

Universität des Saarlandes



UNIVERSITÄT
DES
SAARLANDES

Fachrichtung Physik

Photonenpaarquelle für Einzelatom-Einzelphoton Wechselwirkung

Zur Erlangung
des akademischen Grades
Master of Science
im Studiengang Physik
der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität des Saarlandes
von

Jan Arenskötter

Fachrichtung Experimentalphysik
unter Anleitung von
Prof. Dr. Jürgen Eschner

Saarbrücken, 2016

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Saarbrücken, 18. Oktober 2016

Ort, Datum

Jan Arenskötter

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	5
2.1	Nichtlineare Optik	5
2.1.1	Polarisation höherer Ordnung	6
2.1.2	Vereinfachung der nichtlinearen Polarisation in zweiter Ordnung	7
2.2	Grundlagen der SPDC	10
2.2.1	Quasi-Phasen Anpassung	12
2.2.2	Nichtklassische Eigenschaften	12
2.3	Quantenzustand der SPDC-Photonen ohne Resonator	13
2.4	Quantenzustand der SPDC-Photonen im Resonator	18
2.4.1	Resonatormoden	19
2.4.2	Cluster-Effekt	21
2.5	Kohärente Überlagerung der SPDC-Photonen	23
2.5.1	Phasenfaktor	25
2.5.2	Ausgangszustand des Interferometers	27
2.5.3	Korrelationsfunktion zweiter Ordnung	28
2.6	Mach-Zehnder-Interferometer	29
3	Aufbau der Photonenpaar-Quelle	33
3.1	Vorhandene SPDC-Quelle	33
3.1.1	Pumpstrahlengang	35
3.1.2	SHG-Licht	37
3.2	Sagnac-SPDC-Quelle	38
3.2.1	Pumpstrahlengang	39
3.2.2	Ausgangsstrahlengang	41
3.2.3	Vermessung der Ausgangsstrahlen	44
3.3	Stabilisierung des Interferometers	44
3.3.1	Stabilisierungsstrahlengang	45

3.3.2	Elektronische Bestandteile	46
3.3.3	Funktionsweise	48
3.3.4	Abschätzung der Phasenunsicherheit	50
4	Charakterisierung der Quelle	53
4.1	Zeitliche Korrelation	53
4.1.1	Lebensdauern der Photonen	54
4.2	Messung der Effizienzen	56
4.2.1	Herleitung	57
4.2.2	Abschätzung der maximal möglichen Effizienz	57
4.2.3	Messung	58
4.3	Ausgangszustand der Quelle	60
4.3.1	Interferenzkontrast	60
4.3.2	Zustandstomographie	62
4.3.3	Leistungsabhängigkeit des Zustandes	65
4.3.4	Bell-Ungleichung	73
5	Polarisationsunabhängige Frequenzkonversion	77
5.1	Prinzip der Frequenzkonversion	78
5.2	Aufbau des Konverters	79
5.3	Verschränkung zwischen konvertierten und nicht konvertierten Photon	80
5.3.1	Bell-Ungleichung	81
6	Zusammenfassung und Ausblick	85
	Literaturverzeichnis	89
	Anhang	97
A	Ergänzungen zum Grundlagenteil: Gauß-Strahlen und Strahlmatrizen	97
A.1	Herleitung der Gauß-Strahlen	97
A.2	Strahlmatrizen	99
A.3	Übersicht der verwendeten Strahlmatrizen	100
B	Alignment Prozedur	101
C	Ergänzung zur Bell-Ungleichung	102
C.1	Bell-Winkel	102

1 Einleitung

Die Quantenmechanik ist eine der faszinierendsten Theorien der Physik und findet bereits in vielen Technologien Anwendung. Die meisten sind aus unserem täglichen Leben nicht mehr wegzudenken. So würde z.B. kein Smartphone oder Computer, die elementar auf der Halbleitertechnologie basieren ohne die Quantenmechanik funktionieren. Durch die Vernetzung von immer mehr Geräten über das Internet und den Bedarf an immer mehr Rechenleistung wird auch der Miniaturisierungsprozess immer weiter vorangetrieben. Dadurch werden Transistoren und logische Gatter bald an einen Punkt gelangen, an dem eine klassische Beschreibung nicht mehr zulässig ist und Quanteneffekte eine immer wichtigere Rolle spielen.

In diesem Bewusstsein haben sich bereits zu Ende des 20. Jahrhunderts neue Bereiche der Quantenmechanik etabliert, welche sich damit beschäftigen die Quantenphysik zur Informationsverarbeitung [10] und Informationsübertragung [11] zu nutzen. Die Grundprinzipien ähneln hier sehr der klassischen Herangehensweise, in der die Information zunächst kodiert wird. In der klassischen Informationstechnik hat sich hierbei die Codierung in Bits, also in eine Folge von 0 und 1 etabliert. Analog wird in der Quanteninformation die Information in zwei Zuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$, dem sogenannten Qubit, codiert. Physikalisch handelt es sich hierbei um ein beliebiges 2-Niveau-System. Dies können z.B. zwei Energieniveaus eines gefangenen Ions oder zwei Polarisierungen eines Photons sein. Das besondere an Qubits ist nun, dass auch Superpositionen von Zuständen erlaubt sind. Hinzu kommt der Effekt der Verschränkung zweier Qubits [44]. Dies bedeutet, dass zwei Teilchen einen nicht separierbaren Gesamtzustand bildet. Somit wird durch die Messung an einem Qubit der Zustand des jeweils verschränkten Partner direkt festgelegt.

Beide Konzepte sind elementar für sogenannte Quantenalgorithmen. Diese ermöglichen es unter Ausnutzung der obigen Effekte einige harte Probleme der klassischen Informationstechnologie extrem zu beschleunigen. So erlaubt z.B. der Shor-Algorithmus [47] die

Faktorisierung von Primzahlen oder der Grover-Algorithmus [19] die Suche in unsortierten Datenbanken. Das eigentliche Problem hierbei ist es eine geeignete physikalische Implementierung der Qubits zu finden, welche eine leichte Manipulation ermöglicht, zugleich aber genügend gegen Umwelteinflüsse abgeschirmt ist, damit diese das System nicht stören. Zusätzlich soll das System leicht zu skalieren sein. Diese Anforderungen an das System sind in den DiVincenzo-Kriterien [12] zusammengefasst. Ein vielversprechendes System für die Implementierung eines Qubits und auch eines Quantencomputers sind gefangene Ionen [3]. Zur Übertragung von Informationen zwischen zwei Quantenspeichern wie z.B. einem gefangenen Ca^+ -Ion benötigt man außerdem sogenannten „fliegende Qubits“. Hierbei handelt es sich um einzelne Photonen, welche die Quanteninformation z.B. in Form eines Polarisationszustand übertragen können.

Zur Erzeugung dieser Photonen gibt es ebenfalls verschiedene Möglichkeiten, die jeweils wieder ihre eigenen Vorteile und Nachteile besitzen. Als Photonenquelle können hier Farbzentren in Diamant [27], gefangene Ionen [28], Halbleiterquantenpunkte [34] oder nichtlineare Medien verwendet werden.

In dieser Arbeit wird eine bestehende Photonenpaarquelle auf dem Prinzip der spontanen parametrischen Frequenzkonversion (SPDC) in einem nichtlinearen Medium durch einen Sagnac-Aufbau verbessert und anschließend charakterisiert. Bei der spontanen parametrischen Frequenzkonversion zerfällt ein Photon höherer Energie spontan unter Energie- und Impulserhaltung in zwei Photonen niedrigerer Energie. Die Photonen entstehen nach heutigen Stand hierbei zu exakt der gleichen Zeit, was zu einer starken zeitlichen Korrelation führt. Dadurch ist es möglich durch die Detektion eines der beiden Photonen auf die Anwesenheit des zweiten zu schließen. Dieses Ankündigen (engl. *heralding*) kann genutzt werden um die Photonenstatistik im Nachhinein zu ändern. Dies ist notwendig um echten Einzelphotonencharakter zu erhalten. Durch die besagte post-Selektion kann eine Sub-Poisson-Statistik bzw. Photon antibunching beobachtet werden [17, 22]. Zusätzlich kommt es je nach Art des SPDC-Prozess zu verschiedenen Formen der Verschränkung. Hier ist die Polarisationsverschränkung [29, 35] die geläufigste und auch die für diese Arbeit wichtigste. Der große Vorteil von SPDC-Quellen gerade im Zusammenhang mit Experimenten mit gefangenen Ionen ist die mit zusätzlicher spektralen Selektion erreichbare schmale Linienbreite der Photonen. Diese reicht hinab bis in den einstelligen MHz-Bereich [15, 43]. Die entsprechende Kompatibilität zwischen den im SPDC-Prozess erzeugten Photonen und einem gefangenen ^{40}Ca -Ion wurde bereits in [38] gezeigt. Ein weiterer Vorteil von SPDC-Quellen ist es, dass sehr hohe Zählraten erreicht werden. Möglichkeiten die Zählrate weiter zu erhöhen sind z.B.

ein Sagnac-Interferometer [16] um die eigentliche Quelle oder den Konversionskristall innerhalb eines Resonators zu betreiben [32]. Der Sagnac Aufbau bietet hier den Vorteil, dass räumliche und spektrale Unterschiede in den beiden Photonen direkt vom Aufbau kompensiert werden.

Die im Rahmen dieser Arbeit um einen Sagnac-Aufbau erweiterte SPDC-Quelle ist resonant zum $P_{3/2} - D_{5/2}$ Übergang eines in einer linearen Paulfalle gefangenen ^{40}Ca -Ion und bietet somit eine direkte Anwendung in der Quanteninformationsverarbeitung. Zudem vereint sie zum ersten Mal im Zusammenhang mit ^{40}Ca -Ionen ein Sagnac-Interferometer mit einer cavity-enhanced SPDC-Quelle. Im zweiten Kapitel dieser Arbeit werden die Grundlagen der spontanen parametrischen Frequenzkonversion und der direkt damit verbunden nichtlinearen Optik diskutiert. Im Rahmen dessen wird der Ausgangszustand der Quelle berechnet, der dann in Kapitel 4 unter anderem vermessen wird. Das dritte Kapitel dieser Arbeit befasst sich mit der Planung und Simulation der Erweiterung. Hierbei wird auch auf die bestehende Quelle eingegangen. Kapitel 4 enthält neben der Vermessung des Ausgangszustands auch die Charakterisierung der Quelle bezüglich Effizienzen und bietet eine Gegenüberstellung der Ergebnisse vor und nach dem Umbau. In Kapitel 5 wird ein Experiment zur Quantenfrequenzkonversion vorgestellt, welches in Zusammenarbeit mit der AG Becher durchgeführt wurde. Dabei werden unter Erhaltung der Verschränkung und Polarisation die Photonen zu einer anderen Frequenz konvertiert, welche im Telekom-Wellenlängenbereich liegt. Dies bietet den Vorteil, dass somit Übertragungsverluste in optischen Fasern minimiert werden können. Das letzte Kapitel fasst nochmals die Ergebnisse zusammen und gibt Ausblicke auf folgende Experimente.

2 Grundlagen

Ausgangspunkt für die Beschreibung der für diese Arbeit interessanten Effekte bildet der Bereich der nichtlinearen Optik. Aus diesem Grund soll in diesem Grundlagenkapitel zuerst auf die wichtigsten Phänomene der klassischen nichtlinearen Optik eingegangen werden. Darauf aufbauend wird dann der quantenmechanische Effekt der spontanen parametrischen Frequenzkonversion (engl. *Spontaneous Parametric Down Conversion*, *SPDC*) erläutert. Ebenfalls über einen quantenmechanischen Ansatz wird der Ausgangszustand einer auf dem Prinzip der Frequenzkonversion basierenden Photonenpaarquelle berechnet.

2.1 Nichtlineare Optik

Es existieren zahlreiche Methoden einzelne Photonen bzw. Photonenpaare zu erzeugen. Von besonderem Interesse für diese Arbeit sind hierbei solche, die unter anderem auf Effekten der nichtlinearen Optik basieren. Nichtlineare Optik bedeutet hierbei, dass die Polarisation, welche die Antwort des Materials auf eine einfallende elektromagnetische Welle beschreibt, nicht proportional zum angelegten elektromagnetischen Feld ist. Dadurch ist es unter anderem auch möglich Wellen zu erzeugen, welche höhere bzw. niedrigere Frequenzen als die einfallenden Wellen besitzen. Dieser Effekt findet z.B. in vielen Lasern in Form einer Frequenzverdopplung Anwendung bzw. kann auch zur Erzeugung bzw. Frequenzkonversion einzelner Photonen genutzt werden. Als Quelle für dieses Kapitel dient hier vor allem das Buch von R. Boyd [6], sowie [55][46].

2.1.1 Polarisation höherer Ordnung

Ausgangspunkt für die Beschreibung der Wechselwirkung von Licht und Materie ist die elektrische Flussdichte

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (2.1)$$

Hierbei bezeichnet \vec{E} die elektrische Feldstärke und \vec{P} die Polarisation. Die Polarisation selbst lässt sich allgemein als Summe der Antworten eines Materials auf verschiedene Ordnungen des elektrischen Feldes als

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \sum_{i=1}^n \chi^{(i)} \vec{E}^i = \varepsilon_0 \left[\underbrace{\chi^{(1)} \vec{E}}_{P_L} + \underbrace{\chi^{(2)} \vec{E}^2 + \chi^{(3)} \vec{E}^3 + \dots}_{P_{NL}} \right] \quad (2.2)$$

schreiben. Die dielektrische Suszeptibilität $\chi^{(n)}$ n-ter Ordnung ist dabei ein Tensor $(n + 1)$ -ter Stufe, mit dessen Hilfe sich alle elektrischen Eigenschaften eines Materials beschreiben lassen.

Die Polarisation lässt sich entsprechend der Entwicklung (2.2) in einen linearen Term P_L und einen nichtlinearen Term P_{NL} unterteilen. Mit Hilfe des Terms P_L lassen sich die Effekte der linearen Optik, wie z.B. Brechung, Absorption, etc. beschreiben. Bei größeren Leistungen treten aber zunehmend auch die Effekte der nichtlinearen Optik auf, welche mit dem Term P_{NL} beschrieben werden. Eine Gruppe von Effekten, welche bereits in zweiter Ordnung Nichtlinearität auftritt, ist die 3-Wellen-Mischung. Bei dieser trifft im Allgemeinen eine Welle

$$E = E_1 \exp(-i\omega_1 t) + E_2 \exp(-i\omega_2 t) + h.c. \quad (2.3)$$

mit zwei Frequenzanteilen ω_1 und ω_2 auf ein nichtlineares Medium. Ein konkretes Beispiel dieser Gruppe von Effekten ist z.B. die Frequenzverdopplung, kurz SHG (engl. *second harmonic generation*). Diese findet, wie in der Einleitung bereits erwähnt oft in Lasern Anwendung.

2.1.2 Vereinfachung der nichtlinearen Polarisation in zweiter Ordnung

Da auch die spontane parametrische Frequenzkonversion eine 3-Wellen-Mischung ist, ist dieser Effekt von besonderem Interesse für diese Arbeit. Entsprechend der Ordnung des Prozesses hängt der Effekt von der Suszeptibilität zweiter Ordnung ab. Da es sich dabei um einen Tensor 3. Stufe handelt, soll hier auf Vereinfachungen eingegangen werden. Damit verbunden ist auch eine gleichzeitige Vereinfachung der nichtlinearen Polarisation.

Ausgangspunkt für die besagte Vereinfachungen ist die Entwicklung der elektrischen Feldstärke nach ebenen Wellen

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \vec{E}_n(\vec{r}) \exp(-i\omega_n t) + \vec{E}_n^*(\vec{r}) \exp(i\omega_n t). \quad (2.4)$$

Hierbei wurde als verkürzende Schreibweise

$$\vec{E}_n = \vec{E}(\omega_n) \quad (2.5)$$

benutzt. Da es sich bei dem elektrischen Feld um eine physikalische Größe handelt, muss die entsprechende Funktion reelwertig sein. Für die komplexe Schreibweise heißt dies, dass negative Frequenzen als komplex konjugierte der entsprechenden Feldkomponente betrachtet werden können. In Formeln lässt sich dies als

$$E(-\omega_n) = \vec{E}^*(\omega_n) \quad (2.6)$$

schreiben. Mit Hilfe dieser Notationen lässt sich die nichtlineare Polarisation zweiter Ordnung in der Form

$$\vec{P}_{\text{NL}}^{(2)}(\omega_n + \omega_m) = \varepsilon_0 \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \chi^{(2)} \vec{E}(\omega_n) \vec{E}(\omega_m) \exp(-i(\omega_n + \omega_m)t). \quad (2.7)$$

schreiben.

Unter Verwendung der Einsteinschen Summenkonvention lässt sich das Tensorprodukt ausschreiben und man erhält

$$P_i^{(2)}(\omega_n + \omega_m) = \varepsilon_0 \sum_{n,m} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_n) E_j(\omega_n) E_k(\omega_m) \exp(-i(\omega_n + \omega_m)t) \quad (2.8)$$

für die i -te Komponente der Polarisation. Wie bereits erwähnt, handelt es sich bei $\chi_{ijk}^{(2)}$ um einen Tensor dritter Stufe. Dem entsprechend hat dieser 27 unabhängige Komponenten. Dazu kommen weitere 12 Tensoren durch die Summation über alle n und m . Da die Suszeptibilität alle Eigenschaften des Medium beschreibt, spiegeln sich auch strukturelle Symmetrien des Mediums im Tensor wieder. Damit lässt sich die Anzahl der Tensoren und unabhängigen Komponenten stark reduzieren.

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird ein verlustloses Medium betrachtet. Für ein solches sind alle Komponenten von $\chi^{(2)}$ reell. Somit lassen sich drei Symmetrien ausnutzen.

- a) Allgemein gilt die Intrinsische Permutationssymmetrie. Dies bedeutet, dass die Indizes der beiden letzten Frequenzen beliebig vertauscht werden können, wenn nur die entsprechend *letzten beiden* kartesischen Indizes in gleicher Weise vertauscht werden.

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) = \chi_{ikj}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_m, \omega_n) \quad (2.9)$$

Dies führt unmittelbar dazu, dass sich die Anzahl der Tensoren von ursprünglich 12 auf einen reduziert. Bei dieser Symmetrie handelt es sich um eine Konvention, da physikalisch nur die Summe der beiden Felder messbar ist. [36]

- b) Im Falle verlustfreier Medien gilt zusätzlich die volle Permutationssymmetrie. Dies bedeutet, dass *alle* Indizes beliebig vertauscht werden können, wenn die entsprechenden kartesischen Indizes in gleicher Weise vertauscht werden.

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) = \chi_{jki}^{(2)}(\omega_n, -\omega_m, \omega_n + \omega_m) = \chi_{kij}^{(2)}(\omega_m, \omega_n + \omega_m, -\omega_n) \quad (2.10)$$

- c) Ebenfalls lässt sich die Kleinman-Symmetrie [25] ausnutzen. Diese gilt für den hier betrachteten Fall, dass die Frequenz der Felder stets viel kleiner ist als die Resonanzfrequenz des Mediums. Somit lässt sich die Frequenzabhängigkeit von $\chi^{(2)}$ vernach-

lässigen und es ist möglich die Frequenz unabhängig von den kartesischen Indizes zu permutieren.

Im Zusammenhang mit der Kleinman-Symmetrie wird oft der Tensor

$$d_{ijk} = \frac{1}{2} \chi_{ijk}^{(2)} \quad (2.11)$$

definiert. Im Rahmen der vorherigen Annahmen lassen sich zwei Indizes vertauschen bzw. sind im geltenden Fall der vollen Permutationssymmetrie gleich. Somit lässt sich der Tensor über die Vorschrift

jk	11	22	33	23,32	31,31	12,21
l	1	2	3	4	5	6

kontrahieren. Die verbleibenden Elemente lassen sich damit in Form einer 3×6 -Matrix darstellen. Auf diese lässt sich nochmals die Kleinman-Symmetrie anwenden und man erhält für den gesamten Tensor den Ausdruck

$$d_{il} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{16} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{14} & d_{12} \\ d_{15} & d_{24} & d_{33} & d_{23} & d_{13} & d_{36} \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Die nichtlineare Polarisation lässt sich somit als einfaches Matrixprodukt der Form

$$P_{\text{NL}}(\omega_n + \omega_m) = 4\varepsilon_0 \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{16} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{14} & d_{12} \\ d_{15} & d_{24} & d_{33} & d_{23} & d_{13} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x(\omega_n) E_x(\omega_m) \\ E_y(\omega_n) E_y(\omega_m) \\ E_z(\omega_n) E_z(\omega_m) \\ E_y(\omega_n) E_z(\omega_m) + E_z(\omega_n) E_y(\omega_m) \\ E_x(\omega_n) E_z(\omega_m) + E_z(\omega_n) E_x(\omega_m) \\ E_x(\omega_n) E_y(\omega_m) + E_y(\omega_n) E_x(\omega_m) \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

schreiben. Durch eine feste Geometrie lässt sich die nichtlineare Polarisation als skalare Funktion

$$P_{\text{NL}}(\omega_n + \omega_m) = 4\varepsilon_0 d_{\text{eff}} E(\omega_n) E(\omega_m) \quad (2.14)$$

mit effektiver Suszeptibilität d_{eff} berechnen. Die effektive Suszeptibilität lässt sich je-

doch erst durch die Auswertung von (2.12) bestimmen. Für Kaliumtitanylphosphat (KTiOPO₄) kurz KTP hat die Suszeptibilität z.B. die explizite Form [5]

$$d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Will man nun z.B. mit einem solchen Kristall orthogonal zueinander polarisierte Photonen erzeugen, so muss die einfallende Welle entlang der y-Achse polarisiert sein. Die Ausbreitungsrichtung der Welle ist somit die x-Achse. In diesem Fall spricht man von Typ-II SPDC-Prozess und es bleiben nur d_{24} und d_{15} als mögliche Koeffizienten übrig. Von diesen ist d_{24} der größere und wird deshalb verwendet.

2.2 Grundlagen der SPDC

Die spontane parametrische Abwärtskonversion (*Spontaneous Parametric Down-Conversion, SPDC*) ist ein Effekt der nichtlinearen Optik und wird zur Erzeugung einzelner Photonen bestimmter Wellenlänge genutzt. Bei diesem Prozess wird ein auf einen nichtlinearen Kristall fallendes Photon spontan in zwei Photonen aufgespalten. Aus historischen Gründen nennt man diese beiden Photonen Signal und Idler. Der Prozess wird als „spontan“ bezeichnet, da es kein Eingangsfeld gibt, welches den Prozess stimuliert. Der Namensteil „parametrisch“ kennzeichnet, dass es bei dem Effekt auf das elektrische Feld selbst und nicht auf die Intensität ankommt. Es besteht somit eine feste Phasenbeziehung zwischen Eingangsfeld und Ausgangsfeld. Diese wird später nochmals für die Stabilisierung wichtig.

Bei diesem Prozess muss die Energieerhaltung

$$\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i \quad (2.16)$$

wie auch die Impulserhaltung

$$\hbar\vec{k}_p = \hbar\vec{k}_s + \hbar\vec{k}_i \quad (2.17)$$

gelten. Dabei steht ω_p , ω_s und ω_i jeweils für die Frequenzen von Pump-, Signal- und Idlerphoton und \vec{k}_p , \vec{k}_s und \vec{k}_i für den jeweiligen Wellenvektor der drei beteiligten Photo-

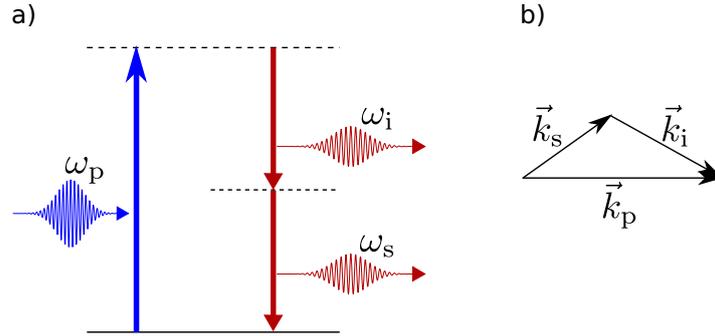


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des SPDC-Prozesses. a) Energie-Diagramm. b) Phasenanpassung.

nen. Bei der Impulserhaltung kann man bei einzelnen Photonen auch von einer Phasenanpassung sprechen. Die beiden Erhaltungssätze sind nochmals in Abb. 2.1 schematisch dargestellt.

Dieser Phasenanpassungsterm wird oft als

$$\Delta\vec{k} = \vec{k}_p - \vec{k}_s - \vec{k}_i \quad (2.18)$$

geschrieben, wobei $\Delta\vec{k}$ den Phasenfehler bezeichnet. Dieser ist für dispersive und insbesondere doppelbrechende Medien nicht gleich null. Dies liegt daran, dass der Brechungsindex des Mediums insbesondere von der Frequenz der Welle abhängt. Es gilt also

$$\Delta k = \frac{\omega_p n_p}{c} - \frac{\omega_s n_s}{c} - \frac{\omega_i n_i}{c}. \quad (2.19)$$

Da gleichzeitig die Energieerhaltung erfüllt sein muss und insbesondere nichtlineare Medien Dispersion aufweisen, folgt direkt $\Delta k \neq 0$.

Dieser Phasenanpassungsfehler hat einen direkten Einfluss auf die Effizienz des Konversionsprozesses und führt zu dessen Verschlechterung. Es ist daher wünschenswert diesen Phasenanpassungsfehler zu beheben. Dazu existieren im wesentlichen zwei Verfahren. Das eine nutzt hierbei die Doppelbrechung des Mediums aus um den Fehler zu korrigieren. Das andere, mittlerweile am weitesten verbreite Verfahren, wird Quasi-Phasenanpassung (QPM) [1] genannt und wird im nächsten Abschnitt genauer beschrieben.

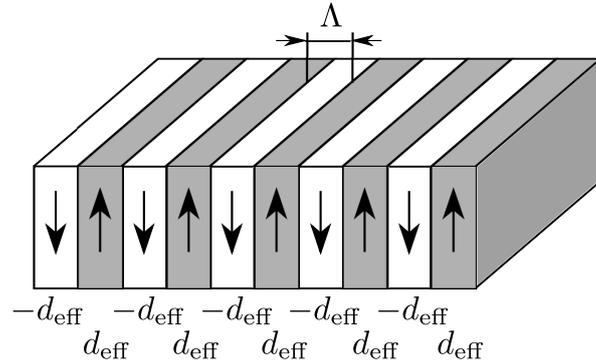


Abbildung 2.2: Periodische Polung des Kristalls. Durch die Ausrichtung der verschiedenen ferroelektrischen Domänen erfährt der nichtlineare Koeffizient d_{eff} einen periodischen Vorzeichenwechsel. Die Polungsperiode beträgt hierbei Λ .

2.2.1 Quasi-Phasenanpassung

Um den Phasenanpassungsfehler zu beheben verwendet man bei der Quasi-Phasenanpassung das Prinzip der periodischen Polung [14]. Hierbei wird der Kristall im Produktionsprozess einem elektrischen Feld mit periodisch invertierter Polung ausgesetzt. Dies führt dazu, dass sich auf mikroskopischer Ebene die ferroelektrischen Dipole ausrichten und Domänen mit gleicher Richtung ausbilden. Wie in Abb. 2.2 dargestellt, hat dies einen periodischen Vorzeichenwechsels des nichtlinearen Koeffizienten d_{eff} zur Folge. Durch entsprechende Wahl der Polungsperiode Λ relativ zum Phasenfehler [39]

$$\Lambda = \frac{2\pi}{\Delta k} \quad (2.20)$$

ist es möglich, den Prozess der Frequenzkonversion für eine spezielle Wellenlänge zu optimieren. Der periodische Vorzeichenwechsel führt an jeder Grenzschicht zu einem Phasensprung von π . Tritt der Phasensprung jeweils nach einer Kohärenzlänge auf, wird aus der sonst destruktiven Interferenz konstruktive Interferenz und die Amplitude der Welle geht nicht auf 0 zurück. Dadurch ist die Phasenanpassung über die gesamte Kristalllänge im Mittel erfüllt.

2.2.2 Nichtklassische Eigenschaften

Die durch den SPDC-Prozess erzeugten Photonen besitzen einige nichtklassische Eigenschaften. Durch den spontanen Zerfall des Pumpphotons und der damit verbundenen Erzeugung von Signal- und Idlerphoton sind die entstehenden Photonen zeitlich stark

korreliert. Gleichzeitig sind aufgrund der Energieerhaltung ihre Frequenzen stark korreliert. Dies führt zur Energie-Zeit-Verschränkung der Photonen. Trennt man die beiden entstandenen Photonen auf, so ist es zudem möglich durch die Anwesenheit eines Signalphotons auf die Anwesenheit eines Idlerphotons zu schließen. Diese Tatsache macht man sich in Form einer Ankündigung eines Ereignisses zu nutze. Man spricht hier im englischen auch von einer *”heralded single photon source”*.

Je nach Art der Trennung der beiden Photonen und der Phasenanpassung lässt sich zudem eine Verschränkung in Frequenz oder Polarisation beobachten. Letzteres ist für die Folgenden Experimente von besonderer Bedeutung.

2.3 Quantenzustand der SPDC-Photonen ohne Resonator

Im Folgenden soll der allgemeine Quantenzustand der SPDC-Photonen ohne Resonator mit Hilfe der zeitabhängigen Störungsrechnung hergeleitet werden. Das Vorgehen orientiert sich hierbei am Buch von Ou [37]. Ausgangspunkt für die Betrachtung ist der Hamilton-Operator des elektromagnetischen Feldes

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \int_V d^3r \left(\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H} \right) \quad (2.21)$$

in zweiter Quantisierung. Mithilfe der Formeln für die elektrische Flussdichte (2.1) lässt sich der Hamiltonoperator folglich in der Form

$$\hat{H} = \underbrace{\frac{1}{2} \int_V d^3r \left(\vec{\varepsilon}_0 \vec{E} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H} \right)}_{\hat{H}_0} + \underbrace{\frac{1}{2} \int_V d^3r \vec{P} \cdot \vec{E}}_{\hat{H}_1} \quad (2.22)$$

schreiben. Der Hamilton-Operator lässt sich somit in einen Anteil \hat{H}_0 , welcher das elektromagnetische Feld im freien Raum, und einen Anteil \hat{H}_1 , welcher die Wechselwirkung mit dem dielektrischen Medium beschreibt, zerlegen. Für die störungstheoretische Behandlung des Problems ist hierbei nur der Wechselwirkungsterm von Bedeutung. Da es sich bei dem SPDC-Prozess um einen Effekt 2. Ordnung handelt, wird für die Polarisation nur der nichtlineare Anteil entsprechender Ordnung verwendet. Einsetzen von

Gl. (2.2) für die nichtlineare Polarisation 2. Ordnung und Anwenden der Einsteinschen Summenkonvention liefert schließlich

$$\hat{H}_I = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V d^3r \chi_{ijk}^{(2)} E_i(\omega_1) E_j(\omega_2) E_k(\omega_3) \quad (2.23)$$

für den Wechselwirkungs-Hamilton.

Das elektrische Feld ist in zweiter Quantisierung durch

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = i \sum_{\vec{k}} \sqrt{\frac{\hbar \omega_{\vec{k}}}{2\varepsilon_0 V}} \left(\hat{a}_{\vec{k}} \exp\left(i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_{\vec{k}} t)\right) - \text{h.c.} \right) \vec{u}_{\vec{k}} \quad (2.24)$$

gegeben. Hierbei bezeichnet V das Quantisierungsvolumen, $\vec{u}_{\vec{k}}$ den Polarisationsvektor für die Mode mit Wellenvektor \vec{k} und $\hat{a}_{\vec{k}}$ den Vernichtungsoperator für die entsprechende Mode. Für die Absteigeoperatoren gelten die Kommutatorrelation für bosonische Operatoren [51]

$$\left[\hat{a}_{\vec{k}_i}, \hat{a}_{\vec{k}_j'}^\dagger \right] = \delta_{ij} \delta(\vec{k} - \vec{k}') . \quad (2.25)$$

Somit ergibt sich für den Wechselwirkungs-Hamiltonoperator

$$\begin{aligned} \hat{H}_I = & -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{\hbar^3}{2\varepsilon_0 V^3}} \int_V d^3r \chi_{ijk}^{(2)} \sum_{\vec{k}_1} \sum_{\vec{k}_2} \sum_{\vec{k}_3} \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2} \omega_{\vec{k}_3}} \\ & \times \left(\hat{a}_{\vec{k}_1} \exp\left(i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_{\vec{k}_1} t)\right) - \text{h.c.} \right) u_{\vec{k}_1, i} \\ & \times \left(\hat{a}_{\vec{k}_2} \exp\left(i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_{\vec{k}_2} t)\right) - \text{h.c.} \right) u_{\vec{k}_2, j} \\ & \times \left(\hat{a}_{\vec{k}_3} \exp\left(i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} - \omega_{\vec{k}_3} t)\right) - \text{h.c.} \right) u_{\vec{k}_3, k} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Bei hinreichend großem Quantisierungsvolumen liegen die verschiedenen Impulszustände dicht beieinander und es ist möglich die Summen über alle Wellenvektoren entsprechend der Vorschrift

$$\sum_{\vec{k}} \rightarrow \left(\frac{V}{2\pi}\right)^3 \int_V d^3k \quad (2.27)$$

in Integrale umzuformen.

