für die erste Variante entschieden, sodass beginnend bei einer Amplitude von  $0,5$  V zunächst alle Verstimmungen von  $-20$  bis  $20$  MHz durchfahren werden, bevor die nächste Amplitude von  $0,55$  V am AOM eingestellt wird. Allerdings haben wir auch die zweite Variante getestet, um die ausgewählte Methode auf ihre Robustheit zu überprüfen.

Für diese Sequenz benötigen wir zwei Triggersignale: eines für den Beginn der Sequenz selbst und eines für den Scan der Cavity. Diese werden zusammen mit den beiden grünen PMT-Signalen (alle Moden und nur Grundmode) gleichzeitig am Oszilloskop aufgenommen. In Abbildung 4.3 ist ein einzelner Cavityscan zusammen mit den aufgenommenen grünen PMT-Signalen illustriert.

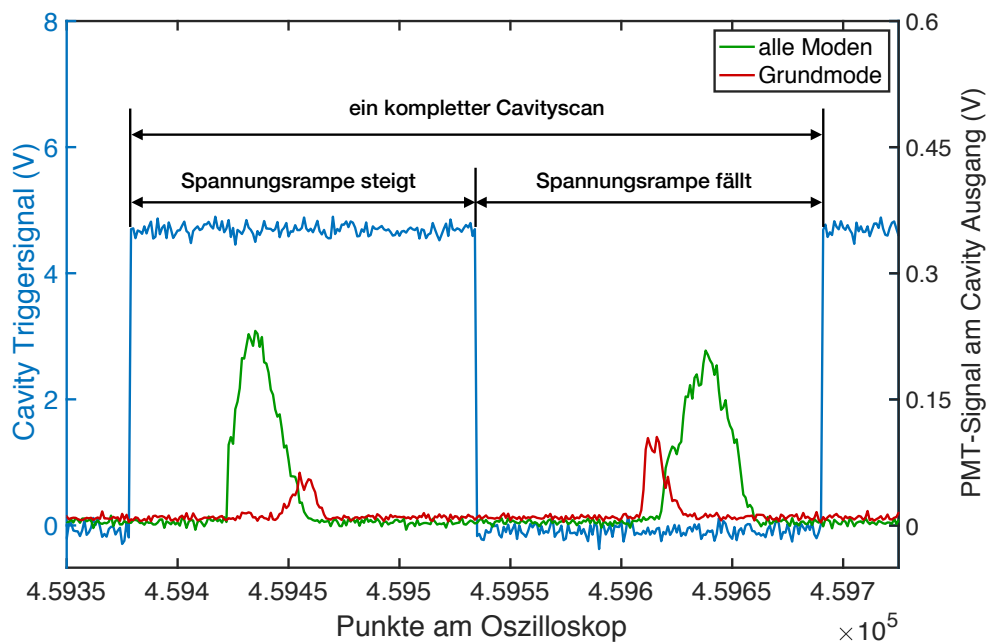


ABBILDUNG 4.3.: Beispielhaft ist hier ein kompletter Cavityscan abgebildet. Dazu ist das Cavity Triggersignal (blau) und die beiden PMT-Signale an den beiden Cavity Ausgängen gegen die Punkte am Oszilloskop aufgetragen. Innerhalb eines Scans wird die Spannung zunächst hochgefahren und danach wieder herunter. Dies führt dazu, dass die Transmissionsspeaks des Lasings doppelt aufgezeichnet werden, jedoch gespiegelt.

Ein kompletter Durchlauf startet mit der Kalibrierungsmessung der Cavityachse, die aus insgesamt 5 Cavityscans besteht, da wir den Referenzstrahl beginnend mit einer Verstimmung von

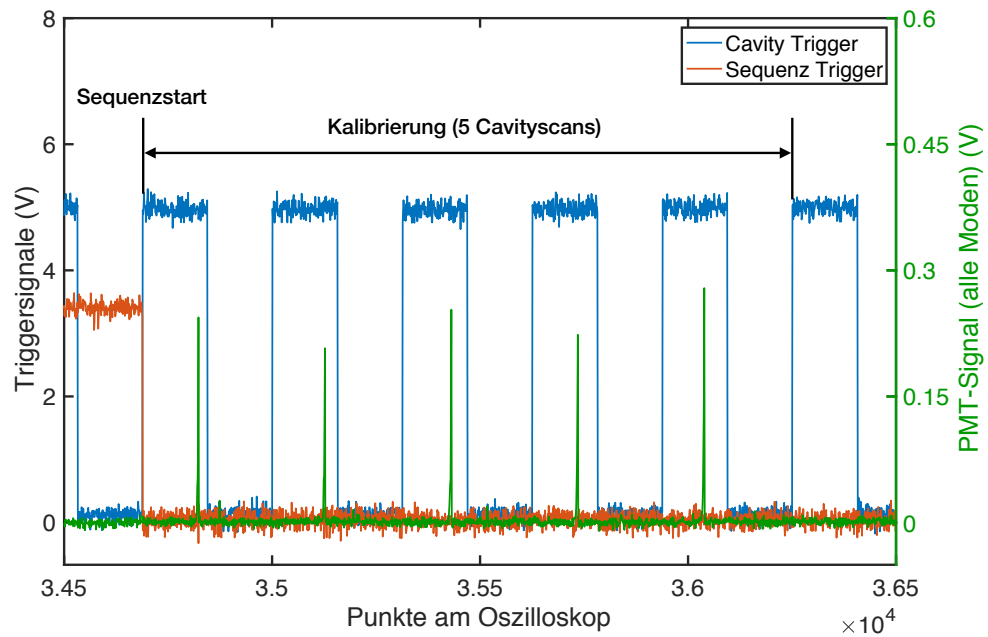


ABBILDUNG 4.4.: Aufgetragen gegen die Punkte am Oszilloskop sind: das Triggersignal der Sequenz (orange), das Triggersignal der Cavity (blau) und das Spannungssignal des PMTs (grün, alle Moden). Die Sequenz startet mit der Kalibrierungsmessung durch den grünen Referenzstrahl, die aus fünf Cavityscans besteht. Währenddessen ist der Pumpstrahl ausgeschaltet. Die Transmissionsmaxima markieren die Verstimmungen der Cavity gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz.

–50 MHz in 5 MHz Schritten bis zu einer Verstimmung von –30 MHz in die Cavity schicken. Währenddessen ist der Pumpstrahl ausgeschaltet. In Abbildung 4.4 ist die Kalibrierungsmessung und folglich auch der Beginn eines kompletten Durchlaufs durch das Triggersignal zu sehen.

Anschließend beginnen unmittelbar die 1701 Cavityscans der eigentlichen Messung des Lasings, die am Oszilloskop nicht mehr einzeln erkennbar sind. Daher verwenden wir während der Messung zwei weitere Oszilloskope, die ausschließlich zur Kontrolle dienen. An einem ist nicht die Zeitskala eines kompletten Durchlaufs eingestellt, sondern die eines Cavityscans, wodurch wir die Scanamplitude optimal einstellen können, sodass wir die begrenzte Anzahl an Punkten am Oszilloskop optimal nutzen können. Dazu sollte die Scanamplitude gerade so groß sein, dass wir das Transmissionsmaximum der TEM<sub>3</sub> Mode (Abstand 85,4 MHz) noch nicht erkennen. Bei allen Messungen liegt die Scanamplitude zwischen 40 und 80 V. Am zweiten Oszilloskop ist die Kalibrierungsmessung vergrößert dargestellt, damit wir die Transmissionsmaxima am PMT (grün, alle Moden) kontrollieren können, denn während der Kalibrierung befinden sich weiterhin Atome in der Cavity, die den Referenzstrahl absorbieren können.

Mit Hilfe eines Matlab-Skriptes werden die aufgenommenen Messdaten am Oszilloskop pro Cavityscan zugeschnitten. Dabei muss beachtet werden, dass innerhalb eines Scans die Spannung am Piezokristall hoch und wieder runter gefahren wird, womit die Transmissionspeaks bei einem vollständigen Cavityscan zweimal aufgezeichnet werden, wie in Abbildung 4.3 zu sehen. Aufgrund von Hystereseeffekten der Piezokristalle können sich diese geringfügig unterscheiden,

wodurch der Scan ansich nochmals bei der Hälfte, sprich am Punkt maximaler Piezospannung, zugeschnitten wird. Damit erhalten wir für jede Messung zwei Verstimmungskarten, eine für die steigende und eine für die fallende. Nach dem Zuschneiden liegt eine dreidimensionale Matrix an Messdaten vor. Für jede eingestellte Cavityverstimmung, Pumpverstimmung und Pumpleistung wurde die Intensität unseres Lasings durch das Spannungssignal am PMT gemessen. Während die Anzahl an Pumpverstimmungen und -leistungen durch die gewählten Werte am AOM festgelegt sind, ist die Anzahl an Cavityverstimmungen durch die Anzahl an Punkten am Oszilloskop beschränkt. Mit dieser Matrix liegt folglich für jede Cavity- und Pumpverstimmung eine Kennlinie wie in Abbildung 4.1 vor, die in Abbildung 4.5 beispielhaft für eine feste Cavityverstimmung von 11 MHz und eine Pumpverstimmung von  $-21,5$  MHz dargestellt ist. Der Unterschied zur in Abbildung 4.1 ist die begrenzte Anzahl von nur 21 eingestellten Pumpleistungen. Um nun die gewünschten Verstimmungskarten aus den gewonnenen Messdaten zu konstruieren, müssen wir den Schwellwert für jede dieser 1701 Kurven definieren.

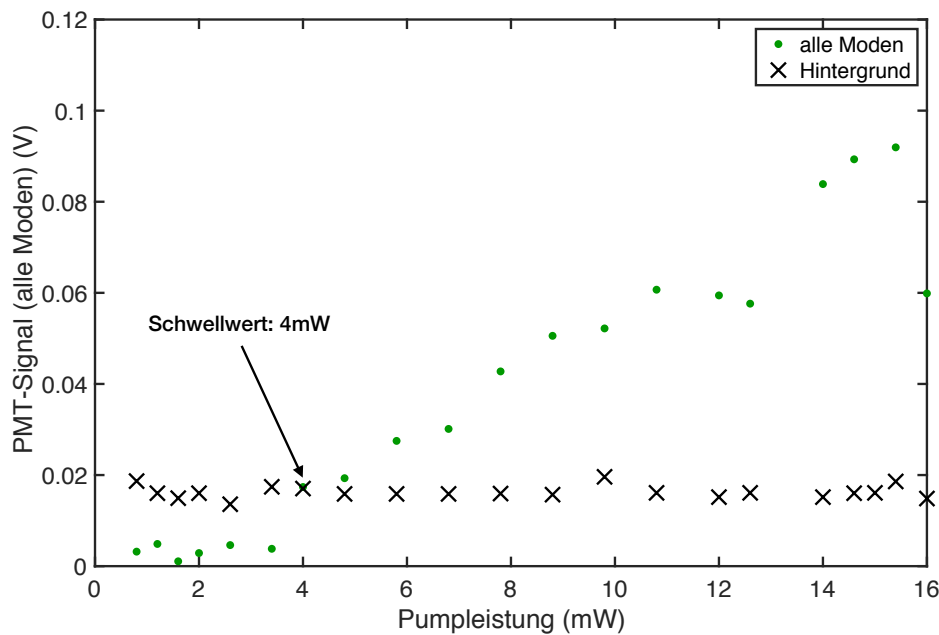


ABBILDUNG 4.5.: Für eine Pumpverstimmung von 11 MHz und eine Cavityverstimmung von  $-21,5$  MHz ist das Spannungssignal am PMT (grün, alle Moden) gegen die Pumpleistung aufgetragen. Zusätzlich sind die aus den Messdaten ermittelten Hintergrundwerte für die 21 verschiedenen Pumpleistungen eingezeichnet. Der Schwellwert von 4 mW ist durch die Pumpleistung, bei der die Transmission des Lasings als erstes das maximale Hintergrundsignal übersteigt, definiert.

Dazu wird zunächst für jede eingestellte Pumpleistung das maximale Hintergrundsignal des PMTs aus den Messdaten extrahiert. Der Schwellwert wird gerade durch den ersten Punkt in der Kurve festgelegt, der diesen maximalen Hintergrund überschreitet und sich damit klar als tatsächliches Lasing-Signal vom Hintergrund abhebt. Eine womöglich präzisere Bestimmung des Schwellwerts durch eine lineare Anpassung des PMT-Signals gegen die Pumpleistung ist aufgrund der groben Schrittweite der Pumpleistung von durchschnittlich 0,8 mW innerhalb



dieser Arbeit nicht sinnvoll. Diese Schrittweite kann jedoch gleichzeitig als Fehlerabschätzung jedes ermittelten Schwellwerts angenommen werden. Im letzten Schritt wird der ermittelte Schwellwert für jede Verstimmung von Cavity und Pumpstrahl in die Verstimmungskarte eingetragen. Die Ergebnisse werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

### 4.3. Ergebnisse

Das Ziel der Schwellwertmessungen ist es, das Ergebnis mit denen des in Kapitel 3 vorgestellten Modells zu vergleichen. Aus diesem Grund wurde am rechten Ausgang der Cavity lediglich die Grundmode gemessen, denn nur diese ist im Modell berücksichtigt. Außerdem ist es sinnvoll im Experiment eine für uns klare Situation vorliegen zu haben, die im Modell einfach rekonstruiert werden kann. Aus Erfahrung wissen wir, dass der zweite Fall aus Tabelle 3.1 die häufigste Konfiguration unseres Systems darstellt. Deshalb wird die Polarisation des Pumpstrahls auf  $90^\circ$  gegenüber der Cavityachse eingestellt. Zusätzlich ist im Messaufbau die  $\lambda/4$ -Platte montiert. Mit dieser Wellenplatte ist es möglich das in diesem Fall rechts- bzw., linkszirkular-polarisierte Licht des Lasings in horizontal polarisiertes Licht zu drehen, welches folglich den PBS passiert und am Detektor registriert werden kann. Das Filtern des Lasings an einem Ausgang der Cavity dient somit zur Überprüfung der vorliegenden experimentellen Situation. Um die gewünschte Situation zu erreichen, ist einerseits sicherzustellen, dass die Einstrahlrichtung des Pumpstrahls tatsächlich senkrecht zur Cavityachse verläuft, sodass das Zeeman-Niveau  $m_j = 0$  überhaupt nicht angeregt wird. Dabei muss vor allem darauf geachtet werden, dass das gleiche auch für den oberhalb der Vakuumkammer rückreflektierten Pumpstrahl gilt. Folglich muss der rückreflektierte Strahl vollständig mit dem ankommenden Strahl überlagert sein. Andererseits müssen auch die MOT-Strahlen korrekt justiert sein, sodass das Magnetfeld für die meisten Atome in Richtung der Cavityachse liegt. Ansonsten kann eine gemischte Situation im Experiment vorliegen, wie sie bei unserer ersten Messreihe auftritt. Dann ist unser Lasing eine Überlagerung der einfachen Fälle aus Tabelle 3.1, bei der auch Licht vom mittleren Zeeman-Niveau in Richtung der Cavityachse emittiert wird und somit zusätzlich ein Laserbereich mit einer verschwindenden Verstimmung des Pumpstrahls existiert.

In Abbildung 4.6 und 4.7 sind die aus dieser ersten Messreihe erstellten Verstimmungskarten zu sehen. Während in Abbildung 4.6 mittels der  $\lambda/4$ -Platte das linkszirkular-polarisierte Lasing am rechten Ausgang gefiltert wurde, wurde in 4.7 entsprechend das rechtszirkular-polarisierte Licht gefiltert. Aufgetragen ist der Schwellwert (Farbskala) in Abhängigkeit von der Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_{\text{pa}}$  und der Verstimmung der Cavity  $\Delta_{\text{ca}}$  gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz des grünen Übergangs. Bei allen Karten wird der Schwellwert in den Bereichen, in denen kein Lasing auftritt, auf den Wert null (weiß) gesetzt, da dieser in den Bereichen unendlich ist und dadurch eine Verzerrung der Farbskala mit sich ziehen würde. Wie bereits angemerkt, erhalten wir für jede Messung zwei theoretisch identische Verstimmungskarten. Zur Ausschließung möglicher Hysterseeffekte seitens des Piezokristalls wurden immer beide Teile des Cavityscans getrennt voneinander ausgewertet und miteinander verglichen. In Abbildung 4.6 sind beispielhaft in a) und b) die Ergebnisse des ersten Teils des Cavityscans und in c) und d) die des zweiten Teils abgebildet, entsprechend steigender und

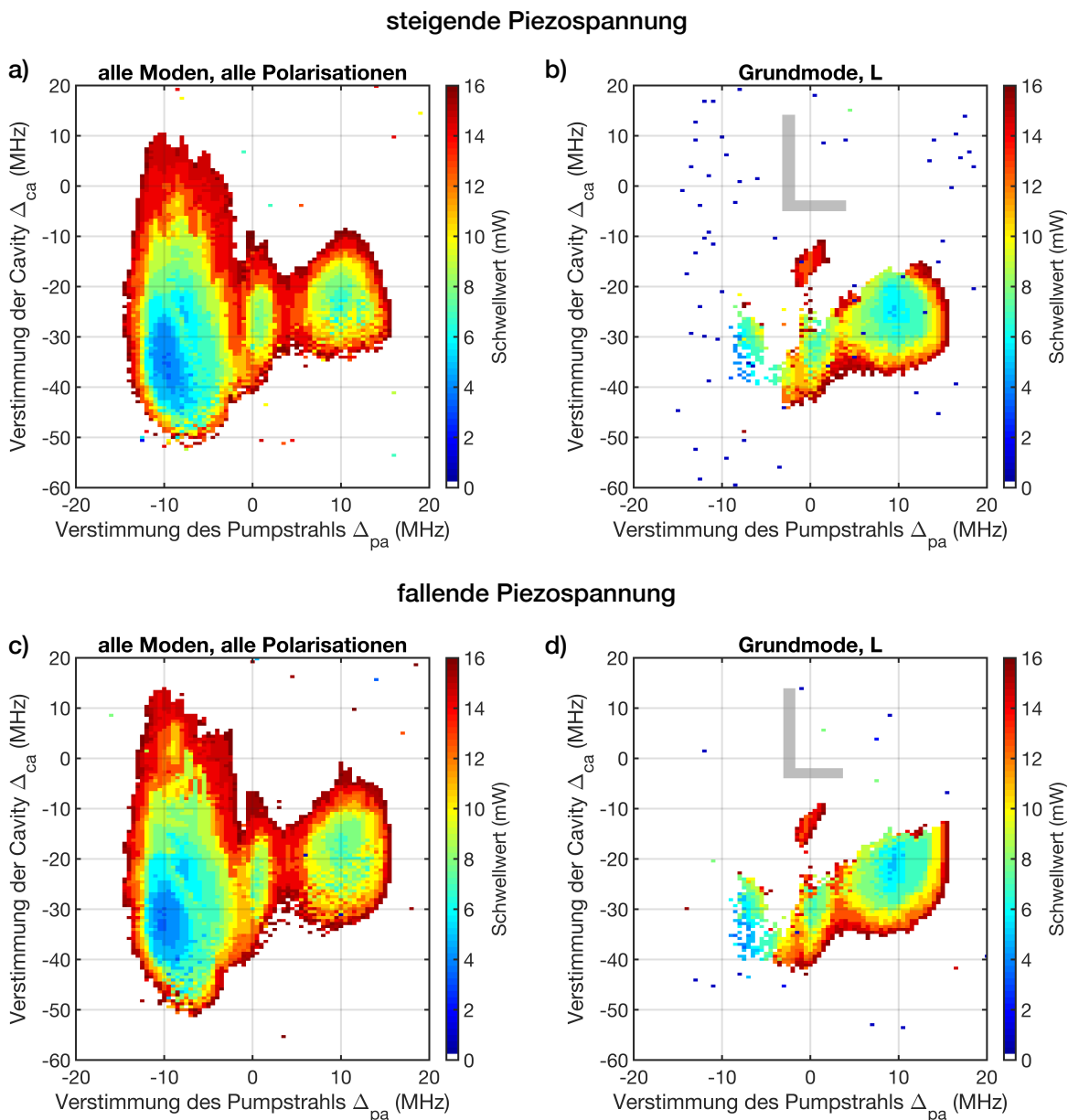


ABBILDUNG 4.6.: Verstimmungskarten der ersten Messreihe, wobei am rechten Ausgang der Cavity das linkszirkular-polarisierte Lasing der Grundmode gefiltert wurde. In a) und b) wurde der erste Teil des Cavityscans (steigende Piezospannung) ausgewertet, in c) und d) entsprechend der zweite Teil (fallende Piezospannung). In a) und c) sind die Schwellwerte für alle Moden nahe bei der Grundmode aufgetragen, in b) und d) ausschließlich die Schwellwerte der Grundmode.

fallender Piezospannung. Im direkten Vergleich sind Verschiebungen des Laserbereichs von 4 MHz bezüglich der Cavityverstimmung  $\Delta_{ca}$  sichtbar, was sich in allen anderen Messergebnissen widerspiegelt. Daraus folgt, dass wir eine Messungenauigkeit hinsichtlich  $\Delta_{ca}$  von ungefähr 4 MHz vorliegen haben. Im Folgenden beschränken wir uns auf die Darstellung des ersten Teils (steigende Piezospannung).

