

Spektren der Resonanzfluoreszenz eines einzelnen Calciumions

Bachelorarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades
Bachelor of Science
im Studiengang Physik
der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät
der Universität des Saarlandes

Max Ludwig Bergerhoff

2. August 2019

Betreuer: Prof. Dr. Jürgen Eschner

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst sowie keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt zu haben.

Datum, Ort

Unterschrift

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	3
2.1	Zwei-Niveau-System	3
2.1.1	Dressed-Atom-Modell	5
2.2	Optische Blochgleichungen	6
2.3	Spektrenberechnung	7
2.4	$^{40}\text{Ca}^+$ -Ion	8
2.4.1	12-Niveaus	9
2.4.2	8-Niveaus	11
3	Berechnete Spektren der Resonanzfluoreszenz	13
3.1	12-Niveaus	14
3.1.1	σ -Anregung 393 nm und σ -Beobachtung	14
3.1.2	π -Anregung 393 nm und σ -Beobachtung	17
3.1.3	π -Beobachtung	20
3.2	8-Niveaus	21
3.2.1	Vergleich Barium und Calcium	21
3.2.2	σ -Anregung 397 nm und σ -Beobachtung	21
3.2.3	π -Anregung 397 nm und σ -Beobachtung	21
4	Aufbau	23
4.1	Ionenfalle	23
4.2	Aufbau Analyse-Cavity	24
4.3	Messesequenz	25
5	Messungen Analyse-Cavity	27
5.1	Charakterisierung für 393 nm	27
5.1.1	Transmissionssignal	27
5.1.2	PDH-Signal	28
5.2	Charakterisierung für 397 nm	28
5.2.1	Transmissionssignal	29
5.2.2	PDH-Signal	29
5.3	Vergleich Laserscans	29
6	Spektrenmessung	31
6.1	Bestimmung der Parameter	31
6.2	393nm-Resonanzfluoreszenzspektren	33
6.3	Dopplerverbreiterung	37
6.3.1	Temperaturberechnung	37
6.3.2	Temperaturmessung	38
7	Fazit und Ausblick	39
A	Weitere berechnete Resonanzfluoreszenzspektren	43
A.1	σ -Anregung 854 nm	43
A.2	σ -Anregung 866 nm	45

1 Einleitung

Ein aktuelles Forschungsgebiet der Physik ist die Quanteninformation. In dem Bereich der Quanteninformation und Quantenkommunikation sind Experimente mit einzelnen Ionen von herausragender Bedeutung. Diese können als stationäre Quantenbits oder Qubits genutzt werden, wohingegen Photonen als fliegende Qubits nutzbar sind. Qubits bieten im Gegensatz zu klassischen Bits die Möglichkeit die Superposition mehrerer Zustände einzunehmen.

In der Arbeitsgruppe von Dr. Jürgen Eschner sind die Ionen oder das Ion in einer linearen Paulfalle gefangen [1]. Ionenfallen sind nicht nur für die Quantenkommunikation interessant, sie dienen auch zur Realisierung genauster Uhren, z.B. aus einem gefangenen Aluminium- und Magnesiumion [2].

Für die Quantenkommunikation ist die gleichzeitige Kenntnis der spektralen und temporalen Eigenschaften von Photonen von großer Bedeutung. Das Spektrum der Resonanzfluoreszenz stellt einen Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen dar, denn bei dem spektral aufgelösten Spektrum handelt es sich um die Fouriertransformierte der $g^{(1)}(t)$ -Korrelationsfunktion.

In dieser Arbeit wird die Resonanzfluoreszenz an einem einzelnen Ion untersucht. Die erste Messung der Resonanzfluoreszenz an einem einzelnen Ion ist in [3] an einem Bariumion durchgeführt worden. Für ein System mit mehr als drei Niveaus ist das Spektrum der Resonanzfluoreszenz für das Ba^+ erstmals von Yves Stalgies [4] quantitativ interpretierbar gemessen und zudem berechnet worden.

Das Ziel dieser Arbeit ist das Resonanzfluoreszenzspektrum eines einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions zu messen und nach Möglichkeit dieses auch durch eine Berechnung wiederzugeben.