Um im Folgenden die Rechnung zu vereinfachen und an die später im Experiment vorhandenen Gegebenheiten anzupassen wird die in Abb. 2.3 dargestellte Geometrie betrachtet. Ohne Einschränkung wird die Ausbreitungsrichtung nun in Richtung der

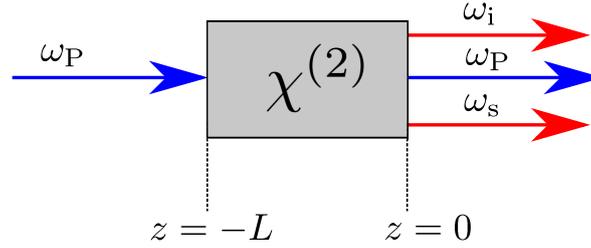


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des SPDC-Prozess. Ein Pumpphoton mit Frequenz ω_P zerfällt spontan in zwei Photonen mit Frequenz ω_s und ω_i . Aufgrund der sehr kleinen Wahrscheinlichkeit für den Prozess ändert sich in guter Näherung nichts am Pumpstrahl.

z -Achse gelegt. Entsprechend vereinfacht sich die Integration über das Quantisierungsvolumen zu einem Integral über die Kristalllänge.

Als Grundzustand für die spätere Störungsrechnung wird der Zustand

$$|\Psi(t')\rangle = |\alpha_P(\omega)\rangle |0_{k_2}, 0_{k_3}\rangle \quad (2.28)$$

verwendet. Dieser setzt sich aus dem kohärenten Zustand des Pumpfeldes $|\alpha_P(\omega)\rangle$ und dem Vakuumzustand für Signal- und Idler-Photon zusammen. Damit tragen in Gl. (2.26) nur Terme mit $\hat{a}_{k_1} \hat{a}_{k_2}^\dagger \hat{a}_{k_3}^\dagger$ bei. Alle anderen Terme werden bei Anwendung auf den Grundzustand der Störungsrechnung gleich Null.

Berücksichtigt man dies, so vereinfacht sich Gleichung (2.26) für den Wechselwirkungs-Hamiltonoperator zu

$$\begin{aligned} \hat{H}_1 = & -\frac{i}{32\pi^3} \sqrt{\frac{\hbar^3 L^3}{2\varepsilon_0}} \int_{-L}^0 dz \iiint dk_1 dk_2 dk_3 \sqrt{\omega_{k_1} \omega_{k_2} \omega_{k_3}} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_{k_1}, \omega_{k_2}, \omega_{k_3}) \\ & \times \hat{a}_{k_1} \hat{a}_{k_2}^\dagger \hat{a}_{k_3}^\dagger \exp(i(k_1 - k_2 - k_3)z) \exp(-i(\omega_{k_1} - \omega_{k_2} - \omega_{k_3})t) . \end{aligned} \quad (2.29)$$

Die Integration über die Kristalllänge lässt sich nun bereits ausführen. Mit der Bezeichnung $\Delta k = k_1 - k_2 - k_3$ ergibt sich somit

$$\begin{aligned} \int_{-L}^0 dz \exp(i\Delta k z) &= \frac{1}{i\Delta k} (1 - \exp(-i\Delta k L)) \\ &= \frac{L}{2} \exp\left(-\frac{i\Delta k L}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Für einen realen Kristall wird hier Δk unter Berücksichtigung der Quasi-Phasenanpassung (2.20) durch

$$\Delta k = k_1 - k_2 - k_3 + \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (2.31)$$

ersetzt.

Der zeitabhängige SPDC-Zustand lässt sich nun über die Vorschrift

$$|\Psi(t)\rangle_{\text{SPDC}} = \hat{U}(t, t') |\Psi(t')\rangle \quad (2.32)$$

berechnen. Hierbei bezeichnet

$$\hat{U}(t, t') = \exp\left(\frac{1}{i\hbar} \int_{t'}^t d\tau \hat{H}_I(\tau)\right) \quad (2.33)$$

den Zeitentwicklungsoperator des betrachteten Systems. Die Entwicklung dieses Operators bis zur 2. Ordnung ergibt

$$\hat{U}(t, t') = 1 + \frac{1}{i\hbar} \int_{t'}^t d\tau \hat{H}_I(\tau) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{i\hbar}\right)^2 \int_{t'}^t d\tau_2 \int_{t'}^{\tau_2} d\tau_1 \hat{H}_I(\tau_2) \hat{H}_I(\tau_1) + \dots \quad (2.34)$$

Für die hier zulässige Näherung der großen Wechselwirkungszeiten lassen sich die Integrationsgrenzen auf $\pm\infty$ setzen. Im Folgenden wird zunächst nur die erste Ordnung des Zeitentwicklungsoperators betrachtet. Zur Berechnung der zweiten Ordnung kann analog vorgegangen werden.

Die Zeitintegration über den Wechselwirkungsoperator ergibt

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp(-i(\omega_{k_1} - \omega_{k_2} - \omega_{k_3})\tau) = 2\pi\delta(\omega_{k_1} - \omega_{k_2} - \omega_{k_3}). \quad (2.35)$$

und spiegelt die Energieerhaltung im Systems wieder. Der gesamte Zeitentwicklungsoperator bis zur 1. Ordnung Störungsrechnung hat somit die Form

$$\begin{aligned} \hat{U} = 1 - \frac{1}{32\pi^2} \sqrt{\frac{\hbar L^5}{2\varepsilon_0}} \iiint dk_1 dk_2 dk_3 \sqrt{\omega_{k_1}\omega_{k_2}\omega_{k_3}} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_{k_1}, \omega_{k_2}, \omega_{k_3}) \\ \times \hat{a}_{k_1} \hat{a}_{k_2}^\dagger \hat{a}_{k_3}^\dagger \exp\left(-\frac{i\Delta k L}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) \delta(\omega_{k_1} - \omega_{k_2} - \omega_{k_3}). \end{aligned} \quad (2.36)$$

Dieser Ausdruck lässt sich weiter vereinfachen, wenn man die Integration über alle Wellenvektoren über $k = \frac{\omega}{c}$ in Integrale über die Frequenz überführt und die Integration über ω_1 ausführt. Somit ergibt sich der gesamte Zeitentwicklungsoperator zu

$$\begin{aligned} \hat{U} = 1 - \frac{1}{32\pi^2 c^3} \sqrt{\frac{\hbar L^5}{2\varepsilon_0}} \iint d\omega_2 d\omega_3 \sqrt{(\omega_{k_2} + \omega_{k_3})\omega_{k_2}\omega_{k_3}} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_{k_2} + \omega_{k_3}, \omega_{k_2}, \omega_{k_3}) \\ \times \hat{a}_{k_1} \hat{a}_{k_2}^\dagger \hat{a}_{k_3}^\dagger \exp\left(-\frac{i\Delta k L}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right). \end{aligned} \quad (2.37)$$

Nach Gl. (2.32) ergibt sich der zeitabhängige Zustand durch Anwendung des obigen Operators auf den Anfangszustand. Die Wirkung des Vernichtungsoperators a_{ω_1} auf den Anfangszustand ist hierbei durch

$$a_{\omega_1} |\alpha_P(\omega)\rangle = \alpha_P(\omega_1) |\alpha_P(\omega)\rangle \quad (2.38)$$

gegeben. Die Funktion $\alpha_P(\omega)$ bezeichnet hierbei die spektrale Verteilungsfunktion des Pumpstrahls.

Anwenden des Zeitentwicklungsoperator auf den Anfangszustand liefert den gewünschten SPDC-Zustand. Da der Zustand des Pumpstrahls nicht weiter von Interesse ist, wird dieser durch Spurbildung entfernt. Außerdem werden die Indizes k_2 und k_3 entsprechend der gängigen Notation für SPDC-Prozesse in i und s für Signal- und Idlerphoton umbenannt. Alle Konstanten lassen sich der Übersicht halber in einer neuen Größe η zusammenfassen. Der gesamte Zustand lautet somit

$$\begin{aligned}
 |\Psi(t)\rangle_{\text{SPDC}} = & |0_s, 0_i\rangle + \eta \iint d\omega_s d\omega_i \alpha_P(\omega_i + \omega_s) \sqrt{(\omega_i + \omega_s) \omega_i \omega_s} \\
 & \times \exp\left(-\frac{i\Delta k L}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) |\omega_s, \omega_i\rangle . \quad (2.39)
 \end{aligned}$$

Hierbei wurde zusätzlich die Suszeptibilität durch den entsprechenden Wert für die nicht mehr frequenzabhängige effektive Suszeptibilität ersetzt. Zudem kann angenommen werden, dass sich die Brechungsindizes im betrachteten Frequenzbereich nur sehr langsam ändern.

Der Vollständigkeit halber ist der gesamte Zustand auch noch bis zur 2. Ordnung Störungsrechnung angegeben. Dieser lautet

$$\begin{aligned}
 |\Psi(t)\rangle_{\text{SPDC}} = & |0_s, 0_i\rangle + \eta \iint d\omega_s d\omega_i \alpha_P(\omega_i + \omega_s) \\
 & \times \exp\left(-\frac{i\Delta k L}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) |\omega_s, \omega_i\rangle \\
 & + \eta^2 \iiint d\omega_s d\omega_i d\omega'_s d\omega'_i \alpha_P(\omega_i + \omega_s) \alpha_P(\omega'_i + \omega'_s) \\
 & \times \exp\left(-\frac{i\Delta k L}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) \\
 & \times \exp\left(-\frac{i\Delta k' L}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{\Delta k' L}{2}\right) |\omega_s, \omega_i, \omega'_s, \omega'_i\rangle . \quad (2.40)
 \end{aligned}$$

2.4 Quantenzustand der SPDC-Photonen im Resonator

Die im Experiment verwendete Photonenpaarquelle nutzt zur Erzeugung zusätzlich die Effekte eines optischen Resonators aus. In diesem Abschnitt soll daher der Quantenzustand der Photonen mit Resonator hergeleitet werden. Dazu wird zunächst auf die entsprechend notwendigen Eigenschaften des Resonators selbst eingegangen. Diese Ergebnisse lassen sich dann leicht auf den bereits aus dem vorherigen Abschnitt bekannten Zustand der Photonen ohne Resonator anwenden.

2.4.1 Resonatormoden

Zur Herleitung der Resonatormoden wird zunächst ein idealer Resonator aus zwei planparallelen Spiegeln betrachtet. Im Punkt P zwischen den Spiegeln soll hierbei eine Welle entstehen. Dies ist in Abb. 2.4 entsprechend dargestellt. Die Welle wird von den Spiegeln

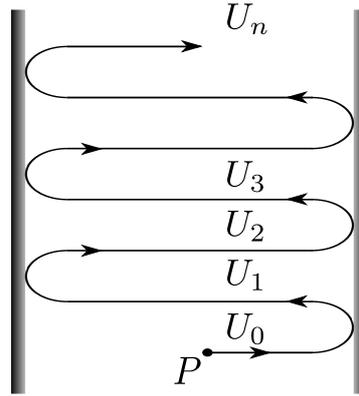


Abbildung 2.4: Entstehung einer Welle im Punkt P zwischen zwei idealen planparallelen Spiegeln. Die Welle wird entsprechend an diesen reflektiert und mit sich selbst überlagert. Die jeweilige Amplitude im Umlauf wird durch U_0, \dots, U_n beschrieben. Nach [39].

reflektiert und läuft zwischen diesen hin und her. Dies führt zu Interferenz der Welle mit sich selbst und somit zu einer Superposition der Amplituden. Die Gesamtamplitude ergibt sich als Summe der Einzelamplituden entsprechend

$$U = \sum_{k=1}^n U_k \quad . \quad (2.41)$$

Durch den Umlauf sammelt die Welle jeweils eine Phase von

$$\phi = 2kd + \Delta\Phi = \frac{4\pi\nu nd}{c} + \Delta\Phi = \frac{2\omega nd}{c} + \Delta\Phi \quad (2.42)$$

auf. Hierbei bezeichnet k den Wellenvektor, n den Brechungsindex des Mediums und d den Abstand der Spiegel. Zusätzlich kommt es bei der Reflexion an den Spiegeln zu einem Phasensprung, welcher durch den Faktor $\Delta\Phi$ berücksichtigt wird. Die Amplitude der l -ten Welle ergibt sich somit zu

$$U_l = \exp(i\phi) U_{l-1} \quad . \quad (2.43)$$

Ist die Phasenverschiebung zwischen zwei Umläufen ein ganzzahliges Vielfaches von 2π so interferieren die Wellen konstruktiv. In diesem Fall ist die Welle resonant. Genau dann kann sich eine stehende Welle zwischen den Resonatorspiegeln ausbilden.

Für die Betrachtung realer Spiegel ist es unabdingbar den Einfluss von Verlusten auf obiges System zu betrachten. Diese lassen sich in Form einer Reflektivität $R < 1$ berücksichtigen. Die Reflektivität selbst hängt wieder von der Frequenz und der Polarisation des einfallenden Lichts ab. Es ist daher notwendig im folgenden separate Reflektivitäten für Signal- und Idlerphoton zu betrachten. Diese seien $R_{1s,i}$ und $R_{2s,i}$ für die beiden Spiegel. Im SPDC-Prozess befindet sich zusätzlich der Konversionskristall im Resonator. Dieser sorgt für weitere Verluste durch Absorption und Streuung des Lichts. Somit wird die Welle pro Umlauf um einen Faktor $\exp(-\alpha_{s,i}d)$ abgeschwächt. Der Verlustfaktor $\alpha_{s,i}$ für Signal- und Idlerphoton enthält dabei alle auftretenden Verluste.

Formel (2.43) für die Amplitude der l -ten Welle wird daher modifiziert und lässt sich als

$$U_l = \sqrt{R_{1s,i}}\sqrt{R_{2s,i}} \exp(-\alpha_{s,i}d) \exp(i\phi) U_{l-1} \equiv hU_{l-1} \quad (2.44)$$

mit $h < 1$ schreiben. Die Gesamtamplitude (2.41) lässt sich nun für eine genügend große Anzahl an Umläufen als unendliche geometrische Reihe interpretieren und es gilt

$$U = U_0 \sum_{k=1}^{\infty} h^k = \frac{U_0}{1-h} \quad . \quad (2.45)$$

Die im SPDC-Prozess erzeugten Photonen entstehen in einem Kristall der Länge d und mit Brechungsindex $n(\omega_{s,i})$. Somit muss die Amplitude der beiden Wellen für Signal- und Idler-Photon modifiziert werden und es gilt [32]

$$U_{s,i} = \frac{\sqrt{(1-R_{1s,i})(1-R_{2s,i})} \exp\left(-\frac{\alpha_{s,i}d}{2}\right)}{1 - \sqrt{R_{1s,i}R_{2s,i}} \exp(-\alpha_{s,i}d) \exp\left(\frac{2i\omega_{s,i}n(\omega_{s,i})d}{c}\right)} \quad . \quad (2.46)$$

Für den Quantenzustands der Photonen bedeutet dies, dass sich die Eingangsamplitude der Felder ändert und somit die Amplitude der beiden Photonen (2.46) direkt in den Zustand eingeht. Dieser lautet dann

$$\begin{aligned}
 |\Psi(t)\rangle_{\text{SPDC}} &= |0_s, 0_i\rangle + \eta \iint d\omega_s d\omega_i \alpha_P(\omega_i + \omega_s) \\
 &\times \exp\left(-\frac{i\Delta k L}{2}\right) U_s(\omega_s) U_i(\omega_i) \text{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) |\omega_s, \omega_i\rangle. \quad (2.47)
 \end{aligned}$$

2.4.2 Cluster-Effekt

Entstehen Signal und Idler innerhalb eines Resonators mit unterschiedlichem freien Spektralbereich (FSR) für Signal und Idler kommt es zusätzlich zu einem Cluster-Effekt. Der FSR bezeichnet hier den Abstand zweier Resonanzpeaks, welche für die Beschreibung des obigen Effektes wichtig sind. Vereinfacht lässt sich dieser als

$$\text{FSR}_{s,i} = \frac{c}{l_{\text{eff}}} \quad (2.48)$$

schreiben. Hier bezeichnet l_{eff} die effektive Umlauflänge des Lichts im Resonators. Die FWHM der Resonanzpeaks hängt mit der Finesse \mathfrak{F} des Resonators zusammen und ist durch

$$\Delta\nu_{s,i} = \frac{\text{FSR}_{s,i}}{\mathfrak{F}_{s,i}} \quad (2.49)$$

gegeben. Die Finesse selbst hängt nur von den Verlusten innerhalb des Resonators ab und ist als

$$\mathfrak{F} = \frac{\pi\sqrt{|h|}}{1-h} \quad (2.50)$$

definiert. Die entsprechenden Zusammenhänge sind in Abb. 2.5 nochmals graphisch dargestellt. Der Kristall in dem die Photonen erzeugt werden ist doppelbrechend und die beiden Photonen sind orthogonal zueinander polarisiert. Dadurch ist die effektive Resonatorlänge leicht verschieden für die beiden Photonen. Folglich besitzt der Resonator einen leicht unterschiedlichen FSR für die beiden Photonen. Dies ist in Abb. 2.6a) dargestellt. In rot sind die Resonanzpeaks für den Fall dargestellt, dass nur das Signal-Photon die Anwesenheit des Resonators spürt. In blau ist der umgekehrte Fall abgebildet. Hier spürt nur das Idler-Photon die Anwesenheit des Resonators. Da beide Photonen aber gleichzeitig erzeugt werden, müssen sie, wie bereits erläutert, die Energieerhaltung erfüllen. Außerdem müssen die Phasen zueinander passen. Dies führt dazu, dass die Paare nur erzeugt werden können, wenn Signal- und Idlerphoton gleichzeitig

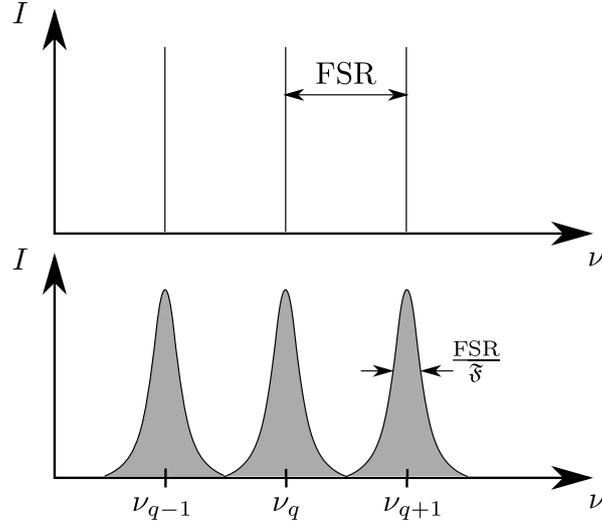


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der Resonatormoden. Diese treten bei festen Frequenzen auf. Der Abstand zueinander wird als freier Spektralbereich (FSR) bezeichnet. Bei realen Resonatoren sind die Peaks verbreitert und die FWHM ist durch $\frac{\text{FSR}}{3}$ gegeben.

resonant sind. Somit wird das Spektrum der Photonen durch das Produkt der beiden Frequenzspektren der Einzelphotonen bestimmt (vgl. Gl. (2.47)). Das gleichzeitige auftreten der Resonanzen für Signal- und Idlerphoton wird Cluster genannt. Diese sind durch den Frequenzabstand $\Delta\nu_{\text{cluster}}$ voneinander getrennt. Abb. 2.6b) verdeutlicht dies nochmals graphisch. Mit steigender Finesse des Resonators ist es zudem möglich, die Nebencluster zu unterdrücken. Dies ist in der untersten Grafik verdeutlicht. Diese weiteren Cluster treten genau dann auf, wenn die Anzahl der FSR in einem Cluster N_0 mal der FSR des Signalphotons gleich $N_0 - 1$ mal der FSR des Idlerphotons ist. Somit lässt sich der Abstand benachbarter Cluster als

$$\Delta\nu_{\text{cluster}} = N_0 \text{FSR}_s = \frac{1}{|n_i - n_s|} \frac{c}{l_{\text{eff}}} \quad (2.51)$$

schreiben.

Durch diesen Cluster-Effekt zusammen mit den schmalen Linien des Resonators und der damit verbunden Umverteilung der spektralen Dichte kommt es zu einer spektralen Filterung der Photonen. Die resonante Überhöhung des Lichtfeldes innerhalb des Resonators führt zur Verbesserung des SPDC-Prozesses und somit der Helligkeit der Quelle.

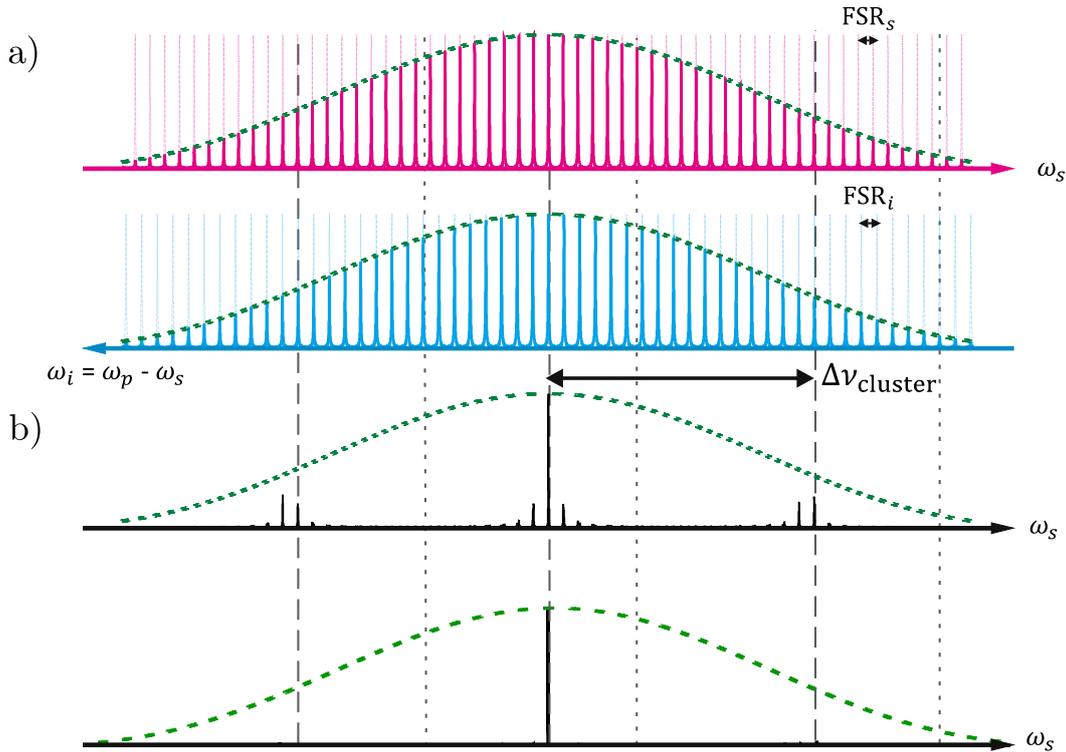


Abbildung 2.6: Cluster-Effekt: a) Die Resonanzen bilden innerhalb des Resonators Peaks aus, welche durch den FSR getrennt sind. Dieser ist i.A. für Signal (rot) und Idler (blau) unterschiedlich. b) Das Produkt der beiden leicht verschobenen Frequenzspektren bildet das Photonspektrum. Zwei benachbarte Cluster sind dabei durch die Frequenz $\Delta\nu_{cluster}$ voneinander getrennt. Durch Erhöhung der Finesse des Resonators können die Seitencluster unterdrückt werden. Dies ist im untersten Graph dargestellt. Aus [32]

2.5 Kohärente Überlagerung der SPDC-Photonen

Im vorherigen Kapitel wurde bereits angedeutet, dass die unterschiedliche Polarisierung der Photonen zu einem unterschiedlichen FSR des Resonators für die beiden Photonen führt. Ein weiterer, stärkerer Effekt, tritt dadurch auf, dass die Verluste der beiden Polarisierungen unterschiedlich sind. Dies hat zur Folge, dass die Linienbreiten ebenfalls unterschiedlich sind. Damit ist direkt eine Unterscheidbarkeit verbunden, da nach einer gewissen Zeit die Wahrscheinlichkeit erhöht ist, ein Photon einer bestimmten Polarisierung anzutreffen. In diesem und den nachfolgenden Abschnitten soll eine Lösung für dieses Problem hergeleitet werden.

Die beiden Photonen befinden sich nach der Entstehung in der selben räumlichen Mode. Um Verschränkung zu erhalten ist es notwendig die beiden Photonen zu trennen. Hierfür wird ein Strahlteiler (BS) verwendet. Das Problem ist, dass beide Photonen

den Strahlteiler im selben Ausgang verlassen können. Dies führt in Messungen zu vermehrten Hintergrundereignissen. Man spricht deshalb hier im englischen von *biased entanglement*.

Der in dieser Arbeit vorgestellte Aufbau zur kohärenten Überlagerung zweier Teilamplituden eines Photonenpaares ermöglicht es jegliche Unterscheidbarkeit die im Entstehungsprozess der Photonen induziert wird zu kompensieren und das *biased entanglement* aufzuheben.

Um besagten Effekt zu erreichen wird der Prozess der SPDC im Resonator in zwei entgegengesetzten Pumprichtungen genutzt. Das bedeutet, dass der selbe Kristall von zwei Seiten gepumpt wird. Die Pumpphotonen sind ununterscheidbar. Dies hat zur Folge, dass bei der Entstehung eines Photonenpaares keine Aussage über die Ausbreitungsrichtung getroffen werden kann. Das Pumpphoton wird als in beide Richtungen gleichzeitig konvertiert. Hierbei ist zu betonen, dass nur jeweils ein Paar entsteht, welches aber eine Amplitude in beide Ausbreitungsrichtungen besitzt.

Der Ausgangszustand jeder dieser Ausbreitungsrichtungen bezüglich der Polarisation ist durch

$$|\psi\rangle = a_{i,H}^\dagger a_{i,V}^\dagger |0_{i,H}, 0_{i,V}\rangle, \quad (2.52)$$

gegeben, wobei $i = 1, 2$ für die jeweilige Ausbreitungsrichtung steht. Hierbei bezeichnet $a_{i,H}^\dagger$ bzw. $a_{i,V}^\dagger$ den Erzeugungsoperator für ein Photon in der entsprechenden Richtung mit Polarisation H oder V . Auch hierbei handelt es sich um bosonische Operatoren mit den damit verbundenen Kommutatorrelationen

$$[a_{i,H/V}, a_{j,H/V}^\dagger] = \delta_{i,j} \quad [a_{i,V/H}, a_{i,H/V}^\dagger] = 0 \quad . \quad (2.53)$$

Die beiden Ausbreitungsrichtungen werden dann an einem polarisierenden Strahlteiler (PBS) kohärent überlagert. Im Folgenden soll der Ausgangszustand dieser kombinierten Quelle hergeleitet werden. Hierbei wird in Anlehnung an [40] vorgegangen.

Der Gesamteingangszustand an den beiden Eingängen des PBS lässt sich aus den Einzelzuständen der beiden Pumprichtungen (2.52) konstruieren. Die beiden Pumprichtungen haben dabei i.A. unterschiedliche Pumpleistungen bzw. Konversionseffizienzen.

Dies führt zu einer unterschiedlichen Gewichtung C_i der beiden Anteile. Der Zustand lässt sich allgemein als

$$|\psi_{\text{in}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} \left[C_1 a_{1,H}^\dagger a_{1,V}^\dagger + C_2 e^{i\phi} a_{2,H}^\dagger a_{2,V}^\dagger \right] |0_{1,H}, 0_{1,V}, 0_{2,H}, 0_{2,V}\rangle \quad (2.54)$$

schreiben. Die Tatsache, dass dieser Zustand normiert ist, beschreibt also den Fall, dass genau ein Photonenpaar vorhanden ist. Auf die Phase ϕ wird im nächsten Abschnitt näher eingegangen.

2.5.1 Phasenfaktor

Zunächst soll hier ein Ausdruck für den besagten Phasenfaktor zwischen den beiden Pumpstrahlen bzw. Anteilen des Eingangszustands hergeleitet werden. Dazu dient das in Abb. 2.7 dargestellte „Ersatzschaltbild“ eines modifizierten Mach-Zehnder-Interferometers. Der blaue Pumpstrahl wird hierbei an einem 50:50-Strahlteiler (BS)

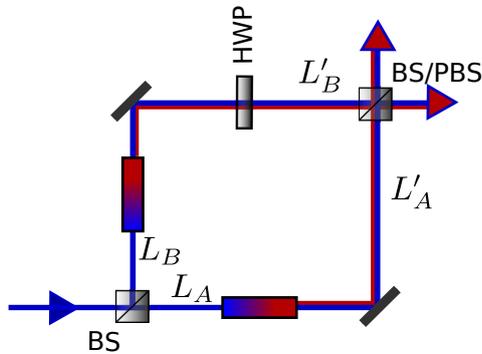


Abbildung 2.7: „Ersatzschaltbild“ einer SPDC-Quelle mit zwei identischen Kristallen zur Herleitung des Phasenfaktors.

aufgeteilt und wird zum pumpen zweier identischer SPDC-Kristalle (z.B. PPKTP) verwendet. Die in den beiden Armen erzeugten Photonen werden dann an einem polarisierenden Strahlteiler für die Photonen (PBS) wieder überlagert, wobei die Polarisation in einem Arm zusätzlich durch eine $\lambda/2$ -Platte gedreht werden kann.

Im allgemeinen legt das Licht auf den beiden Wegen L_A bzw. L_B zu den beiden Kristallen einen unterschiedlichen Weg zurück. Dadurch besitzen die erzeugten Photonen

bereits eine feste Phasenbeziehung, welche direkt aus der Phasenbeziehung des Pumplichts folgt. Diese lässt sich als

$$\phi_p = k_p (L_B - L_A) \quad (2.55)$$

schreiben. Nach der Erzeugung legen die Photonen bis zur Überlagerung ebenfalls einen ungleichen Weg zurück (L'_A bzw. L'_B). Auch dies resultiert in einer Phasenverschiebung der beiden Photonenpaaren zueinander. Eine zusätzliche Phasenverschiebung wird noch durch die Wellenplatte verursacht. Die jeweiligen Phasenverschiebungen für Signal- und Idlerphoton ergeben sich damit zu

$$\phi_{s,i} = k_{s,i} (L'_B - L'_A) - \Delta\phi_{\lambda/2} \quad . \quad (2.56)$$

Phasenverschiebungen die durch den Kristall hervorgerufen werden würden heben sich hierbei gerade wieder auf, da die Kristalle als identisch angenommen wurden. Die gesamte aufgesammelte Phase lässt sich dann als Summe dieser drei Anteile berechnen und es gilt

$$\phi = \phi_p + \phi_s + \phi_i \quad . \quad (2.57)$$

Geht man des weiteren von einer kollinearen Phasenanpassung aus, so gilt $k_p = k_i + k_s$ und Gl. (2.57) lässt sich vereinfachen zu

$$\phi = k_p \left((L_B + L'_B) - (L_A + L'_A) \right) - \Delta\phi_{\lambda/2} \quad . \quad (2.58)$$

Das Photonenpaar sammelt wegen der Energieerhaltung somit nach der Konversion dieselbe Propagationsphase auf wie das Pumpphoton. Das Interferometer bietet somit die Möglichkeit die Phasen des Zustandes über das Pumplicht zu stabilisieren (siehe Kapitel 2.6). Durch das Einbringen eines zusätzlichen dispersiven Mediums im Weg L'_A bzw. L'_B kann die Phasen zwischen Pumplicht und Photonen weiter verschoben werden.