Auffallend bei der ersten Messreihe ist nicht nur die gemischte Konfiguration, sprich dass das austretende Lasing eine Überlagerung der einfachen Fälle aus Tabelle 3.1 sind, sondern auch, dass die Schwellwerte der Grundmode für  $\Delta_{ca} > -30$  MHz wie „abgeschnitten“ erscheinen.

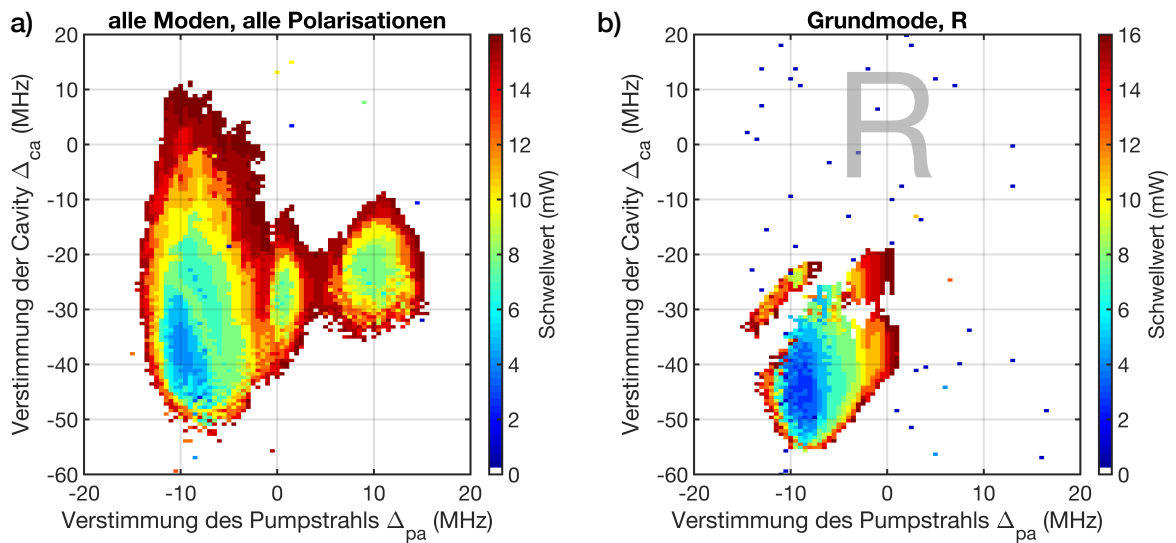


ABBILDUNG 4.7.: Zu sehen sind die Verstimmungskarten der ersten Messreihe, wobei hier am rechten Ausgang der Cavity das rechtszirkular-polarisierte Lasing der Grundmode gefiltert wurde. Dargestellt ist lediglich die Auswertung des ersten Cavityscans (steigende Piezospannung).

Dies deutet auf einen Modenwettbewerb hin, sodass aufgrund der konkurrierenden Verstärkung der Moden höherer Ordnung die Verstärkung der Grundmode abrupt abnimmt [29].

Um das Erreichen der angesprochenen Konfiguration unseres Systems sicherzustellen und zusätzlich mögliche Fehler hinsichtlich des gewählten Messverfahrens auszuschließen, wurde eine zweite Messreihe durchgeführt, vor welcher wir das gesamte System erneut sorgfältig justiert haben. Die aus dieser zweiten Messreihe resultierenden Verstimmungskarten sind in Abbildung 4.8 dargestellt. Die erneute Justage hat eindeutig eine Verbesserung der Konfiguration des Systems hervorgerufen, sodass wir jetzt den gewünschten zweiten Fall aus Tabelle 3.1 tatsächlich vorliegen haben. In der vorherigen Messreihe liegt stattdessen eine gemischte Konfiguration vor, erkennbar an dem zum  $\pi$ -Licht korrespondierenden Teil bei  $\Delta_{pa} = 0$  MHz. Unser System war also bei der ersten Messreihe nicht korrekt hinsichtlich Pumpstrahl und MOT-Strahlen justiert.

In Abbildung 4.8 b) sind die Schwellwerte des linkszirkular-polarisierten Lichts der Grundmode abgebildet, welche in diesem Fall nicht mehr vollständig abgeschnitten sind. Jedoch ist die Karte für die rechtszirkular-polarisierte Komponente der Grundmode weiterhin unvollständig (s. Abb. 4.8 d)). Dies ist bereits eine erste Bestätigung, dass die fehlenden Schwellwerte der Grundmode nicht durch ein fehlerhaftes Messverfahren verursacht werden. Vielmehr liegt die Ursache im hier auftretenden Modenwettbewerb: Für den Bereich um  $\Delta_{pa} = 10$  MHz konnte mit der CCD-Kamera festgestellt werden, dass hier lediglich ein bis zwei Moden höherer Ordnung (TEM<sub>37,74</sub>) mit der Grundmode um Verstärkung konkurrieren, wohingegen im Bereich um  $\Delta_{pa} = -10$  MHz weit mehr Moden höherer Ordnung angeregt werden. Hier erhält die Grundmode daher wesentlich weniger Verstärkung. Dass ab einer Cavityverstimmung von ungefähr  $\Delta_{ca} > -30$  MHz kein Licht mehr an die Grundmode koppelt, lässt sich mit der Lage der Moden höherer Ordnung im Frequenzspektrum erklären. Diese befinden sich alle bei einer geringeren Cavityverstimmung  $\Delta_{ca}$ .

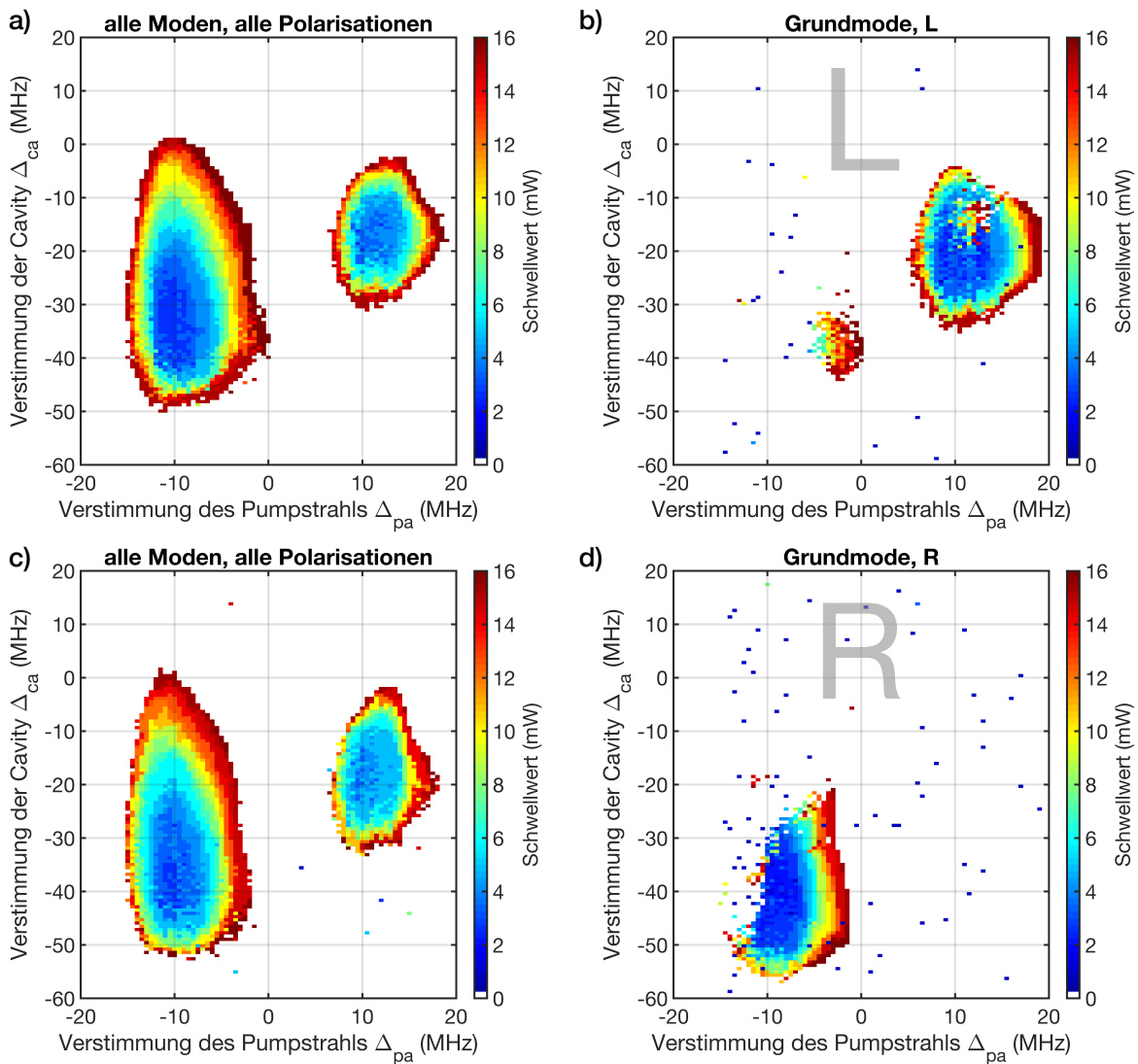


ABBILDUNG 4.8.: Zu sehen sind die Verstimmungskarten der zweiten Messreihe. In b) wurde mittels der  $\lambda/4$ -Platte das linkszirkular-polarisierte Lasing der Grundmode gefiltert und in d) das rechtszirkular-polarisierte. Die Konfiguration des Systems ist nun nahezu der zweite Fall aus Tabelle 3.1.

Trotz dieser konsistenten Ergebnisse wird das Messverfahren weiter bezüglich zweier anderer Aspekte überprüft, der Frequenz des Cavityscans und der Art und Weise, wie die übrigen Parameter durchfahren werden. Die Scanfrequenz des Cavityscans wurde von uns vom üblichen Wert von 40 Hz auf 200 Hz erhöht, um die benötigte Zeit für eine vollständige Sequenz und somit auch den Messfehler aufgrund eines möglichen Cavitydrifts zu minimieren. Zur Überprüfung, ob die erhöhte Scanfrequenz eine Auswirkung auf die Messergebnisse hat, wird eine Messreihe mit der üblichen Scanfrequenz von 40 Hz durchgeführt. Beim Vergleich der Ergebnisse erkennen wir keine signifikanten Änderungen gegenüber den Ergebnissen der Messungen mit 200 Hz, woraus wir schließen, dass die erhöhte Scanfrequenz die Messergebnisse nicht beeinflusst.

Als Letztes wird die Robustheit des Messverfahrens hinsichtlich der Reihenfolge des Durchfahrens der Parameter getestet. Dazu wird nun die bereits angesprochene zweite Variante

verwendet, bei der die Pumpleistung schnell durchfahren wird. Das bedeutet, dass beginnend mit einer Verstimmung von  $-20$  MHz zunächst innerhalb von 21 Cavityscans die Amplitude am AOM von  $0,5$  V auf  $1,5$  V in  $0,05$  V Schritten durchfahren wird, bevor die nächste Pumpverstimmung von  $-19,5$  MHz eingestellt wird. Auch diesen Test hat unser Messverfahren bestanden, denn werden die Ergebnisse, welche in Abbildung 4.9 dargestellt sind, mit denen der zweiten Messreihe verglichen, weichen sie nur sehr geringfügig voneinander ab. Somit haben die abgeschnittenen Schwellwerte der Grundmode einen physikalischen Ursprung, der durch den eintretenden Modenwettbewerb sehr gut erklärt werden kann.

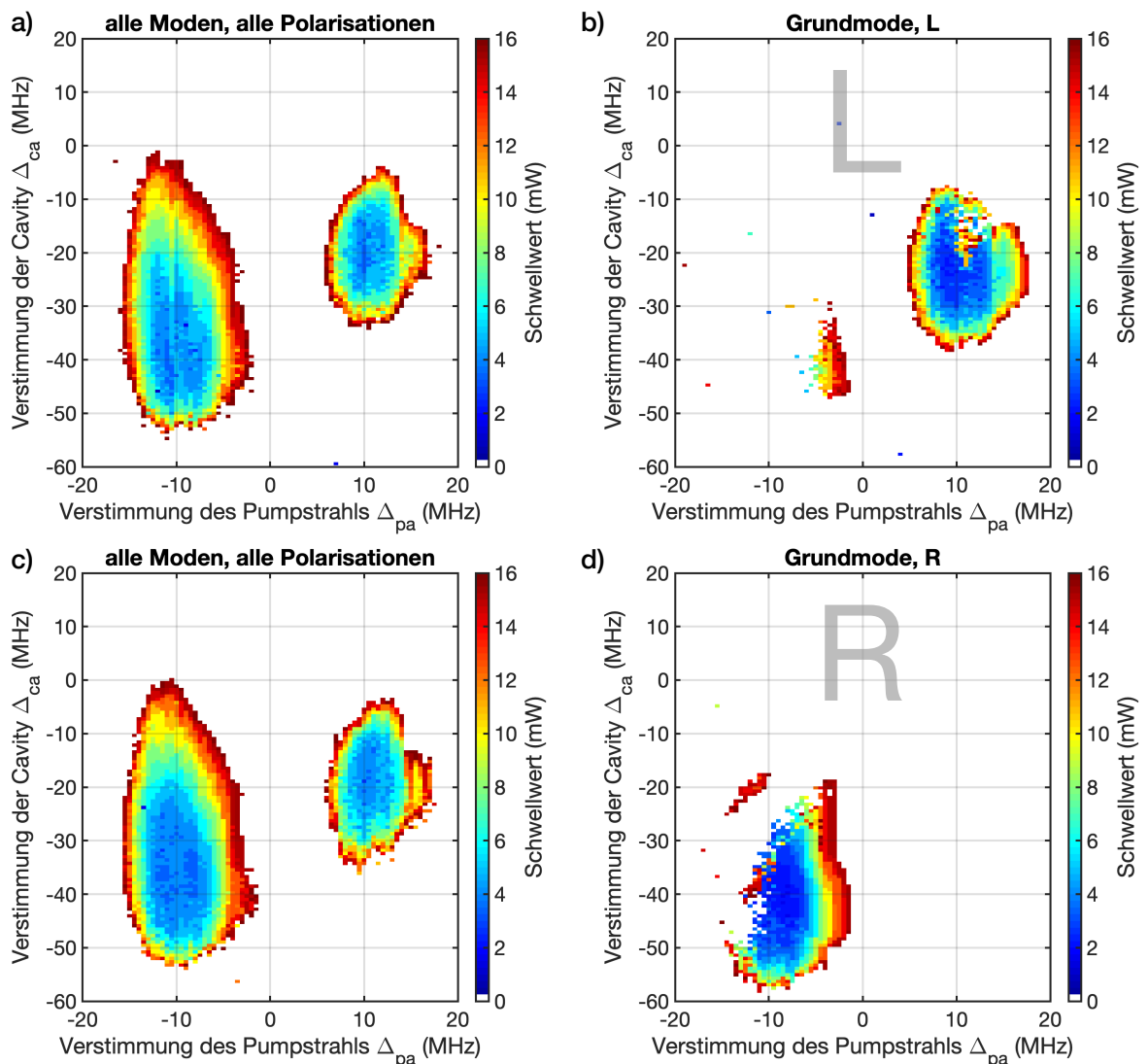


ABBILDUNG 4.9.: Dargestellt sind die Verstimmungskarten der zweiten Messreihe, wobei hier die Reihenfolge des Durchfahrens der beiden Parameter am AOM vertauscht wurde. Bei dieser Messung wurde die Pumpleistung schnell durchfahren statt die Pumpverstimmung. In a) und c) sind wiederum die Schwellwerte für alle Moden nahe bei der Grundmode aufgetragen, in b) und d) lediglich die Schwellwerte der Grundmode. In b) ist das linkszirkular-polarisierte Lasing der Grundmode gefiltert, in d) das rechtszirkular-polarisierte.

Grundsätzlich zeigen die Schwellwertmessungen, dass die Grundmode einen niedrigeren Schwellwert von  $2$  -  $4$  mW besitzt als die Moden höherer Ordnung. Diese werden erst ab einer Pump-

leistung von 4-6 mW angeregt. Beim Vergleich der Schwellwerte von allen Moden mit denen der Grundmode beobachten wir außerdem eine Diskrepanz von 5 MHz der auftretenden Schwellwerte hinsichtlich der Cavityverstimmung  $\Delta_{ca}$ . Der Bereich auftretenden Lasings der Grundmode beginnt in Abb. 4.8 b) bei  $\Delta_{ca} = -35$  MHz, während der dazugehörige Bereich aller Moden in a) bei  $\Delta_{ca} = -30$  MHz startet. Das Gleiche ist beim rechtszirkular-polarisierten Lasing der Grundmode erkennbar. Dies ist auf die verschieden stark eingestellte Verstärkung der verwendeten PMTs zurückzuführen. Der PMT (grün, Grundmode) am rechten Ausgang verstärkt das ankommende Signal stärker als der PMT (grün, alle Moden) am linken Ausgang. Somit registriert der rechte PMT ein schwächeres Signal, wodurch die Bereiche auftretenden Lasings der Grundmode immer mit höherer Empfindlichkeit gemessen werden.

## Vergleich mit Modell

Innerhalb dieses Abschnitts werden die experimentell bestimmten Schwellwerte der Grundmode mit der numerisch berechneten Verstärkung verglichen. Dazu verwenden wir die Messergebnisse aus der zweiten Messreihe, welche in Abbildung 4.10 b) gezeigt sind. Im Modell müssen zum Experiment passende Parameter eingestellt werden. Die beiden Zentren der Bereiche, in denen Lasing auftritt, liegen bei diesen Messergebnissen bei ungefähr ( $\Delta_{pa} = -10$  MHz,  $\Delta_{ca} = -40$  MHz) und ( $\Delta_{pa} = 10$  MHz,  $\Delta_{ca} = -20$  MHz). Das Zusammenspiel der beiden Verstimmungen  $\Delta_{ca}$  und  $\Delta_{pa}$  ergibt in diesem Fall eine Verstimmung der MOT-Strahlen von  $-30$  MHz. Wir haben wiederum experimentell den zweiten Fall aus Tabelle 3.1 vorliegen, sodass das Magnetfeld in Richtung der  $x^{(ls)}$ -Achse (Cavityachse) zeigt und dementsprechend die Atomposition einzustellen ist. Entsprechend  $\Delta E = \pm 10$  MHz wird die Atomposition  $x_a$  zwischen 1,6 mm und 3,6 mm variiert, während  $y_a$  und  $z_a$  Null gesetzt sind. Da die Atomanzahl von 100.000 auf die verschiedenen Positionen verteilt wird, variiert die Rabifrequenz des Probestrahls (Cavitymode), welche im Modell durch  $\Omega_2 = 2g\sqrt{N}$  gegeben ist. Die Breite der Normalverteilung wird auf einen Wert von  $\sigma = 0,9$  mm und der Erwartungswert auf den Wert  $x_0 = 2,6$  mm gesetzt. Die fest eingestellten Werte wie beispielsweise die Rabifrequenz der MOT-Strahlen  $\Omega_1$  sind dieselben wie im vorangegangenen Kapitel 3 und sind der Bildunterschrift zu entnehmen. In Abbildung 4.10 a) ist die mit den passenden Parametern numerisch berechnete Verstärkung in Abhängigkeit der Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_{pa}$  und der Verstimmung der Cavity (Probestrahls)  $\Delta_{ca}$  denen in b) dargestellten experimentellen Ergebnissen gegenübergestellt. Aufgrund der angesprochenen fehlenden Kalibrierung ist auch hier kein direkter Vergleich zwischen den Bereichen möglich. Es kann lediglich eine Aussage über die Position und Form der Verstärkung getroffen werden, welche grob mit den gemessenen Bereichen des Lasings korrelieren. Die Zentren der errechneten Bereiche der Verstärkung liegen bei ( $\Delta_{pa} = -10$  MHz,  $\Delta_{ca} = -37$  MHz) und ( $\Delta_{pa} = 10$  MHz,  $\Delta_{ca} = -17$  MHz). Im Vergleich zu den Messergebnissen stimmen die Positionen trotz fehlender Kalibrierung mit einer Abweichung von  $\pm 3$  MHz gut überein. Weiterhin ist erwartungsgemäß im Bereich großer Verstärkung (rot) der Schwellwert dementsprechend niedrig und vom inneren zum äußeren Bereich hin vergrößert sich der Schwellwert, was mit einer Abnahme der Verstärkung einhergeht.