2 Theorie

In diesem Abschnitt wird die Streuung von Licht an einem einzelnen Ion ($^{40}\text{Ca}^+$) betrachtet. Das grundlegende Verhalten dieses Systems wird zunächst an einem Zwei-Niveau-System diskutiert. Dabei ist das Dressed-Atom-Modell hilfreich. Anschließend wird mittels der optischen Blochgleichungen gezeigt, wie die Korrelationsfunktion erster Ordnung und somit auch letztlich das Spektrum berechnet werden können. Abschließend wird konkret auf das Niveausystem des Calciumions Bezug genommen.

2.1 Zwei-Niveau-System

Als Vorbereitung für das Niveausystem des Calciumions wird zuerst ein Zwei-Niveau-System betrachtet. Die spontane Emission angeregter Atome ist bereits in den 1960er und 1970er Jahren theoretisch intensiv untersucht worden, hervorzuheben ist die Arbeit von Mollow [5].

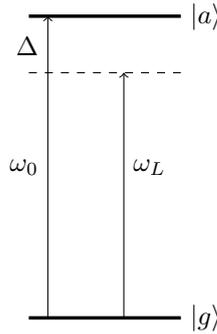


Abbildung 2.1: Zwei-Niveau-System mit Grundzustand $|g\rangle$ und angeregtem Zustand $|a\rangle$

Angelehnt an [4] und [6] kann man den Hamiltonoperator eines Zwei-Niveau-Atoms, welches mit Licht wechselwirkt, wie im Folgenden beschrieben, bilden.

Zuerst betrachtet man das ungestörte Zwei-Niveau-System in Abbildung 2.1 mit dem Grundzustand $|g\rangle$ und dem angeregten Zustand $|a\rangle$. Die Zustände unterscheiden sich durch die Energiedifferenz $E_a - E_g = \hbar\omega_0$. Der eingestrahelte Laser hat die Frequenz ω_L mit der Verstimmung Δ gegenüber der atomaren Resonanz ω_0 .

Die Eigenzustände des Systems sind gleichzeitig die Eigenzustände des atomaren Hamiltonoperators. Es gilt also:

$$|\Psi_a\rangle = e^{-i\frac{E_a t}{\hbar}} |a\rangle \quad |\Psi_g\rangle = e^{-i\frac{E_g t}{\hbar}} |g\rangle \quad (2.1)$$

$$\langle a|\hat{H}_{\text{Atom}}|a\rangle = E_a \quad \text{und} \quad \langle g|\hat{H}_{\text{Atom}}|g\rangle = E_g \quad (2.2)$$

$$\hat{H}_{\text{Atom}} = \sum_{i=a,g} E_i |\Psi_i\rangle\langle\Psi_i| \quad (2.3)$$

Die eingezeichnete Resonanzfrequenz ist durch

$$\omega_0 = \frac{1}{\hbar} (E_a - E_g) \quad (2.4)$$

gegeben. Zusätzlich zu dem atomaren Hamiltonoperator muss noch der des Lichtfeldes betrachtet werden, welcher durch

$$\hat{H}_{\text{Feld}} = \hbar\omega_L \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \quad (2.5)$$

gegeben ist und der den Erzeugungs- und Vernichtungsoperator des Feldes \hat{a}^\dagger und \hat{a} beinhaltet. Es ergibt sich also für den ungestörten Fall ein resultierender Hamiltonoperator

$$\hat{H}_u = \hat{H}_{\text{Atom}} + \hat{H}_{\text{Feld}}. \quad (2.6)$$

Zusätzlich muss die Wechselwirkung mit dem Feld, also Absorption und Emission, berücksichtigt werden, welche für einen resonanten, also $\Delta = 0$ oder einen nah-resonanten, $\Delta \ll \omega_0$, Fall auftritt. Hierzu dient der Wechselwirkungshamiltonoperator

$$\hat{H}_{\text{WW}} = -\hat{\vec{d}} \cdot \hat{\vec{E}}, \quad (2.7)$$

der sich aus dem Operator des elektrischen Feldes $\hat{\vec{E}}$ und dem atomaren Dipoloperator $\hat{\vec{d}}$ berechnet. Hier wird angenommen, dass das Lichtfeld nur mit dem elektrischen Dipolmoment und nicht mit elektrischen Momenten höherer Ordnung oder magnetischen Momenten des Atoms wechselwirkt. Der Dipoloperator ist durch $\vec{d} = e \cdot \vec{r}$ und der Operator des elektrischen Feldes durch