2.5.2 Ausgangszustand des Interferometers

Der Ausgangszustand der beiden Photonenpaare hinter dem PBS lässt sich ausgehend von Gl. (2.54) durch Anwenden der Transformationsvorschrift eines PBS berechnen. Diese lässt sich mathematisch in der Form

$$\begin{aligned}
 a_{1,H}^\dagger &= \sqrt{T_H} a_{A,H}^\dagger - \sqrt{R_H} a_{B,H}^\dagger \\
 a_{2,H}^\dagger &= \sqrt{R_H} a_{A,H}^\dagger + \sqrt{T_H} a_{B,H}^\dagger \\
 a_{1,V}^\dagger &= \sqrt{T_V} a_{A,V}^\dagger - \sqrt{R_V} a_{B,V}^\dagger \\
 a_{2,V}^\dagger &= \sqrt{R_V} a_{A,V}^\dagger + \sqrt{T_V} a_{B,V}^\dagger
 \end{aligned} \tag{2.59}$$

schreiben. Hier bezeichnet $T_P = 1 - R_P$ die Transmissivität bzw. Reflexivitäten für die entsprechende Polarisation P . A, B bezeichnen hier die beiden Ausgänge des PBS. Anwenden von (2.59) auf (2.54) liefert

$$\begin{aligned}
 |\psi_{\text{out}}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} \left[\left(C_1 \sqrt{T_H T_V} + C_2 e^{i\phi} \sqrt{R_H R_V} \right) a_{A,H}^\dagger a_{A,V}^\dagger \right. \\
 &\quad + \left(C_1 \sqrt{T_H R_V} - C_2 e^{i\phi} \sqrt{R_H T_V} \right) a_{A,H}^\dagger a_{B,V}^\dagger \\
 &\quad + \left(C_1 \sqrt{R_H T_V} - C_2 e^{i\phi} \sqrt{T_H R_V} \right) a_{A,V}^\dagger a_{B,H}^\dagger \\
 &\quad \left. + \left(C_1 \sqrt{R_H R_V} + C_2 e^{i\phi} \sqrt{T_H T_V} \right) a_{A,V}^\dagger a_{B,H}^\dagger \right] |0_{A,H}, 0_{A,V}, 0_{B,H}, 0_{B,V}\rangle \ .
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

als Zustand hinter dem PBS.

Für den Fall eines idealen PBS gilt $T_H = R_V = 1$ und damit $T_V = R_H = 0$. Somit vereinfacht sich Gl. (2.60) zu

$$|\psi_{\text{out}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} \left(C_1 a_{A,H}^\dagger a_{B,V}^\dagger - C_2 e^{i\phi} a_{A,V}^\dagger a_{B,H}^\dagger \right) |0_{A,H}, 0_{A,V}, 0_{B,H}, 0_{B,V}\rangle \ . \tag{2.61}$$

Dies entspricht für gleiche Raten in beiden Armen ($C_1 = C_2$) und einer Phase von $\phi = \pi$ dem maximal verschränkten Bell-Zustand

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|1_{A,H}, 0_{A,V}, 0_{B,H}, 1_{B,V}\rangle + |0_{A,H}, 1_{A,V}, 1_{B,H}, 0_{B,V}\rangle \right) \ . \tag{2.62}$$

Hieran erkennt man, dass jede Abweichung vom idealen PBS zu einer Verringerung der Wahrscheinlichkeit dafür führt, einen maximal verschränkten Zustand zu erzeugen. Die

Wahrscheinlichkeit jeweils $|\Psi^+\rangle$ bzw. $|\Psi^-\rangle$ zu erzeugen ergibt sich ausgehend von Gl. (2.60) zu:

$$\begin{aligned}
 P_{|\Psi^\pm\rangle}(T_H, T_V, C_1, C_2, \phi) &= \left| \langle \Psi^\pm | \psi_{\text{out}} \rangle \right|^2 \\
 &= \frac{1}{2(C_1^2 + C_2^2)} \left(\left| C_1 \sqrt{T_H R_V} - C_2 e^{i\phi} \sqrt{R_H T_V} \right|^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left| C_1 \sqrt{R_H T_V} - C_2 e^{i\phi} \sqrt{T_H R_V} \right|^2 \right) \quad (2.63)
 \end{aligned}$$

Hier ist es daher zunächst notwendig durch den Aufbau eine gleiche Ausgangs- bzw. Koinzidenzrate in den beiden Armen zu gewährleisten. In diesem Fall ($C_1 = C_2$) vereinfacht sich die Formel für die Wahrscheinlichkeit zu

$$\begin{aligned}
 P_{|\Psi^\pm\rangle}(T_H, T_V, \phi) &= \left| \langle \Psi^\pm | \psi_{\text{out}} \rangle \right|^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left(\left| \sqrt{T_H R_V} - e^{i\phi} \sqrt{R_H T_V} \right|^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left| \sqrt{R_H T_V} - e^{i\phi} \sqrt{T_H R_V} \right|^2 \right) \quad . \quad (2.64)
 \end{aligned}$$

Für einen reinen Zustand entspricht diese Wahrscheinlichkeit genau der Fidelity des Zustands.

$$F = \langle \Psi^\pm | \rho_{\text{out}} | \Psi^\pm \rangle = \langle \Psi^\pm | \psi_{\text{out}} \rangle \langle \psi_{\text{out}} | \Psi^\pm \rangle = \left| \langle \Psi^\pm | \psi_{\text{out}} \rangle \right|^2 \quad (2.65)$$

2.5.3 Korrelationsfunktion zweiter Ordnung

Wie bereits angemerkt besitzen die beiden erzeugten Photonen eine starke zeitliche Korrelation. Um diese Eigenschaft im Experiment messen zu können, teilt man die beiden erzeugten Photonen an einem PBS auf und detektiert beide separat an einem eigenen Detektor. Die Detektion selbst erfolgt mit jeweils einer Lawinenphotodiode (engl. *avalanche photodiode*, APD). Für die Messung von Interesse ist hierbei die Koinzidenzrate R_C der beiden Kanäle. Diese lässt sich über die Signal-Idler-Korrelationsfunktion $g^{(1,1)}(\tau)$ aus den Einzelevents der beiden Detektoren bestimmen. Die Korrelationsfunktion zwischen der Mode s , gemessen am Ort \vec{r}_s zur Zeit t und der Mode i , gemessen am Ort \vec{r}_i zur Zeit $t + \tau$ ist für eine Quelle im stationären Zustand definiert als [31]

$$g^{(1,1)}(\tau) = \langle \Psi_{\text{SPDC}} | \hat{E}^\dagger(\vec{r}_s, t) \hat{E}^\dagger(\vec{r}_i, t + \tau) \hat{E}(\vec{r}_i, t + \tau) \hat{E}(\vec{r}_s, t) | \Psi_{\text{SPDC}} \rangle \quad . \quad (2.66)$$

Der Erwartungswert, bzw. das Ensemblemittel wird im Experiment hierbei durch eine Mittlung über eine große Anzahl an detektierten Photonen realisiert.

Eine genauer Auswertung von Gl. (2.66) findet sich in [41]. Hier soll dagegen eine vereinfachte, anschauliche Variante, die aber zum qualitativ gleichen Ergebnis kommt, vorgestellt werden.

Jeder Resonanzpeak des Resonators kann als Lorentzpeak der Form

$$U_{s,i}(\omega_{s,i}) = \frac{1}{\gamma_{s,i} + i\omega_{s,i}} \quad (2.67)$$

approximiert werden. Hierbei bezeichnet $\gamma_{s,i}$ die Dämpfungskonstante des Resonators. Für einen schmalen Bereich $\delta\omega$ ergibt sich der gemeinsame Spektralbereich (engl. *joint spectral function*, JSF) aus dem Produkt zu

$$f(\delta\omega) = \frac{\gamma_s}{\gamma_s + i\delta\omega} \frac{\gamma_i}{\gamma_i - i\delta\omega} \quad (2.68)$$

Die Korrelationsfunktion ergibt sich damit aus der inversen Fourier-Transformation $\tilde{f}(\tau)$ des JSF zu [32]

$$\begin{aligned} g^{(1,1)}(\tau) &= \left| \tilde{f}(\tau) \right|^2 \\ &\propto \Theta(\tau) \exp(-2\gamma_s\tau) + \Theta(-\tau) \exp(2\gamma_i\tau) \quad . \end{aligned} \quad (2.69)$$

Die Funktion setzt sich also aus zwei exponentiellen Zerfällen zusammen und ist i.A. asymmetrisch. Die Zerfallskonstante entspricht hierbei jeweils der Resonatordämpfung für Signal- bzw. Idler-Photon.

2.6 Mach-Zehnder-Interferometer

Bei der Berechnung des Phasenfaktors wurde bereits auf das vom Pumplicht gebildete Interferometer eingegangen. In diesem Kapitel soll dieses nochmals aufgegriffen und ausführlich erläutert werden, da es für die Stabilisierung des Zustandes verwendet wird. Betrachtet wird dazu das in 2.8 schematisch dargestellte Mach-Zehnder-Interferometer. Dieses besteht aus zwei 50:50-Strahlteilern und zwei Spiegeln. Das einfallende elektrische Feld sei gegeben durch E_0 . Die beiden Wege zwischen den Strahlteilern sind bei dieser Form des Interferometers konstruktionsbedingt immer gleich lang.

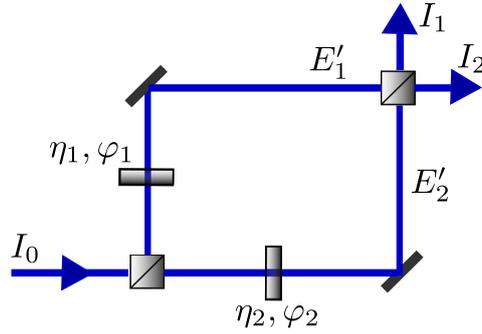


Abbildung 2.8: Schematischer Aufbau eines Mach-Zehnder-Interferometers aus zwei Strahlteiler-Würfeln und zwei Spiegeln. Zusätzlich können Verluste η_1, η_2 und zusätzliche Phasenverschiebungen ϕ_1, ϕ_2 in den beiden Armen auftreten.

Zunächst wird ein ideales Interferometer, das heißt ohne die zusätzlichen Phasenverschiebungen von φ_1 bzw. φ_2 und den Verlusten η_1 und η_2 in der Abbildung betrachtet. Um das Verhalten der Ausgänge I_1 und I_2 zu verstehen, muss zuerst das Verhalten der einfallenden Welle bei Reflexion bzw. Transmission an den optischen Elementen betrachtet werden.

Bei der Reflexion des Lichts an dem optisch dichteren Medium der Spiegel erfährt das Feld jeweils eine Phasenverschiebung um π . An den beiden Strahlteilerwürfeln treten hingegen zwei Effekte auf. Bei Transmission erfährt der Strahl eine Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2}$. Wohingegen der reflektierte Strahl keine Phasenverschiebung erfährt [20]. Das Licht über den oberen Weg zu I_1 sammelt somit insgesamt eine Phase von π auf, wohingegen der untere Strahl eine Phase von 2π aufammelt. Somit sind die beiden Felder um π phasenverschoben und interferieren destruktiv.

Anders verhält es sich auf dem Weg zu I_2 . Hier sammelt das Licht auf beiden Wegen eine Phase von $\frac{3\pi}{2}$ auf. Es gibt somit keine Phasenverschiebung und die beiden Felder interferieren konstruktiv.

Im Folgenden sollen nun die beiden zusätzlichen Phasenverschiebungen φ_1 und φ_2 sowie unterschiedliche Verluste η_1 und η_2 in den beiden Armen eingeführt werden. In diesem Fall ergeben sich die Felder vor dem zweiten Strahlteiler jeweils zu

$$E'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \eta_1 \exp(\pi i + i\varphi_1) \quad (2.70)$$

$$E'_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \eta_2 \exp\left(i\frac{3\pi}{2} + i\varphi_2\right) \quad (2.71)$$

Das elektrische Feld E_1 hinter dem zweiten Strahlteiler hat dann die Gestalt

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2}E_0 [\eta_1 \exp(\pi i + i\varphi_1) + \eta_2 \exp(2\pi i + i\varphi_2)] \\ &= \frac{1}{2}E_0 [-\eta_1 \exp(i\varphi_1) + \eta_2 \exp(i\varphi_2)] . \end{aligned} \quad (2.72)$$

Für die Messung von Interesse ist allerdings die Intensität I , welche proportional zum Betragsquadrat des Feldes ist. Für die Intensität I_1 ergibt sich somit

$$I_1 \propto \frac{1}{4}I_0 \left[\eta_1^2 + \eta_2^2 - 2\eta_1\eta_2 \cos(\underbrace{\varphi_1 + \varphi_2}_{\varphi}) \right] . \quad (2.73)$$

In Analogie lässt sich auch das elektrische Feld E_2 berechnen und es gilt

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{1}{2}E_0 \left[\eta_1 \exp\left(\frac{3\pi}{2}i + i\varphi_1\right) + \eta_2 \exp\left(\frac{3\pi}{2}i + i\varphi_2\right) \right] \\ &= -\frac{1}{2}iE_0 [\eta_1 \exp(i\varphi_1) + \eta_2 \exp(i\varphi_2)] . \end{aligned} \quad (2.74)$$

Die Intensität I_2 ergibt sich dann zu

$$I_2 \propto \frac{1}{4}I_0 [\eta_1^2 + \eta_2^2 + 2\eta_1\eta_2 \cos(\varphi)] . \quad (2.75)$$

Betrachtet man nun einen realen Laser als Eingangssignal hat man das Problem, dass die Leistung und somit die Intensität I_0 ebenfalls schwanken können und zudem verwechselt sind. Um diese Schwankung und das Rauschen von Interferenzeffekten im Ausgangssignal unterscheiden zu können, darf die eigentliche Messgröße nicht mehr von der Anfangsintensität I_0 abhängen.

Eine Möglichkeit dies zu realisieren ist es, die Größe

$$s = \frac{I_2 - I_1}{I_1 + I_2} = \frac{2\eta_1\eta_2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} \cos(\varphi) \quad (2.76)$$

als Messsignal zu betrachten.

3 Aufbau der Photonenpaar-Quelle

In diesem Kapitel wird kurz der Aufbau der bereits bestehenden Photonenpaar-Quelle und deren Erweiterung in Form eines „Sagnac“-Aufbaus beschrieben. Die Photonenpaar-Quellen bilden dabei nur einen Teil eines größeren Experiments, welches die gezielte Kontrolle und Manipulation einzelner Ionen ermöglicht. Die Photonenpaar-Quelle ist deshalb so konzipiert, dass sie resonant zum $P_{3/2}-D_{5/2}$ Übergang eines in einer linearen Paulfalle gefangenen ^{40}Ca -Ions ist.

Der erste Teil dieses Kapitels widmet sich zunächst der bestehenden Quelle und beschreibt deren grundlegenden Aufbau [26], da dies die Grundlage für die Erweiterung bildet. Im zweiten Teil wird dann konkret auf die Komponenten der Erweiterung in Form einer von zwei Seiten gepumpten und über ein Interferometer stabilisierten „Sagnac“-Quelle eingegangen. An dieser Stelle sollen auch die Ergebnisse der Simulation der Strahlengänge mittels Matrizenoptik dargestellt werden (siehe auch Anhang A).

3.1 Vorhandene SPDC-Quelle

Bei der bereits bestehenden Photonenpaar-Quelle handelt es sich um eine doppelt resonante, frequenzentartete SPDC-Quelle (*„cavity-enhanced SPDC source“*) wie sie bereits theoretisch im Grundlagenkapitel 2.4 angesprochen wurde. Bei dieser Form der SPDC-Quelle befindet sich der nichtlineare Kristall, in dem die Konversion stattfindet, innerhalb eines optischen Resonators. Als Kristall mit der gewünschten $\chi^{(2)}$ -Suszeptibilität wird in diesem Fall Kaliumtitanylphosphat (KTiOPO_4) kurz KTP verwendet. Der Kristall ist durch periodische Polung zur Konversion von 427 nm nach 854 nm optimiert. Der den Kristall umgebende Resonator ist aus 4 Spiegeln in bow-tie-Konfiguration aufgebaut und resonant für Licht mit einer Wellenlänge von 854 nm. Durch die Wahl der dielektrischen Beschichtung (engl. *coatings*) der Resonatorspiegel (hoch reflektiv (HR > 99,9 %) für 854 nm und hoch transmissiv (HT) für 427 nm) kommt es nur im Infraroten

zur Überhöhung des Lichtfeldes innerhalb des Resonators. Durch entsprechende Wahl einer anderen Beschichtung können zudem die Photonen gezielt an einem bestimmten Spiegel ausgekoppelt werden. Der schematische Aufbau der Quelle ist in Abb. 3.1 dargestellt. Der Auskoppelspiegel, in der Abbildung unten rechts, hat hier eine Reflektivität von 96 %. Der Resonator hat eine Finesse von 150 für H-polarisiertes und 120 für V-polarisiertes Licht. Wie der Grafik zu entnehmen ist, befindet sich zusätzlich

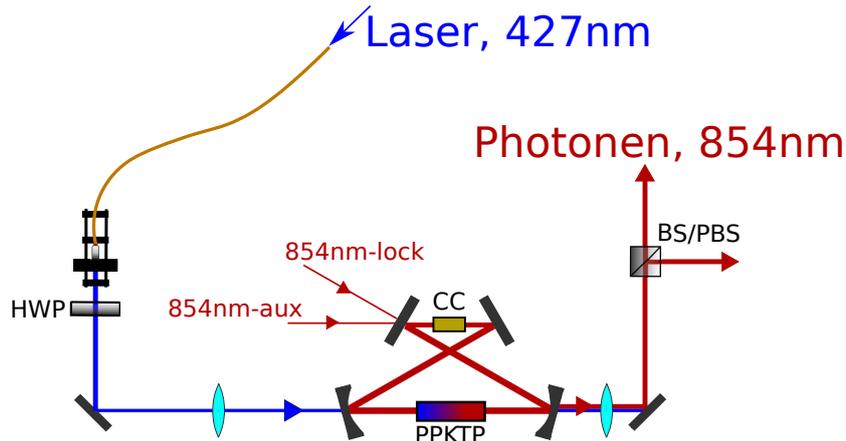


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau der bisherigen Quelle mit Resonator in bow-tie-Konfiguration. Bei den beiden unteren Spiegeln handelt es sich um gekrümmte Spiegel mit $R = 50$ mm. Der rechte ist dabei als Auskoppelspiegel ausgelegt. Entsprechend verlassen die erzeugten Photonen den Resonator nur auf dieser Seite. Innerhalb des optischen Resonators befindet sich der Konversionskristall (PPKTP) und ein Kompensationskristall (CC). Die Quelle wird bei diesem Aufbau von links mit blauem Licht gepumpt. Zur Anpassung der Polarisation befindet sich eine $\lambda/2$ -Platte (HWP) hinter der Faser. Zur Stabilisierung dienen die beiden Strahlen 854 nm-lock und 854 nm-aux. Die Photonen werden an einem Strahlteiler (BS) oder polarisierenden Strahlteiler (PBS) aufgeteilt.

zum Konversionskristall noch ein Kompensationskristall (CC) innerhalb des Resonators. Bei diesem handelt es sich ebenfalls um KTP. Die Kristallachse ist um 90° zur Strahlrichtung verkippt. Somit ist es möglich die Auswirkung der Doppelbrechung des Konversionskristalls zu kompensieren. Durch den zusätzlichen Kristall ist es trotz Frequenzentartung möglich, die Quelle sowohl für Signal- als auch für die Idlerphotonen resonant zu halten.

Beim 427 nm-Pumplicht für den Konversionsprozess handelt es sich um frequenzverdoppeltes Licht eines 854 nm Diodenlasers. Dieser Umweg über das SHG Licht (engl. *second harmonic generation*), quasi der entgegengesetzte Prozess zur SPDC, des 854 nm-Lasers wurde gewählt, da zur Manipulation des Ions bereits Laserlicht der entsprechenden Wellenlänge benötigt wird. Somit kann Kohärenz zwischen diesem Manipulationslicht und

den Photonen der SPDC-Quelle erreicht werden. Der Diodenlaser kann bei entsprechenden Experimenten auf die Calcium-Resonanz stabilisiert werden. Die im Konversionsprozess erzeugten Photonen sind somit ebenfalls resonant zum Ion. Das 854 nm Licht wird gleichzeitig zur Stabilisierung des Resonators verwendet. Der Stabilisierungsstrahl (854 nm-lock) wird hier unter einem Winkel von 30° über einen HR-Spiegel für 854 nm in den Resonator eingekoppelt. Stabilisiert wird hierbei mit der Pound-Drever-Hall-Technik [13] auf die Reflexion am entsprechenden Resonatorspiegel, dessen minimale Transmission ausreichend ist. Zusätzlich ist es auch möglich die Stabilisierung über einen Hilfsstrahl (854 nm-aux) unter 0° zu betreiben. Dies ist insbesondere für das spätere Ausrichten der Bauteile wichtig.

Ein wichtiger Punkt für die Realisierung hoher Photonenraten und Effizienzen ist die Fokussierung des Pumpstrahls in den Kristall. Hierbei spielen auch der Strahldurchmesser und die richtige Modenform eine wichtige Rolle. Der Pumpstrahl wird dafür nach dem Austritt aus dem Laser in eine „single-mode“-Faser eingekoppelt, wodurch die räumliche Mode bestimmt ist. Diese lässt sich in guter Näherung als Gauß-Strahl beschreiben. Zur Auskopplung des Strahls aus der Faser wird eine Linse mit $f = 12$ mm Brennweite verwendet. Bei einem Modenfelddurchmesser der Faser von $2,5 \mu\text{m}$ (*Thorlabs P3-405B-FC-5*) hat der austretende, leicht divergente Strahl damit einen Strahldurchmesser von 2,15 mm. Dieser Strahl wird dann über eine Linse mit Brennweite $f = 200$ mm, welche sich im Abstand von ca. 180 mm vom Kristallmittelpunkt befindet in diesen fokussiert. Da im Kristall nur eine Polarisation konvertiert wird, befindet sich zusätzlich hinter dem Faserausgang eine $\lambda/2$ -Platte (HWP) um die Polarisation entsprechend anzupassen.

3.1.1 Pumpstrahlengang

Um einen Anhaltspunkt im Bezug auf die Strahlteile im Kristall des Pumpstrahls der Quelle vor und nach dem Umbau zu haben und keine Daten hierfür vorlagen, wurde der Pumpstrahl hinter dem Resonator und einer weiteren Linse mit Brennweite von $f = 100$ mm im Abstand von ca. 100 mm vom Kristallzentrum vermessen und daraus der Strahlengang rekonstruiert. Zur Messung des Strahlprofils kommt hierbei eine CCD-Kamera zum Einsatz. Diese wird in einem Abstand von 225 mm vom Kristallzentrum platziert und von dort in 1 cm-Schritten vom Kristall weg bewegt. Bei jeder Position wird dabei ein Bild aufgenommen. Die damit erhaltenen Grauwerte spiegeln

die Intensitätsverteilung des Strahls wieder und lassen sich durch eine zweidimensionale Gaußglocke der Form

$$I(x, y) = z_0 + A \exp \left(-2 \left(\frac{(x - x_0)^2}{\omega_x^2} + \frac{(y - y_0)^2}{\omega_y^2} \right) \right) \quad (3.1)$$

fiten. Durch Auftragung des daraus erhaltenen Strahlradius in x -Richtung ω_x bzw. des Strahlradius in y -Richtung ω_y gegen die Position der Kamera erhält man den gesuchten Zusammenhang zwischen Strahldurchmesser und Abstand. Dieser wiederum lässt sich durch einen Gauß-Strahl der Form

$$g = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{(x - x_0) \lambda}{\omega_0 \pi} \right)^2} \quad (3.2)$$

fiten. Hieraus erhält man schließlich den Parameter ω_0 . Damit ist der Gaußstrahl vollständig charakterisiert. Die entsprechenden Messergebnisse mit Fit der Form (3.2) für den durch den Resonator transmittierten Strahl sind in Abb. 3.2 dargestellt. Aus dem

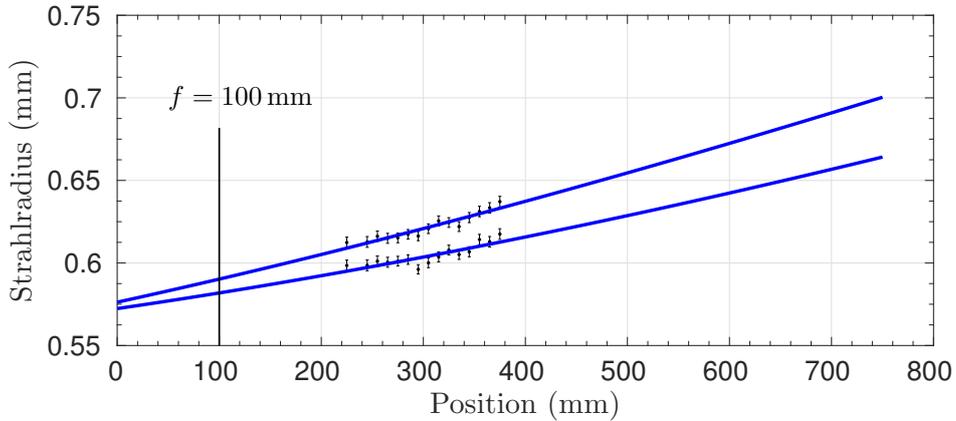


Abbildung 3.2: Messung des durch den Resonator transmittierten Pumpstrahl der SPDC-Quelle mit Fit entsprechend Gl. 3.2. Die Linse zum kollimieren des Photonen-Strahls befindet sich bei 100 mm.

Fit ergibt sich für die Strahltaile hinter der $f = 100$ mm-Linse in x -Richtung ein Wert von $\omega_{0,x} = 535(21) \mu\text{m}$ und in y -Richtung ein Wert von $\omega_{0,y} = 499(18) \mu\text{m}$. Der Grund für den Unterschied der beiden Werte ist, dass der Strahl beim Durchtritt durch die gekrümmten Resonatorspiegel leicht elliptisch wird.

Durch Kenntnis des Strahlprofils nach der 100 mm-Linse, des Strahldurchmessers am Koppler und der Position aller optischen Elemente bis auf die Kopplerlinse ist es nun möglich den gesamten Strahlengang zu rekonstruieren. Dazu wird in der Simulation die

Kopplerlinse soweit verschoben, bis der Strahl nach dem Resonator möglichst gut mit dem Messergebnis aus Abb. 3.2 übereinstimmt. Das Ergebnis dieser Simulation ist in Abb. 3.3 dargestellt. Aus der Simulation lässt sich nun der Wert für die Strahltaile im

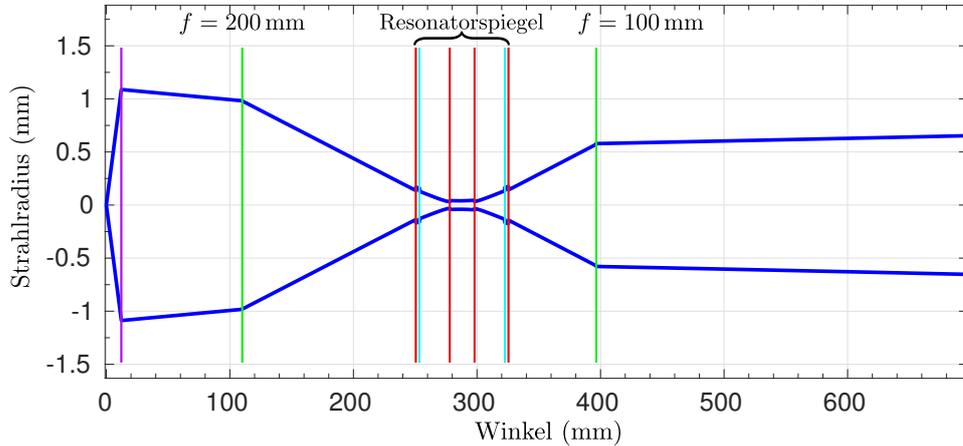


Abbildung 3.3: Simulation des Strahlengangs des Pumpstrahls vom Koppler bis hinter den Resonator. Die erste violette vertikale Linie stellt die Kopplerlinse mit $f = 12$ mm dar. Die roten vertikalen Linien kennzeichnen einen Brechungsindexwechsel an einer planen Fläche. Die cyanfarbigen vertikalen Linien kennzeichnen einen Brechungsindexwechsel an einer gekrümmten Fläche. Die Strahltaile im Kristall beträgt laut Simulation $\omega_0 = 23,7 \mu\text{m}$. Die Sprünge im Strahlradius bei einem Wechsel des Brechungsindizes sind ein Artefakt einer fehlenden Renormierung im Gauß-Formalismus.

Konversionskristall abschätzen. Diese ergibt sich zu $\omega_0 = 23,7 \mu\text{m}$. Dieser Wert lässt sich mit der Strahltaile des SHG-Lichts vergleichen, welche im nächsten Abschnitt genauer untersucht wird. Die Strahltaile des SHG-Lichts entsteht im Kristall selbst und ist durch die Resonatorgeometrie bestimmt. Dies ist der angestrebte Wert für das Pumplicht.

3.1.2 SHG-Licht

Bei genügend hoher Leistung des 854 nm-Lock-Strahls lässt sich der Konversionskristall auch zur Erzeugung von SHG-Licht benutzen. Dies bietet den Vorteil, über das Strahlprofil des SHG-Lichts eine bessere Kopplung in den Kristall zu finden. Problematisch ist hierbei, dass die Impedanzanpassung des roten Lichts für den Lock-Strahl sehr schlecht ist (Einkopplung in Resonator über HR-Spiegel) und somit nur wenig Leistung in den Resonator übertragen wird. Bei einer Lockstrahlleistung von 8 mW und einem stabilisierten Resonator erhält man ca. 2 nW SHG-Licht. Diese Leistung genügt bereits

um den Strahl mit der CCD-Kamera betrachten zu können. Mit dem in 3.1.1 dargestellten Verfahren zur Bestimmung des Strahlprofils mittels CCD-Kamera kann auch hier das Strahlprofil bestimmt werden. Dieses ist in Abb. 3.4 dargestellt. Der Startpunkt für die Aufnahme der Bilder liegt 12,8 cm vom SPDC-Kristall Zentrum entfernt. Die Bilder wurde alle 5 mm aufgenommen. Aus dem Fit ergibt sich eine Strahltaile

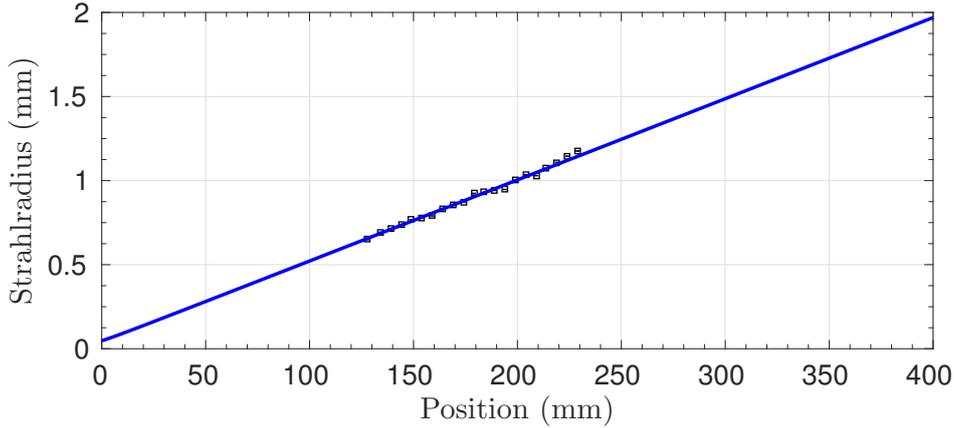


Abbildung 3.4: Gemessenes Strahlprofil des SHG Lichts mit Fit gemäß Gl. 3.2. Die Strahltaile im Kristall beträgt $\omega_0 = 28,1(5) \mu\text{m}$.

von $\omega_0 = 28,1(5) \mu\text{m}$. Vergleicht man dies mit dem simulierten Wert für die Strahltaile, sieht man, dass diese noch leicht verschieden sind. Für den Pumpstrahlengang mit Sagnac-Aufbau wird versucht, die hier ermittelte Strahltaile und das Strahlprofil des SHG-Lichts besser zu reproduzieren. Dazu wird die ermittelte Strahltaile als Ausgangspunkt für die Simulation des neuen Strahlengangs benutzt.