Innerhalb der letzten beiden Kapitel 3 und 4 wurde unser Lasing bezüglich seiner Gleichgewichtseigenschaften untersucht. Dazu wurden in Kapitel 3 die optischen Bloch-Gleichungen

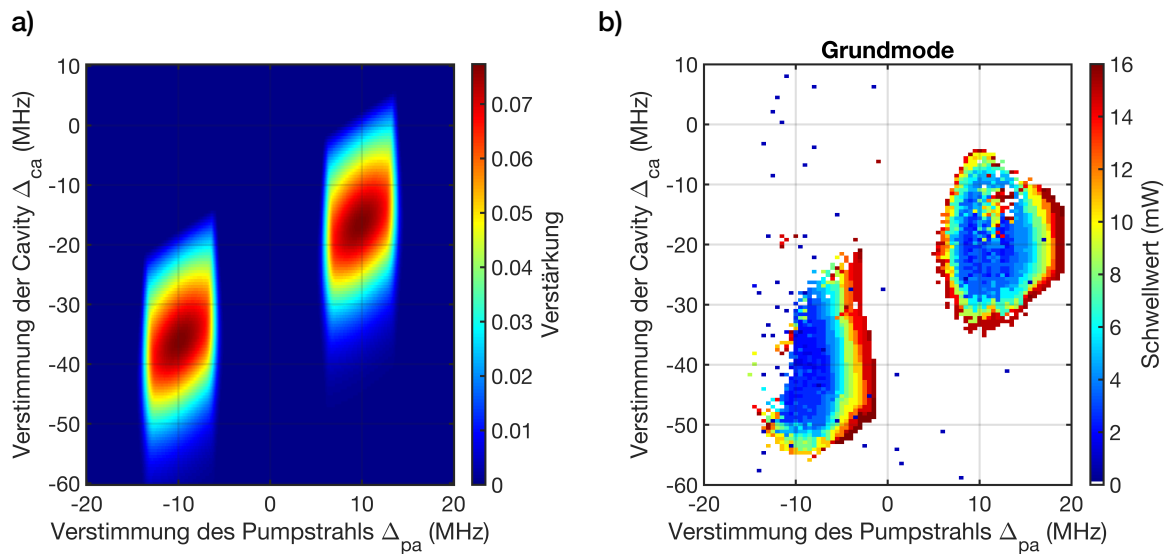


ABBILDUNG 4.10.: In a) ist die numerisch bestimmte Verstärkung in Abhängigkeit der Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_{pa}$  und der Verstimmung der Cavity  $\Delta_{ca}$  dargestellt, während in b) der gemessene Schwellwert der Grundmode in Abhängigkeit der beiden Verstimmungen zu sehen ist. Die Messergebnisse sind der zweiten Messreihe entnommen. Die übrigen Parameter sind:  $\Omega_1 = 12$  MHz,  $\Delta_1 = -30$  MHz,  $R = 8,7$  MHz.

für das aktive Medium, die Yb-Atomwolke, aufgestellt und die Gleichgewichtslösungen der Dichtematrix  $\hat{\rho}$  bestimmt. Mittels des Nichtdiagonalelements  $\rho_{31}$  ist es möglich, eine Aussage über die Verstärkung durch das aktive Medium zu treffen. Unter Beachtung der Geometrie unseres Experiments können wir mit dem vorgestellten Modell die Verstärkung in Abhängigkeit der Verstimmung der Cavity  $\Delta_{ca}$  und der Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_{pa}$  numerisch berechnen und in einer Verstimmungskarte darstellen. Da sich zwischen der bereits gemessenen Verstimmungskarte (s. Abb.1.2 b)), die die Intensität des Lasings in Abhängigkeit der beiden Verstimmungen  $\Delta_{ca}$  und  $\Delta_{pa}$  wiedergibt, und der numerisch berechneten Verstärkung kein einfacher direkter Zusammenhang herstellen lässt, wurde in Kapitel 4 eine Messmethode entwickelt, mit der der Schwellwert des Lasings in Abhängigkeit der Verstimmungen  $\Delta_{ca}$  und  $\Delta_{pa}$  gemessen werden kann. Der Schwellwert ist ein besseres Maß für die zu erwartende Verstärkung. Beim Vergleich der gemessenen Verstimmungskarte des Schwellwerts mit der Verstimmungskarte der numerisch berechneten Verstärkung stimmen die Bereiche, in denen Lasing auftritt, gut überein. Jedoch kann aufgrund einer fehlenden Kalibrierung, welche die Verlustrate von Photonen aus der Cavity berücksichtigt, kein direkter Vergleich gemacht werden. Daher sollte zukünftig die Entwicklung dieser Kalibrierung priorisiert werden.





## 5. Transientenmessungen

Zur Untersuchung der dynamischen Eigenschaften unseres Lasings führen wir Transientenmessungen durch, die innerhalb dieses Kapitels präsentiert werden. Transientenmessung bedeutet in unserem Fall, dass wir das Verhalten unseres Lasers ausgehend vom Gleichgewichtszustand beobachten, wenn die auf die Yb-Atomwolke wirkenden Laserstrahlen aus- oder angeschaltet werden. Dabei wird das Lasing am Ausgang der Cavity aufgezeichnet.

Das Hauptziel hierbei ist die Überprüfung des von uns vermuteten Zwei-Photonen-Prozesses. Dazu werden zunächst die MOT-Strahlen ausgeschaltet. Da diese einen Teil des Zwei-Photonen-Prozesses darstellen, erwarten wir, dass mit dem Abschalten der MOT-Strahlen ein Zerfall des Lasings in der Cavity einhergeht. Zusätzlich führen wir auch Messungen durch, bei denen der Pumpstrahl abgeschaltet wird, während die MOT-Strahlen aktiv bleiben. Abschließend werden sowohl die MOT-Strahlen als auch der Pumpstrahl parallel abgeschaltet.

Zuerst stelle ich unseren dazu benötigten Messaufbau vor, wobei ich besonders auf die Zeitauflösung der Bauteile und auf die Messmethode eingehe. Anschließend folgt die Präsentation und Diskussion der Ergebnisse.

### 5.1. Messaufbau

Zur Durchführung der Transientenmessungen muss der Messaufbau gegenüber dem im vorangegangenen Kapitel 4 verändert werden.

Die Cavitylänge wird nun konstant gehalten und mittels der Frequenzmodulationsmethode auf die Frequenz der  $TEM_{15}$ -Mode stabilisiert. Dazu befindet sich im Messaufbau ein zusätzlicher Lockstrahl, welcher eine passende Frequenzverschiebung von ungefähr 440 MHz gegenüber der Grundmode besitzt. Zur Anregung der  $TEM_{15}$ -Mode wird der Lockstrahl von der rechten Seite unter einem passenden Winkel in die Cavity eingestrahlt. Dieses Signal wird mit der entsprechenden Elektronik frequenzmoduliert. Am selben Ausgang registriert eine Photodiode das Signal der transmittierten  $TEM_{15}$ -Mode, welches frequenzdemoduliert wird, bevor es mittels eines PID-Reglers geregelt wird (s. Abb. 5.1 rechts). Dies bewirkt, dass eine zuvor eingestellte Resonanz der Cavity mit der Grundmode während den Messungen fortbesteht.

In allen folgenden Messungen messen wir ausschließlich das Licht der Grundmode und nicht das der höheren Moden, was wir mittels der CCD-Kamera fortlaufend kontrollieren. Das gilt sowohl für das durch Lasing erzeugte Licht als auch durch das Licht eines Referenzstrahls, der von der linken Seite der Cavity in diese eingestrahlt werden kann. Hierfür beinhaltet der Messaufbau nun Avalanche-Photodioden (SPAD) als Detektoren statt den bisher verwendeten PMTs. Es befinden sich zwei SPADs am linken Ausgang der Cavity, wovon eine zur Registrierung der grünen Photonen des Lasings und eine zur Aufzeichnung der blauen Photonen

des Streulichts der Atome dient. Dabei wird das Licht zunächst in Multimode-Fasern gekoppelt, die direkt an die SPADs angeschlossen werden können. Der Grund für den Austausch der PMTs ist ihre begrenzte Bandbreite von 200 kHz [30]. Bei ersten Testmessungen stellten wir fest, dass diese Zeitauflösung für unsere eigentlichen Messungen nicht ausreicht, da wir lediglich die Zeitkonstante der PMTs vermessen haben. Mit einer Bandbreite von 200 MHz sind die SPADs in der Lage, die erwarteten Zeitkonstanten unserer Messungen aufzulösen.

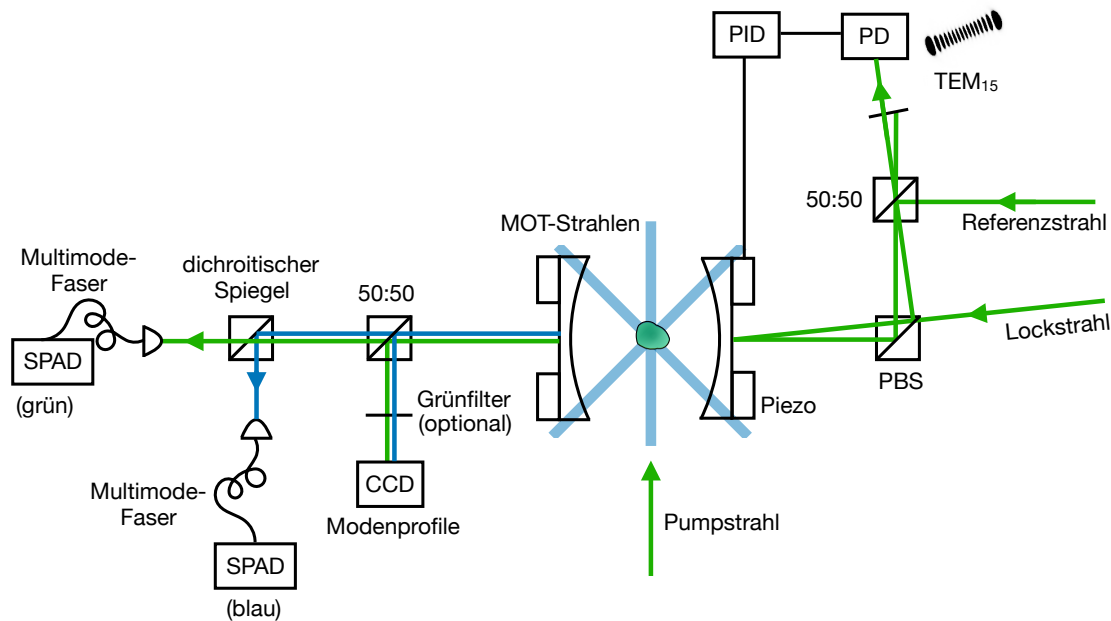


ABBILDUNG 5.1.: In obiger Skizze ist der Messaufbau zur Durchführung der Transientenmessungen zu sehen. Am linken Ausgang der Cavity befinden sich zwei SPADs zur Registrierung des grünen Lasings bzw. des blauen Streulichts der Atome. Außerdem ist eine CCD-Kamera installiert, mittels der die Modenprofile kontrolliert werden können. Am rechten Ausgang der Cavity befindet sich eine Photodiode (PD), welche das Signal der transmittierten  $TEM_{15}$ -Mode aufzeichnet, das zur Frequenzstabilisierung der Cavity benötigt wird. Die Anregung erfolgt durch den Lockstrahl. Des Weiteren kann ein Referenzstrahl von dieser Seite in die Cavity geschickt werden, der optimal an die Grundmode koppelt.

Zur vollständigen Unterbrechung der Laserstrahlen verwenden wir als optischen Schalter die in den Strahlengängen verbauten AOMs und ihre entsprechende Elektronik. Die Elektronik weist eine Zeitauflösung von 320 ps auf. Limitiert sind wir nun durch die Schaltzeiten der AOMs, die über die Durchlaufzeit der Schallwelle durch den einfallenden Laserstrahl gegeben ist. Im Messaufbau verwenden wir insgesamt drei AOMs, einen zum Schalten des Referenzstrahls, einen zum Schalten der MOT-Strahlen und einen zum Schalten des Pumpstrahls. Die Schaltzeiten und die zeitlichen Verzögerungen aufgrund der Elektronik beim Ab- bzw. Anschaltvorgang wurden für alle drei AOMs mit Hilfe der SPADs gemessen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.1 aufgelistet. Im Vergleich zu den erwarteten Zeitkonstanten sind die Schaltzeiten kurz genug, um deren Einfluss auf die gemessenen Zeitkonstanten vernachlässigen zu können. Als Beispiel ist in Abbildung 5.2 der Abschaltvorgang des Pumpstrahls mittels des entsprechenden AOMs dargestellt. Einerseits ist die zeitliche Verzögerung beim Abschalten des AOMs von 550 ns eingezeichnet, andererseits die Zeit, innerhalb der der Pumpstrahl vollständig ab-

geschaltet ist, sprich die Schaltzeit.

TABELLE 5.1.: Überblick über die Schaltzeiten der verwendeten AOMs im Versuchsaufbau in Zusammenhang mit den zeitlichen Verzögerungen beim An- bzw. Abschaltvorgang. Die Zeiten können auf ca. 10 ns genau bestimmt werden und sind deshalb entsprechend gerundet.

AOM	zeitliche Verzögerung beim		Schaltzeiten (ns)
	Abschalten (ns)	Anschalten (ns)	
Referenzstrahl	450	700	100
MOT-Strahlen	600	700	80
Pumpstrahl	550	800	180

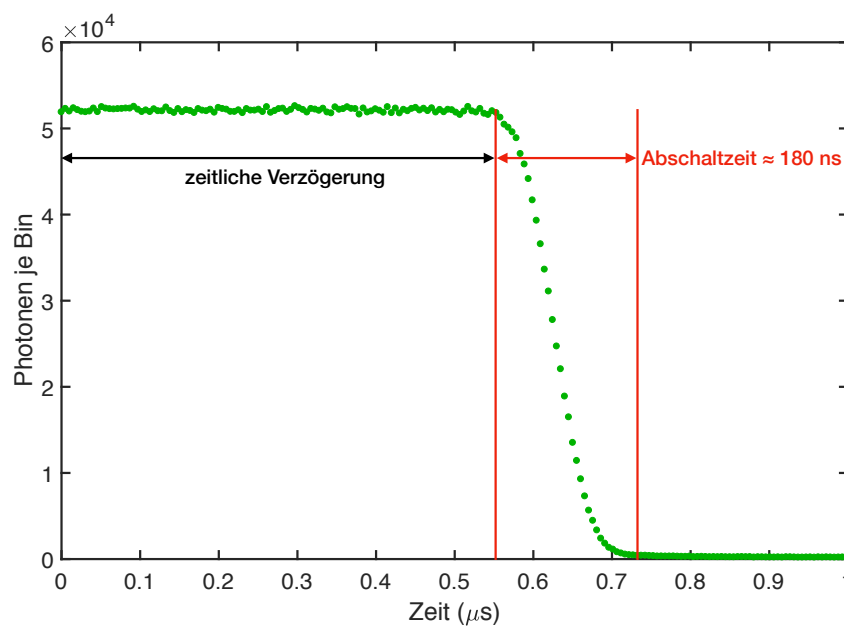


ABBILDUNG 5.2.: Die Abschaltzeit des Pumpstrahls wurde mit Hilfe der SPAD gemessen. Bei  $t = 0$  wird das RF-Signal zum AOM unterbrochen. Einerseits ist die zeitliche Verzögerung durch die Elektronik eingezeichnet, andererseits die benötigte Schaltzeit des AOMs. Innerhalb von 180 ns ist der Pumpstrahl vollständig abgeschaltet, wobei die Abschaltkurve bei 550 ns beginnt. Die Binsgröße des Histogramms beträgt 5,12 ns. Gemessen wurde rund 96 s.

## Messmethode

Da die SPADs während den Messungen einzelne Photonen mit einer Rate von ca. 100.000 Photonen pro Sekunde zählen, ist eine einzelne Messung, bei der die ausgewählten Laserstrahlen ein einziges Mal ausgeschaltet werden, nicht ausreichend. Wir müssen den Schaltvorgang viele Male wiederholen und über diese mitteln. Aus diesem Grund verwenden wir bei diesen Messungen eine Sequenz, mit Hilfe derer die Laserstrahlen in einer Schleife aus- und angeschaltet werden. Die Triggersignale, welche jedes Mal den Abschaltvorgang einleiten, werden parallel zu den von den SPADs registrierten Photonen aufgezeichnet. Die Korrelation zwischen den Triggerzeitpunkten und den Ankunftszeiten der Photonen ergibt die gewünschte Mittelung über die vielen Abschaltvorgänge. Als Ergebnis erhalten wir ein Histogramm, in

dem die Anzahl der Photonen innerhalb der gewählten Bingröße gegen die Zeit zwischen dem Triggersignal und der Registrierung des Photons aufgetragen ist.

## 5.2. Verlustrate der leeren Cavity

Bevor wir die Transientenmessungen am Lasersystem durchführen, bestimmen wir zunächst die Zerfallsrate  $\kappa_0$  von Photonen aus der leeren Cavity, also ohne gefangene Atome. Alternativ formuliert, messen wir die Lebensdauer  $\tau_0$  der Photonen innerhalb der leeren Cavity. Durch das Einstrahlen eines resonanten Lasers kann die Cavity mit Photonen gefüllt werden. Sobald dieser Laser abgeschaltet wird, beginnt die Photonenzahl innerhalb der Cavity exponentiell abzunehmen, weshalb die Zeitentwicklung der austretenden Intensität durch

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_0}} \quad (5.1)$$

gegeben ist. Der Umkehrwert  $\kappa_0 = \frac{1}{\tau_0}$  bestimmt die Verlustrate  $\kappa_0$ .

Zur Anregung der Grundmode wird nun der Referenzstrahl entlang der Cavityachse in die Cavity eingestrahlt und mittels der Sequenz und dem entsprechenden AOM fortlaufend an- bzw. ausgeschaltet. Die Periode dieser Messung beträgt 1 ms, wobei davon  $20 \mu\text{s}$  auf die Off-Zeit, sprich die Zeit mit abgeschaltetem AOM, entfallen. Mit Hilfe der bereits im Messaufbau beschriebenen Frequenzmodulationsmethode wird die Cavity stabilisiert, sodass während der gesamten Messung eine Resonanz mit der Grundmode fortbesteht. Am linken Ausgang zählt die SPAD die transmittierten Photonen aus der Cavity.

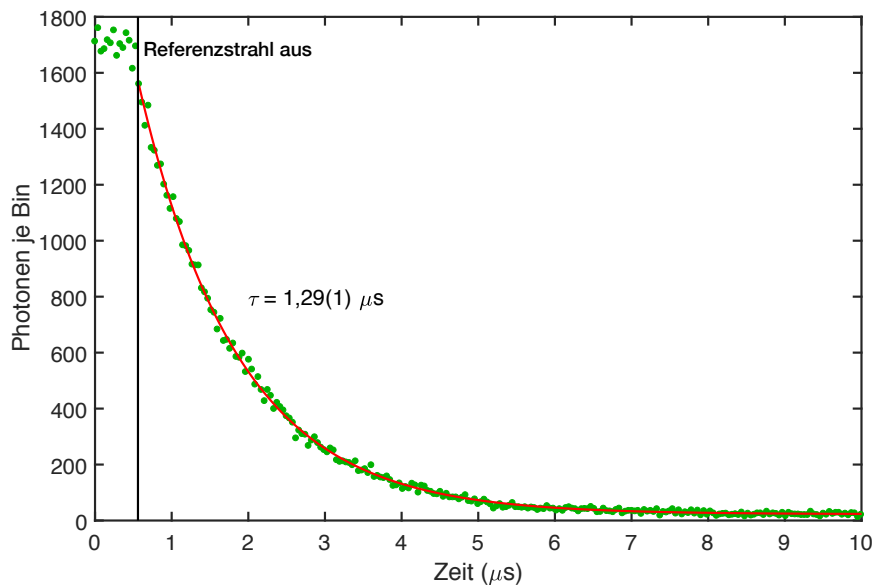


ABBILDUNG 5.3.: Die gemessene Intensität am Ausgang der Cavity ist gegen die Zeit aufgetragen. Die exponentielle Anpassung an die Messdaten (rote Linie) ergibt eine Lebensdauer der Photonen innerhalb der Cavity von  $\tau_0 = 1,29(1) \mu\text{s}$ . Die Messdaten werden ab einer Zeit von  $0,55 \mu\text{s}$  exponentiell angepasst, da der Referenzstrahl erst ab diesem Zeitpunkt mit Hilfe des AOMs vollständig abgeschaltet ist. Die Messzeit beträgt hier rund 66 s und die Bingröße  $40,96 \text{ ns}$ .