$$\hat{\vec{E}} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_L}{2\varepsilon_0 V}} \vec{\varepsilon}_L (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.8)$$

gegeben, mit dem Einheitsvektor der Polarisation des Lichtfeldes $\vec{\varepsilon}_L$ und dem Quantisierungsvolumen V . Im Wechselwirkungsbild lautet der Wechselwirkungsoperator

$$\hat{H}_{\text{WW}} = g (\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-) (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.9)$$

mit der Kopplungskonstanten

$$g = -\vec{\varepsilon}_L \vec{d}_{ag} \sqrt{\frac{\hbar\omega_L}{2\varepsilon_0 V}} \quad (2.10)$$

und den Auf- und Absteigeroperatoren

$$\hat{\sigma}_+ = |a\rangle\langle g| \quad \text{und} \quad \hat{\sigma}_- = |g\rangle\langle a|. \quad (2.11)$$

Die nach der Drehwellennäherung relevanten Terme sind $\hat{a}\hat{\sigma}_+$ und $\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_-$, welche als Absorption eines Photons und Übergang in den angeregten Zustand bzw. Emission eines Photons und Übergang in den Grundzustand interpretiert werden können. Dahingegen sind $\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_+$ als Emission eines Photons und Übergang in den angeregten Zustand und $\hat{a}\hat{\sigma}_-$ als Absorption eines Photons und Übergang in den Grundzustand zu deuten, was allerdings nicht der Energieerhaltung entspricht. Diese Prozesse sind nur in optischen Prozessen höherer Ordnung erlaubt [7]. Unter dieser Näherung ist der Wechselwirkungshamiltonoperator von der Form

$$\hat{H}_{\text{WW}} = g (\hat{a}\hat{\sigma}_+ + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_-). \quad (2.12)$$

Da in unserem Fall als Lichtfeld ein Laser verwendet wird und dieser näherungsweise klassisch beschrieben werden kann, berechnet sich die Rabi-Frequenz Ω durch

$$\Omega = -\frac{|\hat{\vec{d}}_{ag}| \cdot E_0}{\hbar}. \quad (2.13)$$

Somit ergibt sich für das WW-Matrixelement im semiklassischen Bild

$$\langle a | \hat{H}_{\text{WW}} | g \rangle = \hbar \frac{\Omega}{2}. \quad (2.14)$$

Mit einer Vereinfachung des atomaren Hamiltons durch Wählen der Nullpunktenergie bei $|g\rangle$ kann der Hamilton durch

$$\hat{H} = \underbrace{\hbar(\omega_L + \Delta) |a\rangle\langle a|}_{H_{\text{Atom}}} + \underbrace{\hbar \frac{\Omega}{2} (|a\rangle\langle g| + h.c.)}_{H_{\text{WW}}} \quad (2.15)$$

ausgedrückt werden. Das Gesamtsystem wird damit in Matrixform mit dem Hamiltonoperator der Form

$$H = \hbar \begin{pmatrix} \omega_L + \Delta & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & 0 \end{pmatrix} \text{ mit } |a\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |g\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

beschrieben. Mehrniveausysteme können analog beschrieben werden.

2.1.1 Dressed-Atom-Modell

Der folgende Abschnitt ist an [4] und [6] angelehnt. Aufgrund der Wechselwirkung mit dem Licht kommt