3.2 Sagnac-SPDC-Quelle

In diesem Kapitel soll nun der grundlegende Aufbau der Sagnac-Erweiterung beschrieben und die entsprechenden Simulationsergebnisse für die zu erwarteten Strahlengänge gezeigt werden. Zentrum des neuen Aufbaus bildet hierbei nach wie vor die bereits bestehende Quelle. Um einen mechanisch möglichst stabilen Aufbau zu gewährleisten, werden die Teile der Erweiterung direkt mit der Grundplatte der bisherigen Quelle verschraubt.

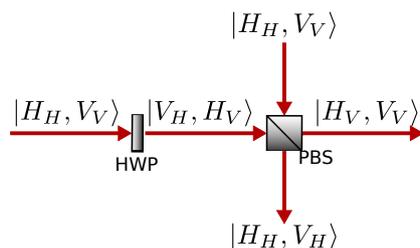


Abbildung 3.5: Überlagerung der Teilamplituden eines Photonenpaares. Die Teilamplituden sind hierbei in Form eines Kets mit Polarisation H bzw. V dargestellt. Die Indizes kennzeichnen hierbei die Polarisation, in der die entsprechende Teilamplitude entstanden ist.

3.2.1 Pumpstrahlengang

Zentral für die Umsetzung des Sagnac-Aufbaus in der hier realisierten Form ist es, den Kristall durch zwei gegeneinander propagierende Strahlen zu pumpen. Hierbei entsteht ein Photonenpaar, welches jeweils eine Teilamplitude $|H_H, V_V\rangle$ in beide Bewegungsrichtungen besitzt. Dies ist in Abb. 3.5 verdeutlicht. Die Indizes kennzeichnen jeweils die Polarisation, in der die entsprechende Teilamplitude entstanden ist. Nach der Drehung der Polarisation in einem Arm werden die Teilamplituden am PBS wieder überlagert. Somit befinden sich in jedem Ausgang nur jeweils Teilamplituden, welche in der gleichen Polarisation entstanden sind. Dies bietet den direkten Vorteil, dass mögliche Effekte, welche im Konversions- bzw. Kompensationskristall auftreten und zur Unterscheidbarkeit der Photonen führen würden, sich in gleicher Weise auf beide Photonen des Paares auswirken. Die Photonen lassen sich somit anhand dieser Eigenschaften nicht mehr unterscheiden.

Der experimentelle Aufbau mit der bisherigen Quelle und dem umgebenden Mach-Zehnder-Interferometer des Pumplichtes ist schematisch in Abb. 3.6 dargestellt.

Der frequenzverdoppelte Diodenlaser mit einer Wellenlänge von 427 nm wird zunächst in eine Faser eingekoppelt und verlässt diese wieder unmittelbar vor dem eigentlichen Aufbau. Die Strahltaile beträgt für den kollimierten Strahl $\omega_0 = 1075 \mu\text{m}$. Da dies, wie die spätere Simulation zeigt, noch zu groß für die Fokussierung in den Kristall ist, wird der Strahl zunächst mit Hilfe eines 1:4-Teleskops bestehend aus einer plankonvexen Linse mit Brennweite $f = 200 \text{ mm}$ und einer plankonkaven Linse mit Brennweite $f = -50 \text{ mm}$ auf die benötigte Strahltaile von $\omega_0 = 248 \mu\text{m}$ verkleinert. Dieser Strahl wird dann an einem 50:50-Strahlteiler (BS) in zwei Teilstrahlen aufgespalten.

Da nur eine Polarisation im Kristall konvertiert wird, befindet sich unmittelbar nach der Faser noch Polarisationsoptik. Diese besteht aus einer $\lambda/2$ -Platte (HWP) um die

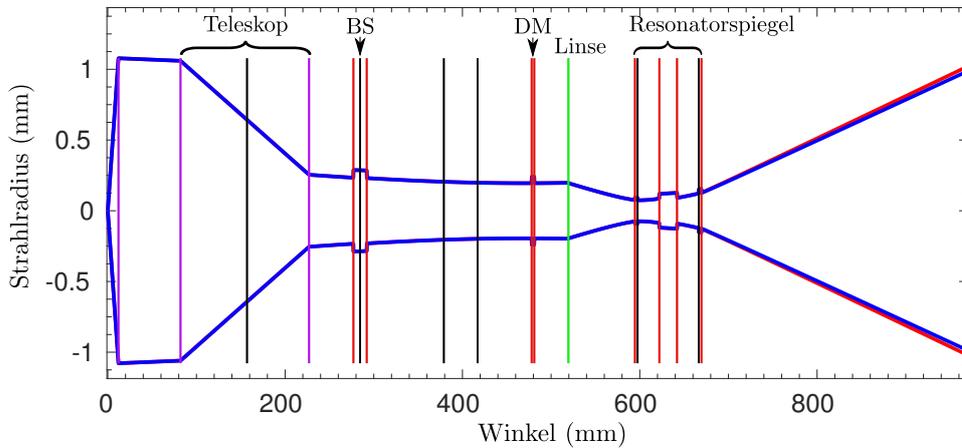
ren Spiegeln (PM) umgelenkt. Diese dienen der Phasenstabilisierung des durch den Aufbau gebildeten Interferometers. Auf die entsprechende Realisierung dieser Stabilisierung wird später noch ausführlich eingegangen. Nach den Spiegeln wird der Strahl durch einen dichroitischen Spiegel (DM) transmittiert und anschließend ebenfalls über eine $f = 100$ mm-Linse in den Kristall fokussiert. Da beide Strahlen im Kristall die selbe Strahltaile besitzen sollen, wird für beide Fokussierungen die gleiche Brennweite der Linsen gewählt. Außerdem ist der vom Pumplicht in beiden Richtungen zurückgelegte Weg gleich lang.

Die Randbedingung für das Design des Pumpstrahlengangs ist es, dass der Fokus im Konversionskristall optimal ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn der in den Kristall fokussierte Strahl die gleiche Form hat, wie das aus dem Kristall austretende SHG-Licht. Das hierfür benötigte Strahlprofil und die Strahltaile wurden bereits im vorherigen Abschnitt vorgestellt. In Abb. 3.7a) und 3.7b) sind die entsprechenden Simulationsergebnisse für den reflektierten bzw. transmittierten Strahl dargestellt. Die Strahltaile im Kompensationskristall beträgt $48,4\ \mu\text{m}$ für den reflektierten Strahl und $48,5\ \mu\text{m}$ für den transmittierten Strahl. Die beiden Strahltaillen innerhalb des Kristalls sind somit nahezu identisch. Im Vergleich zu der gewünschten Strahltaile des SHG-Lichts sind diese aber ca. doppelt so groß. Dies liegt daran, dass das Strahlprofil des SHG-Lichts zunächst mit einer falschen Wellenlänge ($854\ \text{nm}$ statt $427\ \text{nm}$) angefittet wurde. Entsprechend basieren die Simulationen und die gewählten Komponenten des Teleskops auch auf dieser Strahltaile. Im Experiment konnte die falsche Strahltaile durch Bewegung der Teleskop-Linsen und der Kopplerlinse teilweise kompensiert werden. Ein Austausch des 1:4-Teleskop gegen ein 1:2-Teleskop wird zu einer weiteren Verbesserung der Konversionseffizienzen beitragen können. Dies konnte im Rahmen der Masterarbeit jedoch nicht mehr umgesetzt werden.

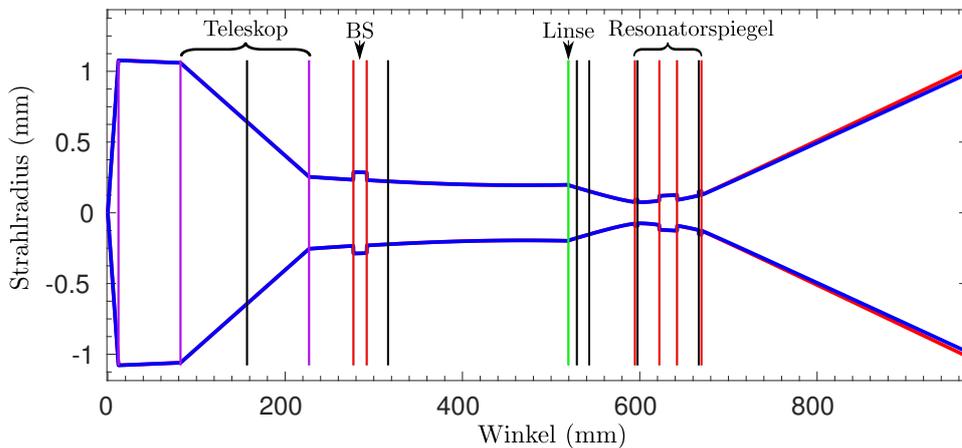
3.2.2 Ausgangsstrahlengang

Die im Kristall erzeugten Photonen können den Resonator am Auskoppelspiegel verlassen. Die vom transmittierten Pumpstrahl erzeugten Photonen verlassen den Resonator dabei unter einem Winkel von 0° . Die vom reflektierten Pumpstrahl erzeugten Photonen verlassen dagegen den Resonator unter einem Winkel von 30° .

Die 0° -Photonen werden über einen dichroitischen Spiegel (DM) auf einen polarisierenden Strahlteiler (PBS) gelenkt und dort mit den 30° -Photonen überlagert. Der Strahl



(a) Simulation des reflektierten Strahlengangs



(b) Simulation des transmittierten Strahlengangs

Abbildung 3.7: Simulation des reflektierten und transmittierten Strahlengangs. Rote Linien: Grenzflächen zum optisch dichteren Medium. Grüne Linien: 100 mm-Linse. Schwarze Linien: Umlenkspiegel. Violette Linien: Teleskop und Kopplerlinse. Der Konversionskristall befindet sich bei ca. 660 mm. Die Strahltaile im Kompensationskristall beträgt $48,4\ \mu\text{m}$ für den reflektierten Strahl und $48,5\ \mu\text{m}$ für den transmittierten Strahl. Die Sprünge im Strahlradius bei einem Wechsel des Brechungsindizes sind ein Artefakt einer fehlenden Renormierung im Gauß-Formalismus.

ist hierbei zunächst divergent und wird durch die $f = 100\ \text{mm}$ Linse, die auch zur Fokussierung des blauen Lichts dient, kollimiert.

Die Photonen aus dem 30° -Strahl legen einen anderen Weg als die Photonen des anderen Arms zurück und besitzen eine andere Strahlform. Die Strahlform unterscheidet sich von den 0° -Photonen da es innerhalb des Resonators zwei unterschiedliche Fokussierungen gibt. Das Licht im Resonator ist durch die gekrümmten Spiegel einmal

in den Konversionskristall und einmal in den Kompensationskristall fokussiert. Beide Fokussierungen unterschieden sich hierbei. Die Photonen, welche vom transmittierten Pumpstrahl erzeugt werden und den Resonator unter 0° verlassen, haben ihren Fokus im Konversionskristall. Die Photonen, die vom reflektierten Pumpstrahl erzeugt werden und den Resonator unter 30° verlassen, haben dagegen ihren Fokus im Kompensationskristall. Folglich unterscheiden sich beide Strahlen. Um diese anzugleichen befindet sich ein zusätzliches Teleskop inklusive einer Zylinderlinse im Strahlengang. Das Teleskop besteht aus einer plankonkaven Linse mit $f = -25$ mm und einer plankonvexen Linse mit $f = 50$ mm. Die Zylinderlinse (in der Abb. nicht eingezeichnet) besitzt eine Brennweite von $f = 500$ mm und dient der Anpassung des Elliptizität der beiden Strahlen. Diese ist unterschiedlich, da die Photonen schräg auf den gekrümmten Auskoppelspiegel fallen und unterschiedliche Strahltaillen besitzen. Zudem legen die Photonen außerhalb des Resonators verschiedene Wege zurücklegen.

Zusätzlich zum Teleskop befindet sich noch eine $\lambda/2$ -Platte (HWP) innerhalb des 30° -Strahlengangs. Diese dient, wie zu Beginn des Kapitels erwähnt, der Drehung der Polarisation eines Ausgangs. Damit befinden sich nach der Überlagerung am PBS in jedem Arm jeweils nur Teilamplituden, welche in der gleichen Polarisation entstanden sind.

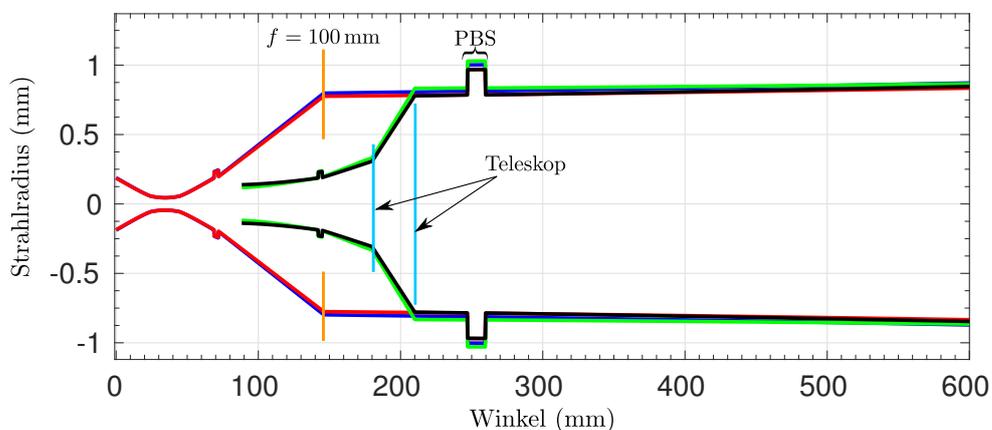


Abbildung 3.8: Strahlanpassung der Ausgangsphotonen. Die beiden Strahlen wurden zum besseren Vergleich zueinander verschoben, sodass die Position des PBS bei beiden an der gleichen Position ist. Rot/blau: Sagittaler und tangentialer Strahl der 0° Photonen. Grün/Schwarz: Sagittaler und tangentialer Strahl der 30° Photonen.

Das Ergebnis der simulierten Strahlanpassung ist in Abb. 3.8 dargestellt. Die beiden Strahlen bleiben, wie zu erkennen ist, noch leicht elliptisch, überlappen aber trotzdem sehr gut. Eine weitere Korrektur der Elliptizität beider Strahlen wäre prinzipiell denkbar um eine bessere Kopplung in eine single-mode-Faser zu erreichen, ist aber im Aufbau

aus Platzgründen schwer zu realisieren. Die benötigten Zylinderlinsen könnten aber auch vor den jeweiligen Fasern platziert werden.

3.2.3 Vermessung der Ausgangsstrahlen

Die im vorherigen Abschnitt vorgestellten Simulationen zeigen, dass mit den angegebenen Linsen eine gute Überlappung der Ausgangsstrahlen hinter dem PBS möglich ist. In diesem Abschnitt sollen die Ergebnisse der Messung der entsprechenden Strahlen vorgestellt werden und somit gezeigt werden, dass diese in Einklang mit der Simulation stehen.

Dazu wird die Leistung des Lock-Strahls für den Resonators erhöht und der Resonator stabilisiert. Die Transmission des Lock-Strahls durch den Resonator beträgt ca. 2%. Dies genügt um den Strahl mit Hilfe einer IR-Karte bzw. der CCD-Kamera zu sehen. Zur Vermessung des Strahlprofils wird die CCD-Kamera in einem Abstand von 980 mm vom Resonatormittelpunkt platziert und von dort in 1 cm-Schritten vom Resonator weg bewegt. Anhand der Grauwerte der Bilder kann dann wieder der Strahl rekonstruiert werden.

Durch Verwendung des „normalen“ Lockstrahls (854 nm-lock) erhält man die Transmission in den 30°-Strahl. Für den Hilfs-Lock-Strahl (854 nm-aux) die entsprechende Transmission in den 0°-Strahl. Eine Vermessung der beiden Strahlen ermöglicht es die richtige Position der 100 mm-Linse und des Teleskops im 30°-Strahl zu verifizieren. Das entsprechende Ergebnis der Strahlanpassung ist in Abb. 3.9 dargestellt. Zusätzlich sind die Positionen der beiden Koppler (F1 & F2) eingezeichnet. Dem Plot lässt sich entnehmen, dass die beide Strahlen am Koppler F2 gut, am Koppler F1 nicht ganz so gut überlappen. Eine Messung des Kopplungseffizienz hat gezeigt, dass es möglich ist, beide Strahlen mit ähnlich guten Effizienzen in die angeschlossene Faser einzukoppeln. Am Koppler F2 kann die Effizienz durch eine Kopplerlinse mit größerer Brennweite weiter verbessert werden.

3.3 Stabilisierung des Interferometers

In den vorangegangenen Kapiteln wurde bereits auf einige Aspekte der Stabilisierung des Interferometers eingegangen. An dieser Stelle soll dann konkret auf die elektronische

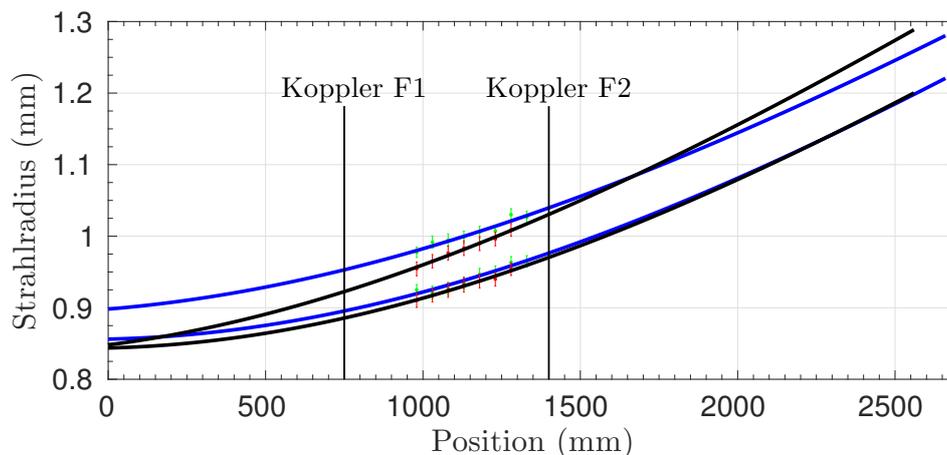


Abbildung 3.9: Ergebnis der Vermessung der beiden Ausgangsstrahlen. Grün: Datenpunkte des 0° -Strahl. Blau: Fit des 0° -Strahl gemäß Gl. (3.2). Rot: Datenpunkte des 30° -Strahls. Schwarz: Fit des 30° -Strahl gemäß Gl. (3.2).

Umsetzung eingegangen werden. Dazu wird im ersten Abschnitt die Simulation des Stabilisierungsstrahlengang vorgestellt. Im zweiten Abschnitt werden dann die verwendeten Komponenten erläutert.

3.3.1 Stabilisierungsstrahlengang

Das blaue Pumplicht bildet zwischen dem BS und dem roten PBS ein Mach-Zehnder-Interferometer. Um einen Drift der beiden Pumpstrahlen gegeneinander zu kompensieren und somit eine stabile Stehwelle im Kristall und damit eine feste Phase der später überlagerten Photonenamplituden zu erhalten, muss dieses aktiv stabilisiert werden. Außerdem ist es hierüber möglich die Phase des generierte Zwei-Photonen-Zustands zu manipulieren. Eine nicht konstante Phase führt zu einem Gemisch als Ausgangszustand. Die relevanten Strahlengänge sind in Abb. 3.10 dargestellt. Das blaue Licht, welches am roten PBS überlagert wird, stammt zum einen von einer geringen Reflexion am dichroitischen Spiegel (DM, HT für 427 nm) vom transmittierten Pumpstrahl. Dieser Strahl ist durch die Fokussierlinse der Gegenrichtung wieder kollimiert. Der Strahlengang hierfür ist in Abb. 3.11b) dargestellt.

Der zweite Strahl am PBS kommt von der Reflexion des reflektierten Pumpstrahls am Auskoppelspiegel des Resonators. Da dieser ebenfalls HT für blau ist, wird auch hier nur ein geringer Anteil reflektiert. Zudem muss der Strahl durch die Strahlformungsoptik der Photonen. Dies führt zu einer Aufweitung des Strahls. Der Verlauf ist in Abb. 3.11a) dargestellt.

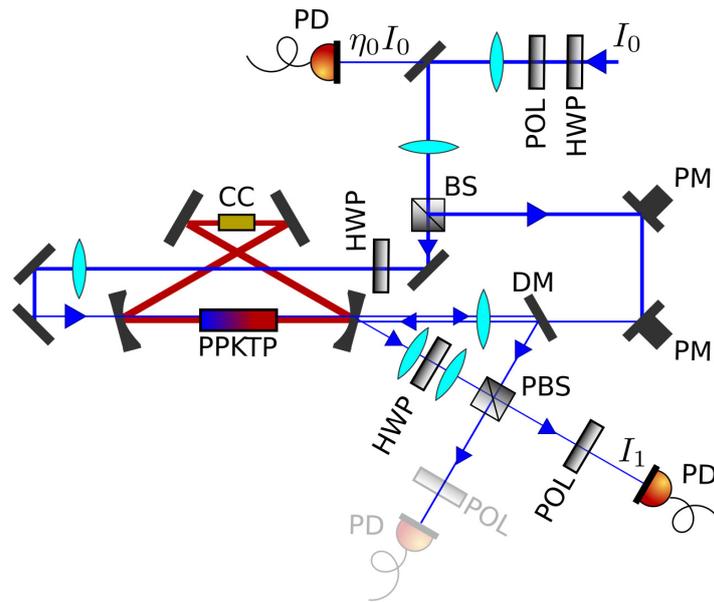
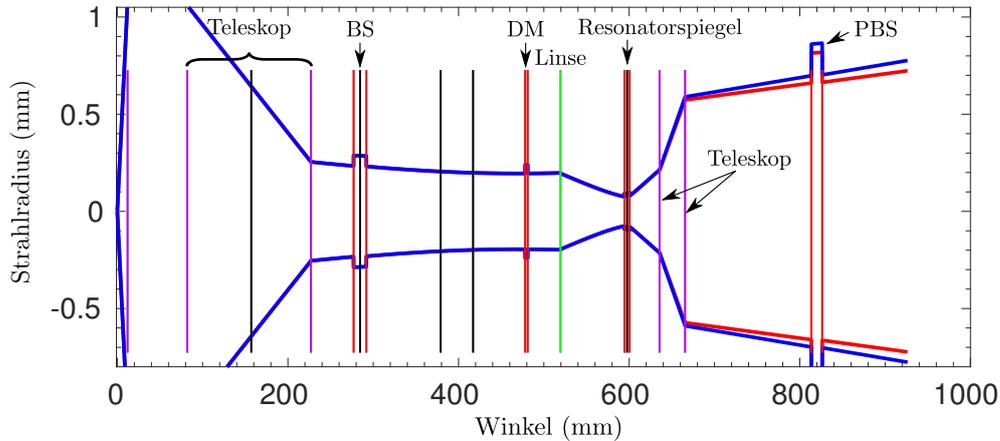


Abbildung 3.10: Schematische Darstellung der für die Stabilisierung notwendigen Strahlen. BS: 50-50-Strahlteiler für 427 nm. PBS: polarisierender Strahlteiler für 854 nm mit BS-Eigenschaften für 427 nm. Das Interferenzsignal des Interferometers wird über zwei Photodioden (PD) aufgenommen. Zum herausfiltern nicht interferierender Polarisationen befindet sich zusätzlich ein Polarisationsfilter (POL) vor den Photodioden. Die Eingangsintensität beträgt I_0 . Davon gelangen $\eta_0 I_0$ durch den ersten Spiegel. An der zweiten Photodiode wird das Interferenzsignal I_1 (vgl. Gl. (2.73)) gemessen.

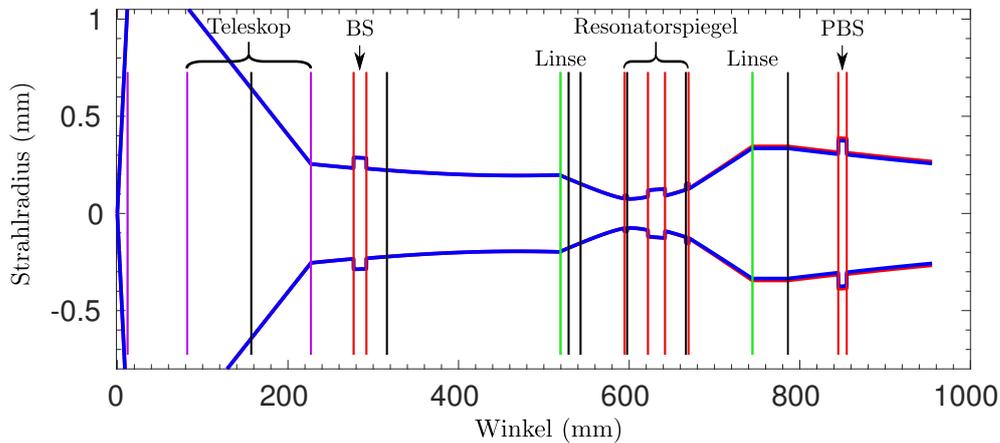
Die Simulation der Pumpstrahlen zeigt, dass die beiden Strahlen am PBS unterschiedliche Strahltaillen besitzen. Der PBS ist für eine Wellenlänge von 854 nm spezifiziert und wirkt daher für das blaue Licht (427 nm) nur teilweise polarisierend. Es ist somit möglich Interferenz zu beobachten. Die Detektion des Lichts wird schließlich über zwei Photodioden (PD) realisiert. Durch die unterschiedlichen Strahldurchmesser wird die maximal mögliche Sichtbarkeit des Interferenzsignals vermindert. Außerdem sorgt dies für ein Offset in der Photodiodenspannung. Vor den Photodioden wird jeweils ein zusätzlicher Polarisationsfilter (POL) platziert. Dies ermöglicht es, nicht interferierendes Licht herauszufiltern und somit das Signal zu Hintergrund Verhältnis und somit auch das Signal zu Rausch Verhältnis zu verbessern.

3.3.2 Elektronische Bestandteile

Die Stabilisierungselektronik setzt sich aus mehreren Komponenten zusammen. Das Herzstück bildet dabei ein STM32F407VG Discovery Board, kurz STM32F4. Hierbei handelt es sich um einen 32 Bit ARM-Cortex M4 Mikrocontroller. Dieser ist bereits fest



(a) Reflektierte Strahl bis PBS



(b) Transmittierter Strahl bis PBS

Abbildung 3.11: Simulation des am ersten BS reflektierten und transmittierten Strahls bis zur Überlagerung am PBS. Rote Linien: Grenzflächen zum optisch dichteren Medium. Grüne Linien: 100 mm-Linse. Schwarze Linien: Umlenkspiegel. Violette Linien: Teleskop und Koppellinse. Die Strahltaile am PBS beträgt für den transmittierten Strahl $153\ \mu\text{m}$ und für den reflektierten Strahl $60\ \mu\text{m}$. Die Sprünge im Strahlradius bei einem Wechsel des Brechungsindex sind ein Artefakt einer fehlenden Renormierung im Gauß-Formalismus.

auf einer Platine verbaut, auf der alle Ein- und Ausgabepins zu Headers herausgeführt sind. Zudem befindet sich der Programmieradapter und weitere Anschlüsse, wie ein z.B. microUSB-Anschluss auf dem Board. Der Prozessor selbst taktet mit 168 MHz[49] und bietet somit genügend Rechenleistung für alle notwendigen Rechenoperationen und die Kommunikation mit einem PC. Zudem lassen sich durch Timer-Interrupts auch zeitkritische Anwendungen mit fester Frequenz ausführen. Dazu wird das entsprechend laufende Programm unterbrochen und die Interrupt-Subroutine, kurz ISR ausgeführt.

Zur Erfassung des Interferenzsignals wird das Photodiodensignal zuerst durch eine Verstärkerschaltung geleitet. Diese ermöglicht es den bereits zuvor erwähnten Offset abziehen und das Signal entsprechend so zu verstärken, dass der Onboard-Analog-Digital-Wandler (engl. *Analog-Digital Converter*, ADC) dieses optimal auflösen kann. Besagter ADC bietet hier eine Auflösung von 12 Bit. Diese Auflösung ist ausreichend, da hiermit bereits das Rauschen der angeschlossenen Photodioden aufgelöst werden kann.

Zum Stellen der Piezoaktoren ist es notwendig, dass der Mikrocontroller wieder ein analoges Signal ausgibt. Dazu wird ein externer Digital-Analog-Wandler (engl. *Digital-Analog Converter*, DAC) verwendet. Hierbei wird ein DAC8830 von Texas Instruments verwendet. Dieser bietet eine Auflösung von 16 Bit[50] bei einer Ausgangsspannung von 0 V–5 V, geringes Rauschen und ein schnelles Setzen der Spannung. Die Kommunikation mit dem Mikrocontroller geschieht über SPI (engl. *Serial Peripheral Interface*). Da die Spannung für den erforderlichen Stellbereich des Piezos nicht ausreicht, wird die Spannung des DACs noch um einen Faktor 3 auf 0 V–15 V verstärkt.

Zum Einstellen von Parametern und zum Anzeigen von Messwerten ist das STM32F4-Board über USB mit einem PC verbunden. Die Kommunikation läuft hierbei über die serielle Schnittstelle im Full-Duplex-Betrieb ab. Dies bietet den Vorteil, dass sowohl der Mikrocontroller als auch der PC direkt die jeweiligen Daten senden können. Dies erübrigt die Festlegungen einer festen Master-Slave-Struktur wie dies z.B. beim SPI-Protokoll notwendig ist.

3.3.3 Funktionsweise

Das Programm des Mikrocontroller besteht im wesentlichen aus zwei Modi. Einem Scan-Modus, in dem der Piezo aktiv mit fester Frequenz in einem definierten Bereich über eine Dreiecksspannung verfahren wird. Damit wird die Weglänge eines Arms des Interferometers verändert. Synchron dazu wird mittels der Photodioden das Interferenzsignal aufgenommen und an den PC übertragen.

Als Signal wird hier der Quotient aus dem Interferenzsignal einer der beiden Photodioden I_1 (vgl. Gl. (2.73)) und der detektierten Eingangsintensität $\eta_0 I_0$ betrachtet. Eine

Verstärkerschaltung ermöglicht es zudem noch das Signal zu Verstärken und einen Offset abzuziehen. Das Signal lässt sich damit als

$$s = \frac{(I_1 - \text{Offset}_1) \cdot \text{Verstärkung}_1}{(\eta_0 I_0 - \text{Offset}_2) \cdot \text{Verstärkung}_2} = A \cos(\phi) + B \quad (3.3)$$

schreiben. Hierbei ist η_0 der Verlustfaktor, welcher durch Transmission des Lichts am ersten Spiegel entsteht (vgl. Abb. 3.10). Die zwei Konstanten A und B sind durch die Offsets, Verstärkungen, Verlustfaktoren η_0 bis η_2 , sowie der Anfangsintensität I_0 bestimmt. Trägt man die entsprechende Piezospannung gegen das obige Signals bei festen Werten für die beiden Offsets und Verstärkungen auf, so ergibt sich der erwartete kosinusförmige Verlauf. Dieses Signal wird alle n Datensätze gefittet um automatisch eine feste Phase setzen zu können. Die gewünschte Phase kann hierbei direkt im Programm eingegeben werden.

Ein gemessener Scan über den gesamten Spannungsbereich ist in Abb. 3.12 für eine Pumpleistung von 1 mW und 10 mW dargestellt. Die Scan-Frequenz beträgt 10 Hz.