Es ergibt sich das in Abbildung 5.3 dargestellte Histogramm. Im Folgenden betrachten wir

die Photonen je Bin als die Intensität des Lichts am Ausgang der Cavity in Abhängigkeit von der Zeit. Die rote Kurve stellt den an die Messdaten angepassten exponentiellen Zerfall dar. Als Zerfallszeit ergibt sich ein Wert von  $\tau_0 = 1,29(1) \mu\text{s}$ , was einer Verlustrate  $\kappa_0 = 2\pi \cdot 123(1) \text{ kHz}$  entspricht. Die daraus resultierende Finesse  $F$  unserer Cavity ergibt sich mit Hilfe der Beziehung  $F = \vartheta_{\text{FSR}}/\delta_0$  zu rund 25450, wobei  $\kappa_0 = 2\pi \cdot \delta_0$  gilt.

### 5.3. Messungen am Lasersystem

Innerhalb dieses Kapitels werden nun die MOT-Strahlen, der Pumpstrahl und beide gleichzeitig ausgeschaltet, während wir am Ausgang der Cavity das Lasing der Grundmode beobachten. Die Messungen werden nahezu an der gleichen Justage des Systems vorgenommen, die in Kapitel 4 bei der zweiten Messreihe vorliegt. Der Pumpstrahl ist konsistent um  $\Delta_{\text{pa}} = 15 \text{ MHz}$  verstimmt. Die Cavityverstimmung liegt zwischen  $\Delta_{\text{ca}} = -20 \text{ MHz}$  und  $-28 \text{ MHz}$ . Während der gesamten Messzeiten ist die Cavity stabilisiert, sodass sie mit der Grundmode resonant bleibt. Somit werden lediglich die Photonen der Grundmode und die der zur Frequenzstabilisierung verwendeten TEM<sub>15</sub>-Mode am Detektor registriert. Dies kann mittels der Modenprofile, die auf der CCD-Kamera zu sehen sind, sicher gestellt werden.

#### Ausschalten der MOT-Strahlen

Als Erstes schalten wir am Lasersystem die MOT-Strahlen aus und messen dabei die Intensität des Lasings der Grundmode am Ausgang der Cavity. Der Pumpstrahl mit einer Leistung von 16 mW bleibt über die gesamte Messzeit angeschaltet. Diese Messung dient zur Überprüfung des Zwei-Photonen-Prozesses. Wenn die MOT-Strahlen tatsächlich einen Teil des Zwei-Photonen-Prozesses darstellen, wie in Kapitel 3.3 beschrieben, impliziert das Abschalten der MOT-Strahlen das Abschalten unseres Lasings. Daher erwarten wir, dass das Lasing am Ausgang der Cavity bei dieser Messung mit der im vorangegangenen Abschnitt bestimmten Zerfallszeit  $\tau_0$  exponentiell abfällt.

Die MOT-Strahlen werden mittels des entsprechenden AOMs und der geschriebenen Sequenz jede Millisekunde für  $20 \mu\text{s}$  ausgeschaltet. Hierbei ist wichtig, dass innerhalb der  $20 \mu\text{s}$  Off-Zeit keine Atome aus dem Zentrum der Cavity austreten. Die Atome sollen unverändert weiterhin zum Laserprozess zur Verfügung stehen. Aus diesem Grund wurde im Voraus über die Messung der Zerfallszeit der Atomwolke sichergestellt, dass innerhalb der gewählten Off-Zeit keine Atome aus dem Zentrum herausdiffundieren. Die gemessene Zerfallszeit ist mit  $442(2) \mu\text{s}$  wesentlich länger als die hier gewählte Off-Zeit. Die entsprechende Messung ist in Anhang A.5 zu finden.

In Abbildung 5.4 ist die Intensität des Lasings der Grundmode gegen die Zeit aufgetragen. Erwartungsgemäß zerfällt das Lasing nach Abschalten der MOT-Strahlen exponentiell (rote Linie). Allerdings weicht die Lebensdauer  $\tau$  der Photonen innerhalb der Cavity von  $\tau_0$  ab. Diese nimmt nun einen Wert von  $0,98(1) \mu\text{s}$  an, was einer Verlustrate von  $\kappa = 2\pi \cdot 162(2) \text{ kHz}$  entspricht. Dementsprechend erhöht sich die Verlustrate von Photonen aus der Cavity um circa 32 % gegenüber der leeren Cavity. Eine mögliche Erklärung hierfür ist das Verbleiben der Atome innerhalb der Cavity, wodurch die Photonenzahl in der Lasermode auch durch

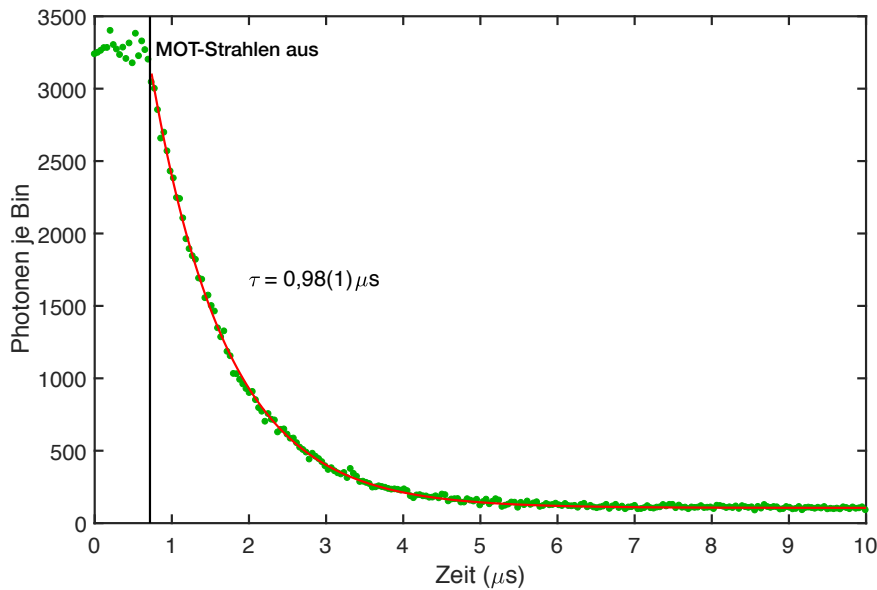


ABBILDUNG 5.4.: Die mittels der SPAD (grün) aufgenommene Intensität des Lasings der Grundmode ist gegen die Zeit aufgetragen. Wenn die MOT-Strahlen abgeschaltet sind, zerfällt das Lasing der Grundmode exponentiell (rote Linie) mit einer Zerfallszeit von  $\tau = 0,98(1) \mu s$ . Da die MOT-Strahlen gemäß Tabelle 5.1 erst bei einer Zeitdifferenz von  $0,68 \mu s$  ausgeschaltet sind, beginnt die exponentielle Anpassung erst ab dieser Zeit. Die Messzeit beträgt hier rund  $10,4 \text{ min}$  und die Bingröße  $40,96 \text{ ns}$ .

Streuung an den Atomen reduziert wird, was insgesamt zu einer erhöhten Verlustrate führt. Somit ergibt sich eine zusätzliche Verlustrate durch Streuung der Photonen an den Atomen von  $\kappa_{\text{Atome}} = 2\pi \cdot 39(3) \text{ kHz}$ .

Parallel zur Registrierung der grünen Photonen des Lasings werden an der zweiten SPAD die blauen Photonen des Streulichts detektiert. Das Ziel ist es, ausschließlich die blauen Photonen von den Atomen, die sich im Modenvolumen der Grundmode befinden, zu registrieren. Mit Hilfe der Multimodefaser haben wir den Abbildungsausschnitt reduziert, wobei aber die Qualität dieses Ausschnitts nicht sicher gestellt wurde.

Wenn die MOT-Strahlen ausgeschaltet sind, werden die Yb-Atome nicht mehr in den Zustand  $^1P_1$  angeregt und emittieren infolgedessen auch kein blaues Streulicht mehr. Der angeregte Zustand  $^1P_1$  besitzt eine Lebensdauer von  $5,5 \text{ ns}$ , die sich im Zerfall bzw. Anstieg des blauen Streulichts widerspiegeln sollte. Jedoch können wir mittels der verwendeten AOMs diese Lebensdauer zeitlich nicht auflösen, was sich darin gezeigt hat, dass wir lediglich die bekannte Schaltzeit des AOMs gemessen haben. Daher wird diese Messung hier nicht explizit gezeigt.

### Ausschalten des Pumpstrahls

Eine weitere Messreihe widmet sich dem Pumpstrahl, der die Energiequelle unseres Lasers darstellt. Dieser Pumpstrahl mit einer Leistung von  $16 \text{ mW}$  wird nun abgeschaltet, während die MOT-Strahlen die gesamte Messzeit über angeschaltet bleiben. Wie zuvor wird der Pumpstrahl mit Hilfe der Sequenz jede Millisekunde für  $20 \mu s$  abgeschaltet und die Cavity ist währenddessen stabilisiert.

Zunächst ist in Abbildung 5.5 die Intensität des Lasings der Grundmode gegen die Zeit aufge-

tragen. Qualitativ entspricht der Zerfall des Lasings unseren Erwartungen, da der abgeschaltete Pumpstrahl auch die Energiequelle unseres Lasers darstellt. Quantitativ ist allerdings zu erkennen, dass das Lasing in diesem Fall nicht mehr exponentiell zerfällt wie in den vorangegangenen Abschnitten. Wir vermuten, dass sich die Zerfallszeit bzw. die Verlustrate  $\kappa$  von Photonen aus der Cavity während des Zerfalls aufgrund von Änderungen der Besetzungsdifferenz zwischen dem Grundzustand  $^1S_0$  und dem angeregten Zustand  $^3P_1$  ändert. Anhand der in Abbildung 5.5 eingezeichneten exponentiellen Anpassungen ist dies verdeutlicht.

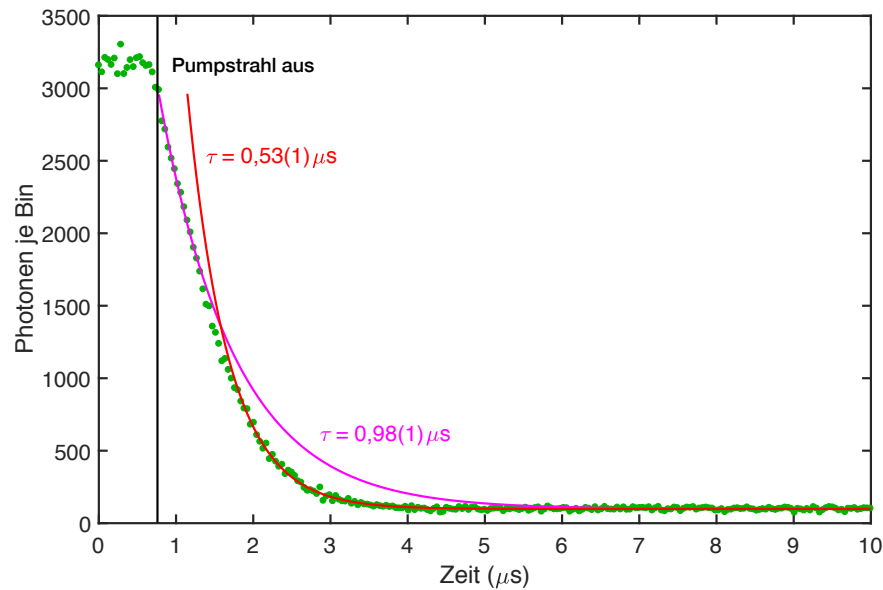


ABBILDUNG 5.5.: Die Intensität des Lasings ist in Abhängigkeit der Zeit dargestellt. Wenn der Pumpstrahl abgeschaltet wird, zerfällt das Lasing in der Cavity. Allerdings verändert sich die Zerfallszeit währenddessen, sodass sich insgesamt kein exponentieller Zerfall ergibt. Zu Beginn zerfällt das Lasing mit einer Zerfallszeit von  $0,98(1) \mu\text{s}$  (pinke Linie), wohingegen am Ende des Zerfalls die Zerfallszeit einen Wert von  $0,53(1) \mu\text{s}$  annimmt (rote Linie). Die Messzeit beträgt hierbei rund 11 min und die Bingröße wiederum  $40,96 \text{ ns}$ .

Bei der Anpassung der ersten Kurve (pink) sind lediglich die ersten Messpunkte angepasst, nachdem der Pumpstrahl vollständig unterbrochen ist. Hierbei erhalten wir eine Zerfallszeit von  $0,98(1) \mu\text{s}$ . Dahingegen liegt die Anpassung bei der zweiten Kurve (rot) auf den letzten Messpunkten des Zerfalls, womit wir eine Zerfallszeit von  $0,53(1) \mu\text{s}$  bekommen. Die beiden ermittelten Zerfallszeiten bzw. Verlustraten weichen damit rund 54 % voneinander ab.

In Abbildung 5.6 ist nun die Intensität des blauen Streulichts gegen die Zeit aufgetragen. Wie bereits erwähnt, ist der Abbildungsausschnitt des Streulichts mittels einer Faser reduziert. Falls der Ausschnitt tatsächlich auf die im räumlichen Überlapp (s. Abb. 3.6) befindlichen Atome beschränkt ist, erwarten wir mit Abschalten des Pumpstrahls eine Reduzierung des blauen Streulichts: Durch das Ausschalten des Pumpstrahls wird das Lasing unterbunden, sodass keine Atome mehr über den Zwei-Photonen-Prozess in den angeregten Zustand  $^1P_1$  übergehen und somit die damit verbundenen blauen Photonen des spontanen Zerfalls fehlen. In Abb. 5.6 a) ist jedoch bei abgeschaltetem Pumpstrahl ein exponentieller Anstieg des blauen Streulichts zu sehen, wenn der Pumpstrahl abgeschaltet ist. Mit  $0,86(6) \mu\text{s}$  entspricht die Anstiegszeit gerade der Zerfallszeit des grünen Übergangs. Erklären lässt sich dieser Umstand

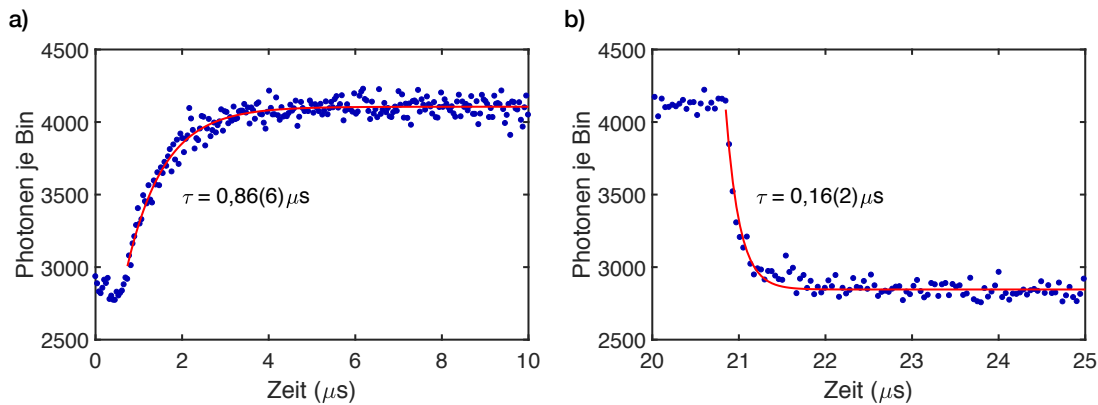


ABBILDUNG 5.6.: Die Intensität des blauen Streulichts ist gegen die Zeit aufgetragen. In a) ist ein exponentieller Anstieg des Streulichts zu sehen, wenn der Pumpstrahl abgeschaltet ist. Die Anstiegszeit von  $0,86(6) \mu\text{s}$  entspricht der Zerfallszeit des grünen Zustands  $^3\text{P}_1$ . In b) ist ein exponentieller Zerfall mit  $\tau = 0,16(2) \mu\text{s}$  des Streulichts aufgrund des erneuten Anschaltens des Pumpstrahls zu sehen. Da das blaue Streulicht parallel zum Lasing aufgenommen wird, ist die Messzeit dieselbe wie in Abbildung 5.5. Die Binsgröße beträgt in a) und b)  $40,96 \text{ ns}$ .

mit Abschalten des Pumpstrahls, wodurch die Atome nicht weiterhin in den Zustand  $^3\text{P}_1$  angeregt werden. Die sich noch in diesem Zustand befindlichen Atome zerfallen innerhalb von  $0,85 \mu\text{s}$  zurück in den Grundzustand und können schließlich wieder am Kühlprozess mittels der MOT-Strahlen teilnehmen. Man kann auf zwei mögliche Ursachen für dieses Verhalten schließen: Entweder wir messen nicht nur das Streulicht der am Lasing beteiligten Atome, sondern das aller Atome die gepumpt werden, oder der Prozess der spontanen Emission vom angeregten Zustand  $^3\text{P}_1$  zurück in den Grundzustand  $^1\text{S}_0$  überwiegt im hier vorliegenden Fall. In Abbildung 5.6b) ist der exponentielle Zerfall des blauen Streulichts dargestellt, wenn der Pumpstrahl wieder angeschaltet wird. Wir erhalten eine Zerfallszeit des Streulichts von  $0,16(2) \mu\text{s}$ . Es ist zu vermuten, dass durch die hohe Leistung des Pumpstrahls, weit über der Sättigungsleistung, der  $^3\text{P}_1$  Zustand schnell besetzt wird. Folglich fehlen wiederum die Atome beim Kühlprozess, welche zuvor durch Abschalten des Pumpstrahls zu diesem Prozess hinzugekommen sind.

### Ausschalten des Pumpstrahls und der MOT-Strahlen

Zuletzt schalten wir beide Laserstrahlen, den Pumpstrahl mit einer Leistung von  $14 \text{ mW}$  und die MOT-Strahlen aus und beobachten die Intensität des Lasings am Ausgang der Cavity. Das blaue Streulicht der Atomwolke wird hier nicht weiter parallel aufgezeichnet, da wir davon ausgehen, dass wir damit wieder lediglich die Schaltzeit des entsprechenden AOMs messen. Während der Messung ist die Cavity stabilisiert.

Das Messergebnis ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Dabei ist die Intensität des Lasings der Grundmode gegen die Zeit aufgetragen. Nach Abschalten der MOT-Strahlen und des Pumpstrahls zerfällt das Lasing exponentiell mit der konstanten Zerfallszeit von  $1,08(1) \mu\text{s}$ . Diese entspricht einer Verlustrate von Photonen  $\kappa = 2\pi \cdot 147(1) \text{ kHz}$  aus der Cavity. Die exponentielle Anpassung erfolgt in diesem Fall ab einer Zeit von  $0,8 \mu\text{s}$ , da laut Tabelle 5.1 beide AOMs (MOT-Strahlen und Pumpstrahl) die entsprechenden Laserstrahlen zu diesem Zeitpunkt voll-



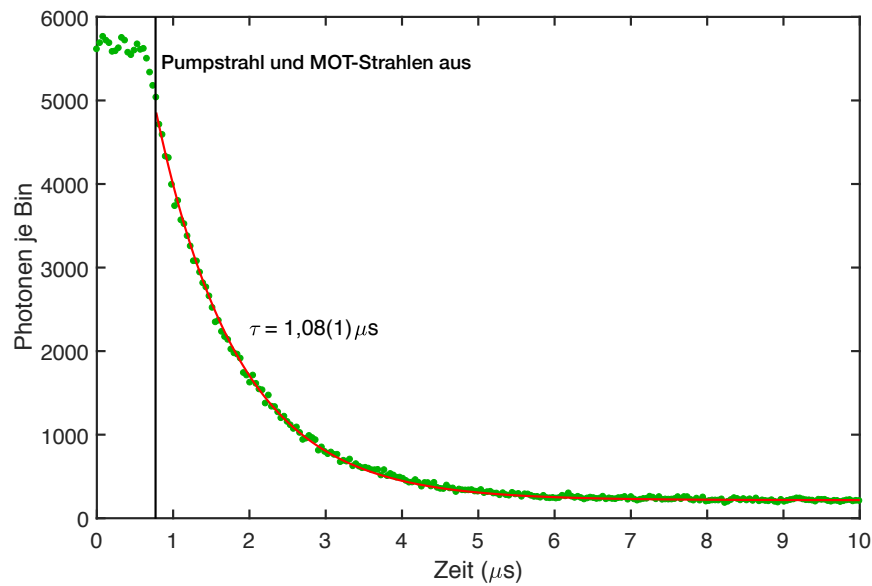


ABBILDUNG 5.7.: Zu sehen ist die Intensität des Lasings der Grundmode in Abhängigkeit von der Zeit, wenn die MOT-Strahlen und der Pumpstrahl abgeschaltet sind. Eine exponentielle Anpassung ergibt eine Zerfallskonstante von  $1,08(1) \mu\text{s}$  (rote Linie). Die Messzeit beträgt 20,5 min und die Bingröße  $40,96 \text{ ns}$ .

ständig unterbrechen.