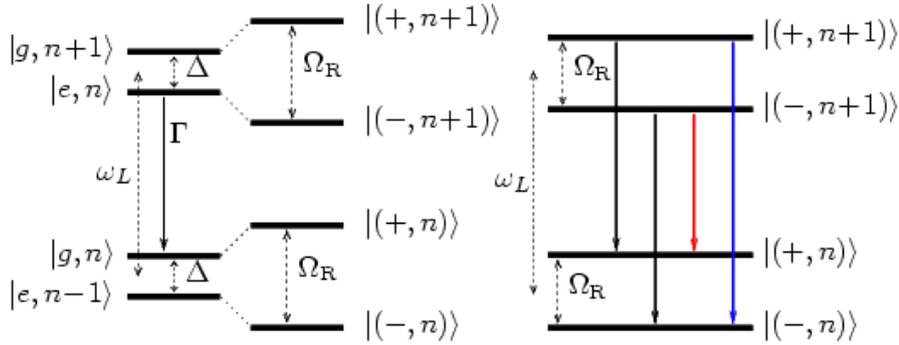


Abbildung 2.2: Dressed-States für starke Kopplung, Δ ist die Verstimmung der Laserfrequenz ω_0 gegenüber der Übergangsfrequenz ω_0 und Ω_R ist die generalisierte Rabi-Frequenz mit Γ der natürlichen Zerfallsrate, diese Grafik ist [8] entnommen

es zu einer Oszillation der Besetzung der Eigenzustände des atomaren Hamiltonoperators. Eine Basis-Transformation in die Basis des Gesamthamiltonoperators führt zu einer stationären Besetzung der Eigenzustände, bei denen es sich nun um sogenannte gekoppelte Zustände oder dressed states handelt. Möchte man die spontane Emission berücksichtigen, muss die Wechselwirkungs-Hamilton-Matrix aus Gleichung 2.16 dementsprechend ergänzt werden, sodass die effektive Hamilton-Matrix nicht mehr unitär ist. Mittels dessen Eigenwerte kann die Verschiebung der Energieniveaus berechnet werden. Allerdings werden diese im Rahmen dieser Arbeit nur angegeben, weitere Informationen darüber sind in [4] zu finden. Im Folgenden werden die Fälle der starken ($\Omega \gg \Gamma$) und schwachen Kopplung ($\Omega \ll \Gamma$) betrachtet. Für eine schwache Kopplung werden die Energieniveaus um δ verschoben, wobei in diesem Fall

$$\delta = \pm \Delta \frac{\frac{\Omega^2}{4}}{(\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4})} \quad (2.17)$$

gilt.

Folglich findet ohne Verstimmung keine Aufspaltung statt, ansonsten ($\Delta \neq 0$) sind vier Übergänge, wovon drei unterschiedliche Frequenzen haben, möglich.

Für eine starke Kopplung ergibt sich als Verschiebung der Energieeigenwerte der Hamilton-Matrizen im Vergleich zu der ungekoppelten $\delta = \pm \frac{1}{2} (\Omega_R - |\Delta|)$, ähnlich wie bei dem AC-Stark-Effekt [9]. Dementsprechend kommt es für reine resonante Einstrahlung zu der in Abbildung 2.2 gezeigten maximalen Aufspaltung der beiden Zustände. Dadurch sind wieder vier Übergänge zwischen den Zuständen möglich, zwei bei ω_L und je einer bei $\omega_L \pm \Omega_R$, mit

$$\Omega_R^2 = \Omega^2 + \Delta^2. \quad (2.18)$$

Dies führt zu einem Spektrum mit drei Komponenten, dem sogenannten Mollow-Triplett, welches in Abbildung 2.3 für ausgewählte Rabi-Frequenzen zu sehen ist.

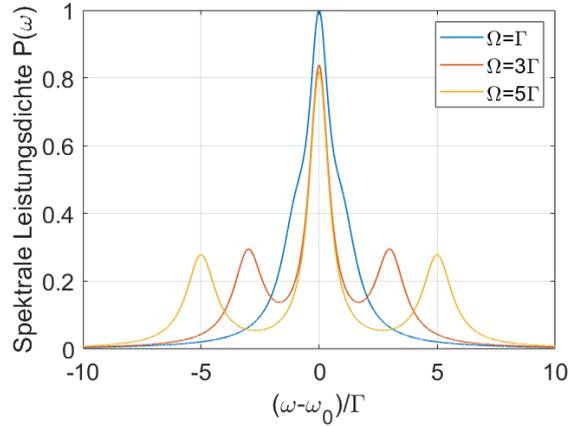


Abbildung 2.3: Spektrale Leistungsdichte für ein Zwei-Niveau-System bei resonanter Einstrahlung, wobei Γ die natürliche Zerfallsrate des angeregten Zustands und Ω die Rabi-Frequenz ist

2.2 Optische Blochgleichungen

Um letztlich das Spektrum der Resonanzfluoreszenz beschreiben zu können, müssen die optischen Blochgleichungen betrachtet werden.