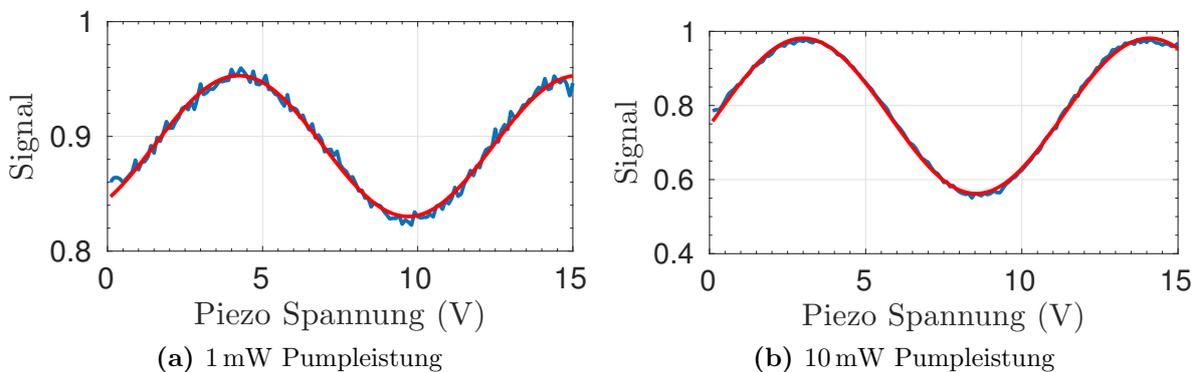


Abbildung 3.12: Gemessener Piezo-Scan über den gesamten Spannungsbereich für eine Frequenz von 10 Hz und zwei Pumpleistungen. Die Datenpunkte sind jeweils mit einem Sinus gefittet.

Mit der gewählten Phase lässt sich der Arbeitspunkt für die Stabilisierung setzen. Die eigentliche Stabilisierung läuft in Form einer PID-Reglung ab. Es hat sich jedoch herausgestellt, dass bereits eine PI-Reglung genügt. Der Lock läuft mit einer Samplingfrequenz von 15 kHz. Eine Erhöhung dieser Frequenz ist kein Problem und für spätere Experimente notwendig. In Experimenten mit dem Ion muss dieses regelmäßig in einen definierten Ausgangszustand gebracht werden. Die Anzahl der in der Quelle erzeugten Photonen genügt bereits um die Präparation zu stören. Aus diesem Grund wird für

dieses Experiment das blaue Pumplicht mit Hilfe eines Choppers geschaltet. Die Stabilisierung darf hier nur arbeiten, wenn das Pumplicht eingeschaltet ist. Außerdem muss die Stabilisierung schnell genug sein, um in den Phasen mit eingeschaltetem Pumplicht die Interferometerphase stabil zu halten.

Ein Problem am betrachteten Signal aus Gl. (3.3) ist, dass dieses i.A. nicht mehr unabhängig von der Eingangsintensität ist. In der Stabilisierung kann daher nicht mehr zwischen Leistungsschwankungen und Phasenschwankungen unterschieden werden. Eine Lösung hierfür ist es, die beiden Offsetspannungen und die Verstärkungen separat zu kalibrieren und mit dem Mikrocontroller wieder herauszurechnen. Damit ist das Signal unabhängig von der Eingangsleistung und eine Schwankung in dieser hat keinen Einfluss mehr auf die Phase. Auch dies konnte in der Masterarbeit nicht mehr umgesetzt werden.

3.3.4 Abschätzung der Phasenunsicherheit

Über die Auflösung der ADCs und das maximale Signal lässt sich die Schrittgröße der Phaseinstellung für ein rauschfreies Signal abschätzen. Die 12 Bit Auflösung beziehen sich auf eine Spannung von 3,3 V. Das heißt die kleinste noch auflösbare Spannung beträgt 806 μ V. Zwischen Minimum und Maximum des Sinus liegen 180°. Betrachtet man den Sinus in ersten Ordnung Taylor-Entwicklung für einen Arbeitspunkt um (0, 0), so lässt sich die Schrittgröße $\Delta\Phi$ zu

$$\Delta\Phi = \frac{180^\circ}{2^{12}} = 0,04^\circ \quad (3.4)$$

abschätzen. Nutzt das Signal den Eingangsbereich des ADCs nicht vollständig aus, so geht der entsprechende Faktor der Amplitude A direkt in die Schrittgröße ein. In diesem Fall gilt

$$\Delta\Phi = \frac{180^\circ}{2^{12}} \cdot \frac{3,3 \text{ V}}{2A} \quad (3.5)$$

Für das oben gezeigte Signal bedeutet dies eine Schrittgröße von $\Delta\Phi = 1^\circ$ bei 1 mW Pumpleistung und von $\Delta\Phi = 0,1^\circ$ bei 10 mW Pumpleistung.

Wie bereits oben erwähnt, genügt die Auflösung des ADCs um das Rauschen der Photodiode aufzulösen. Entsprechend ist die Phasenunsicherheit durch das Rauschen des

Eingangssignals gegeben. Durch Umstellen von Gl. (3.3) erhält man einen Ausdruck für die Phase in Abhängigkeit des Signals s . Diese ist durch

$$\phi = \arccos\left(\frac{s-B}{A}\right) \quad (3.6)$$

gegeben. Über Fehlerfortpflanzung kann man den Einfluss des Signalrauschens auf die Phase berechnen. Die Phasenunsicherheit ergibt sich somit zu

$$\Delta\phi = \frac{\Delta s}{A\sqrt{1 - \frac{(s-B)^2}{A^2}}} + \frac{\Delta B}{A\sqrt{1 - \frac{(s-B)^2}{A^2}}} + \frac{\Delta A (s-B)}{A^2\sqrt{1 - \frac{(s-B)^2}{A^2}}} \quad (3.7)$$

Die letzten beiden Terme können im Vergleich zum ersten vernachlässigt werden. Berücksichtigt man, dass A die Amplitude des Signals ist, so lässt sich diese Gleichung über das SNR (engl. *Signal-to-Noise-Ratio*) als

$$\Delta\phi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(s-B)^2}{A^2}}} \frac{2}{SNR} \quad (3.8)$$

schreiben. Der Fehler ist somit minimal, wenn der Arbeitspunkt genau zwischen Minima und Maxima liegt. Für die beiden Signale in 3.12 ergibt sich für 1 mW-Pumpleistung ein SNR von 13 und für 10 mW-Pumpleistung ein SNR von 30. Mit Hilfe des Fits lassen sich die Parameter A und B bestimmen. Daraus ergibt sich die Phasenunsicherheit zu $4,4^\circ$ bei 1 mW und $1,8^\circ$ bei 10 mW.

Die Phasenunsicherheit geht direkt in die maximal mögliche Fidelity des Ausgangszustands der Photonenpaarquelle ein. Die Phasenunsicherheit führt dazu, dass aus dem reinen Zustand

$$|\Psi_\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|HV\rangle - e^{i\phi} |VH\rangle \right) \quad (3.9)$$

ein Gemisch wird. Dieses lässt sich durch die Dichtematrix

$$\rho = \frac{1}{N} \int_{\phi_0-\pi}^{\phi_0+\pi} \exp\left(-\frac{\phi^2}{(\Delta\phi)^2}\right) |\Psi_\phi\rangle \langle\Psi_\phi| d\phi \quad (3.10)$$

beschreiben. Hierbei bezeichnet ϕ_0 die im Interferometer eingestellte Phase. Die Normierungskonstante N lässt sich über Spurbildung berechnen und es gilt

$$N = \text{tr}(N\rho) = \begin{cases} \sqrt{\pi(\Delta\phi)^2} \text{erf}\left(\frac{\pi}{\Delta\phi}\right) & \phi_0 = 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{\pi(\Delta\phi)^2} \text{erf}\left(\frac{2\pi}{\Delta\phi}\right) & \phi_0 = \pi \end{cases} . \quad (3.11)$$

Für die Fidelity ergibt sich damit

$$\begin{aligned} F &= \langle \Psi^\pm | \rho | \Psi^\pm \rangle = \frac{1}{N} \int_{\phi_0-\pi}^{\phi_0+\pi} \exp\left(-\frac{\phi^2}{(\Delta\phi)^2}\right) |\langle \Psi^\pm | \Psi_\phi \rangle|^2 d\phi \\ &= \frac{1}{2N} \int_{\phi_0-\pi}^{\phi_0+\pi} \exp\left(-\frac{\phi^2}{(\Delta\phi)^2}\right) (1 \mp \cos(\phi)) d\phi . \end{aligned} \quad (3.12)$$

Dieser Ausdruck lässt sich numerisch berechnen. Für die obigen Phasenunsicherheiten beträgt die maximal mögliche Fidelity damit 99,9% für eine Pumpleistung von 1 mW und 99,99% für eine Pumpleistung von 10 mW.

4 Charakterisierung der Quelle

In diesem Kapitel sollen die Messungen und Ergebnisse zur Charakterisierung der bisher vorgestellten Sagnac-SPDC-Quelle vorgestellt und diskutiert werden. Die daraus gewonnenen Informationen erlauben es den von der Quelle generierten Zustand genau zu spezifizieren. Dies ist vor allem in Hinblick auf zukünftige Experimente in Zusammenhang mit z.B. gefangenen Ca^+ als Quantenspeicher und weiteren Experimenten im Zusammenhang der Quanteninformationsübertragung und Verarbeitung wichtig. Zudem lässt sich damit die modifizierte Photonenpaarquelle mit der unmodifizierten und anderen Quellen in Vergleich setzen.

Dazu wird im ersten Teil auf die zeitliche Korrelation zwischen den beiden Ausgängen der Quelle eingegangen. Dies ermöglicht es zunächst wichtige Kenngrößen wie die Paarrate oder die Gesamt- und Einzeleffizienzen zu bestimmen. Zudem lassen sich aus dieser Messung die Linienbreiten bzw. die Lebensdauern der beiden in einer Pumprichtung erzeugten Photonen bestimmen. Für die genaue Charakterisierung des Ausgangszustand ist es notwendig eine Quantenzustandstomographie durchzuführen. Dies ist Teil des zweiten Abschnitts.

4.1 Zeitliche Korrelation

Wichtig für Photonenpaarquellen im Allgemeinen und für die in diesem Kapitel beschriebenen Messungen im speziellen ist die zeitliche Korrelation zwischen Signal- und Idlerphoton einer einzelnen Pumprichtung und zwischen den Photonen aus beiden Pumprichtungen gemeinsam. Zur Beschreibung dieser Korrelation dient hier die in Kapitel 2.5.3 beschriebene $g^{(1,1)}$ -Korrelationsfunktion. Diese Funktion dient hierbei zur Bestimmung der Koinzidenzen zwischen detektierten Ereignissen der beiden Detektoren. Damit lässt sich zum einen die zeitliche Struktur von Signal- und Idlerphoton untersuchen zum anderen lässt sich darüber auch eine Aussage über die Effizienzen treffen.

Die im nächsten Kapitel beschriebene Zustandstomographie basiert hierbei ebenfalls auf dieser Korrelationsfunktion.

4.1.1 Lebensdauern der Photonen

Quelle ohne Sagnac

Ein Problem der bisherigen Quelle stellt die leichte Unterscheidbarkeit der Photonen bezüglich ihrer Lebensdauer da. Um dies zu messen werden die im Resonator erzeugten Photonen an einem polarisierenden Strahlteiler gemäß ihrer Polarisation getrennt. Die Photonen werden anschließend in eine Faser eingekoppelt und mit jeweils einer Si-APD (*PerkinElmer SPCM-AQR-14-FC*) detektiert. Das Signal der APDs wird dann mittels des „Time-Correlated Single Photon Counting (TCSPC)“ Systems *PicoHarp 300* (*PicoQuant*) mit einer zeitlichen Auflösung von 4 ps erfasst und an einen PC gesendet. Zur Vermeidung eines elektronischen Übersprechens der Detektoren und der damit verbundenen Erzeugung von falschen Korrelationen wird zusätzlich ein Kanal durch ein 30 m langes BNC-Kabel verzögert. Aus den Messdaten lässt sich dann die Signal-Idler-Korrelationsfunktion $g^{(1,1)}$ berechnen. Für eine Kristalltemperatur von 22,4 °C, Kompensationskristalltemperatur von 32,174 °C und Pumpleistung von 52 μ W ist die $g^{(1,1)}$ -Funktion in Abb. 4.1 dargestellt. Die Messzeit hierfür betrug 60 s. Der Resonator wurde während der Messung gescannt. Dies führt zu einer leichten spektralen Verbreiterung der Photonen gegenüber dem stabilisierten Resonator. Der Peak bei 0 s entsteht

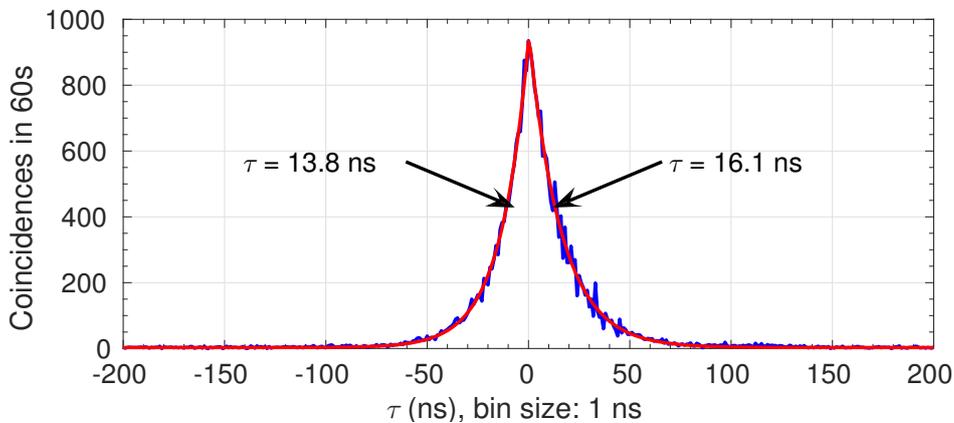


Abbildung 4.1: Signal-Idler-Korrelationsfunktion $g^{(1,1)}$ der Quelle ohne Sagnac-Aufbau bei einer Pumpleistung von 52 μ W. Die Zeitkonstanten der beiden exponentiellen Abfälle betragen 13,8(1) ns und 16,1(1) ns.

nach rechnerischer Verschiebung um $\frac{30\text{m}}{c}$ dadurch, dass bei der Detektion eines Signalphotons durch die gleichzeitige Erzeugung die Wahrscheinlichkeit dafür erhöht ist, auch den entsprechenden Partner nach einer festen Zeitdifferenz zu detektieren. Die beiden nach rechts bzw. links abfallenden Flanken entsprechen der Resonatordämpfung γ_s bzw. γ_i für Signal- und Idler-Photonen. Diese lassen sich aus einem exponentiellen Fit der Form

$$f(t) = A \left(\Theta(t - t_0) \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau_2}\right) + \Theta(t_0 - t) \exp\left(\frac{t - t_0}{\tau_1}\right) \right) + y_0 \quad (4.1)$$

zu 13,8(1) ns bzw. 16,1(1) ns bestimmen. Hierbei bezeichnet $\Theta(x - x_0)$ die Heaviside-Theta-Funktion.

Quelle mit Sagnac

Die Lebenszeiten der Photonen der Quelle ohne Sagnac-Aufbau unterscheiden sich um ca. 2 ns. Diese Unterscheidbarkeit führt zu einer Verringerung der Verschränkung zwischen ihnen. Durch die $\lambda/2$ -Platte befinden sich im neuem Aufbau in einem Arm nur noch kurze, im anderen nur noch lange Photonen. Somit sind die Photonen in diesem Freiheitsgrad weniger unterscheidbar. Dies ermöglicht es auch von der Frequenzartung weg zu gehen. Um die Lebenszeiten der Photonen beider Photonenpaare der unterschiedlichen Pumprichtungen zu bestimmen und zu zeigen, dass pro Kanal zwei gleichlange Photonen anzutreffen sind, wird ebenfalls eine Korrelationsmessung wie für die Quelle ohne Sagnac-Aufbau durchgeführt.

Hierfür müssen die beiden Pumprichtungen getrennt betrachtet werden. Dazu wird für die Messung jeweils eine der beiden Pumprichtungen geblockt. Die erzeugten Photonenpaare werden am Ausgangs-PBS aufgeteilt und analog zur Messung der alten Quelle detektiert.

Für eine Kristalltemperatur von 22,4 °C, Kompensationskristalltemperatur von 32,174 °C und Pumpleistung von 1,34 mW ist die $g^{(1,1)}$ -Funktion der beiden Pumprichtungen in Abb. 4.2 dargestellt. Auch hier wurde der Resonator gescannt. Die beiden nach rechts bzw. links abfallenden Flanken entsprechen auch hier den Dämpfungskonstanten des Resonators und somit der Lebenszeit der beiden Photonen. Für die beiden Pumprichtungen ergeben sich die in Tab. 4.1 dargestellten Lebenszeiten. Für den Aufbau bedeutet dies zunächst, dass die $\lambda/2$ -Platte im 30°-Strahl in der richtigen Position steht. Somit

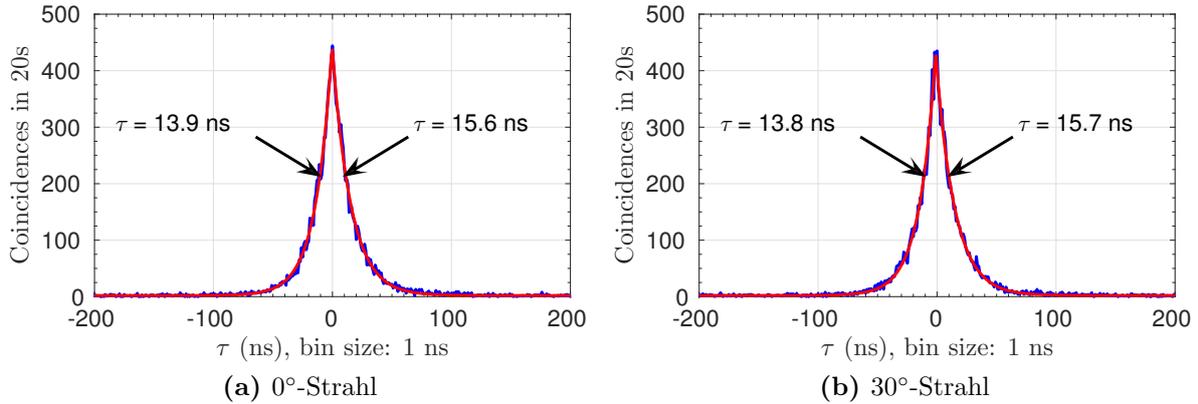


Abbildung 4.2: Signal-Idler-Korrelationsfunktion $g^{(1,1)}$ der Quelle mit Sagnac-Aufbau bei 1,34 mW für den a) am BS transmittierten Pumpstrahl b) am BS reflektierten Pumpstrahl. Die Zeitkonstanten der beiden exponentiellen Abfälle betragen für den Strahl a) 13,9(1) ns und 15,6(1) ns und für den Strahl b) 13,8(1) ns und 15,7(1) ns.

Tabelle 4.1: Messergebnis der Lebenszeiten der Photonen aus beiden Pumprichtungen.

	0°-Strahl	30°-Strahl
„kurzes“ Photon	13,9(1) ns	13,8(1) ns
„langes“ Photon	15,6(1) ns	15,7(1) ns

werden jeweils immer zwei Teilamplituden eines „langen“ und zwei Teilamplituden eines „kurzen“ Photons am PBS überlagert. Auch ist zu erkennen, dass die Lebenszeiten der beiden „gleichen“ Photonen innerhalb des Fehlers identisch sind. Somit sollten sich die Photonen nicht mehr anhand dieser Eigenschaft unterscheiden lassen.

4.2 Messung der Effizienzen

Um einen maximal verschränkten Zustand gemäß Gl. (2.61) zu erzeugen, müssen die Effizienzen und Paarraten aus beiden Pumprichtungen gleich sein. Um dies im Aufbau realisieren zu können bzw. um die genauen Effizienzen aus beiden Pumprichtungen zu kennen, bedarf es der genauen Vermessung dieser. Alle hierfür benötigten Größen sind bereits in der im vorherigen Abschnitt vorgestellten Messung enthalten und müssen nur noch daraus extrahiert werden. Die entsprechenden Zusammenhänge sind im nachfolgenden Abschnitt kurz erläutert.

4.2.1 Herleitung

Für eine Photonenpaarquelle mit Paarrate R_{paar} bei der die Paare z.B. an einem PBS aufgeteilt wurden lässt sich die Anzahl an Koinzidenzen C als

$$C = \eta_1 \eta_2 R_{\text{paar}} T \quad (4.2)$$

schreiben. Hierbei bezeichnet T die Messzeit und η_i die Effizienzen für den jeweiligen Kanal $i = 1, 2$. In den Effizienzen sind bereits alle Verluste wie Faserkopplung und Detektionseffizienz enthalten. Die tatsächlich detektierten Raten $R_{\text{Det},i}$ lassen sich mit der Rate der erzeugten Paare und der Dunkelzählrate $R_{\text{dc},i}$ über die Formel

$$R_{\text{Det},i} = R_{\text{paar}} \eta_i + R_{\text{dc},i} \quad (4.3)$$

verknüpfen. Nimmt man die detektierten Events als gleichverteilt über die Zeit an, so lässt sich die Rate auch als

$$R_{\text{Det},i} = \frac{N_i}{T} \quad (4.4)$$

schreiben. Hier steht N_i für die Gesamtzahl der detektierten Ereignisse pro Kanal. Unter der Annahme einer vernachlässigbaren Dunkelzählrate ($R_{\text{dc},i} \ll \eta_i R_{\text{paar}}$) lassen sich die Effizienzen der jeweiligen Einzelarme durch Division von Gl. (4.2) durch Gl. (4.4) zu

$$\eta_1 \approx \frac{C}{R_{\text{Det},2} T} \quad (4.5)$$

$$\eta_2 \approx \frac{C}{R_{\text{Det},1} T} \quad (4.6)$$

berechnen. Die Rate der erzeugten Paare ergibt sich dann direkt zu

$$R_{\text{paar}} \approx \frac{R_{\text{Det},i}}{\eta_i} \quad (4.7)$$

4.2.2 Abschätzung der maximal möglichen Effizienz

In die maximal mögliche Effizienz gehen alle Verluste von der Erzeugung der Photonen innerhalb des Resonators bis zur tatsächlichen Detektion in den APDs ein. Die entsprechenden Verluste auf dem Weg der Photonen lassen sich grob über die Werte

Detektionseffizienz APD 1	0,25 %
Detektionseffizienz APD 2	0,28 %
Austrittswahrscheinlichkeit des Resonators	0,77 %
Faserkopplung	0,90 %
Chopper	0,85 %

abschätzen. Der Chopper wurde in dieser Arbeit nicht weiter besprochen, ist aber Teil der Stabilisierung des Resonators. Dieser führt zu weiteren Verlusten, da dadurch für kurze Zeit die Photonen geblockt werden. Für weitere Details siehe [26]. Aus den obigen Einzeleffizienzen lässt sich die Gesamteffizienz zu

$$\begin{aligned}\eta_{\text{ges,max}} &= 0,85 \cdot 0,25 \cdot 0,28 \cdot 0,77^2 \cdot 0,9^2 \\ &= 0,028\end{aligned}\quad (4.8)$$

berechnen. Die maximal mögliche Effizienz pro Einzelarm ergibt sich daraus zu

$$\eta_{i,\text{max}} = \sqrt{\eta_{\text{ges,max}}} = 0,169 \quad . \quad (4.9)$$

4.2.3 Messung

Wie bereits zu Beginn des Abschnitts erwähnt enthält die Korrelationsmessung des vorherigen Abschnitts bereits alle für die Bestimmungen der Effizienzen benötigten Daten. Zunächst lässt sich durch Integration bzw. Summation über den entsprechenden Graphen die Anzahl der Koinzidenzen bestimmen. Der Messhintergrund wurde hierbei ebenfalls schon durch den Parameter y_0 des Fits entsprechend Gl. (4.1) bestimmt. Nach dessen Abzug erhält man den für die Berechnung notwendigen Wert C der Koinzidenzen. Die entsprechenden Zählraten $R_{\text{Det},i}$ lassen sich direkt aus der Anzahl an Timetags auslesen.

Quelle ohne Sagnac

Für die Quelle ohne Sagnac ergibt sich aus der Messung aus Abb. 4.1 die in Tab. 4.2 dargestellten Werte. Diese beziehen sich hierbei auf eine Pumpleistung von $52 \mu\text{W}$.

Tabelle 4.2: Raten und Effizienzen der Quelle ohne Sagnac-Aufbau. Die entsprechenden Daten wurden aus der bereits in 4.1 dargestellten Messung extrahiert.

Einzelraten	
$R_{\text{Det},1}$	$7371(86) \text{ s}^{-1}$
$R_{\text{Det},2}$	$4987(71) \text{ s}^{-1}$
Koinzidenzen	28 374(168)
Paarrate R_{paar}	$4\,664\,702(2160) \text{ s}^{-1}$
Effizienzen	
η_1	9,48(7) %
η_2	6,41(4) %

Quelle mit Sagnac

Für die Messung aus Abb. 4.2 ergeben sich für die Quelle mit Sagnac-Aufbau die in Tab. 4.3 dargestellten Werte. Die Messung wurde bei einer Gesamtpumpleistung von 1 mW durchgeführt. Die Messwerte zeigen, dass die Effizienzen beider Strahlrichtungen

Tabelle 4.3: Raten und Effizienzen der Quelle mit Sagnac-Aufbau. Die entsprechenden Daten wurden aus der bereits in 4.2 dargestellten Messung extrahiert.

	0°-Strahl	30°-Strahl
Einzelraten		
$R_{\text{Det},1}$	$9889(99) \text{ s}^{-1}$	$8667(93) \text{ s}^{-1}$
$R_{\text{Det},2}$	$9664(98) \text{ s}^{-1}$	$8315(91) \text{ s}^{-1}$
Koinzidenzen	13 059(114)	12 686(112)
Paarrate R_{paar}	$2\,995\,120(1730) \text{ s}^{-1}$	$2\,944\,511(1716) \text{ s}^{-1}$
Effizienzen		
η_1	7,53(8) %	7,62(8) %
η_2	6,60(7) %	6,56(7) %

annähernd identisch sind. Was an dieser Stelle allerdings nicht unterschieden werden kann ist, ob die Effizienzen bereits vor der Überlagerung am PBS gleich sind oder erst die tatsächlich ermittelte Gesamteffizienz der beiden Arme. Des weiteren lässt sich der Tabelle entnehmen, dass auch die Anzahl der Koinzidenzen in beiden Richtungen annähernd identisch sind. Dies zeigt, dass mögliche Unterschiede in der Konversionseffizienz bzw. Pumpleistung bereits kompensiert wurden. Eine entsprechende Anpassung dieser ist über eine $\lambda/2$ -Platte in einem Pumparm jederzeit möglich. Durch Drehen dieser ist es möglich den Anteil der konvertierten Leistung zu verändern.

Vergleicht man die im neuem Aufbau erzielten Effizienzen mit denen im alten Aufbau

so sieht man, dass diese um etwas 2% schlechter sind. Dies liegt unter anderem an der Einkopplung und der Fokussierung des blauen Pumpstrahls in den Kristall. Ein Vergleich der Simulationsergebnisse belegt dies ebenfalls. Aufgrund eines Fehlers in der Grundannahme während der Planung ist das Teleskop nicht optimal. Anstelle des 1:4-Teleskops müsste ein 1:2-Teleskop verbaut werden. Mit diesem stimmen die Strahlprofile vor und nach dem Umbau wieder überein. Somit sollten auch die Effizienzen wieder übereinstimmen.

Im Vergleich mit der Abschätzung der maximal möglichen Effizienz liegt aber auch die Quelle ohne Sagnac-Aufbau noch weit unterhalb des theoretisch möglichen Wertes. Es ist anzunehmen, dass weitere Verluste existieren, welche in dieser Abschätzung noch nicht berücksichtigt wurden.

4.3 Ausgangszustand der Quelle

Für die Charakterisierung der Quelle selbst und für spätere Verwendung im Zusammenhang mit anderen Experimenten ist es wichtig den genauen Ausgangszustand und dessen Qualität zu spezifizieren. Dazu gibt es zwei Ansätze. Zum einen kann die Polarisationskorrelation betrachtet werden. Diese gibt einen ersten Anhaltspunkt für den Zustand. Der genaue Zustand selbst kann dann über eine Quantenzustandstomographie rekonstruiert werden. Mit beiden Messmethoden lässt sich dabei zeigen, dass sich über die Interferometerphase alle Zustände gemäß Gl. (2.61) und insbesondere die beiden maximal verschränkten Bell-Zustände $|\Psi^+\rangle$ bzw. $|\Psi^-\rangle$ erzeugen lassen. Auch in diesem Kapitel soll dabei der Ausgangszustand der alten Quelle mit dem der neuen Quelle verglichen werden.

4.3.1 Interferenzkontrast

Um die Verschränkung der beiden Photonen zu zeigen wird zunächst eine Interferenzkontrast-Messung (engl. *fringe visibility*) durchgeführt. Dabei wird in beiden Ausgängen des PBS ein Polarisations-Setup platziert. Dieses ist bereits in Abb. 3.6 vor den beiden Fasern F1 und F2 eingezeichnet. Dieses besteht aus einer $\lambda/2$ - und einer $\lambda/4$ -Platte (HWP, QWP), sowie einem Polarisator (POL). Dieser wird auf eine feste Polarisationsrichtung, hier V, eingestellt. Die beiden Wellenplatten sind an einem Schrittmotor befestigt.

Zusammen mit einem PC lassen sich somit beliebige Positionen sehr genau und automatisiert anfahren. Durch diese Rotation der Wellenplatten ist es möglich die Polarisation des einfallenden Lichts so zu drehen, dass nur eine bestimmte Polarisation den Polarisator passieren kann. Für die linearen Polarisationen entspricht dies einer Drehung eines Polarisator. Mit den Wellenplatten ist es aber möglich jede Polarisation auf der Poincaré-Kugel einzustellen. Insbesondere auch die beiden zirkularen Polarisationen R und L.

Für die eigentliche Messung wird jeweils ein Arm auf eine feste Polarisation $P = H, D, V, A, R, L$ projiziert. Im anderem Arm wird die $\lambda/2$ -Platte, beschrieben durch den Zustand

$$|\text{HWP}(\phi)\rangle = |R\rangle + \exp(i\phi)|L\rangle \quad (4.10)$$

in 17 Schritten von 0° bis 180° rotiert. Dieser Winkel entspricht genau dem halben Winkel ϕ des Zustands (4.10). Der Winkel ϕ selbst entspricht der Phase zwischen der Superposition von R und L, welche wieder eine lineare Polarisation ergibt. Diese Messung lässt sich mathematisch in Form des Operators

$$\hat{O} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|P\rangle \langle P| \otimes |\text{HWP}(\phi)\rangle \langle \text{HWP}(\phi)| \right) \quad (4.11)$$

schreiben. Mittels der beiden APDs und PicoHarp werden wieder die Timetags der beiden Arme aufgezeichnet und korreliert. Die Anzahl der Koinzidenzen ergibt sich durch Summation über alle Koinzidenzen und nachträglichen Abzug des Hintergrunds. Trägt man die so ermittelten Koinzidenzen gegen den Wellenplattenwinkel bzw. den Winkel in der H-V-Ebene der Poincaré-Kugel auf, so ergeben sich je nach Projektorstellung Oszillationen der Form

$$C = A \sin^2(B(x - x_0)) + C_0 \quad . \quad (4.12)$$

Mathematisch entspricht dies dem Erwartungswert des Messoperators \hat{O} bezüglich des Zustands $|\Psi\rangle$. Dieser ergibt sich zu

$$p = \left| \langle \Psi | \hat{O} | \Psi \rangle \right|^2 \quad . \quad (4.13)$$

Oszillationen bei zwei orthogonalen Polarisatorstellungen lassen sich hierbei auch bei einem Gemisch beobachten. So ergeben sich zum Beispiel beim Gemisch

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

nur Oszillationen in H und V. Dies ist in Abb. 4.3 in Form einer Simulation für obige Dichtematrix dargestellt. Für einen verschränkten Zustand ergeben sich jeweils um 90°

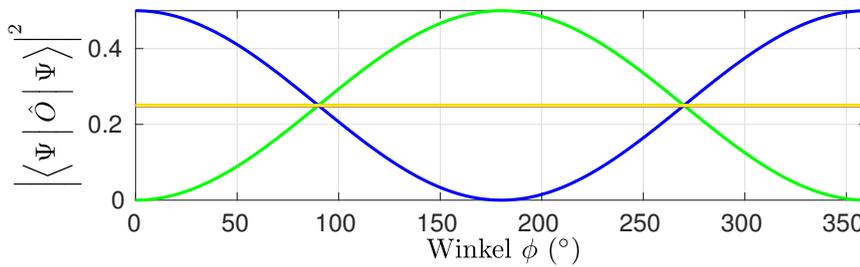


Abbildung 4.3: Simulation des Interferenzkontrast für ein Gemisch der Form (4.14). Grün: H-pol, blau: V-pol. Alle anderen Polarisierungen D,A,R,L sind konstant bei 0,25.

phasenverschobene Oszillationen. Für die beiden maximal verschränkten Bell-Zustände $|\Psi^+\rangle$ bzw. $|\Psi^-\rangle$ sind diese Oszillationen in H-D-V-A zu sehen, R und L zeigen keine Oszillation. Für den verschränkten Zustand

$$|\Psi^i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle + i|VH\rangle) \quad (4.15)$$

verschwinden die Oszillationen in D und A, und werden durch welche in R und L ersetzt. Die entsprechenden simulierten Oszillationen sind in Abb. 4.4 für die drei genannten Zustände dargestellt. Dies ermöglicht auch einen Vergleich mit den Messwerten der nächsten Kapitel.