Im Vergleich zu der Zerfallskonstante  $\tau = 0,98(1) \mu\text{s}$ , wenn nur die MOT-Strahlen ausgeschaltet werden, zerfällt das Lasing hier mit  $\tau = 1,08(1) \mu\text{s}$  etwas langsamer. Eine mögliche Erklärung für diese Abweichung ist eine Instabilität des Versuchsaufbaus während den Messungen. So ist zum Beispiel eine Stabilität der Frequenz der MOT-Strahlen auf der Zeitskala der benötigten Messzeit nicht zwingend gegeben, sodass eine Änderung der Atomanzahl in der Cavitymode während aller Transientenmessungen nicht auszuschließen ist. Nach der vorangegangenen Messung mit ausgeschaltetem Pumpstrahl würden wir hier eigentlich einen ähnlichen Verlauf des Zerfalls erwarten, d.h. mit einer sich ändernden Zerfallszeit. Dementsprechend müssen die MOT-Strahlen einen essentiellen Prozess darstellen, der verursacht, dass das Lasing ebenfalls mit einem konstanten Exponenten zerfällt.

### Wachstumsrate des Lasings in Abhängigkeit der Pumpleistung

Zu jeder Messung des Zerfalls des Lasings erhalten wir automatisch auch eine Messung zum Aufbau des Lasings, wenn die Laserstrahlen wieder angeschaltet werden. Innerhalb dieses Abschnitts widmen wir uns aus diesem Grund der Anstiegskurve des Lasings. Als Anstiegskurve erwarten wir einen exponentiellen Anstieg mit einer gewissen Wachstumsrate. Diese Wachstumsrate sollte sich laut einfachsten Überlegungen, einem Ratenmodell dessen Details aus Anhang A.6 entnommen werden können, proportional zur Pumpleistung ändern, sobald diese groß genug ist um die Laserschwelle zu überschreiten.

Bei dieser Messreihe wird der Pumpstrahl so geschaltet, dass er alle  $400 \mu\text{s}$  für  $100 \mu\text{s}$  abgeschaltet wird. Während der gesamten Messzeit bleiben die MOT-Strahlen angeschaltet und die Cavity ist stabilisiert. Die Anstiegskurve des Lasings wird für fünf verschiedene Pumpleis-

tungen aufgezeichnet. Die gemessene Intensität wird logarithmisch aufgetragen und der sich daraus ergebende lineare Anstieg angepasst, woraus sich die Wachstumsrate ermitteln lässt. Abbildung 5.8 a) verdeutlicht dies anhand drei verschiedenen Pumpleistungen.

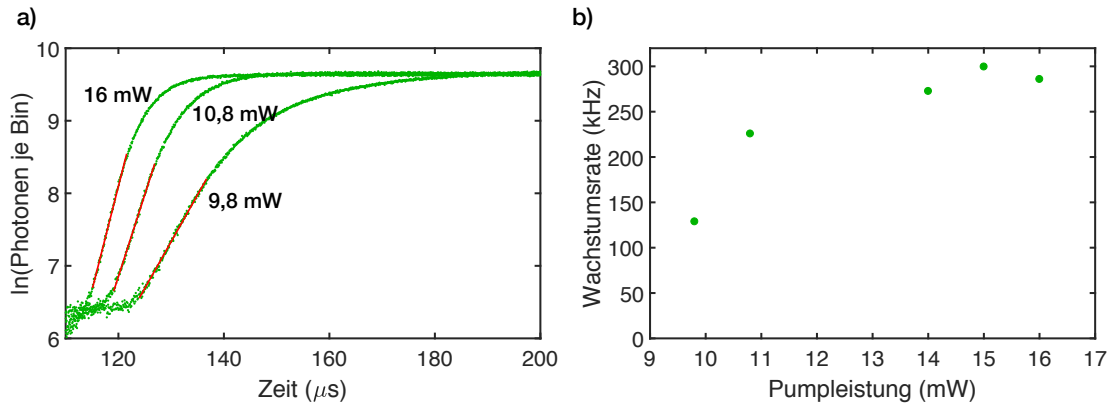


ABBILDUNG 5.8.: In a) ist die logarithmierte Intensität des Lasings für drei verschiedene Pumpleistungen gegen die Zeit aufgetragen, wobei der lineare Anteil vor Erreichen des Gleichgewichtszustands linear angepasst wurde. Die Steigungen der Anpassungen stellen die Wachstumsraten des Lasings dar, welche in b) in Abhängigkeit von der Pumpleistung dargestellt sind. Die Messzeit liegt bei dieser Messreihe zwischen 40 s und 55 s und die Bingröße beträgt konstant 81,92 ns.

Tendenziell steigt die Wachstumsrate mit steigender Pumpleistung, wie in Abbildung 5.8 b) dargestellt. Jedoch reichen die fünf verschiedenen Pumpleistungen nicht aus, um eindeutig einen linearen Anstieg zu identifizieren. Tatsächlich beschreiben die vorliegenden Messpunkte eher einen Sättigungsverlauf, welcher für uns ebenfalls plausibel erscheint. Das Ratenmodell in Anhang A.6 beschreibt einen konventionellen Laser mit einer Vier-Niveau-Konfiguration, bei der der obere Zustand des Laserübergangs indirekt gepumpt wird. Dagegen wird bei unserem Laser der angeregte Zustand  $^3\text{P}_1$ , sprich der obere Zustand des Laserübergangs direkt gepumpt. Für eine hohe Pumpleistung kann der Pumpübergang in Sättigung gehen, was den Sättigungsverlauf der Wachstumsrate in Abbildung 5.8 b) erklärt.

#### 5.4. Verlustrate $\kappa$ der Cavity mit Atomen

In Kapitel 5.2 wurde die Verlustrate  $\kappa_0$  von Photonen aus der leeren Cavity bestimmt. Zur Quantifizierung des Einflusses der Atome auf diese Verlustrate werden im Folgenden weitere Transientenmessungen durchgeführt. Bei diesen Messungen wird der Referenzstrahl entlang der Cavityachse in die Cavity eingestrahlt, während sich gefangene Yb-Atome in dieser befinden. Der Pumpstrahl ist bei dieser Messreihe nicht aktiv und somit liegt auch kein Lasing vor. Untersucht wird die Abhängigkeit von der Verlustrate  $\kappa$  hinsichtlich der Verstimmung der Cavity  $\Delta_{\text{ca}}$  gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz des grünen Übergangs, der Leistung des Referenzstrahls, und der Anzahl von Atomen, welche sich in der Cavitymode befinden. Bezogen auf die Gesamtanzahl an gefangenen Atomen wechselwirkt die Grundmode nur mit circa 1% der insgesamt gefangenen Atome.

Zur Bestimmung der Verlustrate wird der Referenzstrahl mit Hilfe des entsprechenden AOMs abgeschaltet und das austretende Licht der Grundmode wird mit der SPAD (grün) detektiert.

Wie bei den vorangegangenen Messungen wäre es auch hier vorteilhaft, die Cavity aktiv zu stabilisieren, was allerdings aufgrund eines technischen Defekts für diese Messreihe nicht der Fall war. Da der Referenzstrahl jedoch optimal an die Grundmode koppelt, können wir trotz etwaiger Cavitydrifts sicher sein, dass wir während der gesamten Messzeit ausschließlich die Grundmode registrieren. Mit Hilfe der Piezokristalle stellen wir zu Beginn einer jeden Messung eine Resonanz der Grundmode der Cavity mit dem Referenzstrahl ein. Falls der Cavitydrift während der Messung zu groß wird, können wir auch mittels den Piezokristallen die Cavity nachjustieren. Pro eingestelltem Parameter erhalten wir eine Zerfallskurve des Lichts in der Cavity, die exponentiell angepasst wird, womit wir die Zerfallszeit  $\tau$  bzw. die Verlustrate  $\kappa = \frac{1}{\tau}$  als Umkehrwert erhalten.

### Verstimmung des Referenzstrahls

Als Erstes wird die Verlustrate  $\kappa$  in Abhängigkeit von der Verstimmung des Referenzstrahls  $\Delta_{ra} = \omega_r - \omega_a$  gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz  $\omega_a$  bestimmt. Da wir die Grundmode der Cavity mit den Piezokristallen immer resonant mit dem Referenzstrahl einstellen, ist die Verstimmung des Referenzstrahls  $\Delta_{ra}$  hier gleichbedeutend mit der Verstimmung der Cavity  $\Delta_{ca}$ . Der Referenzstrahl wird ausgehend von einer Resonanz mit den Atomen, also  $\Delta_{ra} = 0$ , in 4 MHz-Schritten bis  $\Delta_{ra} = -40$  MHz verstimmt. Dabei besitzt er eine Leistung von  $196 \mu\text{W}$ , mit welcher der grüne Übergang stark gesättigt ist. Die Anzahl der Atome innerhalb des Modenvolumens der Grundmode beträgt hier ungefähr 10.000.

In Abbildung 5.9 sind die ermittelten Verlustraten  $\kappa$  gegen die Verstimmung  $\Delta_{ra}$  aufgetragen. Anhand des eingezeichneten Referenzwerts der leeren Cavity von  $\kappa_0 = 2\pi \cdot 123$  kHz (durchgezogene Linie) ist zu erkennen, dass die ermittelten Verlustraten insgesamt mit Atomen im Zentrum der Cavity höher liegen. Bei einer bestehenden Resonanz des Referenzstrahls mit den Atomen  $\Delta_{ra} = 0$  steigt die Verlustrate auf einen erheblich höheren Wert von  $\kappa = 2\pi \cdot 2,3(1)$  MHz an, was durch die Streuung der Photonen durch die Atome erklärt werden kann. Je stärker der Referenzstrahl verstimmt ist, umso geringer wird  $\kappa$ , da der spektrale Überlapp zwischen dem atomaren Übergang und dem Licht in der Grundmode und damit die Streuung durch die Atome abnimmt.

Der Anstieg von  $\kappa$  sollte einem halben Lorentzprofil entsprechen, welches die Resonanz der Atome mit der natürlichen Linienbreite von  $2\pi \cdot 182$  kHz widerspiegelt. Aufgrund der Sättigung des grünen Übergangs erwarten wir allerdings eine homogene Linienverbreiterung, d.h. eine Sättigungsverbreiterung, die ebenfalls durch ein Lorentzprofil gegeben ist. Die angepasste Lorentzkurve in Abbildung 5.9 mit einer Halbwertsbreite (FWHM) von  $4,8(3)$  MHz passt sehr gut an die Messpunkte. Aus der ermittelten Halbwertsbreite erhalten wir einen Sättigungsparameter von  $S = \frac{I}{I_{sat}} \approx 700$ . Somit ist der grüne Übergang rund 700-fach gesättigt. Dadurch ist  $\kappa$  selbst bei  $\Delta_{ra} = -8$  MHz mit einem Wert von  $\kappa = 2\pi \cdot 367(4)$  kHz ungefähr um einen Faktor 3 höher als die Verlustrate  $\kappa_0$  der leeren Cavity.

Da wir in den vorangegangenen Abschnitten das Lasing der Grundmode mit einer eingestellten Verstimmung des Pumpstrahls von  $\Delta_{pa} = 15$  MHz untersucht haben, liegt die Verstimmung des Lasings zwischen  $\Delta_{ca} = -20$  MHz und  $-28$  MHz. Folglich nimmt  $\kappa$  zwischen  $\Delta_{ra} = -20$  MHz und  $-28$  MHz bereits einen deutlich niedrigeren Wert zwischen  $2\pi \cdot 150(3)$  kHz und

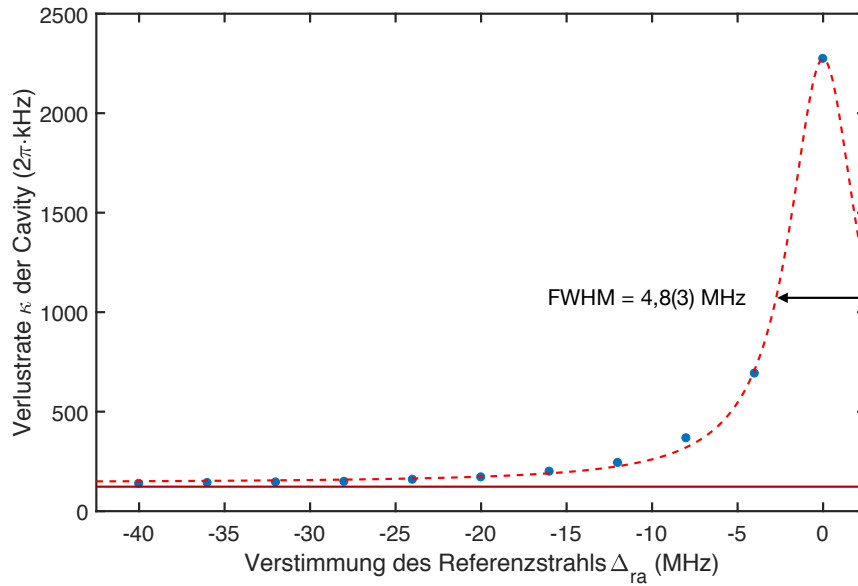


ABBILDUNG 5.9.: Die Verlustrate  $\kappa$  ist gegen die Verstimmung des Referenzstrahls  $\Delta_{ra}$  aufgetragen. Zusätzlich ist als Referenzwert die Verlustrate  $\kappa_0$  der leeren Cavity (durchgezogene Linie) und eine Lorentzkurve mit einer Halbwertsbreite von 4,8(3) MHz (gestrichelte Linie) eingezeichnet. Die Atomanzahl in der Cavitymode beträgt hierbei rund 10.000 und die Leistung des Referenzstrahls  $196 \mu\text{W}$ . Der y-Fehler ist hier für jeden Punkt durch den statistischen Fehler der entsprechenden Anpassung gegeben und liegt in Resonanz ( $\Delta_{ra} = 0$ ) bei rund  $2\pi \cdot 100 \text{ kHz}$ . Bei allen anderen Verstimmungen ist er mit maximal  $2\pi \cdot 10 \text{ kHz}$  wesentlich geringer.

$2\pi \cdot 170(2) \text{ kHz}$  an, welcher vergleichbar mit dem Wert  $\kappa = 2\pi \cdot 162(2) \text{ kHz}$  ist, wenn die MOT-Strahlen am Lasersystem ausgeschaltet wurden.

Um eine bessere Anpassung an die Messdaten vornehmen zu können, ist es einerseits notwendig diese Messung zu verfeinern. Das bedeutet, dass wir mehr Messpunkte zwischen  $\Delta_{ra} = 0 \text{ MHz}$  und  $-10 \text{ MHz}$  benötigen. Andererseits ist es sinnvoll zur Bestätigung der Lage und Breite des Lorentzprofils die Verlustrate  $\kappa$  auch in Abhängigkeit einer Blauverstimmung des Referenzstrahls zu messen. Weiterhin könnte die Messung bei einer niedrigeren Leistung durchgeführt werden, sodass der grüne Übergang weniger gesättigt und im Extremfall die natürliche Linienbreite zu sehen wäre. Dazu müsste allerdings das Experiment in Zukunft besser vor fremdem Streulicht abgeschirmt werden.

### Atomanzahl in der Cavitymode

Als Zweites wird untersucht inwiefern die Verlustrate von der Atomanzahl innerhalb der Cavitymode abhängt. Dabei wird nun der Referenzstrahl mit einer Leistung von  $6,4 \mu\text{W}$  und einer Verstimmung  $\Delta_{ra}$  von  $-8 \text{ MHz}$  in die Cavity eingestrahlt. Die Atomanzahl kann durch Drehen an einer Blende, welche sich hinter dem Yb-Ofen befindet, verändert werden. Dadurch wird die Anzahl von Atomen im Atomstrahl variiert, was eine Änderung der gefangenen Atome in der MOT impliziert. Die Atomanzahl wird über das blaue Streulicht geschätzt, welches am PMT (blau) (s. Abb. 4.2) detektiert wird. Die gemessene Spannung am PMT kann mittels dem bereits in [15] berechneten Faktor  $N = 8 \cdot 10^5 U_{\text{PMT}}/\text{Volt}$  in die Atomanzahl umgerechnet

werden.

Für neun verschiedene Einstellungen der Blende zwischen vollständig geöffnet und geschlossen wurde die Verlustrate  $\kappa$  bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.10 zu sehen. Tendenziell nimmt  $\kappa$  mit steigender Atomanzahl in der Cavitymode zu, was für uns plausibel erscheint. Je mehr Atome sich im Modenvolumen der Grundmode befinden, umso größer werden die zusätzlichen Verluste des Lichts in der Cavity durch Streuung an den Atomen. Aufgrund der geringen Anzahl von Messpunkten ist es jedoch nicht möglich eine Aussage über den exakten Verlauf der Kurve zu treffen. Dafür müssten weitaus mehr Messpunkte aufgenommen und über mehrere Messungen gemittelt werden. Nehmen wir allerdings an, dass sich die Verlustrate proportional zur Anzahl von gefangenen Atomen verhält, erhalten wir mit der Steigung einer linearen Anpassung eine Verlustrate von  $\kappa_{\text{Atom}} = 2\pi \cdot 0,07(1)$  kHz je Atom spezifisch für diese Leistung und Verstimmung des Referenzstrahls. Die starke Abweichung einiger Messpunkte von der so erhaltenen Gerade lässt sich qualitativ über den hohen Fehler bei der Bestimmung der Atomzahl in der Cavitymode erklären, der im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht quantitativ bestimmt werden konnte.

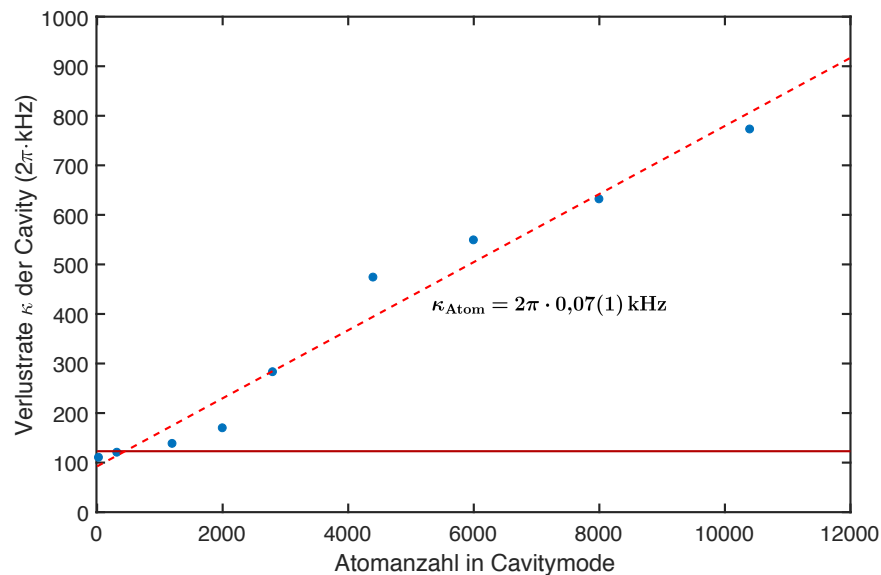


ABBILDUNG 5.10.: Die Verlustrate  $\kappa$  ist gegen die Atomanzahl aufgetragen. Die Messpunkte sind dabei linear angepasst (gestrichelte Linie). Mit der Steigung erhalten wir eine Verlustrate von  $\kappa_{\text{Atom}} = 2\pi \cdot 0,07(1)$  kHz je Atom. Außerdem ist die Verlustrate  $\kappa_0$  der leeren Cavity eingezeichnet (durchgezogene Linie). Der Referenzstrahl wird hierbei mit einer Leistung von  $6,4 \mu\text{W}$  und einer Verstimmung von  $\Delta_{\text{ra}} = -8 \text{ MHz}$  in die Cavity eingestrahlt. Der y-Fehler der Messpunkte ist wiederum durch den statistischen Fehler der Anpassung von maximal  $2\pi \cdot 5 \text{ kHz}$  gegeben.