Die Blochgleichungen werden über den Dichteoperator $\hat{\rho}$ eingeführt. Da ein Zustandsgemisch betrachtet wird, ist dieser wie folgt definiert [10]

$$\hat{\rho} = \sum p_{\alpha\beta} |\alpha\rangle\langle\beta|. \quad (2.19)$$

Die Koeffizienten $p_{\alpha\beta}$ stellen hierbei eine Gewichtungsfunktion dar. Die Diagonalelemente des Dichteoperators beschreiben die Besetzungswahrscheinlichkeit des jeweiligen Zustands, daher muss

$$Sp(\hat{\rho}) = \sum_a p_{aa} = 1 \quad (2.20)$$

gelten. So gilt für die Wahrscheinlichkeit das Atom in dem Zustand $|1\rangle$ anzutreffen $\langle 1|\hat{\rho}|1\rangle = \rho_{11}$. Die zeitliche Entwicklung von $\hat{\rho}$ wird durch die Mastergleichung (Lindblad-Gleichung)

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{\Lambda} \hat{\rho} \quad (2.21)$$

beschrieben [11]. Hierbei handelt es sich bei dem ersten Teil mit dem Kommutator um die Liouville-von-Neumann-Gleichung, welcher die reversible Wechselwirkung bestehend aus stimulierter Emission und Absorption beschreibt. Der irreversible Teil $\hat{\Lambda} \hat{\rho}$ enthält die spontane Emission.

$\hat{\Lambda} \hat{\rho}$ kann hier in folgender Form geschrieben werden [7]

$$\hat{\Lambda} \hat{\rho} = -\frac{1}{2} \sum_m \left[\hat{C}_m^\dagger \hat{C}_m \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{C}_m^\dagger \hat{C}_m - 2 \hat{C}_m \hat{\rho} \hat{C}_m^\dagger \right], \quad (2.22)$$

wobei die Operatoren \hat{C}_m die Streuprozesse beschreiben. Für ein Zwei-Niveau-System gibt es nur einen, der sich zu

$$\hat{C}_{21} = \sqrt{\Gamma_{21}} |1\rangle\langle 2| \quad (2.23)$$

ergibt. Für andere Übergänge berechnet sich \hat{C} vollkommen analog. Γ_{21} ist die Zerfallsrate bzw. spontane Emissionsrate von dem angeregten Zustand in den niederen. Nun gilt es einen Zusammenhang zwischen den optischen Blochgleichungen und der Korrelationsfunktion erster Ordnung herzustellen, um damit das Spektrum berechnen zu können.

Die Mastergleichung (2.21) kann durch einführen des Liouvilleoperators \hat{L} als

$$\dot{\hat{\rho}} = \hat{L} \hat{\rho} \quad (2.24)$$

geschrieben werden [4]. Durch Umformen der Dichtematrix ρ in einen Vektor $\vec{\rho}$ kann Gleichung 2.24 durch

$$\dot{\vec{\rho}} = L\vec{\rho} \quad (2.25)$$

dargestellt werden, mit der Lösung $\vec{\rho}(t) = e^{Lt}\vec{\rho}(0)$. Dies macht besonders die numerische Implementierung, z. B. in matlab, leicht möglich.

2.3 Spektrenberechnung

Für Barium sind die Berechnungen der Korrelationsfunktionen bzw. des Spektrums bereits in [12], [7] und [4] beschrieben, hier findet lediglich eine Anpassung für $^{40}\text{Ca}^+$ statt.