4.3.2 Zustandstomographie

Um den genauen Ausgangszustand der Quelle zu charakterisieren ist es notwendig, die Dichtematrix des Zustandes zu rekonstruieren. Ein Verfahren diese zu bestimmen, stellt die maximum likelihood Methode dar. Hierbei wird die Dichtematrix gesucht, welche am wahrscheinlichsten die Messwerte reproduziert. Das Verfahren basiert hierbei auf einer

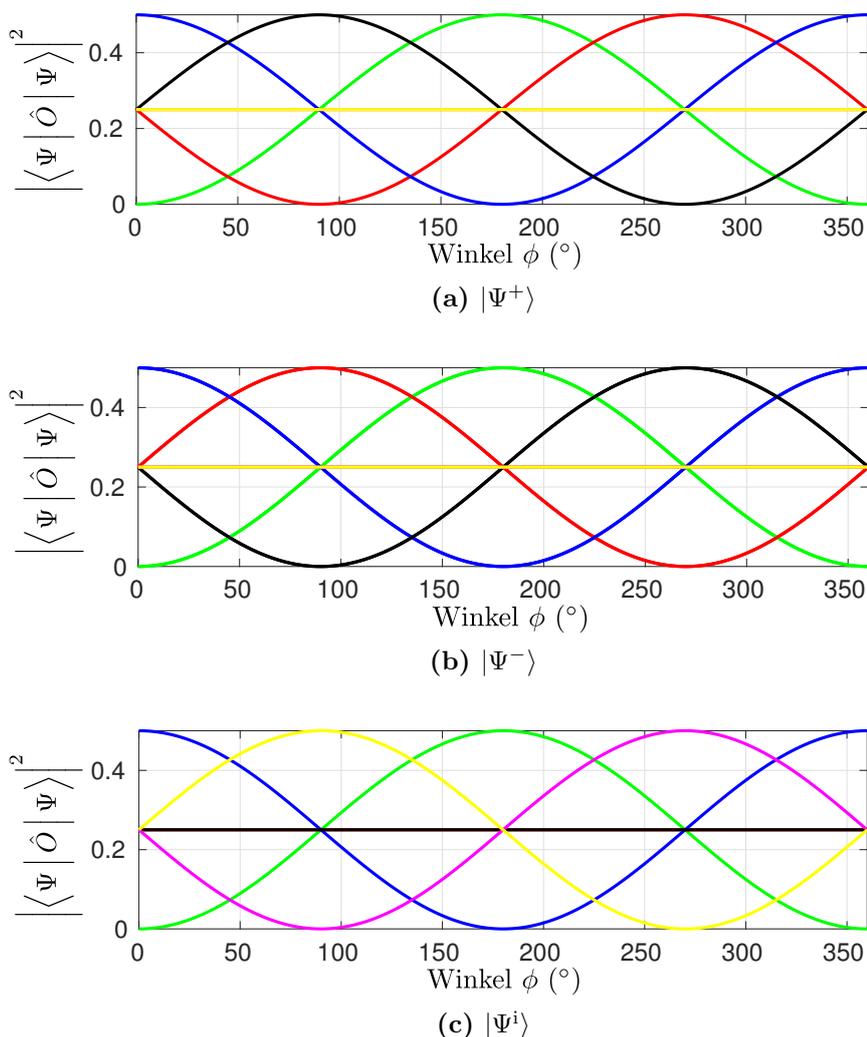


Abbildung 4.4: Simulation der Oszillationen für die Zustände $|\Psi^+\rangle$, $|\Psi^-\rangle$ und $|\Psi^i\rangle$. Die Polarisationen sind in den folgenden Farben dargestellt: Grün: H-pol, Blau: V-pol, Rot: D-pol, Schwarz: A-pol, Magenta: R-pol, Gelb: L-pol.

numerischen Optimierung. Der Messaufbau zur Tomographie ist in diesem Fall identisch zur Messung des Interferenzkontrasts. Die Messwerte aus dieser enthalten auch bereits fast alle notwendigen Informationen zur Rekonstruktion des Zustands.

Die kleinste Anzahl an Zuständen, die zur Rekonstruktion notwendig sind ist hierbei 16. Dies lässt sich leicht verifizieren. Es gibt 15 reelle unbekannte Parameter, welche die 4×4 -Dichtematrix des Zustands bestimmen. Zusätzlich gibt es einen weiteren reellen Parameter N , welcher von der Photonenrate und der Detektionseffizienz abhängt [23]. Für die Rekonstruktion der später gezeigten Zustände werden die in Tab. 4.4 dargestellten Projektoren benutzt. Wie man leicht an Tab. 4.4 sieht, sind bereits alle Zustände des Projektors 1 in der Interferenzkontrast-Messung enthalten. Bei Projektor 2 fehlen

Tabelle 4.4: Zustände bzw. Projektoren für die Zustandstomographie des Ausgangszustand der Quelle.

	Projektor 1	Projektor 2
1	$ H\rangle$	$ H\rangle$
2	$ H\rangle$	$ V\rangle$
3	$ V\rangle$	$ V\rangle$
4	$ V\rangle$	$ H\rangle$
5	$ R\rangle$	$ H\rangle$
6	$ R\rangle$	$ V\rangle$
7	$ D\rangle$	$ V\rangle$
8	$ D\rangle$	$ H\rangle$
9	$ D\rangle$	$ R\rangle$
10	$ D\rangle$	$ D\rangle$
11	$ R\rangle$	$ D\rangle$
12	$ H\rangle$	$ D\rangle$
13	$ V\rangle$	$ D\rangle$
14	$ V\rangle$	$ L\rangle$
15	$ H\rangle$	$ L\rangle$
16	$ R\rangle$	$ L\rangle$

lediglich R und L. Durch hinzufügen dieser lässt sich somit direkt der Zustand aus den fringes rekonstruieren.

Zur Charakterisierung des Zustands gibt es verschiedene Größen. Hier sollen drei genannt werden:

- **Fidelity:** Die Fidelity $F = \langle \Psi | \rho | \Psi \rangle$ gibt den Überlapp einer gegebenen Dichtematrix ρ mit einem gewünschten, reinen Zustand $|\Psi\rangle$ an. Die maximale Fidelity beträgt hierbei $\max(F) = \sqrt{p}$, wobei p die im nächsten Punkt definierte Reinheit bezeichnet.
- **Reinheit:** Die Reinheit eines Zustands ρ ist definiert durch $p = \text{tr}(\rho^2)$. Der Wertebereich ist hierbei $1/d$ bis 1, wobei d die Dimension der Dichtematrix beschreibt. Der Wert $1/d$ korrespondiert zu einem kompletten Gemisch, der Wert 1 zu einem reinen Zustand.
- Die **Concurrence** C ist ein Maß für die Verschränktheit eines Zustandes. Sie ist gleich Null, wenn ein Zustand separabel ist und gleich Eins für einen maximal verschränkten Zustand. Die Concurrence ist definiert als [23]

$$C = \max\left(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}\right) \quad . \quad (4.16)$$

Hierbei sind $\lambda_1 \dots \lambda_4$ die Eigenwerte in absteigender Reihenfolge der Matrix

$$R = \rho \Sigma \rho^\top \Sigma \quad . \quad (4.17)$$

Mit der Spin flip Matrix

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad . \quad (4.18)$$

4.3.3 Leistungsabhängigkeit des Zustandes

Ein wichtiger Punkt auch in Hinsicht auf weitere, komplexere Experimente mit der Quelle ist es, dass der Ausgangszustand auch bei hohen Leistungen unverändert bleibt. Nur so ist es möglich sehr hohe Paarraten zu erzeugen und die Messzeit stark zu reduzieren. Ein Problem der Quelle mit Resonator aber ohne Sagnac-Erweiterung ist genau diese Leistungsabhängigkeit. Es hat sich gezeigt, dass die Reinheit und auch die Fidelity mit steigender Leistung drastisch absinken.

Quelle ohne Sagnac

Um die Verschränkung der in der Quelle ohne Sagnac-Aufbau erzeugten Photonen nachzuweisen, werden diese zunächst an einem nicht polarisierenden Strahlteiler aufgeteilt. Hierdurch entsteht der „biased“ verschränkte Zustand $|\Psi^+\rangle$. Die Messung selbst sowie die Rekonstruktion über das maximum likelihood Verfahren erfolgen dann analog zur Messung mit der Quelle mit Sagnac-Aufbau.

In Abb. 4.5 ist der über besagtes Verfahren rekonstruierte Zustand bei einer Pumpleistung von 200 μ W dargestellt. Bei dieser Pumpleistung ergibt sich eine Fidelity von $F = \langle \Psi^+ | \rho | \Psi^+ \rangle = 98,1\%$, eine Reinheit von $\text{tr}(\rho^2) = 0,986$ und eine Concurrence von $C = 0,969$. Steigt die Pumpleistung an wird bei der Quelle ohne Sagnac-Aufbau der Zustand zunehmend schlechter. Dies äußert sich in einer Abnahme der drei oben genannten charakterisierenden Parameter. Eine entsprechende Rekonstruktion für eine Pumpleistung von 10 mW ist in Abb. 4.6 dargestellt. Aus der Messung ergibt sich eine Fidelity von $F = \langle \Psi^+ | \rho | \Psi^+ \rangle = 89,5\%$, eine Reinheit von $\text{tr}(\rho^2) = 0,83$ und eine Concurrence von $C = 0,795$. Bei weiter steigender Leistung sinkt die Reinheit und

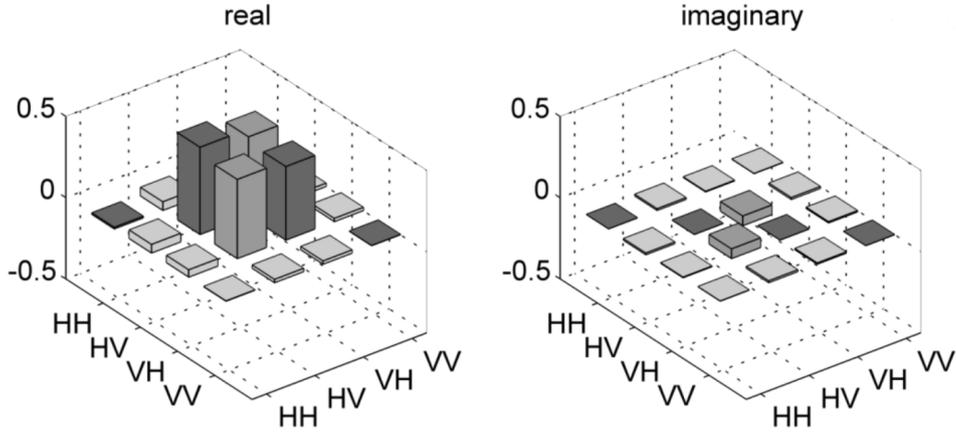


Abbildung 4.5: Maximum likelihood Rekonstruktion des biased-Verschränkten Zustandes der Quelle ohne Sagnac-Aufbau bei einer Pumpleistung von 200 μW . Aus der Rekonstruktion ergeben sich die folgenden Daten: eine Fidelity von $F = \langle \Psi^+ | \rho | \Psi^+ \rangle = 98,1\%$, Reinheit von $\text{tr}(\rho^2) = 0,986$ und Concurrence von $C = 0,969$.

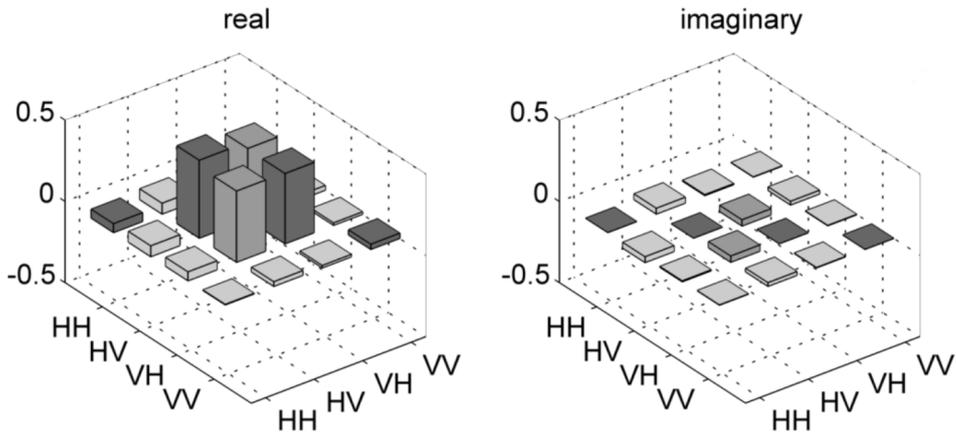


Abbildung 4.6: Maximum likelihood Rekonstruktion des biased-Verschränkten Zustandes der Quelle ohne Sagnac-Aufbau bei einer Pumpleistung von 10 mW. Aus der Rekonstruktion ergeben sich die folgenden Daten: eine Fidelity von $F = \langle \Psi^+ | \rho | \Psi^+ \rangle = 89,5\%$, eine Reinheit von $\text{tr}(\rho^2) = 0,83$ und eine Concurrence von $C = 0,795$.

damit die Fidelity weiter. Eine Erklärung hierfür können thermische Effekte in den beiden Kristallen sein. Durch die Fokussierung des Pumpstrahl in den Kristall hinein wird dieser lokal signifikant erwärmt. Die geringe thermische Leitfähigkeit des Kristalls bewirkt dabei einen starken Temperaturgradienten. Dieser kann dabei nicht durch die Temperaturstabilisierung kompensiert werden. Der resultierende Brechungsindexgradient wirkt schließlich wie eine zusätzliche Linse. Hierdurch wird schließlich eine zusätz-

liche Unterscheidbarkeit induziert, welche sich in der sinkenden Reinheit bzw. Fidelity widerspiegelt.

Eine andere Erklärung können Doppelpaare sein. Bei steigender Leistung steigt auch die Wahrscheinlichkeit im Kristall zwei Paare gleichzeitig zu erzeugen. Diese können nach [33] als unabhängig betrachtet werden. Die beiden Photonenpaare werden an einem BS aufgeteilt um einen biased verschränkten Zustand zu erzeugen. Durch die Anwesenheit von vier Photonen steigt die Wahrscheinlichkeit jeweils zwei in jedem Ausgang des Strahlteilers anzutreffen. Ereignisse mit jeweils zwei Photonen der gleichen Polarisation in jedem Ausgang können aufgrund der Totzeit der Detektoren nicht detektiert werden. Befinden sich jedoch zwei Photonen unterschiedlicher Polarisation in jedem Ausgang, so wird z.B. auch bei senkrecht zueinander stehenden Polarisatoren eine Koinzidenz gemessen. Diese Koinzidenzen führen zu einer Verminderung des Interferenzkontrast und der Reinheit bzw. der Fidelity des Zustandes.

Quelle mit Sagnac

Der Vorteil der Quelle mit Sagnac-Aufbau ist hierbei, dass alle Unterscheidbarkeiten der beiden Photonen durch den Aufbau beseitigt werden können. Dies zeigt sich vor allem in der Leistungsabhängigkeit des Zustands. Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt wurde, nimmt die Reinheit des Zustands der Quelle ohne Sagnac bei steigender Pumpleistung stark ab. Messungen mit der Quelle mit Sagnac-Aufbau zeigen, dass die Reinheit bzw. Fidelity des Ausgangszustand unabhängig von der Pumpleistung ist. Dies lässt sich zum einen auch wieder über die fringe visibility als auch über eine daraus extrahierte Zustandstomographie zeigen. Zudem ist die Besonderheit der Quelle, dass sich die Phase des Zustands über die Phase des durch das Pumplicht gebildeten Interferometers einstellen lässt. Um dies zu zeigen, werden die folgenden Messungen jeweils für die beiden maximal verschränkten Bell-Zustände $|\Psi^+\rangle$ und $|\Psi^-\rangle$ durchgeführt. Anhand der Zustandsrekonstruktion lässt sich dann die genaue Phase der Zustands ablesen.

In Abb. 4.7 sind die Ergebnisse der fringe-Messung für drei verschiedene Leistungen (10 mW, 15 mW and 20 mW) für $|\Psi^+\rangle$ dargestellt. Der entsprechende Kontrast der eingestellten Polarisierungen ist in Tab. 4.5 ebenfalls für die drei angegebenen Leistungen gezeigt. Den Graphen sowie der Tabelle ist zunächst zu entnehmen, dass der Kontrast über die gesamte Leistung unverändert ist. Die größeren Abweichungen von 100 % in den Messungen für D bzw. A kommen hier maßgeblich von einer nicht exakt eingestellten bzw. leicht schwankenden Interferometerphase. Dies führt dazu, dass Oszillationen in

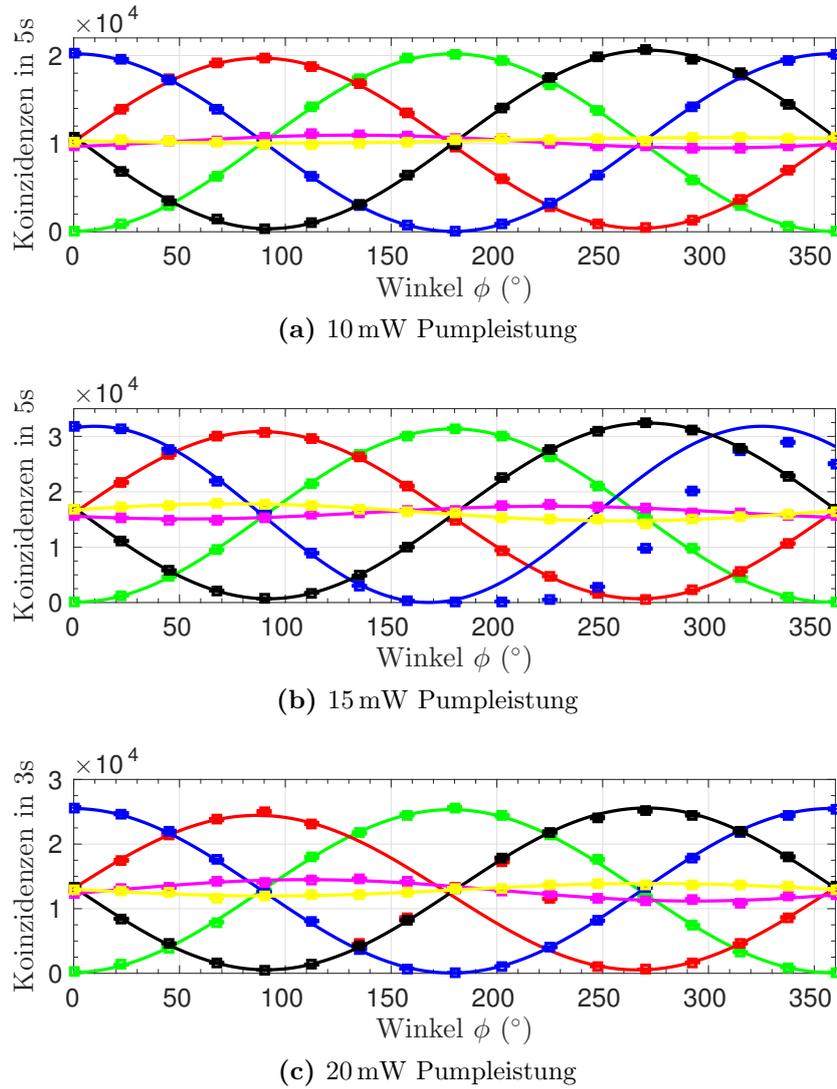


Abbildung 4.7: Fringe visibility für den $|\Psi^+\rangle$ -Zustand für drei verschiedene Pumpleistungen. Die entsprechenden Kontraste sind in Tab. 4.5 angegeben. Die Polarisierungen H, D, V, A, R, L sind in den Farben Grün, Rot, Blau, Schwarz, Magenta, Gelb dargestellt. Die Fehlerbalken sind kleiner als die Datenpunkte und werden daher von diesen verdeckt.

Tabelle 4.5: Kontraste der drei fringe-Messungen für die 6 eingestellten Polarisierungen für den $|\Psi^+\rangle$ -Zustand.

	10 mW	15 mW	20 mW
H	99,40(5) %	99,43(6) %	99,1(1) %
D	96,1(1) %	95,6(1) %	95,8(2) %
V	99,59(4) %	99,9(9) %	99,6(1) %
A	96,6(1) %	95,85(8) %	95,8(1) %
R	7,1(8) %	7(1) %	12(1) %
L	3(1) %	9,4(8) %	7,4(1) %

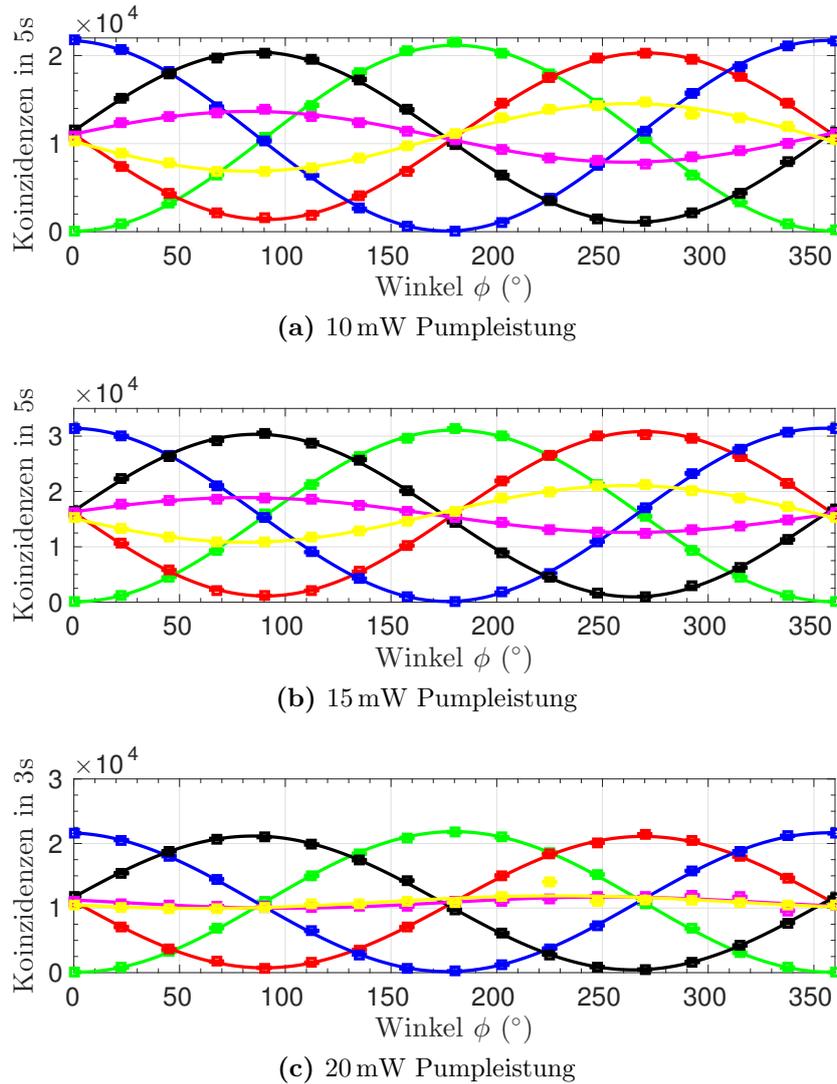


Abbildung 4.8: Fringe visibility für den $|\Psi^-\rangle$ -Zustand für drei verschiedene Pumpleistungen. Die entsprechenden Kontraste sind in Tab. 4.5 angegeben. Die Polarisationen H, D, V, A, R, L sind in den Farben Grün, Rot, Blau, Schwarz, Magenta, Gelb dargestellt. Die Fehlerbalken sind kleiner als die Datenpunkte und werden daher von diesen verdeckt.

R und L auftreten. Die Abweichungen der Datenpunkte vom Fit in der V-Messung bei 15 mW resultieren daraus, dass während der Messung das Interferometer kurzzeitig nicht richtig stabilisiert war.

Die gleiche Messung lässt sich auch für den $|\Psi^-\rangle$ -Zustand durchführen. Für die obigen Leistungen sind die entsprechenden Ergebnisse in Abb. 4.8 dargestellt. Auch hier resultieren die Oszillationen in R und L aus einer nicht exakt eingestellten Interferometerphase. Die entsprechenden Kontraste sind hier ähnlich gut, wie auch beim $|\Psi^+\rangle$ -Zustand. Dies zeigt erneut, dass mit dem vorgestellten Aufbau ein beliebiger Zustand

Tabelle 4.6: Kontraste der drei fringe-Messungen für die 6 eingestellten Polarisierungen für den $|\psi^-\rangle$ -Zustand.

	10 mW	15 mW	20 mW
H	99,3(1) %	99,33(5) %	99,36(5) %
D	87,2(2) %	93,0(1) %	93,1(2) %
V	99,2(1) %	99,15(6) %	98,4(1) %
A	90,0(2) %	93,8(2) %	96,0(1) %
R	26,7(9) %	20,0(5) %	8(3) %
L	35,8(9) %	32,0(5) %	9(4) %

Tabelle 4.7: Verschränkungsparameter der Rekonstruktionen für den $|\psi^+\rangle$ -Zustand.

	10 mW	15 mW	20 mW
Fidelity $\langle \Psi^+ \rho \Psi^+ \rangle$	97,0 %	96,6 %	96,4 %
Reinheit $\text{tr}(\rho^2)$	0,942	0,943	0,933
Concurrence C	0,944	0,936	0,932

zwischen $|\Psi^+\rangle$ und $|\Psi^-\rangle$ mit hohem Verschränkungsmaß bzw. hier Kontrast produziert werden kann.

Aus dem Kontrast der fringes lässt sich bereits sehen, dass die Zustände ein hohes Maß an Verschränkung aufweisen. Um dieses aber genauer zu definieren lässt sich aus den fringes der Zustand mittels der maximum likelihood Methode rekonstruieren. In Abb. 4.9 sind die Rekonstruktionen für die drei obigen Leistungen für den $|\Psi^+\rangle$ -Zustand und in Abb. 4.10 die entsprechenden Graphen für den $|\Psi^-\rangle$ -Zustand dargestellt. Aus der Rekonstruktion ergeben sich dann die entsprechenden Parameter zur Charakterisierung des Zustands. Diese sind in Tab. 4.7 für den $|\Psi^+\rangle$ -Zustand und in Tab. 4.8 für den $|\Psi^-\rangle$ -Zustand aufgelistet. Zunächst lässt sich hieraus erkennen, dass beide Zustände mit gleichem Maß an Verschränkung erzeugt werden können. Auch die Abhängigkeit der Reinheit bzw. Fidelity von der Pumpleistung ist bei beiden Zuständen nicht mehr vorhanden. Es ist somit möglich über die gesamte zur Verfügung stehende Pumpleistung eine gleichbleibend hohe Fidelity zu erzielen.

Vergleicht man diese mit dem Wert für 200 μW der alten Quelle so sieht man, dass die hier erreichte Fidelity leicht niedriger ist (ca. 1 %). Dies liegt daran, dass die Stabilisie-

Tabelle 4.8: Verschränkungsparameter der Rekonstruktionen für den $|\psi^-\rangle$ -Zustand.

	10 mW	15 mW	20 mW
Fidelity $\langle \Psi^- \rho \Psi^- \rangle$	91,3 %	96,1 %	96,8 %
Reinheit $\text{tr}(\rho^2)$	0,909	0,950	0,942
Concurrence C	0,830	0,923	0,94

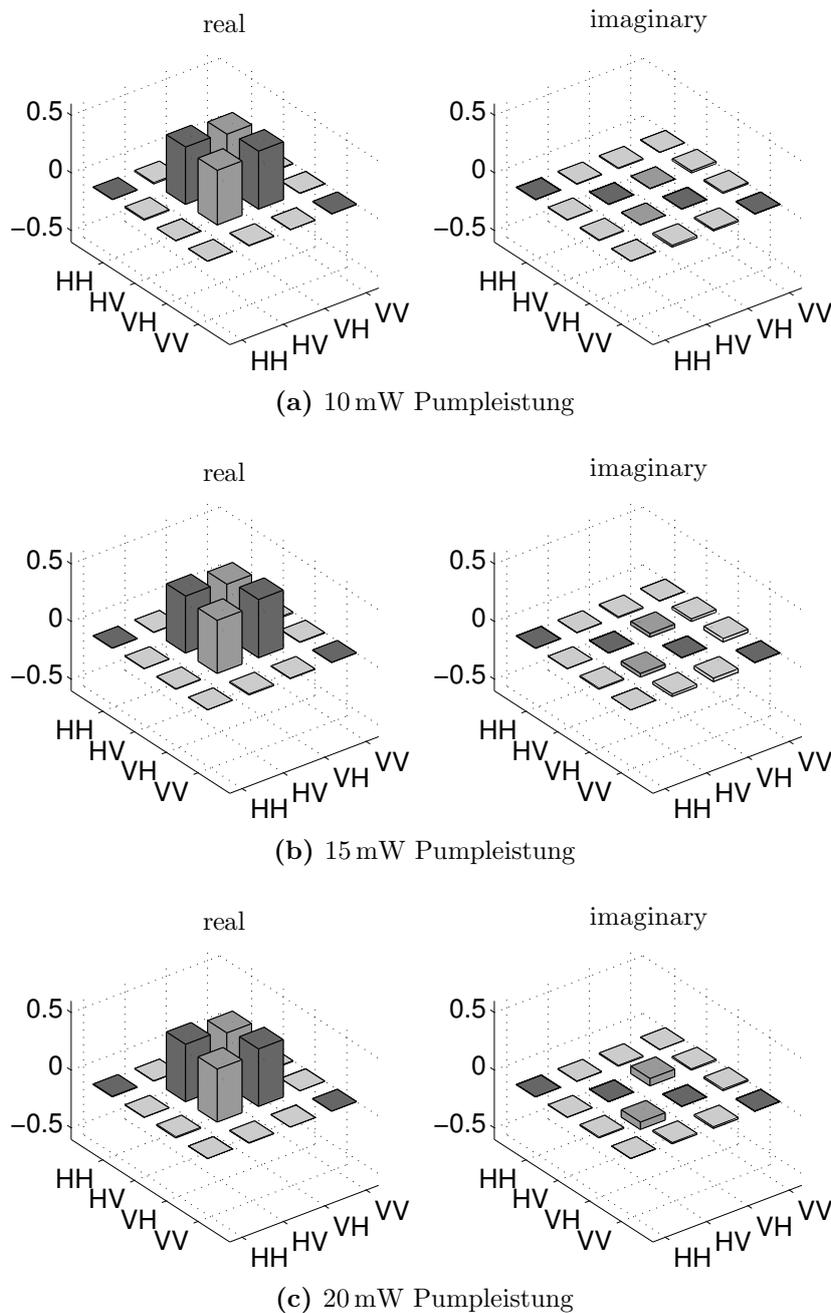


Abbildung 4.9: Maximum likelihood Rekonstruktion für den $|\Psi^+\rangle$ -Zustand für drei verschiedene Pumpleistungen. Die entsprechenden Fidelities und Reinheiten sind in Tab. 4.7 angegeben.

rung des Interferometers zum Zeitpunkt der Messung noch nicht optimal lief. Das Signal auf welches stabilisiert wird ist noch leicht leistungsabhängig. Aus Polarisationsdrifts in der Faser vom Laser zur Quelle werden durch einen Polarisator leichte Leistungsschwankungen welche noch im Signal zu erkennen sind. Für den Zustand bedeutet dies, dass

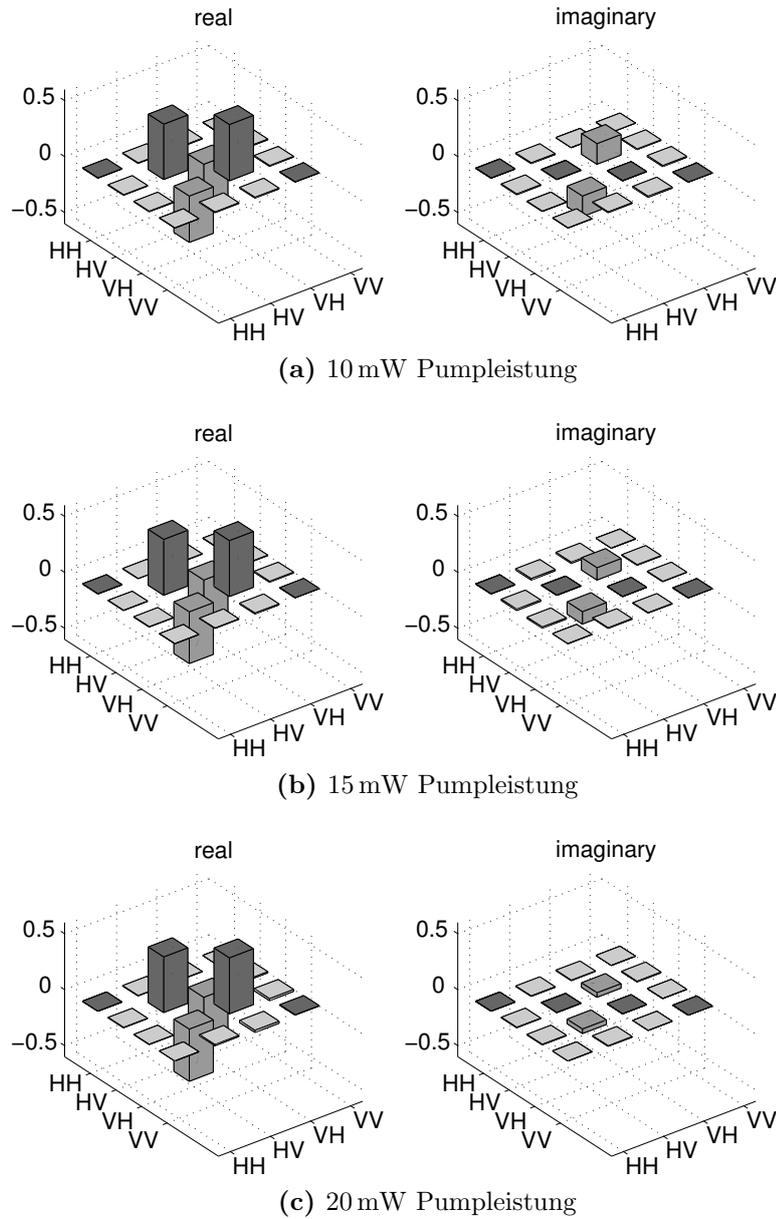


Abbildung 4.10: Maximum likelihood Rekonstruktion für den $|\Psi^-\rangle$ -Zustand für drei verschiedene Pumpleistungen. Die entsprechenden Fidelities und Reinheiten sind in Tab. 4.8 angegeben.

sich die Phase zu Beginn der entsprechenden fringe Messung (H-Messung) leicht von der am Ende (L-Messung) unterscheidet. Zusätzlich gibt es eine kleine Phasenunsicherheit (siehe Kapitel 3.3.4) aufgrund eines verrauschten Signals, welche ebenfalls die Reinheit bzw. Fidelity beeinträchtigt. Werden diese noch beseitigt sollten hier über die gesamte Leistungsbreite Reinheiten im Bereich von 99% erreichbar sein.