### Leistung des Referenzstrahls

Als Letztes untersuchen wir den Einfluss der Leistung des Referenzstrahls auf die Verlustrate  $\kappa$ . Dazu wird der Referenzstrahl wie zuvor mit einer Verstimmung  $\Delta_{\text{ra}} = -8 \text{ MHz}$  in die Cavity geschickt, während sich ungefähr 10.000 Atome in der Cavitymode befinden. Die Leistung wird in 10 Schritten ausgehend von einem Wert von  $0,47 \mu\text{W}$  auf maximal  $196 \mu\text{W}$  erhöht. In Abbildung 5.11 ist  $\kappa$  gegen die eingestellte Leistung des Referenzstrahls aufgetragen. Wir

erwarten, dass mit ansteigender Leistung des Referenzstrahls der grüne Übergang zunehmend gesättigt wird, wodurch die Atome für das Licht in der Cavity transparent werden. Dadurch sollte  $\kappa$  mit zunehmender Leistung des Referenzstrahls abnehmen, was in der entsprechenden Messung auch erkennbar ist.

Weiterhin können wir zwei Messpunkte aus der gesamten Messreihe miteinander vergleichen. Der letzte Messpunkt  $\kappa = 2\pi \cdot 300(3)$  kHz bei maximaler Leistung von  $196 \mu\text{W}$  kann mit dem Messpunkt mit einer Verstimmung von  $\Delta_{\text{ra}} = -8$  MHz bei der Änderung der Verstimmung (s. Abb. 5.9) verglichen werden. Dabei nimmt  $\kappa$  einen Wert von  $2\pi \cdot 367(4)$  kHz an. Mit einer Abweichung von 22 % stimmen diese beide Werte nicht gut überein. Allerdings kann dies durch eine unterschiedliche Atomanzahl in der Cavitymode verursacht sein. Da die Frequenz der MOT-Strahlen zur Zeit der Messungen nicht optimal stabilisiert ist und Schwankungen in der Frequenz Schwankungen in der Anzahl an gefangenen Atomen mit sich zieht, sollten diese Messungen zukünftig wiederholt werden, sobald die Frequenzstabilisierung der MOT-Strahlen verbessert wurde.

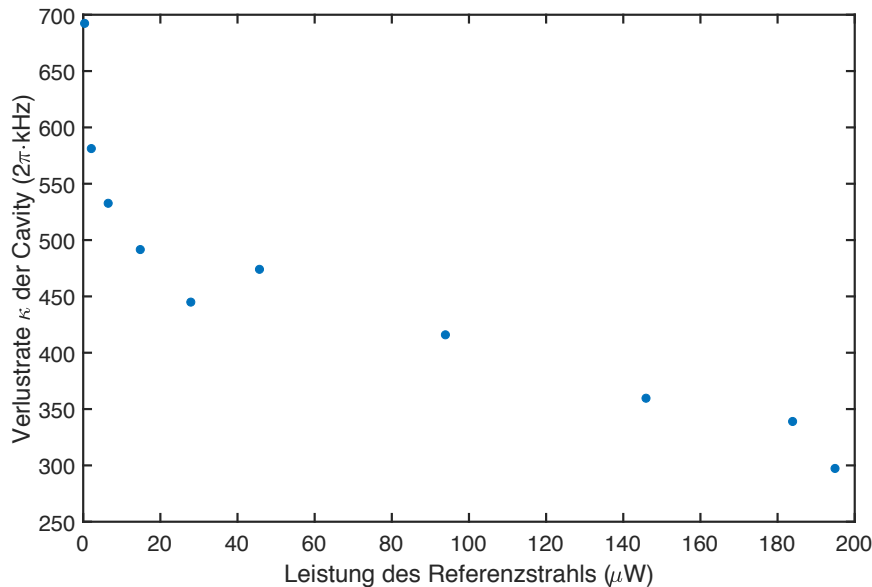


ABBILDUNG 5.11.: Die Verlustrate  $\kappa$  ist gegen die Leistung des Referenzstrahls aufgetragen. Dabei ist der Referenzstrahl um  $\Delta_{\text{ra}} = -8$  MHz verstimmt und die Atomanzahl beträgt ungefähr 10.000. Der y-Fehler ist auch hier lediglich der statistische Fehler der Anpassung von maximal  $2\pi \cdot 5$  kHz. Der x-Fehler, der Fehler der Leistung des Referenzstrahls, liegt maximal bei  $3 \mu\text{W}$ .

Innerhalb dieses Kapitels wurde unser Lasing hinsichtlich seiner Transienteneigenschaften untersucht. Das Hauptziel war die Überprüfung des Zwei-Photonen-Prozesses, indem die MOT-Strahlen ausgeschaltet werden. Da diese einen Teil des Zwei-Photonen-Prozesses darstellen, haben wir erwartet, dass bei abgeschalteten MOT-Strahlen das Lasing am Ausgang der Cavity exponentiell mit der Verlustrate  $\kappa_0$  von Photonen aus der leeren Cavity zerfällt. Das Messergebnis bestätigte den Zwei-Photonen-Prozess, jedoch zerfällt das Lasing exponentiell mit einer zu  $\kappa_0 = 2\pi \cdot 123(1)$  kHz unterschiedlichen Zerfallsrate  $\kappa = 2\pi \cdot 162(2)$  kHz.

Als Nächstes wurde der Pumpstrahl aus- bzw. angeschaltet. Auch hier erwarten wir bei abgeschalteten Pumpstrahl einen exponentiellen Zerfall des Lasings, da der Pumpstrahl die

optische Pumpe unseres Lasers darstellt. Wir beobachten jedoch keinen exponentiellen Zerfall mit einer konstanten Zerfallsrate, sondern mit einer veränderlichen Zerfallsrate während des Zerfalls. Beim Anschalten des Pumpstrahls wurde der Aufbau des Lasings in Abhängigkeit der Pumpleistung untersucht. Nach dem einfachsten Lasermodell, welches in Anhang A.6 beschrieben ist, erwarten wir einen linearen Anstieg der Wachstumsrate mit der Pumpleistung. Wir beobachten jedoch eher einen Sättigungsverlauf, der sich dadurch erklären lässt, dass bei hohen Pumpleistungen unser Pumpübergang in Sättigung gehen kann, während das Lasermodell einen idealen Laserübergang einer Vier-Niveau-Konfiguration beschreibt.

Zuletzt wurden die MOT-Strahlen und der Pumpstrahl gleichzeitig abgeschaltet. Dabei zerfällt das Lasing wiederum exponentiell mit einer konstanten Zerfallsrate  $\kappa = 2\pi \cdot 147(1)$  kHz, allerdings unterschiedlich zu der vorher bestimmten beim Abschalten der MOT-Strahlen und unterschiedlich zu  $\kappa_0$ .

Eine Erklärung für die unterschiedlichen Verlustraten sind die gefangenen Atome, an denen das Licht in der Cavity zusätzlich streuen kann. Aus diesem Grund wurden zusätzliche Transientenmessungen durchgeführt, bei denen die Verlustrate  $\kappa$  von Photonen aus der Cavity mit Atomen untersucht wurde. Untersucht wurde  $\kappa$  in Abhängigkeit der Verstimmung des Referenzstrahls gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz  $\Delta_{\text{ra}}$ , der Leistung des Referenzstrahls und der Anzahl von gefangenen Atomen in der Cavitymode.

In Abhängigkeit der Verstimmung des Referenzstrahls  $\Delta_{\text{ra}}$  folgt  $\kappa$  einem Lorentzprofil. In Resonanz ist  $\kappa$  stark erhöht, da das Licht in der Cavity mit dem grünen Übergang resonant ist und somit die Streuung dieses Lichts an den Atomen am höchsten ist. Eine Erhöhung der gefangenen Atome in der Cavitymode erhöht auch die Verlustrate  $\kappa$ . Nimmt man an, dass sich  $\kappa$  proportional zur Atomanzahl  $N$  in der Cavitymode verhält, erhalten wir durch eine lineare Anpassung der Messdaten eine Verlustrate  $\kappa_{\text{Atom}} = 2\pi \cdot 0,07(1)$  kHz je Atom. Letztendlich wurde  $\kappa$  in Abhängigkeit der Leistung des Referenzstrahls untersucht. Tendenziell nimmt  $\kappa$  mit steigender Leistung ab, da der grüne Übergang mit steigender Leistung immer mehr gesättigt wird, wodurch die Atome für das Licht in der Cavity transparent werden. Diese Messreihe bestätigt somit die Vermutung, dass das Licht in der Cavity zusätzlich an den Atomen gestreut wird.





## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Innerhalb dieser Arbeit wurde ein unkonventioneller Laser hinsichtlich seiner Verstärkung und seiner dynamischen Eigenschaften analysiert. Das aktive Medium dieses Lasers bildet eine  $^{174}\text{Yb}$ -Atomwolke, die mit Hilfe einer MOT im Zentrum einer Cavity hoher Finesse gefangen wird. Während das optische Fangen bzw. Kühlen auf dem  $^1\text{S}_0-^1\text{P}_1$  Übergang mittels der MOT-Strahlen geschieht, werden die gefangenen Atome gleichzeitig senkrecht dazu auf dem  $^1\text{S}_0-^3\text{P}_1$  Interkombinationsübergang (Linienbreite: 182 kHz) stark gepumpt und emittieren auf derselben Linie frequenzverschobenes Licht in die Cavity. Das Zusammenspiel aus Pumpstrahl und MOT-Strahlen induziert einen Zwei-Photonen-Prozess, über den das aktive Medium bei passend eingestellten Verstimmungen eine ausreichende kohärente Verstärkung erzeugt, um einen Laserbetrieb zu ermöglichen. Dieses Lasing wurde bereits in früheren Arbeiten zweifelsfrei als solches identifiziert [16].

Zur weiteren Untersuchung dieses Lasers wurden als Teil dieser Arbeit die optischen Bloch-Gleichungen aufgestellt und gelöst. Unter Beachtung der geometrischen Gegebenheiten des Experiments ist es damit möglich in Abhängigkeit von der Verstimmung der Cavity  $\Delta_{\text{ca}}$  und der Verstimmung des Pumpstrahls  $\Delta_{\text{pa}}$  die Verstärkung durch die Yb-Atomwolke zu berechnen. Um die Verstärkung mit experimentellen Resultaten zu vergleichen, wurde eine neue Messmethode entwickelt, mit der der Schwellwert des Lasings in Abhängigkeit der beiden Verstimmungen  $\Delta_{\text{pa}}$  und  $\Delta_{\text{ca}}$  ermittelt wird.

Obwohl der Schwellwert des Lasings ein besseres Maß für die Verstärkung ist als die Intensität, ist ein direkter Vergleich zwischen Experiment und Theorie damit noch nicht möglich. Die rechnerisch ermittelten Bereiche, in denen Verstärkung auftritt, können sich aufgrund einer fehlenden Kalibrierung von den tatsächlich gegebenen Bereichen unterscheiden. Ein konsequenter zukünftiger Schritt wäre die Entwicklung der notwendigen Kalibrierung. Außerdem könnte eine Umstellung von den optischen Bloch-Gleichungen auf die Maxwell-Schrödinger-Gleichungen vorgenommen werden, da diese Gleichungen die Verlustrate  $\kappa$  von Photonen aus der Cavity berücksichtigen, welche im jetzigen Modell nicht enthalten sind [18].

Im zweiten Teil der Masterarbeit wurde der Laser bezüglich seiner Dynamik analysiert, indem Transientenmessungen durchgeführt wurden. Dazu erfolgte die Aufzeichnung des Lasings am Ausgang der Cavity, wenn der Pumpstrahl oder die MOT-Strahlen ab- oder angeschaltet werden. Hierbei war das Hauptziel eine weitere Überprüfung des Zwei-Photonen-Prozesses, indem die MOT-Strahlen abgeschaltet wurden. Mit Abschalten dieser erwarteten wir einen Zerfall des Lasings in der Cavity, was die Ergebnisse der Messung bestätigten.

Jedoch stellten wir fest, dass das Lasing nicht mit der Verlustrate  $\kappa_0$  von Photonen aus der Cavity ohne Atome zerfällt, sondern schneller. Eine mögliche Erklärung hierfür ist die zusätzliche Streuung der Photonen an den Atomen in der Cavity. Aus diesem Grund wurde

die Verlustrate  $\kappa$  von Photonen aus der Cavity mit Atomen analysiert. Die Ergebnisse unterstützen diese Erklärung. Genauere quantitative Aussagen können getroffen werden, wenn in der Zukunft mehr Messpunkte vorliegen. Vor allem bei der Untersuchung von  $\kappa$  in Abhängigkeit der Verstimmung des Referenzstrahls  $\Delta_{\text{ra}}$  erscheint es sinnvoll,  $\kappa$  auch in Richtung Blauverstimmung zu messen.

Ein weiteres Ziel war es, das blaue Streulicht der Atome zu ermitteln, welches zum Lasermechanismus gehört. Denn zu jedem grünen Photon, welches in die Cavity emittiert wird, gehört ein blaues Photon, wodurch das Atom zurück in den Grundzustand  $^1\text{S}_0$  übergeht. Dazu sollte das blaue Streulicht der Atome gefiltert werden, die sich im räumlichen Überlapp der Cavitymode und des Pumpstrahls befinden. Da uns diese Messung noch nicht zufriedenstellend gelungen ist, könnte in naher Zukunft daran angeknüpft werden, indem die räumliche Filterung verbessert wird und zusätzlich Korrelationsmessungen zwischen den grünen Photonen des Lasings und dem blauen Streulicht der Atome durchgeführt werden, um den Zusammenhang zwischen den grünen Lasingphotonen und dem blauen Streulicht zweifelsfrei bestätigen zu können.

Eine langfristige Anwendung des hier vorgestellten Lasings mit kalten Yb-Atomen wäre die Weiterentwicklung des Systems zu einem Superradiant Laser, die sich durch ihre schmale Linienbreite im Bereich von einigen Millihertz von konventionellen Lasern abheben [6, 7]. Anhand Abbildung 6.1 ist der Unterschied zwischen den beiden Laserarten verdeutlicht.

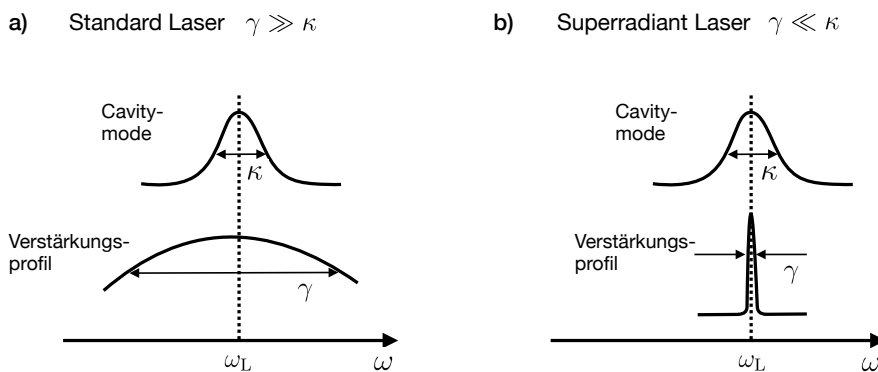


ABBILDUNG 6.1.: Skizze des Verhältnisses zwischen der Linienbreite der Cavitymode und des Verstärkungsprofil des aktiven Mediums in einem konventionellen Laser (a) und in einem Superradiant Laser (b). Bei Letzterem ist das Verstärkungsprofil schmäler als die Cavitymode, sodass die Laserfrequenz  $\omega_L$  unabhängig von der Cavitylänge ist.

Bei einem konventionellen Laser ist die Linienbreite der Cavitymode schmäler als das Verstärkungsprofil des aktiven Mediums. In diesem Fall ist die Linienbreite des Lasers durch die Cavitylänge gegeben, weshalb thermische und mechanische Fluktuationen der Cavitylänge zu Fluktuationen in der Laserfrequenz  $\omega_L$  führen. Im Gegensatz dazu ist bei den Superradiant Lasern die Cavitymode viel breiter als das Verstärkungsprofil. Somit ist die Laserfrequenz  $\omega_L$  unempfindlich gegenüber den Fluktuationen der Cavitylänge.

Zur Realisierung solcher Superradiant Laser wird als Laserübergang ein Atomuhrübergang verwendet, der auch in Ytterbium mit dem Übergang vom Grundzustand  $^1\text{S}_0$  in den angeregten Zustand  $^3\text{P}_0$  zur Verfügung steht. Der Zustand  $^3\text{P}_0$  hat eine Linienbreite von 8 mHz und

dementsprechend eine lange Lebensdauer von 20 s [31].

Die Idee ist nun den Zwei-Photonen-Prozess umzustellen, indem zunächst der Atomuhrübergang  $^1S_0-^3P_0$  bei einer Wellenlänge von 578,4 nm (gelb) stark gepumpt wird und der Kühlprozess auf den grünen Übergang  $^1S_0-^3P_1$  verlagert wird (s. Abb. 6.2). Dazu werden die Atome weiterhin mit Hilfe des Zeeman-Bremers auf dem blauen Übergang vorgekühlt, bevor sie dann mit Hilfe des grünen Übergangs in einer magneto-optischen Atomfalle gefangen werden. Im Versuchsaufbau sind die grünen MOT-Strahlen bereits integriert, sodass zukünftig lediglich der gelbe Pumpstrahl installiert werden müsste. Alternativ kann der  $^3P_0$  Zustand auch durch Anregung aus  $^3P_1$  in den höher liegenden  $^3S_0$  Zustand und anschließenden Zerfall bevölkert werden.

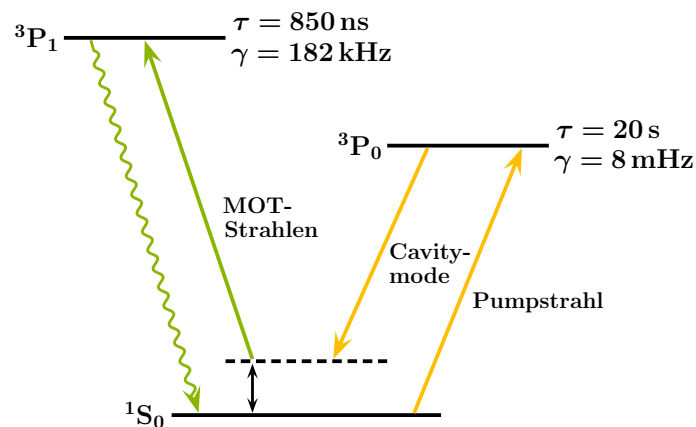


ABBILDUNG 6.2.: Niveauschema zur Realisierung eines Superradiant Lasers an unserem System. Die Atome sollen zukünftig auf dem ultraschmalen gelben Übergang  $^1S_0-^3P_0$  gepumpt werden und mittels des grünen Übergangs  $^1S_0-^3P_1$  gekühlt und im Zentrum der Cavity gefangen werden.



# A. Anhang

## A.1. Transformation ins rotierende Bild

Die Transformation eines quantenmechanischen Zustands in ein rotierendes Bild erfolgt im Allgemeinen mit einer Rotationsmatrix

$$|\psi\rangle = R(t) |\phi\rangle, \quad (\text{A.1})$$

wobei  $|\psi\rangle$  den neuen Zustand im rotierenden Bild darstellt. Mittels der Schrödingergleichung kann der zu diesem Zustand entsprechende Hamiltonoperator  $\hat{H}'$  bestimmt werden:

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t |\psi\rangle &= i\hbar\partial_t R(t) |\phi\rangle \\ &= i\hbar\partial_t R(t) |\phi\rangle + i\hbar R(t)\partial_t |\phi\rangle \\ &= i\hbar\partial_t R(t)R^\dagger(t) |\psi\rangle + R(t)\hat{H}(t)R^\dagger(t) |\psi\rangle \\ &= \underbrace{(i\hbar\dot{R}(t)R^\dagger(t) + R(t)\hat{H}(t)R^\dagger(t))}_{\hat{H}'} |\psi\rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Auf diese Weise wurde der kohärente zeitunabhängige Hamiltonoperator Gl. (3.10) ermittelt. Die dabei verwendete Rotationsmatrix  $R(t)$  ist bereits in Kapitel 3.2 Gl. (3.8) angegeben. Mit Hilfe dieser Transformation ist es also möglich eine Zeitunabhängigkeit des Hamiltonoperators zu erhalten und somit über eine einfache Differentialgleichung die Gleichgewichtslösungen der Bewegungsgleichungen numerisch zu berechnen (s.a. Kapitel 3.2).