4.3.4 Bell-Ungleichung

Im Folgenden soll gezeigt werden, dass es sich bei der beachtete Polarisationsverschränkung um keine lokale Eigenschaft handelt. Dies bedeutet insbesondere das der Effekt nicht durch eine lokale versteckte Variablen Theorie beschrieben werden kann. Um dies zu zeigen dient die Bell-Ungleichung [2]. Diese gibt eine obere Schranke dafür, bis zu welchem Wert eine Messung durch lokale, noch unbekannte Parameter beschreiben werden kann. Experimentell zugänglicher ist die auf der Bell-Ungleichung basierende CHSH-Gleichungen [9], benannt nach den Entdeckern Clauser, Horne, Shimony und Holt. Im folgenden sollen kurz die für die Berechnung notwendigen Parameter eingeführt werden.

Die CHSH-Ungleichung ist eine Funktion von vier Winkeln, in diesem Fall sind dies die Einstellwinkel der $\lambda/2$ -Platten in den beiden Armen. Aus diesem Grund lässt sich der sogenannte S Parameter auch aus den obigen Messungen berechnen. Die Ungleichung ist als

$$S(\alpha, \alpha', \beta, \beta') = \left| E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta') \right| + \left| E(\alpha', \beta) + E(\alpha', \beta') \right| \quad (4.19)$$

definiert. Für einen Wert $S \leq 2$ lässt sich die Messung durch besagte versteckte Variablen beschreiben. Für einen Wert $2 \leq S \leq 2\sqrt{2}$ handelt es sich um einen quantenmechanischen, nicht lokalen Effekt. Der Erwartungswert $E(\alpha, \beta)$ lässt sich aus den Koinzidenzen C durch

$$E(\alpha, \beta) = \frac{C(\alpha, \beta) + C(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp}) - C(\alpha, \beta_{\perp}) - C(\alpha_{\perp}, \beta)}{C(\alpha, \beta) + C(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp}) + C(\alpha, \beta_{\perp}) + C(\alpha_{\perp}, \beta)} \quad (4.20)$$

berechnen. Hierbei bezeichnet α_{\perp} bzw. β_{\perp} den zu α bzw. β senkrechten Winkel. Um die Ungleichung maximal zu verletzen muss eine spezielle Wahl an Polarisator- bzw. Wellenplatten-Winkel gewählt werden. Für die Zustände $|\Psi^+\rangle$ und $|\Psi^-\rangle$ sind dies die in Tab. 4.9 dargestellten Winkel. Eine entsprechende Herleitung dieser findet sich im Anhang C.1. Aus den entsprechenden Koinzidenzen der fringe-Messungen lässt sich nun jeweils der S -Parameter berechnen. Dies ist für alle gezeigten fringes in Tab. 4.10 dargestellt. Tabelle 4.11 enthält zudem die entsprechenden Werte ohne Abzug des Hintergrundes.

Es lässt sich festhalten, dass bei Abzug des Hintergrundes bei allen Werten die Bell-Ungleichung verletzt wird und es sich somit um einen quantenmechanischen Effekt handelt. Die Abweichung zum maximal möglichen Wert 2 für eine lokale versteckte Variablen

Tabelle 4.9: Winkel auf der Poincaré-Kugel zur maximalen Verletzung der CHSH-Ungleichung.

Variable	Winkel
α	0°
α'	90°
β	45°
β'	135°

Tabelle 4.10: S -Parameter der CHSH-Ungleichung für die Messungen mit Abzug des Hintergrunds.

Zustand	S	Zustand	S
$ \Psi^-\rangle$ bei 1 mW	2,76(2)	$ \Psi^+\rangle$ bei 2 mW	2,75(2)
$ \Psi^-\rangle$ bei 10 mW	2,64(3)	$ \Psi^+\rangle$ bei 10 mW	2,77(3)
$ \Psi^-\rangle$ bei 15 mW	2,71(3)	$ \Psi^+\rangle$ bei 15 mW	2,93(3)
$ \Psi^-\rangle$ bei 20 mW	2,75(4)	$ \Psi^+\rangle$ bei 20 mW	2,37(4)

Theorie beträgt hierbei bei allen Messungen mindestens 20 Standardabweichungen. Die hier dargestellten Messungen des Bell-Parameter mit Abzug des Hintergrunds entsprechen den Fidelity- und Concurrence-Messungen des vorherigen Abschnitts. Der Wert von $S = 2,93(3)$ für eine Leistung von 15 mW für $|\Psi^+\rangle$ ist größer als $2\sqrt{2}$. Der Vergleich mit dem entsprechenden fringe zeigt jedoch, dass in diesem Fall das Interferometer nicht richtig stabilisiert und die Phase somit nicht stabil war.

Betrachtet man die Werte ohne Abzug des Hintergrunds, so sieht man, dass die Bell-Ungleichung nur noch im Fall kleiner Pumpleistungen von 1 mW bzw. 2 mW verletzt wird. Dies liegt daran, dass der Hintergrund, welcher maßgeblich aus verlorenen Partnern resultiert, bei steigender Leistung schneller anwächst als die Koinzidenzrate. Dies lässt sich wie folgt zeigen. Sei $R_i = S_i + B_i$ die detektierte Rate des Detektors 1 bzw.

Tabelle 4.11: S -Parameter der CHSH-Ungleichung für die Messungen ohne Abzug des Hintergrunds.

Zustand	S	Zustand	S
$ \Psi^-\rangle$ bei 1 mW	2,59(5)	$ \Psi^+\rangle$ bei 2 mW	2,50(4)
$ \Psi^-\rangle$ bei 10 mW	1,74(3)	$ \Psi^+\rangle$ bei 10 mW	1,84(3)
$ \Psi^-\rangle$ bei 15 mW	1,52(2)	$ \Psi^+\rangle$ bei 15 mW	1,84(3)
$ \Psi^-\rangle$ bei 20 mW	1,46(3)	$ \Psi^+\rangle$ bei 20 mW	1,12(2)

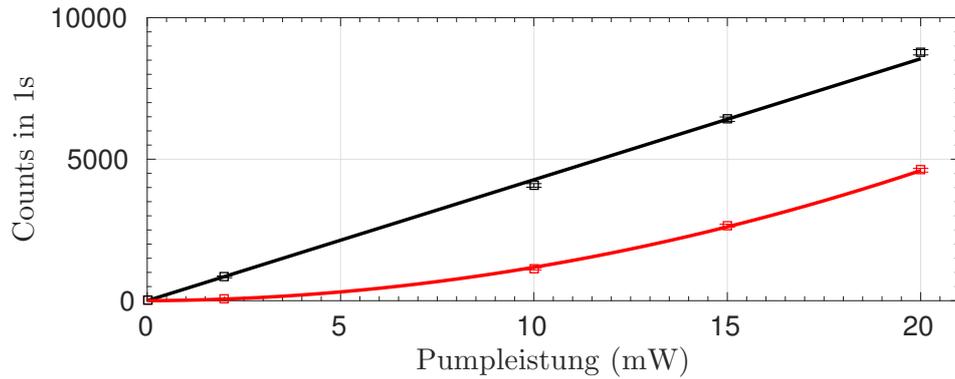


Abbildung 4.11: Abhängigkeit der Signalrate bzw. der Hintergrundrate von der Pumpleistung. In schwarz ist die Signalrate mit linearem Fit dargestellt. In rot die Hintergrundrate mit quadratischem Fit.

2. Diese setzt sich aus der Signalrate S_i und der Dunkelzählrate B_i des entsprechenden Detektors zusammen. Die Anzahl der Hintergrundereignisse H lässt sich über

$$H = R_1 R_2 T \Delta t \quad (4.21)$$

berechnen. Hier bezeichnet T die Messzeit und Δt die Bingröße. Einsetzen der obigen Definition für die detektierten Raten liefert dann

$$H = (S_1 S_2 + (S_1 B_1 + S_2 B_2 + B_1 B_2)) T \Delta t \quad (4.22)$$

Bei hinreichend kleinen Dunkelzählraten, wovon hier ausgegangen werden kann, kommt der größte Beitrag vom Term $S_1 S_2$. Die Einzelraten steigen linear mit der Pumpleistung an. Die Hintergrundrate hängt somit quadratisch von der Pumpleistung ab. Die Signalrate bzw. die Koinzidenzrate jedoch nur linear. Dies ist in Abb. 4.11 für die Messwerte des $|\Psi^+\rangle$ Zustands dargestellt. Dieser Effekt führt zu einem breiten Offset, welcher sowohl den Kontrast der fringes als auch den S -Parameter verringert.

5 Polarisationsunabhängige Frequenzkonversion

Ein elementarer Bestandteil von Quantennetzwerken und Netzwerken im Allgemeinen ist der Informationsaustausch über große Distanzen. Neben einer passenden Wahl der Wellenlänge werden in klassischen Netzwerken dazu auch Repeater-Stationen eingesetzt. In der Quantenmechanik sind klassische Repeater aufgrund des No-Cloning-Theorems [52] nicht möglich. Eine Lösung für dieses Problem stellen sogenannte Quanten-Repeater [7] dar. Zusätzlich ist es sinnvoll eine Wellenlänge mit minimaler Dämpfung in einer optischen Faser zu wählen. Die für die Kommunikation typischen Frequenz-Bänder im Telekom Bereich sind in Abb. 5.1 dargestellt. Diese Bänder zeichnen sich durch beson-

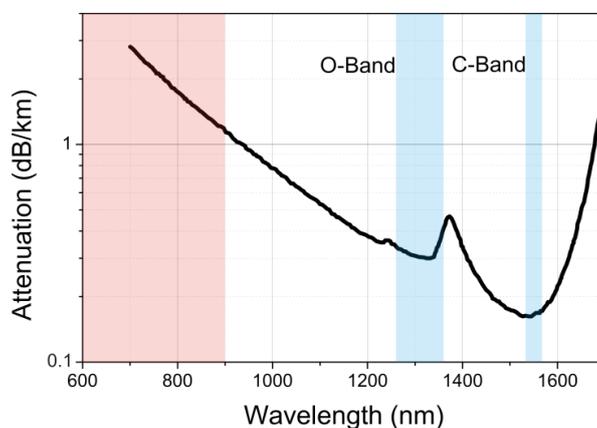


Abbildung 5.1: Dämpfung in optischen Fasern in Abhängigkeit der Wellenlänge. Für die klassische Kommunikation werden vor allem das C- bzw. O-Band verwendet.¹

ders geringe Faserverluste aus. Das Problem für die Quantenkommunikation ist, dass die optischen Übergänge der z.B. als Quanten-Nodes verwendeten Atome nicht in diesem Wellenlängenbereich liegen. Als Lösung bietet sich hier die Quanten-Frequenzkonversion an. Mit deren Hilfe ist es möglich beliebige Wellenlängen unter Erhaltung der Quanteninformation in ein entsprechendes Band mit minimalen Verlusten zu konvertieren.

¹Grafik aus DPG-Talk Andreas Lenhard, 2014

Gleichzeitig bietet dies den Vorteil, dass die vorhandene Faser-Infrastruktur weiter verwendet werden könnte.

Die folgenden Messungen wurden in Zusammenarbeit mit der AG Becher durchgeführt. Eine ausführlichere Diskussion der Prozesse findet sich in [30, 53]. Das Experiment zur Frequenzkonversion zeigt hierbei eine mögliche Anwendung der vorgestellten Quelle. Im ersten Abschnitt dieses Kapitels soll kurz auf das Prinzip der Frequenzkonversion eingegangen werden. Im zweiten Abschnitt wird der Aufbau des Konverters skizziert. Der letzte Abschnitt dieses Kapitels befasst sich dann mit den Messergebnissen.

5.1 Prinzip der Frequenzkonversion

Bei der Frequenzkonversion handelt es sich um einen Prozess der 3-Wellen-Mischung. Hierfür grundlegend ist, wie bei der spontanen parametrischen Abwärtskonversion auch, ein $\chi^{(2)}$ -Medium. Bei der Konversion wird das Signal-Photon absorbiert und das Idlerphoton erzeugt. Der Prozess wird dabei durch ein Pumpfeld stimuliert. Im Experiment dienen hier die in der oben beschriebenen SPDC-Quelle erzeugten Photonen als Signal. Die Pumpwelle hat eine Wellenlänge von 2450 nm. Entsprechend werden die Idlerphotonen bei einer Wellenlänge von 1310 nm erzeugt und liegen damit im Telekom O-Band. Das entsprechende Energie-Diagramm ist in Abb. 5.2 dargestellt. Beim Konversionspro-

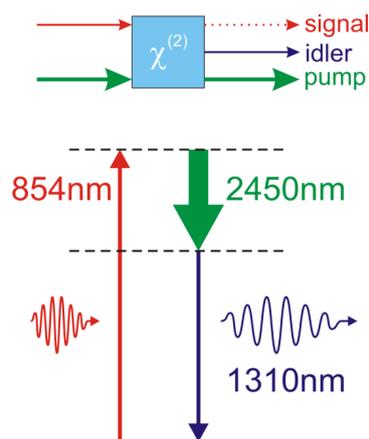


Abbildung 5.2: Energieschema des verwendeten Konversionsprozesses.

zess bleiben hierbei alle klassischen und nicht-klassischen Eigenschaften der Photonen erhalten [54].

5.2 Aufbau des Konverters

In diesem Abschnitt soll kurz der Aufbau des Konverters erläutert werden, welcher für die folgenden Messungen benutzt wird. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in [4]. Die Photonen werden nach wie vor mit der Photonenpaarquelle in Sagnac-Konfiguration erzeugt. Ein Photon jedes Paares wird über eine single-mode-Faser in das Labor der AG Becher geschickt. Das andere wird mit einer APD analog zum vorherigen Kapitel detektiert. Im Labor der AG Becher verlassen die Photonen die single-mode-Faser am untersten Faserkoppler in Abb. 5.3. Die Photonen werden anschließend an einem

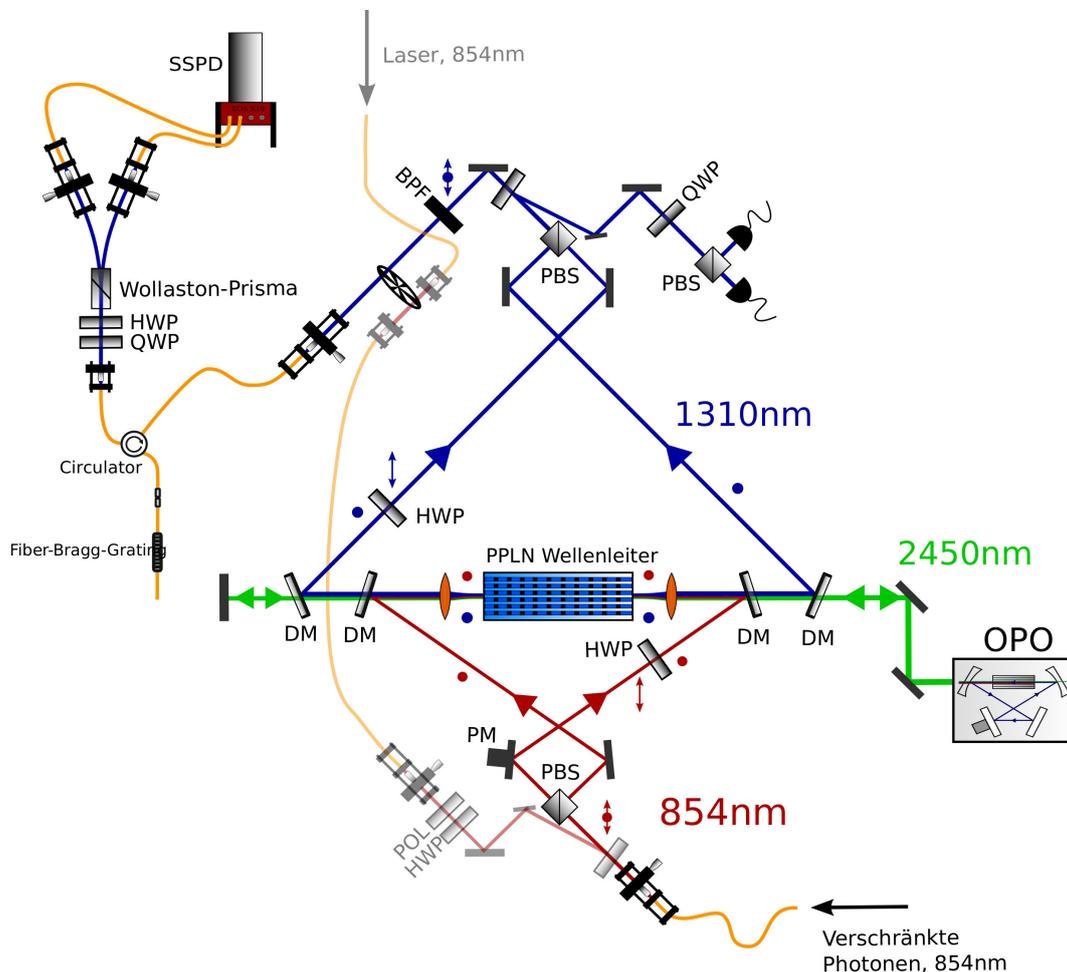


Abbildung 5.3: Schematischer Aufbau des Konverters in Sagnac-Konfiguration. Die verschränkten Photonen kommen aus der oben ausführlich beschriebenen Photonenpaarquelle. Die Mischwelle wird durch einen optisch parametrischen Oszillator (OPO) erzeugt. Die eigentliche Konversion findet in einem PPLN Wellenleiter statt.²

²Grafik erstellt von Matthias Bock, AG Becher

PBS in ihre Frequenzkomponenten aufgeteilt. Die Frequenzkomponenten werden dann jeweils separat konvertiert. Dazu wird die Polarisation in einem Arm mit Hilfe einer $\lambda/2$ -Platte (HWP) gedreht. Beide Teilamplituden des Photons besitzen somit die gleiche Polarisation und werden über zwei dichroitische Spiegel (DM) zusammen mit der Mischwelle (2450 nm) in einen Wellenleiter fokussiert. Dieser besteht aus periodisch gepoltem Lithiumniobat (LiNbO₃, PPLN). In diesem findet die Differenzwellenerzeugung statt. Dabei wird jeweils die Teilamplitude eines 854 nm-Photons in eine Teilamplitude eines 1310 nm-Photons konvertiert. Die Polarisation bleibt hierbei erhalten. Die Teilamplituden des 1310 nm-Photons können die dichroitischen Spiegel passieren und werden an einem PBS wieder zu einem Photon zusammengefügt. Die Polarisation einer Teilamplitude eines Arms wird zuvor wieder mit Hilfe einer $\lambda/2$ -Platte zurück gedreht. Die beiden Polarisationsanteile der Photonen werden also jeweils einzeln konvertiert und anschließend wieder zusammengefügt.

Nach der Konversion werden die erzeugten Telekom-Photonen über einen Zirkulator auf ein Fiber-Bragg-grating gesendet. Dieses dient der spektralen Filterung der daran reflektierten Photonen. Die reflektierten Photonen verlassen den Zirkulator am dritten Ausgang und werden mit Hilfe einer Polarisationsoptik in einen bestimmten Zustand projiziert. Das Polarisations-Setup besteht, wie auch zur Projektion der unkonvertierten Photonen, aus einer $\lambda/2$ - und $\lambda/4$ - Platte. Anstelle eines einfachen Polfilters wird hier jedoch ein Wollaston-Prisma verwendet. Dieses ermöglicht es die beiden Polarisationen H und V getrennt zu messen, was zu einer effektiven Halbierung der Messzeit führt. Zudem bietet das Prisma eine sehr gute Unterdrückung falscher Polarisation. Zur Detektion der jeweils projizierten Photonen steht ein supraleitender Einzelphotonendetektor (engl. *Superconducting Single Photon Detecting*, SSPD) zur Verfügung.

5.3 Verschränkung zwischen konvertierten und nicht konvertierten Photon

Für Anwendungen in der Quantenkommunikation und zur Realisierung von Quanten-Repeatern ist es notwendig, verschränkte Teilchen über größere Distanzen auszutauschen. Hierbei sollen Übertragungsverluste minimiert werden. Es ist daher notwendig, mindestens ein Photon eines in der SPDC-Quelle erzeugtes Paares ins Telekom O-Band zu konvertieren. Hierbei soll der Quantenzustand der Photonen erhalten bleiben.

Tabelle 5.1: Kontraste der fringe-Messung für die 6 eingestellten Polarisationen für den $|\Psi^+\rangle$ -Zustand.

	10 mW
H	89,9(7) %
D	84,2(5) %
V	90,1(4) %
A	83,0(8) %
R	5(3) %
L	8(3) %

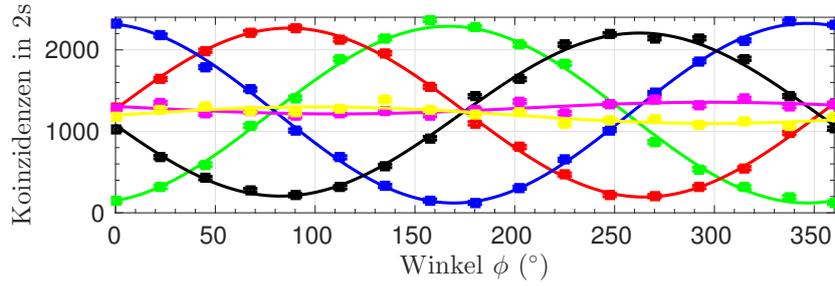
Tabelle 5.2: Verschränkungsparameter der Rekonstruktionen für den $|\Psi^+\rangle$ -Zustand.

	10 mW
Fidelity $\langle \Psi^+ \rho \Psi^+ \rangle$	91,2 %
Reinheit $\text{tr}(\rho^2)$	0,846
Concurrence C	0,861

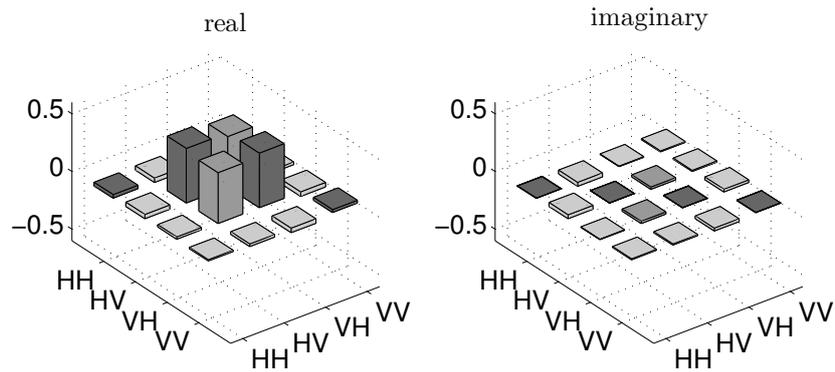
Zum Nachweis der Verschränkung zwischen einem konvertierten und einem nicht-konvertierten Photon eines Paares wird auch hier eine fringe Messung durchgeführt. Dazu werden die Photonen eines Arms, wie auch bei der Charakterisierung der Quelle, mittels eines Polarisationssetup projiziert und anschließend mit einer Si-APD detektiert. Die Photonen des anderen Arms werden im Labor der AG Becher mittels des oben vorgestellten Konverters ins Telekom O-Band konvertiert. Die Projektion erfolgt ebenfalls über ein Polarisationssetup, welches sich vor den SSPDs befindet. Die Ergebnisse der fringe Messung und die daraus berechnete Tomographie sind in Abb. 5.4 dargestellt. Die Messung wurde bei einer Pumpleistung von 10 mW, einer Konversionskristall-Temperatur von 22,4 °C und einer Kompensationskristall-Temperatur von 32,174 °C durchgeführt. Aus den fringes lässt sich wieder der Interferenzkontrast bestimmen. Die Messergebnisse dafür sind in Tab. 5.1 dargestellt. Die Verschränkungsparameter, welche aus der Rekonstruktion mittels maximum likelihood Methode gewonnen wurden, sind in Tab. 5.2 dargestellt. Die Messwerte zeigen, dass die Verschränkung nach der Konversion weiterhin erhalten bleibt. Der Interferenzkontrast, sowie Fidelity und Reinheit nehmen aber leicht ab im Vergleich zu den Ergebnissen ohne Konversion. Eine mögliche Erklärung hierfür wird im nächsten Abschnitt gegeben.

5.3.1 Bell-Ungleichung

Auch für die Korrelationen zwischen den konvertierten und nicht konvertierten Photonen lässt sich der Bell-Parameter berechnen. Für eine Pumpleistung von 10 mW ergibt sich bei Abzug des Hintergrunds ein Wert von $S = 2,41(7)$. Ohne Abzug des Hintergrunds verringert sich der Wert auf $S = 1,79(9)$. Beide Ergebnisse sind aber auf einem ähnlichen Wert wie in der Messung ohne Konversion des einen Photons ($S = 2,77(3)$ ohne Hintergrund, $S = 1,84(3)$ mit Hintergrund).



(a) fringe Messung des $|\Psi^+\rangle$ -Zustands



(b) Zustandstomographie des $|\Psi^+\rangle$ -Zustands

Abbildung 5.4: fringe Messung und Zustandstomographie eines $|\Psi^+\rangle$ -Zustands zwischen einem konvertierten und einem nicht konvertierten Photon. Die Fehlerbalken sind kleiner als die Datenpunkte und werden daher von diesen verdeckt.

Auch hier zeigt sich, dass mit Abzug des Hintergrundes die Bell-Ungleichung mit einer Abweichung von 6σ verletzt wird. Ohne Abzug des Hintergrundes liegt der Wert wieder knapp unterhalb von 2. Dies lässt sich zum Teil wieder auf das Offset zurückführen. Im Anschluss an die Messung hat sich zudem herausgestellt, dass das Polarisationssetup im Telekom-Bereich nicht optimal justiert war. Dies führte zu einer Projektion auf einen Breitenkreis der Poincaré-Kugel und nicht auf den Äquator. Aus diesem Grund kann am Polarisator die Intensität nicht auf null sinken. Dies führt zu einem weiteren Offset, welches sich auch in Abb. 5.4a) erkennen lässt.

Übersichtlich ist der ermittelte Wert für den Bell-Parameter und dessen Abweichung vom Wert $S = 2$ in Abb. 5.5 dargestellt. Mit Hilfe des Graphen lässt sich leicht abschätzen, wie viele Signal-Counts bei gegebenen Hintergrund-Counts benötigt werden, um die Bell-Ungleichung zu verletzen. Geht man von der gleichen Anzahl an Hintergrund-Counts aus, so werden ca. 1000 zusätzliche Signal-Counts benötigt. Rechnet man mit den in 4.2.3 bestimmten Effizienzen der Photonenpaarquelle zurück, so erkennt man, dass bereits mit den Effizienzen der Quelle ohne Sagnac-Aufbau genügend Signal-Counts

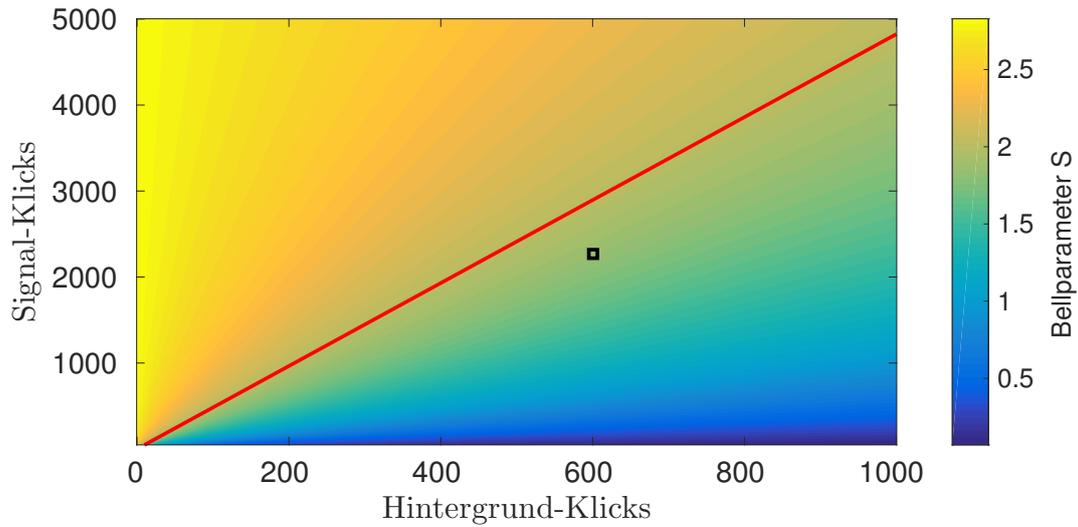


Abbildung 5.5: Simulation des Bell-Parameters in Abhängigkeit der Hintergrund- und Signal-Ereignissen. Die rote Linie kennzeichnet einen Wert von $S = 2$. In schwarz ist der Messwert ohne Abzug des Hintergrunds markiert.

erreicht werden können. Zudem verringern sich bei Verbesserung der Effizienzen zusätzlich die Hintergrund-Counts. Somit sollte es möglich sein, auch ohne Abzug des Hintergrunds die Bell-Ungleichung zu verletzen.