Allerdings kann nicht immer eine Zeitunabhängigkeit erreicht werden. Wie bereits in Kapitel 3.1 erläutert, ist dies der Fall, wenn beide, der Probestrahl (Cavity) und der Pumpstrahl, auf demselben optischen Übergang als kohärente Prozesse in den Hamiltonoperator eingebaut werden. Dann nämlich bleibt eine Zeitabhängigkeit über die Phase zwischen den beiden Laserstrahlen enthalten. Zur Demonstration wird nun im Folgenden die benötigte Rotationsmatrix und der daraus resultierende neue Hamiltonoperator angegeben.

Würde also der Pumpstrahl ebenfalls als kohärenter Prozess in den Hamiltonoperator eingebaut werden, würde sich der Hamiltonoperator aus Gleichung 3.7 um den Term

$$\hat{H}_{\text{Atom-Pump}} = \frac{\hbar R}{2} (e^{i\omega_{\text{Pump}}t} |1\rangle \langle 3| + e^{-i\omega_{\text{Pump}}t} |3\rangle \langle 1|) \quad (\text{A.3})$$

erweitern. Insgesamt ergibt sich also der Hamiltonoperator zu:

$$\begin{aligned}
\hat{H} &= \hbar\omega_{12} |2\rangle \langle 2| + \hbar\omega_{13} |3\rangle \langle 3| \\
&+ \frac{\hbar\Omega_1}{2} (e^{i\omega_{\text{Mot}}t} |1\rangle \langle 2| + e^{-i\omega_{\text{Mot}}t} |2\rangle \langle 1|) \\
&+ \frac{\hbar\Omega_2}{2} (e^{i\omega_{\text{Probe}}t} |1\rangle \langle 3| + e^{-i\omega_{\text{Probe}}t} |3\rangle \langle 1|) \\
&+ \frac{\hbar R}{2} (e^{i\omega_{\text{Pump}}t} |1\rangle \langle 3| + e^{-i\omega_{\text{Pump}}t} |3\rangle \langle 1|).
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Die Rotationsmatrix  $R(t)$  bleibt dieselbe wie in Gleichung 3.8 und mittels der Beziehung  $\hat{H}' = i\hbar\dot{R}(t)R^\dagger(t) + R(t)\hat{H}(t)R^\dagger(t)$  kann der im rotierenden Bild gültige Hamiltonoperator

$$\begin{aligned}
\hat{H}' &= -\hbar\Delta_1 |2\rangle \langle 2| - \hbar\Delta_2 |3\rangle \langle 3| + \frac{\hbar\Omega_1}{2} (|1\rangle \langle 2| + |2\rangle \langle 1|) \\
&+ \frac{\hbar\Omega_2}{2} (|1\rangle \langle 3| + |3\rangle \langle 1|) + \frac{\hbar R}{2} (e^{i(\omega_{\text{Pump}} - \omega_{\text{Probe}})t} |1\rangle \langle 3| + e^{i(\omega_{\text{Probe}} - \omega_{\text{Pump}})t} |3\rangle \langle 1|)
\end{aligned} \tag{A.5}$$

ermittelt werden. Infolge der zeitabhängigen Phase  $e^{\pm i(\omega_{\text{Pump}} - \omega_{\text{Probe}})t}$  zwischen dem Pump- und Probestrahl könnten die Gleichgewichtslösungen in diesem Fall nicht so einfach wie zuvor gelöst werden, denn der Lindblad-Operator  $\hat{L}$  würde demnach auch eine Zeitabhängigkeit aufweisen. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, wurde der Pumpstrahl als inkohärenter Prozess, als breitbandiges Pumpen, in die Bewegungsgleichungen eingebaut.

## A.2. Überprüfung des Programms

Anhand bereits in der Literatur vorhandener Beispiele [17] wird in diesem Kapitel unser Matlab-Programm auf seine Richtigkeit überprüft. Die referenzierte Publikation eignet sich besonders dazu, da wie bei uns vorliegend ein V-Niveau-System hinsichtlich seiner Lichtverstärkung ohne Besetzungsinversion untersucht wird. Dazu wird wie bei uns die Entwicklung des Systems in einen Gleichgewichtszustand analysiert.

Zum Vergleich ist in Abbildung A.1 das in [17] enthaltene Niveauschema abgebildet. Der linke Arm des V-Niveau-Systems wird mit einem Kopplungslaser ( $2\Omega$ ,  $\Delta_1$ ) getrieben. Der Kopplungslaser entspricht in unserem System gerade den MOT-Strahlen ( $\Omega_1$ ,  $\Delta_1$ ). Der rechte Arm hingegen wird mit Hilfe eines inkohärenten Felds gepumpt ( $\Lambda$ ), was mit unserem Pumpstrahl ( $R$ ) korrespondiert. Zusätzlich wirkt auf diesen Übergang ein schwacher Probestrahl ( $2g$ ,  $\Delta$ ), der bezüglich seiner Verstärkung durch stimulierte Emission untersucht wird. Der Probestrahl repräsentiert bei uns gerade die Cavitymode. Somit besteht zwischen diesem und unserem System eine Analogie. Bis auf eine abweichende Notation stimmen die Bewegungsgleichungen der beiden Systeme überein. Damit beinhaltet die Publikation Abbildungen, die wir mittels unseres Matlab-Programms, welches die Bewegungsgleichungen numerisch löst, nachbilden können. In Abbildung A.2 a), c) und e) sind nun die Originalbilder aus der Publikation dargestellt, wohingegen die Abbildungen A.2 b), d) und f) mit dem hier vorgestellten Modell unter Verwendung derselben Parameter erstellt wurden. Diese sind auf die Zerfallzeit  $\gamma_{31}$  des Übergangs  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  normiert, siehe Tabelle A.1.

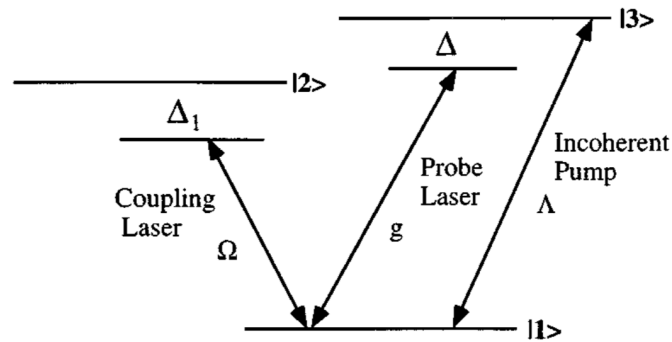


ABBILDUNG A.1.: Der Übergang  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  wird mittels einem Kopplungslaser mit einer Rabi-Frequenz  $\Omega$  und einer Verstimmung  $\Delta_1$  getrieben. Der zweite Übergang  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  wird mit einer Rate  $\Lambda$  mit Hilfe eines inkohärenten Feldes gepumpt. Außerdem wirkt zusätzlich ein schwacher Probestrahl mit einer Rabi-Frequenz  $g$  und einer Verstimmung  $\Delta$  auf diesen Übergang. Bild aus [17]

TABELLE A.1.: Gelistet sind die aus [17] entnommenen Parameter zusammen mit den entsprechenden Parametern, die bei der Rekonstruktion mit dem hier vorgestellten Modell verwendet wurden. Zu beachten ist, dass sich die Rabi-Frequenzen in den Bewegungsgleichungen um einen Faktor 2 unterscheiden und aus diesem Grund in unserem Programm doppelt so groß gewählt werden müssen, um die gleiche Situation des Systems zu erhalten.

Parameter	Aus [17]	Hier
Zerfallszeit des Übergangs $ 1\rangle \rightarrow  2\rangle$	$\gamma_{21} = 2 \gamma_{31}$	
Rabi-Frequenz des Kopplungslasers	$\Omega = 20 \gamma_{31}$	$\Omega_1 = 40 \gamma_{31}$
Rabi-Frequenz des Probestrahls	$g = 0.1 \gamma_{31}$	$\Omega_2 = 0.2 \gamma_{31}$
Verstimmung des Probestrahls	$\Delta = 0$	$\Delta_2 = 0$
Pumprate des inkohärenten Felds	$\Lambda = 3 \gamma_{31}$	$R = 3 \gamma_{31}$

In Abbildung A.2 a)-b) sind die Besetzungszahlen der Atomeigenzustände (*bare states*), in c) - d) die Besetzungszahlen der Eigenzustände des gekoppelten Atom-MOT-Strahlen-Systems (*dressed states*) und in e) - f) der Imaginärteil des Nichtdiagonalelements  $\rho_{13}$  gegen die Verstimmung des Kopplungslasers  $\Delta_1$  aufgetragen. Die Verstimmung  $\Delta_1$  ist hierbei auf die Zerfallszeit  $\gamma_{31}$  normalisiert und es sind ausschließlich Gleichgewichtslösungen dargestellt. Zum direkten Vergleich sind die Achsen bei denen von uns erstellten Abbildungen an die ursprünglichen Achsen angepasst. Dadurch ist die Übereinstimmung eindeutig zu erkennen und wir können davon ausgehen, dass unser Matlab-Programm die Bewegungsgleichungen korrekt löst.

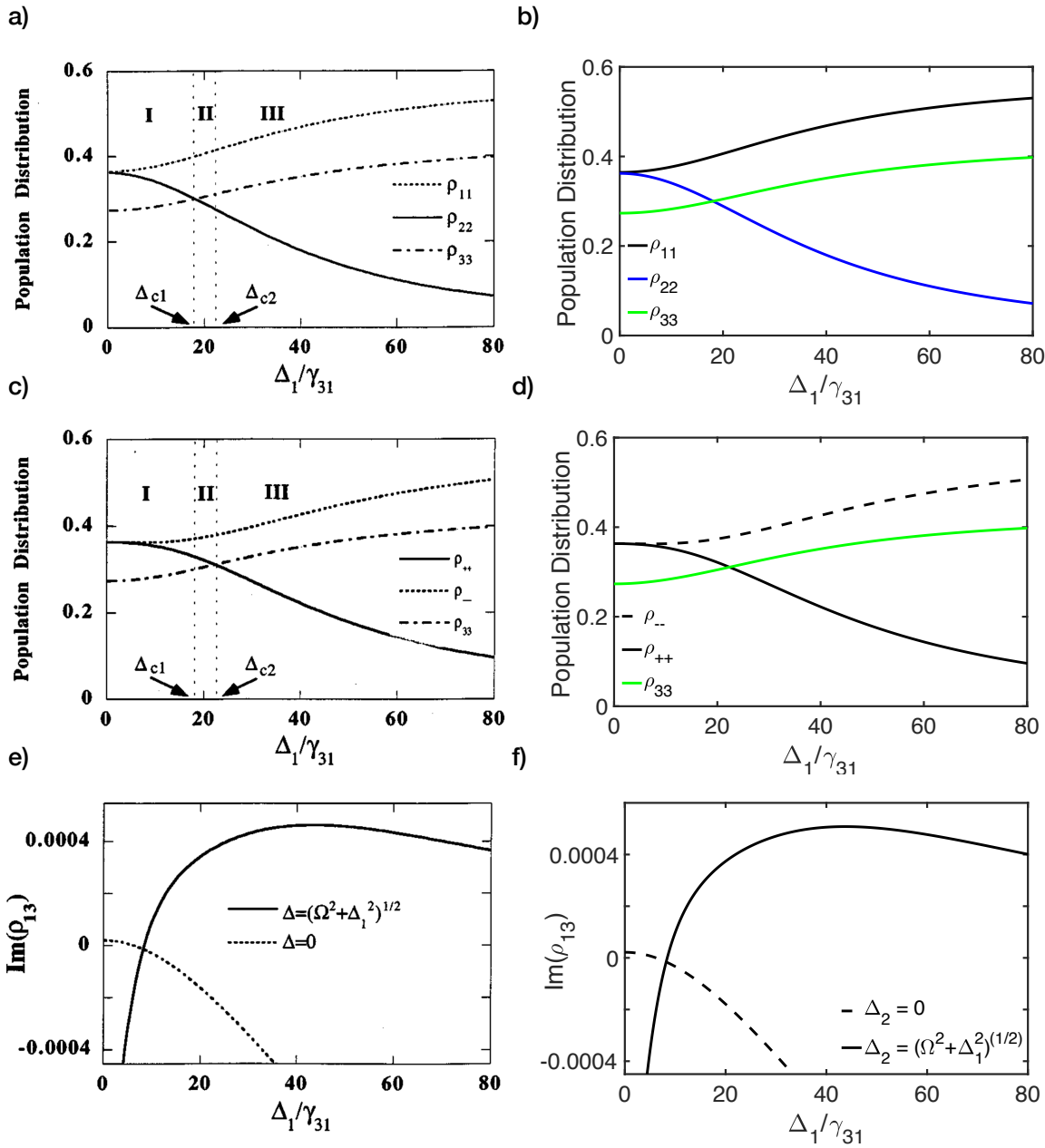


ABBILDUNG A.2.: In a), c) und e) die Originalbilder aus [14] und in b), d) und f) die mit unserem Programm erstellten Bilder zu sehen. In a) - b) sind die Besetzungszahlen der Atomeigenzustände, in c)-d) die Besetzungszahlen der gekoppelten Zustände und in e) - f) der Imaginärteil von  $\rho_{13}$  gegen die Verstimmung des Kopplungslaser  $\Delta_1$  aufgetragen. Die Verstimmung des Kopplungslasers ist dabei auf die Zerfallszeit  $\gamma_{31}$  normalisiert.

### A.3. Fünf-Niveau-System

Beim Erweitern des in Abschnitt 3.2 gezeigten Drei-Niveau-Systems auf ein Fünf-Niveau-System müssen im kohärenten Hamiltonoperator die Energieverschiebungen der beiden Zeeman-Niveaus  $m_j = \pm 1$  berücksichtigt werden. Im Übrigen ist die Vorgehensweise dieselbe wie in Kapitel 3.2, sodass sich der Hamiltonoperator des Fünf-Niveau-Systems mittels der Drehwel-



lennäherung und der Transformation ins rotierende Bild zu

$$\begin{aligned}
\hat{H} = & -\hbar\Delta_1 |2\rangle \langle 2| - \hbar(\Delta_2 - \Delta E) |3\rangle \langle 3| \\
& - \hbar\Delta_2 |4\rangle \langle 4| - \hbar(\Delta_2 + \Delta E) |5\rangle \langle 5| \\
& + \frac{\hbar\Omega_1}{2} (|1\rangle \langle 2| + |2\rangle \langle 1|) + \frac{\hbar\Omega_2}{2} (|1\rangle \langle 3| + |3\rangle \langle 1|) \\
& + \frac{\hbar\Omega_2}{2} (|1\rangle \langle 4| + |4\rangle \langle 1|) + \frac{\hbar\Omega_2}{2} (|1\rangle \langle 5| + |5\rangle \langle 1|)
\end{aligned} \tag{A.6}$$

ergibt. Die spontanen Zerfälle müssen ebenfalls um folgende Terme ergänzt werden:

$$\hat{C}_3 = \sqrt{\gamma_{31}} |3\rangle \langle 1| \tag{A.7}$$

$$\hat{C}_4 = \sqrt{\gamma_{31}} |4\rangle \langle 1| \tag{A.8}$$

$$\hat{C}_5 = \sqrt{\gamma_{31}} |5\rangle \langle 1|. \tag{A.9}$$

Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten ergeben sich für alle drei Zerfälle zu 1. Der inkohärente Pumpstrahl würde wie folgt eingebaut werden:

$$\hat{C}_{13} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4(\Delta_3 - \Delta E)^2}{\gamma_{31}^2}} \cdot R} |1\rangle \langle 3| \cdot c_1 \tag{A.10}$$

$$\hat{C}_{14} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4\Delta_3^2}{\gamma_{31}^2}} \cdot R} |1\rangle \langle 4| \cdot c_0 \tag{A.11}$$

$$\hat{C}_{15} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4(\Delta_3 + \Delta E)^2}{\gamma_{31}^2}} \cdot R} |1\rangle \langle 5| \cdot c_{-1}. \tag{A.12}$$

Dabei werden die Energieverschiebungen  $\pm\Delta E$  beachtet, indem sie in die Lorentzprofile integriert werden. Mittels der Faktoren  $c_{\sigma+}$ ,  $c_{\pi}$  und  $c_{\sigma-}$  wird die Polarisierung des Pumpstrahls in die Rechnungen mit einbezogen. Die adjungierten Lindbladoperatoren  $\hat{C}_{31}$ ,  $\hat{C}_{41}$  und  $\hat{C}_{51}$ , welche ebenfalls als inkohärente Prozesse eingebaut werden müssen, sind hier nicht explizit aufgeführt.

## A.4. Geometrische Vorfaktoren des Probestrahls

Bei der Berechnung der geometrischen Vorfaktoren des Probestrahls muss wiederum dessen Einstrahlrichtung bzw. die Richtung der Cavityachse relativ zur Quantisierungsachse des Atoms berücksichtigt werden.