6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde eine bestehende „cavity-enhanced“ SPDC-Quelle durch einen Sagnac-Aufbau erweitert und charakterisiert. Dazu wurden zunächst im zweiten Kapitel die wichtigsten Grundlagen der nichtlinearen Optik gezeigt. Darauf aufbauend konnte der Quantenzustand der SPDC-Photonen und der Ausgangszustand der Quelle mit Sagnac-Aufbau hergeleitet werden. Ein wichtiger Teil hierbei stellt die Phase des Ausgangszustands dar. Hier konnte gezeigt werden, dass diese sich über die Phase des durch das Pumplicht gebildeten Mach-Zehnder-Interferometer stabilisieren lässt. Die Phase des Zwei-Photonenzustands ist hierbei über die Interferometerphase gegeben.

Im dritten Kapitel wurde dann der Aufbau der bestehenden Quelle kurz erläutert. Des weiteren wurde der Aufbau der Erweiterung und die Simulation der Strahlengänge mit Hilfe der Strahlmatrizen präsentiert. Diese dienen als Grundlage für den realisierten Aufbau. Ein wichtiger Punkt hierbei ist die Strahlanpassung der Photonen hinter dem Resonator. Die Photonen müssen vom PBS bis zur Faser möglichst gut Überlappen um keine Unterscheidbarkeit zu induzieren. Eine Messung der Strahlform zeigt, dass hierbei Messung und Theorie in guter Übereinstimmung sind. Zusätzlich wird dies bei der Charakterisierung der Quelle, welche Teil des 4. Kapitels ist, verdeutlicht.

Im Rahmen der Charakterisierung bezüglich Ausgangszustand und Leistungsabhängigkeit konnte gezeigt werden, dass die bestehenden Probleme der Quelle ohne Sagnac-Aufbau weitestgehend behoben wurden. Dazu wurden zunächst die Effizienzen der beiden Quellen bezüglich dem Weg der Photonen von der Erzeugung bis zur Detektion verglichen. Die Effizienzen lassen sich hierbei aus einer Korrelationsmessung der beiden Arme berechnen. Für die Quelle ohne Sagnac-Aufbau liegt diese bei 9,48(7) % bzw. 6,41(4) %. Die im neuen Aufbau realisierten Effizienzen sind leicht schlechter und betragen für den 0°-Strahl 7,53(8) % bzw. 6,60(7) % und für den 30°-Strahl 7,62(8) % bzw. 6,56(7) %. Die Abweichungen in den Effizienzen lassen sich hierbei auf ein falsches Teleskop für den Pumpstrahl und einer damit nicht optimalen Strahlform im Konversionskristall zurückführen.

Im Rahmen dieser Messung konnten ebenfalls die Lebenszeiten der Photonen vermessen werden. Außerdem konnte gezeigt werden, dass durch die Überlagerung der Teilamplituden der Photonen am PBS nur solche mit „kurzer“ Lebenszeit in einem Ausgang und nur solche mit „langer“ Lebenszeit im anderem Ausgang zu messen sind. Dies minimiert die Unterscheidbarkeit der Photonen. Somit ist es mit Hilfe der Erweiterung der Quelle nun möglich, beliebige verschränkte Zustände $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle - e^{i\phi} |VH\rangle)$ mit Fidelity und Reinheit $> 0,95$ zu erzeugen. Der entsprechende Interferenzkontrast bestätigt dieses Ergebnis. Dieser liegt für H und V stets im Bereich $> 99\%$. Messungen für D und A weichen leicht hiervon ab, da die Phase leicht von den gewünschten Phasen $\phi = 0^\circ$ bzw. $\phi = 180^\circ$ abweichen kann. Dies führt zu zusätzlichen Oszillationen in R und L und einer Verminderung des Kontrast der D und A Messung. Nichts desto trotz liegt der Kontrast auch bei diesen im Bereich $> 95\%$. Der produzierte Ausgangszustand hängt außerdem nicht mehr von der Pumpleistung ab und löst damit ein entscheidendes Problem der Quelle ohne Sagnac-Aufbau.

Im letzten Kapitel wurde schließlich ein Photon eines Paares mit Hilfe der Quantenfrequenzkonversion ins Telekom O-Band konvertiert. Dieses Experiment ist vor allem in Bezug auf Quanteninformationstechnologien von besonderem Interesse, da es damit möglich ist, verschränkte Photonen mit minimalen Verlusten über große Strecken auszutauschen. Im Experiment konnte gezeigt werden, dass die Verschränkung, sowie der Quantenzustand der beiden Teilchen erhalten bleibt. Der Interferenzkontrast, sowie Fidelity und Reinheit nehmen hierbei im Vergleich zur Messung ohne Konversion leicht ab. Der Kontrast liegt aber immer noch bei $\sim 90\%$ für H und V, sowie $\sim 85\%$ für D und A. Für die Fidelity ergibt sich ein Wert von $91,2\%$. Die Reinheit beträgt hierbei $0,846$.

Eine charakteristische Größe für die Helligkeit einer Photonenpaarquelle ist die normierte spektrale Paarrate. Diese ist als Anzahl der Paare pro Sekunde Messzeit, pro Milliwatt Pumpleistung und pro Megahertz Bandbreite definiert. Diese erlaubt einen einfachen Vergleich mit Photonenquellen anderer Gruppen. In Tab. 6.1 sind die Helligkeiten verschiedener realisierter Photonenquellen aufgeführt. Darunter auch die in dieser Arbeit vorgestellte Quelle. Der Vergleich zeigt, dass die hier beschriebene Quelle zu den hellsten gehört. Der große Vorteil dieser Quelle ist jedoch, dass diese direkt resonant zum $P_{3/2} - D_{5/2}$ Übergang in ^{40}Ca ist. Somit eignet sie sich ideal für Experimente im Bereich der Quanteninformationstechnologie. Zudem ist es die erste „cavity-enhanced“ SPDC-Quelle, welche im Zusammenhang mit einem gefangenen Ion einen Sagnac-Aufbau nutzt. Dieser hat neben der Beseitigung von Unterscheidbarkeiten den direkten Vorteil, dass

Tabelle 6.1: Helligkeitsvergleich einiger Photonenquellen.

Arbeitsgruppe	Helligkeit $\frac{\text{Paare}}{\text{s mW MHz}}$
Eschner	$9 \cdot 10^3$
Silberhorn [32]	$3 \cdot 10^4$
Harris [8]	$1,34 \cdot 10^4$
Tanzilli [24]	$3,6 \cdot 10^3$
de Riedmatten [15]	$8 \cdot 10^3$
Marquardt [18]	$4,2 \cdot 10^4$

die Verschränkung nicht erst an einem BS durch die Trennung der Photonen entsteht. Die Erzeugung der Verschränkung am BS, auch biased-Verschränkung genannt, hat den Nachteil, dass man viele Hintergrundereignisse dadurch bekommt, dass zwei Photonen in den selben Ausgang des BS gelangen. Beim Sagnac-Aufbau hingegen entfällt dieser Hintergrund. Die Hintergrundereignisse hier entstehen einzig durch verlorene Partnerphotonen und lassen sich ohne weiteres nicht verkleinern.

Für weitere Messungen gerade im Zusammenhang mit dem ^{40}Ca -Ion können noch einige Verbesserungen vorgenommen werden. Durch das Ersetzen des 1:4-Teleskops durch ein 1:2-Teleskop kann die Effizienz von der Erzeugung der Photonen bis zur Detektion wieder auf das Niveau der Quelle ohne Sagnac-Aufbau gebracht und vielleicht sogar darüber hinaus verbessert werden. Zudem lässt sich die Phasenschwankung des Interferometers, welche vor allem aus einer schwankenden Eingangsleistung resultiert, durch das Kalibrieren der Offsets und Verstärkungen und dem anschließenden Herausrechnen auf dem Mikrocontroller beheben.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass alle Probleme der Quelle ohne Sagnac-Aufbau behoben werden konnten. Das biased-entanglement wurde durch die Überlagerung zweier Teilamplituden eines Photons an einem PBS beseitigt. Damit reduzieren sich die Hintergrundereignisse. Besonders im Bezug auf die Reinheit des Ausgangszustand konnte die Leistungsabhängigkeit der Quelle ohne Sagnac-Aufbau vollständig behoben werden. Damit steht Experimenten zusammen mit dem Ion bzw. Ion und Konverter nichts mehr im Weg.

Literaturverzeichnis

- [1] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric. *Phys. Rev.*, 127:1918–1939, Sep 1962.
- [2] J. Bell. On the einstein podolsky rosen paradox. *Physics*, 1:195–200, 1964.
- [3] R. Blatt, H. Häffner, C. F. Roos, C. Becher, and F. Schmidt-Kaler. Ion trap quantum computing with ca+ ions. *Quantum Information Processing*, 3(1):61–73, 2004.
- [4] M. Bock. *In Vorbereitung*. PhD thesis, Universität des Saarlandes, Postfach 151141, 66041 Saarbrücken.
- [5] B. Boulanger, J. P. Fève, G. Marnier, B. Ménaert, X. Cabirol, P. Villeval, and C. Bonnin. Relative sign and absolute magnitude of d(2) nonlinear coefficients of ktp from second-harmonic-generation measurements. *J. Opt. Soc. Am. B*, 11(5):750–757, May 1994.
- [6] R. W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press, 3rd edition, 2008.
- [7] H.-J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac, and P. Zoller. Quantum repeaters: The role of imperfect local operations in quantum communication. *Phys. Rev. Lett.*, 81:5932–5935, Dec 1998.
- [8] C.-S. Chuu, G. Y. Yin, and S. E. Harris. A miniature ultrabright source of temporally long, narrowband biphotons. *Applied Physics Letters*, 101(5), 2012.
- [9] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Phys. Rev. Lett.*, 23:880–884, Oct 1969.
- [10] D. Deutsch. Quantum theory, the church-turing principle and the universal quantum computer. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 400(1818):97–117, 1985.

- [11] D. Deutsch. Quantum computational networks. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 425(1868):73–90, 1989.
- [12] D. P. DiVincenzo. The physical implementation of quantum computation. *Fortschritte der Physik*, 48(9-11):771–783, 2000.
- [13] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Applied Physics B*, 31(2):97–105, 1983.
- [14] M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt, and R. L. Byer. Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 28(11):2631–2654, Nov 1992.
- [15] J. Fekete, D. Rieländer, M. Cristiani, and H. de Riedmatten. Ultranarrow-band photon-pair source compatible with solid state quantum memories and telecommunication networks. *Phys. Rev. Lett.*, 110:220502, May 2013.
- [16] M. Fiorentino, G. Messin, C. E. Kuklewicz, F. N. C. Wong, and J. H. Shapiro. Generation of ultrabright tunable polarization entanglement without spatial, spectral, or temporal constraints. *Phys. Rev. A*, 69:041801, Apr 2004.
- [17] M. Förtsch, J. U. Fürst, C. Wittmann, D. Strekalov, A. Aiello, M. V. Chekhova, C. Silberhorn, G. Leuchs, and C. Marquardt. A versatile source of single photons for quantum information processing. *Nature Communications*, 4:1818 EP –, May 2013. Article.
- [18] M. Förtsch, G. Schunk, J. U. Fürst, D. Strekalov, T. Gerrits, M. J. Stevens, F. Sedlmeir, H. G. L. Schwefel, S. W. Nam, G. Leuchs, and C. Marquardt. Highly efficient generation of single-mode photon pairs from a crystalline whispering-gallery-mode resonator source. *Phys. Rev. A*, 91:023812, Feb 2015.
- [19] L. K. Grover. A fast quantum mechanical algorithm for database search. *ArXiv e-prints*, 1996.
- [20] F. Henault. Quantum physics and the beam splitter mystery. *Proc. SPIE*, 9570:95700Q–95700Q–15, 2015.

-
- [21] I. V. Hertel and C.-P. Schulz (auth.). *Atome, Moleküle und optische Physik 2: Moleküle und Photonen - Spektroskopie und Streuphysik*, volume vol 2 of *Springer-Lehrbuch*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 edition, 2010.
- [22] D. Höckel, L. Koch, and O. Benson. Direct measurement of heralded single-photon statistics from a parametric down-conversion source. *Phys. Rev. A*, 83:013802, Jan 2011.
- [23] D. F. V. James, P. G. Kwiat, W. J. Munro, and A. G. White. Measurement of qubits. *Phys. Rev. A*, 64:052312, Oct 2001.
- [24] F. Kaiser, L. Ngah, A. Issautier, T. Delord, D. Aktas, V. D’Auria, M. De Michele, A. Kastberg, L. Labonte, O. Alibart, A. Martin, and S. Tanzilli. Polarization entangled photon-pair source based on quantum nonlinear photonics and interferometry. *Optics Communications*, 327:7 – 16, 2014. Special Issue on Nonlinear Quantum Photonics.
- [25] D. A. Kleinman. Nonlinear dielectric polarization in optical media. *Phys. Rev.*, 126:1977–1979, Jun 1962.
- [26] S. Kucera. *In Vorbereitung*. PhD thesis, Universität des Saarlandes, Postfach 151141, 66041 Saarbrücken.
- [27] C. Kurtsiefer, S. Mayer, P. Zarda, and H. Weinfurter. Stable solid-state source of single photons. *Phys. Rev. Lett.*, 85:290–293, Jul 2000.
- [28] C. Kurz, J. Huwer, M. Schug, P. Müller, and J. Eschner. A high-rate source for single photons in a pure quantum state. *New Journal of Physics*, 15(5):055005, 2013.
- [29] P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. Shih. New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 75:4337–4341, Dec 1995.
- [30] A. Lenhard. *Quantum photonic interfaces between atomic and telecommunication wavelengths*. PhD thesis, Universität des Saarlandes, Postfach 151141, 66041 Saarbrücken, 2015.
- [31] R. Loudon. *The Quantum Theory of Light, Third Edition (Oxford Science Publications)*. Oxford Science Publications. Oxford University Press, USA, 3 edition, 2000.

- [32] K.-H. Luo, H. Herrmann, S. Krapick, B. Brecht, R. Ricken, V. Quiring, H. Suche, W. Sohler, and C. Silberhorn. Direct generation of genuine single-longitudinal-mode narrowband photon pairs. *New Journal of Physics*, 17(7):73039, 2015.
- [33] I. Marcikic, H. de Riedmatten, W. Tittel, V. Scarani, H. Zbinden, and N. Gisin. Time-bin entangled qubits for quantum communication created by femtosecond pulses. *Phys. Rev. A*, 66:062308, Dec 2002.
- [34] P. Michler, A. Kiraz, C. Becher, W. V. Schoenfeld, P. M. Petroff, L. Zhang, E. Hu, and A. Imamoglu. A quantum dot single-photon turnstile device. *Science*, 290(5500):2282–2285, 2000.
- [35] P. N., H. A., M. W. Mitchell, and E. J. An entangled photon source for resonant single-photon–single-atom interaction. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 42(11):114002, 2009.
- [36] G. New. *Introduction to Nonlinear Optics*. Cambridge University Press, 2011.
- [37] Z.-Y. J. Ou. *Multi-Photon Quantum Interference*. Springer US, 2007.
- [38] N. Piro, F. Rohde, C. Schuck, M. Almendros, J. Huwer, J. Ghosh, A. Haase, M. Hennrich, F. Dubin, and J. Eschner. Heralded single-photon absorption by a single atom. *Nat Phys*, 7(1):17–20, Jan 2011.
- [39] B. Saleh and M. Teich. *Fundamentals of Photonics*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, 2007.
- [40] L. Sansoni, K. H. Luo, C. Eigner, R. Ricken, V. Quiring, H. Herrmann, and C. Silberhorn. A two-channel, spectrally degenerate polarization entangled source on chip. *ArXiv e-prints*, 2016.
- [41] M. Scholz, L. Koch, and O. Benson. Analytical treatment of spectral properties and signal-idler intensity correlations for a double-resonant optical parametric oscillator far below threshold. *Optics Communications*, 282(17):3518 – 3523, 2009.
- [42] M. Scholz, L. Koch, and O. Benson. Statistics of narrow-band single photons for quantum memories generated by ultrabright cavity-enhanced parametric down-conversion. *Phys. Rev. Lett.*, 102:063603, Feb 2009.
- [43] M. Scholz, L. Koch, R. Ullmann, and O. Benson. Single-mode operation of a high-brightness narrow-band single-photon source. *Applied Physics Letters*, 94(20), 2009.

-
- [44] E. Schrödinger. Discussion of probability relations between separated systems. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 31:555, 1935.
- [45] Schäfter+Kirchhoff GmbH. *Fiber Collimators 60FC-...*, Jan. 2016.
- [46] Y. R. Shen. *The Principles of Nonlinear Optics (Wiley Series in Pure and Applied Optics)*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, first edition edition, 1984.
- [47] P. W. Shor. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. *SIAM J. Comput.*, 26(5):1484–1509, Oct. 1997.
- [48] A. E. Siegman. *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [49] STMicroelectronics. *RM0090 Reference manual STM32F405/415, STM32F407/417, STM32F427/437 and STM32F429/439 advanced ARM®-based 32-bit MCUs*, Sept. 2016.
- [50] Texas Instruments. *DAC8830, 16-Bit, Ultra-Low Power, Voltage-Output Digital-to-Analog Converters*, Sept. 2007.
- [51] D. Walls and J. G. Milburn. *Quantum Optics*. Springer, 2nd ed edition, 2008.
- [52] W. K. Wootters and W. H. Zurek. A single quantum cannot be cloned. *Nature*, 299(5886):802–803, Oct 1982.
- [53] S. Zaske. *Quantum frequency down-conversion of single photons in nonlinear optical waveguides*. PhD thesis, Universität des Saarlandes, Postfach 151141, 66041 Saarbrücken, 2013.
- [54] S. Zaske, A. Lenhard, C. A. Keßler, J. Kettler, C. Hepp, C. Arend, R. Albrecht, W. Schulz, M. Jetter, P. Michler, and C. Becher. Visible-to-telecom quantum frequency conversion of light from a single quantum emitter. *Phys. Rev. Lett.*, 109:147404, Oct 2012.
- [55] F. Zernike and J. E. Midwinter. *Applied Nonlinear Optics*. Wiley, 1 edition, 1973.

Anhang

A Ergänzungen zum Grundlagenteil: Gauß-Strahlen und Strahlmatrizen

Zur Planung der Strahlengänge für den hier verwendeten Aufbau ist es notwendig den Verlauf der Laserstrahlen durch komplexe optische Systeme zu berechnen. Eine Methode dies zu realisieren sind Gauß-Strahlen in Verbindung mit dem Konzept der Strahlmatrizen. Der Name rührt daher, dass die Strahlen bei Ausbreitung in z -Richtung ein gaußglockenförmiges Intensitätsprofil entlang der x - y -Richtung aufweisen. Gauß-Strahlen stellen dabei eine sehr gute und weit verbreitete Approximation vieler vorkommender Strahlprofile da. Beispiele hierfür sind z.B. die Moden nach einer „single-mode“-Faser oder das Strahlprofil hinter einem optischen Resonator. An dieser Stelle soll kurz die notwendigen Formeln hergeleitet und die Zusammenhänge zu den für die Simulationen verwendeten Strahlmatrizen hergestellt werden.

A.1 Herleitung der Gauß-Strahlen

Zur Herleitung der Feldverteilung eines Laserstrahls in transversaler Richtung genügen die Gesetze der Strahlenoptik nicht mehr. Es ist nunmehr notwendig die Ausbreitung des Lichts direkt ausgehend von den Maxwell-Gleichungen zu beschreiben. Aus diesen folgt die Wellengleichung für Licht im Vakuum

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E(\vec{r}, t) = 0 \quad . \quad (\text{A.1})$$

Diese Gleichung ist für die meisten Feldverteilungen $E(\vec{r}, t)$ nicht mehr analytisch lösbar und es werden zur Lösung Näherungen vorgenommen. Zuerst lassen sich Laserstrahlen als monochromatische, harmonische Wellen der Form $E(\vec{r}, t) = \mathcal{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$ schreiben. Des weiteren werden nur Strahlen mit kleinem Winkel zur optischen Achse betrachtet. Für einen Strahl mit Ausbreitung in z -Richtung lässt sich dies als

$$E(\vec{r}, t) = \mathcal{E}(\vec{r}) e^{i(kz - \omega t)} \quad (\text{A.2})$$

schreiben. Diese Näherung ist auch als paraxiale Näherung bekannt. Wendet man diese Näherungen auf die Wellengleichung (A.1) an, so erhält man

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \mathcal{E}_0 + 2ik \frac{\partial \mathcal{E}_0}{\partial z} = 0 \quad . \quad (\text{A.3})$$

Diese als paraxiale Wellengleichung bekannte Gleichung besitzt wieder analytische Lösungen, welche als besagte Gaußsche Strahlen bezeichnet werden. Eine Ansatzfunktion zur Lösung ist [21]

$$\mathcal{E}(x, y, z) = A(z) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2q(z)}\right) \quad (\text{A.4})$$

mit einem komplexen Strahlparameter

$$q(z) = z + iz_0 \quad . \quad (\text{A.5})$$

Dieser wiederum wird durch die sogenannte Rayleigh-Länge z_0 charakterisiert. Diese bezeichnet den entlang der optischen Achse zurückgelegten Weg bis zu der sich der Strahlradius auf $\sqrt{2}\omega_0$ vergrößert hat und hängt über

$$z_0 = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda} \quad (\text{A.6})$$

mit der Wellenlänge zusammen. Der Strahlradius selbst ist als

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \quad (\text{A.7})$$

definiert und gibt den Radius an bei dem die Intensität auf $1/e^2$ der maximalen Intensität abgefallen ist. Der Krümmungsradius $R(z)$ verändert sich bei Propagation entlang der z -Richtung und ist durch

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2 \right) \quad (\text{A.8})$$

bestimmt. Der oben eingeführte komplexe Strahlparameter hängt wiederum über

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi\omega(z)^2} \quad (\text{A.9})$$

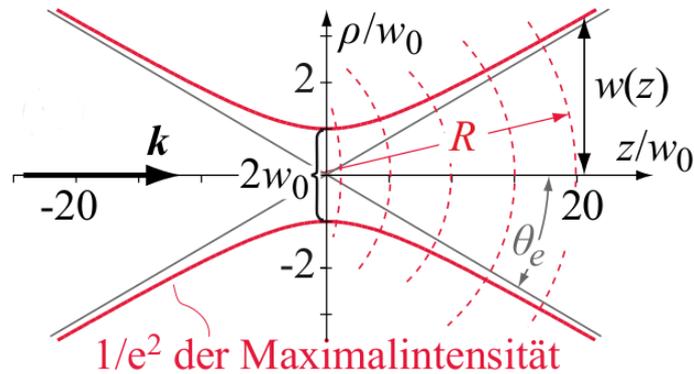


Abbildung .1: Parameter eines Gauß-Strahls bei Ausbreitung in z -Richtung. Aus [21].

mit dem Krümmungsradius und dem Strahlradius zusammen. Man sieht leicht, dass der Strahl durch Angabe von z_0 oder ω_0 vollständig charakterisiert wird. Das elektrische Feld des Gauß-Strahls lässt sich aus dem Ansatz (A.4) heraus zu

$$\mathcal{E}_0(\rho, z) = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}} \exp\left(-\frac{\rho^2}{\omega(z)^2}\right) \exp\left(-\frac{ik\rho^2}{2R(z)}\right) \exp(i\phi(z)) \quad (\text{A.10})$$

bestimmen. In der letzten e -Funktion ist die Gouy-Phase

$$\phi(z) = -\arctan\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (\text{A.11})$$

enthalten. Diese zusätzliche Phase im Vergleich zu einer ebenen Welle kommt dadurch zustande, dass sich die Krümmung der Wellenfront bei Propagation ändert. Der Übersicht halber sind alle Größen nochmals in Abb. .1 dargestellt.

A.2 Strahlmatrizen

Um die Translation eines Gaußschen Strahls durch ein optisches System zu beschreiben gibt es das Konzept der Strahlmatrizen oder auch ADCD-Matrizen genannt. Hierbei wird jedem Bauteil eine Matrix zugeordnet welche die Wirkung auf den Strahl beschreibt. In der geometrischen Optik wird der Strahl als Vektor mit den Komponenten

„Abstand zur optischen Achse“ ρ und „Winkel zur optischen Achse“ θ beschrieben. Der Strahl nach einem optischen Element wird dann durch die lineare Transformation

$$\begin{pmatrix} \rho_{i+1} \\ \theta_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_i \\ \theta_i \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

berechnet. Dieses Verfahren ist mit den gleichen Matrizen auch für Gaußschen Strahlen möglich. Hierbei transformiert sich der komplexe Strahlparameter (A.9) entsprechend der Vorschrift

$$q_{i+1} = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D} \quad (\text{A.13})$$

Um nun komplexe Systeme aus mehreren Bauteilen zu beschreiben genügt es, das Produkt der entsprechenden Matrizen M_i zu bilden und nur dieses mit Hilfe der Vorschrift (A.13) auf den Anfangszustand q_0 anzuwenden.

A.3 Übersicht der verwendeten Strahlmatrizen

In diesem Abschnitt sollen kurz die für die Simulation der Strahlengänge notwendigen Strahlmatrizen zusammengefasst werden. Diese können dann unter Verwendung der Transformationsvorschrift (A.13) zur Beschreibung der Translation eines Gauß-Strahls durch ein beliebiges System von Linsen verwendet werden. Diese sind [21] und [48] entnommen.

Optisches Element	Strahlmatrix
Propagation über Weg der Länge d in Medium mit Brechungsindex n	$\begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Brechung an ebener Fläche von Brechungsindex n nach n'	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$
Dünne Linse mit Brennweite f	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$
Reflexion an gekrümmten Spiegel mit Krümmungsradius R und zentralem Einfall	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}$
Reflexion an gekrümmten Spiegel mit Krümmungsradius R und beliebigem Einfall mit $R_e = R \cos(\theta)$ tangential und $R_e = \frac{R}{\cos(\theta)}$ sagital	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_e} & 1 \end{pmatrix}$

B Alignment Prozedur

In Kapitel 3.2.2 wurde gezeigt, dass die beiden Strahlen von ihrer Strahlform her bereits sehr ähnlich sind. Die beiden Strahlen müssen jedoch auch über den gesamten Weg vom PBS bis zur Faserkopplung überlappen. Dies ist notwendig, um auch hier keine Unterscheidbarkeit zu erzeugen und gleiche Kopplungseffizienzen in die beiden Fasern zu gewährleisten. Dies wird mit Bewegung des dichroitischen Spiegels und des PBS erreicht. Für diesen Zweck hat sich die folgende Prozedur als sinnvoll erwiesen.

1. Begonnen wird mit dem Strahl, der die wenigsten Freiheitsgrade hat. Hierbei handelt es sich um den 30° -Strahl der am PBS transmittiert wird. Dieser wird mit den nachfolgenden Spiegeln möglichst gut in die Faser F1 eingekoppelt.
2. Als nächstes wird der am PBS reflektierte 0° -Strahl betrachtet. Dazu ist es notwendig sowohl den dichroitischen Spiegel (DM) als auch den PBS zu bewegen. Durch das Bewegen des PBS erfahren die transmittierten Strahlen hierbei keinen messbaren Strahlversatz.
3. Als drittes wird der am PBS transmittierte 0° -Strahl in die zweite Faser (F2) eingekoppelt. Hierbei dürfen nur die nachfolgenden Spiegel verwendet werden.
4. Der am PBS reflektierte 30° -Strahl sollte nun bereits gut bis sehr gut in die zweite Faser einkoppeln.
5. Zuletzt ist es möglich durch leichtes Bewegen des PBS die Kopplung der beiden Strahlen anzugleichen.

C Ergänzung zur Bell-Ungleichung

C.1 Bell-Winkel

Um eine Verletzung der Bell-Ungleichung zu erreichen, ist es notwendig die Winkel zu finden, welche den Bell-Parameter S maximieren. Im Folgenden soll daher eine kurze Herleitung gegeben werden, wie diese ermittelt werden können. Zur Auswertung der CHSH-Ungleichung werden die Wahrscheinlichkeit dafür benötigt, dass die Photonen bei einer gegebenen Polarisatorstellung in den Zuständen $|HH\rangle$, $|VV\rangle$, $|HV\rangle$ und $|VH\rangle$ sind. Als zu untersuchender Zustand wird hier Gl. 2.61 mit $C_1 = C_2 = 1$ betrachtet. Die beiden Polarisationszustände $|H\rangle$ und $|V\rangle$ können in einer beliebigen Polarisationsbasis als

$$|V_\alpha\rangle = \cos(\alpha)|V\rangle + \sin(\alpha)|H\rangle \quad (\text{C.1})$$

$$|H_\alpha\rangle = -\sin(\alpha)|V\rangle + \cos(\alpha)|H\rangle \quad (\text{C.2})$$

geschrieben werden. Die Wahrscheinlichkeit beide Photonen im Zustand $|VV\rangle$ zu finden lässt sich damit berechnen zu

$$\begin{aligned} P_{VV}(\alpha, \beta) &= \left| \langle V_\alpha V_\beta | \Psi \rangle \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} \left| \sin(\alpha) \cos(\beta) - e^{i\phi} \cos(\alpha) \sin(\beta) \right|^2 \quad . \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Für die beiden maximal verschränkten Zustände $|\Psi^+\rangle$ und $|\Psi^-\rangle$ lässt sich dies vereinfachen zu

$$P_{VV}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \sin^2(\alpha \pm \beta) \quad . \quad (\text{C.4})$$

Die weiteren Wahrscheinlichkeiten lassen sich analog berechnen und ergeben sich zu

$$P_{HH}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \sin^2(\alpha \pm \beta) \quad (\text{C.5})$$

$$P_{HV}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha \pm \beta) \quad (\text{C.6})$$

$$P_{VH}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha \pm \beta) \quad . \quad (\text{C.7})$$

Die für die CHSH-Ungleichung benötigten Erwartungswerte lassen sich nun über die Formel

$$E(\alpha, \beta) = P_{VV} + P_{HH} - P_{VH} - P_{HV} \quad (\text{C.8})$$

zu

$$E(\alpha, \beta) = -\cos(2(\alpha + \beta)) \quad (\text{C.9})$$

berechnen. Für den S -Parameter ergibt sich dann

$$S(\alpha, \alpha', \beta, \beta') = \left| \cos(2(\alpha + \beta)) - \cos(2(\alpha + \beta')) \right| + \left| \cos(2(\alpha' + \beta)) + \cos(2(\alpha' + \beta')) \right| . \quad (\text{C.10})$$

Man sieht leicht, dass dieser für die Wahl

Variable	Winkel
α	0°
α'	45°
β	$22,5^\circ$
β'	$67,5^\circ$

maximal wird. Es ergibt sich $S = 2\sqrt{2}$.

Danksagung

Zum Abschluss möchte ich mich bei allen bedanken, die direkt oder indirekt an der Entstehung dieser Arbeit beteiligt waren.

Zunächst geht ein großes Dankeschön an Professor Eschner, der mir diese spannende Arbeit ermöglicht hat. Auch vielen Dank für die sehr gute Betreuung während der Arbeit und die gebotene Unterstützung.

Ein besonderer Dank geht auch an Stephan Kucera für das Korrekturlesen dieser Arbeit und die ausgezeichnete Betreuung. Danke, dass du auch im Labor immer mit Rat und Tat zur Seite warst.

Vielen Dank an Matthias Bock für die gute Kooperation in Sachen Konverter und die schöne Grafik (da musste ich meine eigenen gleich Anpassen).

Ein weiteres Dankeschön geht an die gesamten Arbeitsgruppe für die tolle Zeit und die gute und entspannte Atmosphäre, sowohl im Labor und im Büro als auch während der Gruppenrunden. Natürlich auch ein großes Dankeschön für die Hilfsbereitschaft bei experimentellen Fragen.

Zuletzt möchte ich mich auch bei meiner meinen Eltern bedanken, die mich unermüdlich und tatkräftig unterstützt und so einen unersetzlichen Beitrag zum Gelingen meines Studiums sowie dieser Arbeit geleistet haben. Auch meine Freundin soll nicht unerwähnt bleiben, die mich auch in schwierigen Situationen immer ertragen und unterstützt hat.