Wird nun mittels der Polarisation des Pumpstrahls das Zeeman-Niveau mit  $m_j = +1$  angeregt, sodass  $c_1 \neq 0$  gilt, besitzt das emittierte Licht dieses Zeeman-Niveaus mit Ausbreitungsrichtung entlang der Cavityachse folgende Polarisierung:

$$\vec{E}_{+1} = (e_{+1}^{(at)} \cdot \vec{e}_y^{(ls)}) \cdot \vec{e}_y^{(ls)} + (e_{+1}^{(at)} \cdot \vec{e}_z^{(ls)}) \cdot \vec{e}_z^{(ls)}. \tag{A.13}$$

Die Polarisation wird wie beim Pumpstrahl über den  $\vec{E}$ -Feld-Vektor beschrieben, welcher im Fall des Probestrahls aufgrund der Ausbreitungsrichtung  $\vec{k}_{\text{Probe}}$  in  $x^{(ls)}$ -Richtung in der  $y^{(ls)}$ - $z^{(ls)}$ -Ebene liegt (s. Abb. 3.10). Die Projektion des  $e_{+1}^{\vec{r}(at)}$ -Vektors auf die beiden  $e_y^{\vec{r}(ls)}$ - und  $e_z^{\vec{r}(ls)}$ -Einheitsvektoren beschreiben die Anteile des emittierten  $\sigma^+$ -polarisierten Lichts des Atoms in Richtung der Cavityachse. Über die Drehmatrix ist es möglich die Skalarprodukte zu bestimmen:

$$E_{+1}^{\vec{r}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\phi} \left( -i e_y^{\vec{r}(ls)} + \sin \theta e_z^{\vec{r}(ls)} \right). \quad (\text{A.14})$$

Als Nächstes wird der  $\vec{E}_1^{\vec{r}}$ -Vektor in die atomare Helizitätsbasis transformiert:

$$E_{+1}^{\vec{r}} = -\frac{1}{2} e^{-2i\phi} \cos^2 \theta \cdot e_{+1}^{\vec{r}(at)} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi} \cdot \vec{e}_0^{\vec{r}(at)} + \frac{1}{2} (1 + \sin^2 \theta) \cdot e_{-1}^{\vec{r}(at)}. \quad (\text{A.15})$$

Die selbe Vorgehensweise wird für die anderen beiden Übergänge angewandt, sodass wir für eine Anregung des Zeeman-Niveaus  $m_j = 0$  ( $c_{\pi} \neq 0$ )

$$\begin{aligned} \vec{E}_0 &= (\vec{e}_0^{\vec{r}(at)} \cdot \vec{e}_y^{\vec{r}(ls)}) \cdot \vec{e}_y^{\vec{r}(ls)} + (\vec{e}_0^{\vec{r}(at)} \cdot \vec{e}_z^{\vec{r}(ls)}) \cdot \vec{e}_z^{\vec{r}(ls)} = \cos \theta \cdot \vec{e}_z^{\vec{r}(ls)} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi} \cdot e_{+1}^{\vec{r}(at)} + \cos^2 \theta \cdot \vec{e}_0^{\vec{r}(at)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi} \cdot e_{-1}^{\vec{r}(at)} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

erhalten und für eine Anregung des Niveaus mit  $m_j = -1$  ( $c_{\sigma^-} \neq 0$ )

$$\begin{aligned} \vec{E}_{-1} &= (e_{-1}^{\vec{r}(at)} \cdot \vec{e}_y^{\vec{r}(ls)}) \cdot \vec{e}_y^{\vec{r}(ls)} + (e_{-1}^{\vec{r}(at)} \cdot \vec{e}_z^{\vec{r}(ls)}) \cdot \vec{e}_z^{\vec{r}(ls)} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\phi} (i \vec{e}_y^{\vec{r}(ls)} + \sin \theta \vec{e}_z^{\vec{r}(ls)}) \\ &= -\frac{1}{2} (1 + \sin^2 \theta) \cdot e_{+1}^{\vec{r}(at)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi} \cdot \vec{e}_0^{\vec{r}(at)} - \frac{1}{2} e^{2i\phi} \cos^2 \theta \cdot e_{-1}^{\vec{r}(at)}. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Die geometrischen Vorfaktoren in den jeweiligen kohärenten Hamiltonoperatoren  $\hat{H}_{0,\pm 1}$  ergeben sich aus der Summe der Vorfaktoren dieser drei  $\vec{E}_i^{\vec{r}}$ -Vektoren ( $i = 1, 0, -1$ ), wobei jeweils über die Vorfaktoren eines Einheitsvektors  $\vec{e}_0^{\vec{r}(at)}$  bzw.  $e_{\pm 1}^{\vec{r}(at)}$  summiert wird:

$$d_1 = -\frac{1}{2} e^{-2i\phi} \cos^2 \theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi} - \frac{1}{2} (1 + \sin^2 \theta) \quad (\text{A.18})$$

$$d_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi} + \cos^2 \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi} \quad (\text{A.19})$$

$$d_{-1} = \frac{1}{2} (1 + \sin^2 \theta) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi} - \frac{1}{2} e^{2i\phi} \cos^2 \theta. \quad (\text{A.20})$$

## A.5. Diffusion der Atomwolke

Die MOT-Strahlen stellen nicht nur einen Teil des Zwei-Photonen-Prozesses unseres Lasings dar, sondern sind auch Teil der Falle, durch die die Atome gekühlt werden. Werden die MOT-Strahlen abgeschaltet, diffundieren die Atome aus der Falle und die Atomwolke im Zentrum zerfällt. Zur Bestimmung der Zerfallszeit der Atomwolke schalten wir die blauen MOT-Strahlen mit Hilfe des entsprechenden AOMs für verschieden lange Off-Zeiten aus und ermitteln die Anzahl der gefangenen Atome nach dem erneuten Anschalten der MOT-

Strahlen. Dabei nehmen wir das Spannungssignal des blauen PMTs am linken Ausgang der Cavity (s. Abb. 4.2) auf. Dieser registriert das blaue Streulicht der Atome, welches ein Maß für die Anzahl von gefangenen Atomen in der MOT darstellt. Das Messergebnis ist in Abbildung A.3 zu sehen.

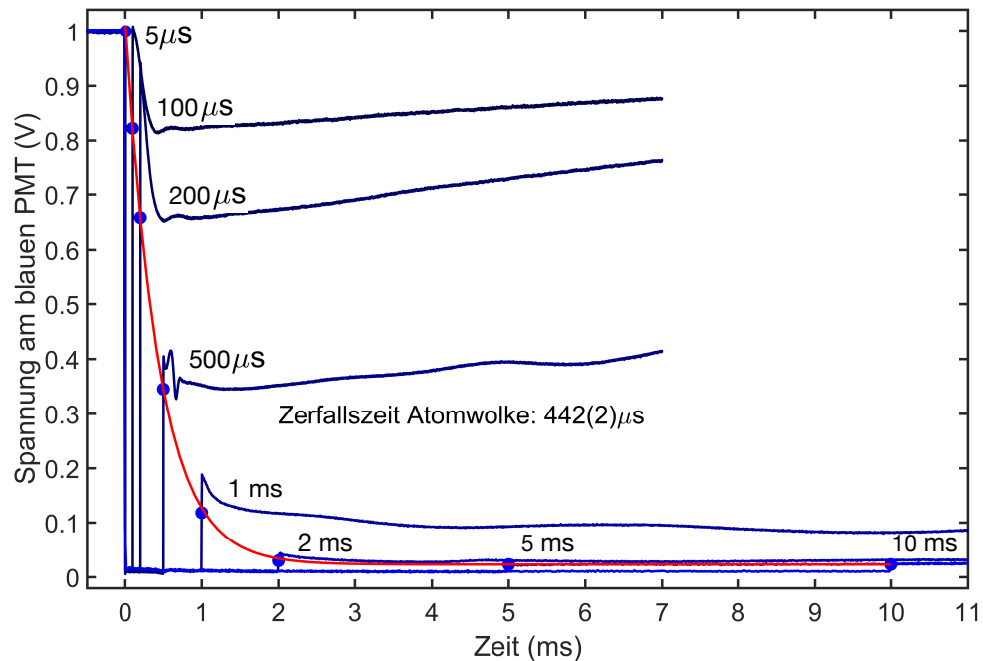


ABBILDUNG A.3.: Die normierten Spannungssignale am blauen PMT sind gegen die Zeit aufgetragen, wobei die verschiedenen gewählten Off-Zeiten für das dazugehörige Signal eingezeichnet sind. Außerdem ist der Spannungswert nachdem die MOT-Strahlen wieder angeschaltet werden gegen die entsprechende Off-Zeit aufgetragen. Diese Werte sind exponentiell angepasst, woraus wir eine Zerfallszeit von  $442(2) \mu\text{s}$  erhalten.

Hierbei ist das normierte Spannungssignal des blauen PMTs für acht verschiedene Off-Zeiten gegen die Zeit aufgetragen. Bereits nach einer Zeit von  $100 \mu\text{s}$  sind einige Atome aus dem Zentrum der Cavity herausdiffundiert und die MOT muss dementsprechend erst wieder Atome nachladen. Als Messpunkte verwenden wir den Spannungswert am PMT nachdem die MOT-Strahlen wieder angeschaltet werden und unmittelbar hinter den deutlich zu erkennenden Überschwingern. Diese sind zusätzlich in Abbildung A.3 gegen die korrespondierende Off-Zeit aufgetragen. Die Herkunft der Überschwinger ist vermutlich, dass sich unser System aufgrund des Ab- bzw. Anschaltvorgang nicht mehr im Gleichgewichtszustand befindet. Mit Hilfe einer exponentiellen Anpassung der Messpunkte erhalten wir eine Zerfallszeit der Atomwolke von  $442(2) \mu\text{s}$ . Das Ziel ist es, eine Off-Zeit zu finden nach der keine Atome aus der Atomwolke herausdiffundiert sind, d.h. nach der das Spannungssignal am PMT denselben Wert annimmt. Mit einer Zerfallszeit von  $442(2) \mu\text{s}$  wäre eine Off-Zeit von  $4 \mu\text{s}$  als ein Prozent davon ein geeigneter Wert. Allerdings soll die Off-Zeit zusätzlich nicht zu kurz sein, sodass die Zerfallszeit des Lasings auch vollständig beobachtet werden kann. Aus diesem Grund wählen wir  $20 \mu\text{s}$  als Off-Zeit. In Abbildung A.4 ist zu erkennen, dass auch nach dieser Zeit die Spannung am

blauen PMT denselben Wert annimmt und somit optimal passt.

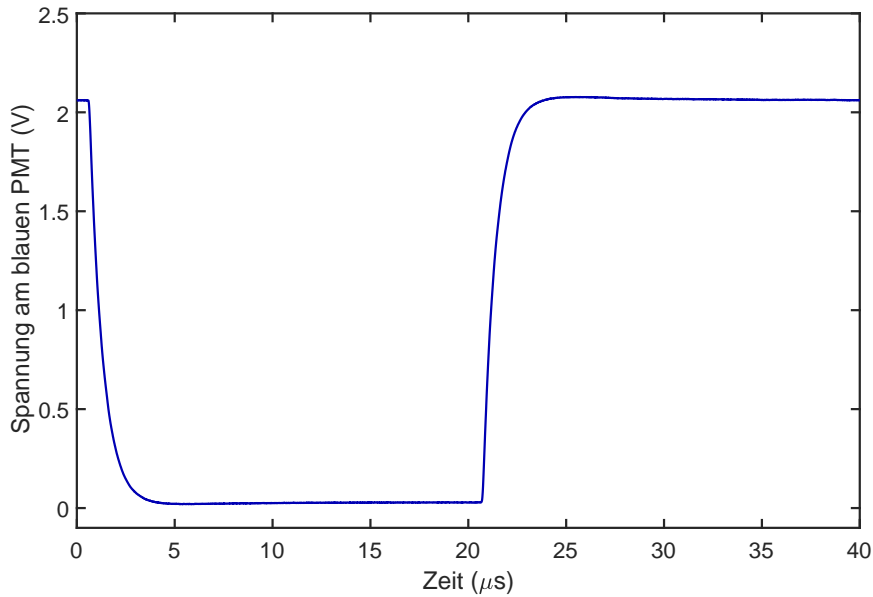


ABBILDUNG A.4.: Zu sehen ist das aufgenommene Spannungssignal am PMT in Abhängigkeit von der Zeit. Die Off-Zeit beträgt bei dieser Messung  $20 \mu\text{s}$ . Da die Spannung vor und nach dem Abschalten der MOT-Strahlen denselben Wert annimmt, wissen wir, dass innerhalb einer Off-Zeit von  $20 \mu\text{s}$  keine Atome aus der Cavity herausdiffundieren.

## A.6. Einfaches Lasermodell

Das einfachste mögliche Lasermodell, welches jedoch alle essenziellen physikalischen Prozesse beinhaltet, besteht aus einer einzelnen Cavitymode mit der Photonenzahl  $M(t)$  und einem idealen Zwei-Niveau Laserübergang mit einer oberen Besetzungszahl von  $N(t)$  [29]. Die gekoppelten Atom-Cavity-Gleichungen ergeben sich zu:

$$\dot{M} = KN(M + 1) - \kappa M \quad (\text{A.21})$$

$$\dot{N} = R - KNM - \gamma N. \quad (\text{A.22})$$

Dabei ist  $K$  die Kopplungskonstante,  $R$  die Pumprate in den oberen Zustand,  $\kappa$  die Verlustrate von Photonen aus der Cavitymode und  $\gamma$  die Verlustrate von Photonen durch Spontanzerfall. Die Anzahl der Photonen  $M(t)$  ändert sich einerseits aufgrund der Rate  $\kappa$ , mit der Photonen aus der Cavitymode verloren gehen. Andererseits kommen aufgrund der stimulierten Emission, die in  $K$  enthalten ist, Photonen hinzu. Das zusätzliche Photon in dem Term  $KN(M + 1)$  ergibt sich aus der zufälligen spontanen Emission eines Photons in die Cavitymode.

Die Anzahl der angeregten Atome  $N(t)$  ändert sich durch die spontane Zerfallsrate, mit der die Atome zurück in den Grundzustand zerfallen. Zudem gehen die Atome durch die stimulierte Emission wieder in den Grundzustand über. Als Gegenprozess dazu werden die Atome mit der Pumprate  $R$  erneut in den angeregten Zustand gehoben.

Um das Laserverhalten zu analysieren, eignet sich die Betrachtung des Systems im Gleichgewicht, d.h. wenn  $\dot{M} = \dot{N} = 0$  gilt:

$$0 = KN(M + 1) - \kappa M \quad (\text{A.23})$$

$$0 = R - KNM - \gamma N \quad (\text{A.24})$$

Um das Verhalten unterhalb des Schwellwerts zu beschreiben, werden die Gleichungen (F.3) und (F.4) wie folgt umgeschrieben:

$$M = \frac{N}{\frac{\kappa}{K} - N} \quad (\text{A.25})$$

$$N = \frac{R}{\gamma + KM}, \quad (\text{A.26})$$

wobei  $N_S = \frac{\kappa}{K}$  der Schwellwert der Besetzungszahl des oberen Zustands ist. Die Gleichung (F.5) sagt nun aus, dass die Anzahl der Photonen in der Cavitymode  $M$  solange klein bleibt bis die Besetzung des oberen Laserniveaus  $N$  auf einen Wert von ungefähr  $N_S$  gestiegen ist. Während die zweite Gleichung (F.6) aussagt, dass solange die Photonenzahl in der Cavitymode  $M \ll \gamma$  ist, steigt die Besetzung des oberen Laserniveaus linear mit der Pumprate  $R$  an.

Für das Verhalten oberhalb des Schwellwerts zu charakterisieren, werden die Gleichungen (F.3) und (F.4) umgekehrt aufgelöst:

$$N = \frac{\kappa}{K} \cdot \frac{M}{M + 1} \quad (\text{A.27})$$

$$M = \frac{\gamma}{K} \cdot \left( \frac{R}{N} - 1 \right). \quad (\text{A.28})$$

Wenn die Photonenzahl  $M \gg 1$  ist, konvergiert die Besetzung des oberen Zustands  $N$  gegen den Schwellwert  $N_S$ . Zur gleichen Zeit wenn  $N \approx N_S$  gilt, steigt die Photonenzahl in der Cavitymode  $M$  linear mit der Pumprate  $R$  an (s. Abb. A.5). Die Leistung der Laseremission aus der Cavity  $P$  wird mit dem Zusammenhang  $P = \kappa M \hbar \omega$  ebenfalls linear mit der Pumprate  $R$  ansteigen.

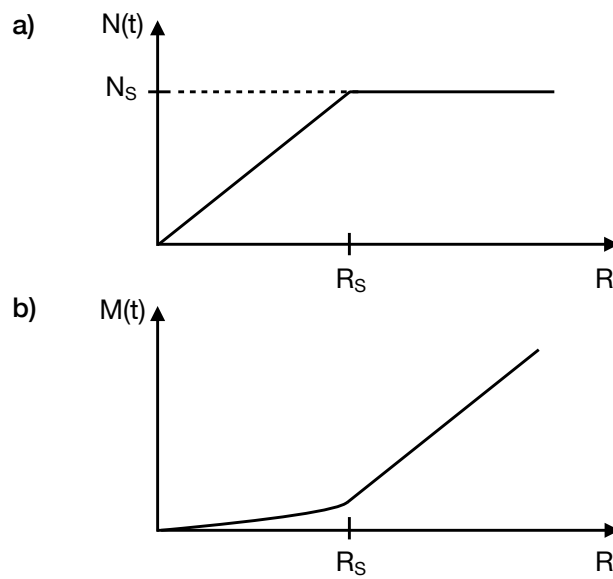


ABBILDUNG A.5.: Skizziert ist das Verhalten von der Besetzungszahl des oberen Laserniveaus  $N(t)$  (a) und das der Photonenzahl  $M(t)$  in der Cavity (b) in Abhängigkeit von der Pumprate  $R$ . Unterhalb des Schwellwerts  $R_S$  steigt die Besetzungszahl  $N(t)$  linear mit der Pumprate  $R$  an und konvergiert oberhalb des Schwellwerts gegen  $N_S$ . Die Photonenzahl  $M(t)$  beginnt erst ab dem Schwellwert  $R_S$  linear mit  $R$  anzusteigen aufgrund der eintretenden stimulierten Emission. Unterhalb von  $R_S$  überwiegt die spontane Emission.







# Literaturverzeichnis

- [1] K. KINCADE ET AL. *Annual Laser Market Review & Forecast: Lasers enabling lasers.* Laser Focus World, **54** (1), 2018
- [2] B. P. ABBOTT ET AL. *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger.* Phys. Rev. Lett., **116** (6): 061102, 2016
- [3] C. A. HAYNAM ET AL. *National Ignition Facility laser performance status.* Appl. Opt., **46** (16): 3276, 2007
- [4] Z. NAGY. *New technology update: femtosecond laser in cataract surgery.* Clin. Ophthalmol., **8**: 1157, 2014
- [5] N. HINKLEY ET AL. *An Atomic Clock with 10-18 Instability.* Science (80-. ), **341** (6151): 1215–1218, 2013
- [6] J. G. BOHNET ET AL. *A steady-state superradiant laser with less than one intracavity photon.* Nature, **484** (7392): 78–81, 2012
- [7] M. A. NORCIA, M. N. WINCHESTER, J. R. K. CLINE UND J. K. THOMPSON. *Superradiance on the millihertz linewidth strontium clock transition.* Sci. Adv., **2** (10): e1601231, 2016
- [8] A. EINSTEIN. *Zur Quantentheorie der Strahlung.* Phys.Z., **18**: 121–128, 1917
- [9] J. MOMPART UND R. CORBALÁN. *Lasing without inversion.* J. Opt. B Quantum Semiclassical Opt., **2** (3): R7–R24, 2000
- [10] J. ZAKRZEWSKI, M. LEWENSTEIN UND T. W. MOSSBERG. *Theory of dressed-state lasers. I. Effective Hamiltonians and stability properties.* Phys. Rev. A, **44** (11): 7717–7731, 1991
- [11] B. R. MOLLOW. *Stimulated Emission and Absorption near Resonance for Driven Systems.* Phys. Rev. A, **5** (5): 2217–2222, 1972
- [12] C. COHEN-TANNOUJJI UND D. GUERY-ODELIN. *Advances in Atomic Physik: An Overview.* World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2011
- [13] G. VRIJSEN ET AL. *Raman Lasing with a Cold Atom Gain Medium in a High-Finesse Optical Cavity.* Phys. Rev. Lett., **107** (6): 063904, 2011
- [14] M. STEINEL. *Zeit- und frequenz aufgelöste Analyse der Emission eines seitlich gepumpten Atom-Cavity-Systems.* Bachelorarbeit, Universität des Saarlandes, 2016

- 
- [15] A. BREUNIG. *Charakterisierung eines seitlich gepumpten Atom-Cavity-Systems*. Bachelorarbeit, Universität des Saarlandes, 2016
- [16] H. GOTHE ET AL. *Continuous-wave virtual-state lasing from cold ytterbium atoms*. arXiv 1711.08707, 2017
- [17] Y. ZHU. *Lasing without inversion in a V-type system: Transient and steady-state analysis*. Phys. Rev. A, **53** (4): 2742–2747, 1996
- [18] J. MOMPART, R. CORBALÁN UND R. VILASECA. *Lasing without inversion in the V-type three-level system under the two-photon resonance condition*. Opt. Commun., **147** (4-6): 299–304, 1998
- [19] J. LILLIG. *Aufbau einer magneto-optischen Atomfalle für Ytterbium*. Diplomarbeit, Universität des Saarlandes, 2012
- [20] M. FOX. *Quantum Optics: An Introduction*. Oxford University Press, 2006
- [21] C. FOOT. *Atomic Physics*. Oxford University Press, 2004
- [22] K. L. CORWIN ET AL. *Frequency-stabilized diode laser with the Zeeman shift in an atomic vapor*. Appl. Opt., **37** (15): 3295, 1998
- [23] P. MEYSTRE UND M. SARGENT III. *Elements of Quantum Optics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007
- [24] G. G. CLAUDE COHEN-TANNOUJDI, JAQUES DUPONT-ROC. *Atom-Photon Interactions*. WILEY-VCH Verlag, 2004
- [25] G. A. WILSON, K. K. MEDURI, P. B. SELLIN UND T. W. MOSSBERG. *Inversionless gain in driven three-level V-type atoms: A comparison of broadband and monochromatic excitation*. Phys. Rev. A, **50** (4): 3394–3400, 1994
- [26] I. V. HERTEL UND C.-P. SCHULZ. *Atome, Moleküle und optische Physik 1*. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2017
- [27] R. W. BOYD. *Nonlinear Optics*. Academic Press, 3 Auflage, 2008
- [28] A. PREDOJEVIĆ UND M. W. MITCHELL. *Engineering the Atom-Photon-Interaction: Controlling Fundamental Processes with Photons, Atoms and Solids*. Nano-Optics and Nanophotonics, 2015
- [29] A. E. SIEGMAN. *Lasers*. University Science Books, 1986
- [30] Hamamatsu Photonics K.K. *Photosensor Modules H9306/H9307 Series*, 2015
- [31] M. S. SAFRONOVA, S. G. PORSEV, C. SANNER UND J. YE. *Two Clock Transitions in Neutral Yb for the Highest Sensitivity to Variations of the Fine-Structure Constant*. Phys. Rev. Lett., **120** (17): 173001, 2018