Das Spektrum der Resonanzfluoreszenz ist durch die Fouriertransformation der Korrelationsfunktion erster Ordnung gegeben. Die Korrelationsfunktion erster Ordnung ist durch [13]

$$G^{(1)}(t, \tau) = \langle \hat{E}^-(r, t + \tau) \hat{E}^+(r, t) \rangle \quad (2.26)$$

gegeben, wobei $\hat{E}^{(\pm)}$ den positiven und negativen Teil des totalen Feldoperators an dem Punkt r , von dem Streuzentrum aus gemessen, darstellen und von der Form

$$\hat{E}^{\pm}(r, t) = \eta e^{\mp i\omega_L(t - \frac{r}{c})} \hat{S}_{\mp}(t - \frac{r}{c}) \quad \text{mit } \eta \text{ Proportionalitätsfaktor} \quad (2.27)$$

sind. Dabei stellen \hat{S}_+ und \hat{S}_- die Anregungs- und Abregungsoperatoren dar. Es gilt $\hat{S}_+ = (\hat{S}_-)^{\dagger}$ und nach [4]

$$\hat{S}_+ = e^{-i\omega_L t} \sum_j |a_j\rangle \langle g_j|. \quad (2.28)$$

Somit ist das Spektrum der Resonanzfluoreszenz, genauer die spektrale Leistungsdichte durch

$$P(\omega) = \frac{\eta^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} \langle \hat{S}_+(r, t + \tau) \hat{S}_-(r, t) \rangle \quad (2.29)$$

gegeben.

Da man den An- bzw. Abregungsoperator auch aufteilen kann

$$\hat{S}_{\pm}(t) = \langle \hat{S}_{\pm}(t) \rangle + \delta\hat{S}_{\pm}(t) \quad (2.30)$$

ist dies auch für das Spektrum, wie in [6] beschrieben, möglich und hat dann die Form:

$$P(\omega) = \frac{\eta^2}{2\pi} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} \left| \langle \hat{S}_+(t) \rangle \right|^2 + \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} \langle \delta\hat{S}_+(r, t + \tau) \delta\hat{S}_-(r, t) \rangle \right) \quad (2.31)$$

Der erste Teil des Spektrums beschreibt den kohärenten bzw. elastischen Teil, welcher durch die Rayleighstreuung hervorgerufen wird und der zweite den inkohärenten bzw. inelastischen Anteil, welcher aus der inelastischen Streuung von Photonen, welche von dem Atom absorbiert und danach emittiert werden, rührt [12].

Da im Gleichgewichtszustand Gleichung 2.29 unabhängig von der Zeit t ist und da $\hat{S}_+ = (\hat{S}_-)^{\dagger}$ gilt, kann diese zu

$$P(\omega) = \frac{\eta^2}{2\pi} 2 \text{Re} \int_0^{+\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} \langle \hat{S}_+(r, \tau) \hat{S}_-(r, 0) \rangle \quad (2.32)$$

umgeschrieben werden. Dies kann dann mittels des Quantenregressionstheorems, welches für $\tau > 0$ gilt, nochmals vereinfachen werden.

Mittels des Quantenregressionstheorem, welches sagt, dass im Gleichgewicht für den Zwei-Zeiten-Erwartungswert die gleichen Formeln gelten, wie für den Ein-Zeiten-Erwartungswert, kann man erst den Erwartungswert von $\langle \hat{S}_{\pm}(\tau) \rangle$ umschreiben [6]. Es gilt nämlich

$$\langle \hat{S}_{\pm}(\tau) \rangle = \langle e^{L\tau} \hat{S}_{\pm}(0) \rangle \quad (2.33)$$

und mit dem Quantenregressionstheorem (für $\tau > 0$) folgt

$$\langle \hat{S}_+(t + \tau) \hat{S}_-(t) \rangle = \langle e^{L\tau} \hat{S}_+(t) \hat{S}_-(t) \rangle. \quad (2.34)$$

Daher kann man schließlich auch Gleichung 2.32 zu

$$P(\omega) = \frac{\eta^2}{2\pi} 2 \operatorname{Re} \int_0^{+\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} \langle e^{L\tau} \hat{S}_+(t) \hat{S}_-(t) \rangle \quad (2.35)$$

umformen [11].

Mithilfe der Auf- und Absteiger Operatoren $\hat{\sigma}_\pm$ kann man die normierte Korrelationsfunktion durch

$$g^{(1)}(\tau > 0) = \frac{\operatorname{Tr}(\hat{\sigma}_- e^{L\tau} (\hat{\rho}_{\text{stst}} \hat{\sigma}_+))}{\operatorname{Tr}(\hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- \hat{\rho}_{\text{stst}})} \quad (2.36)$$

berechnen. Die genaue Herleitung dazu ist in [12] zu finden.

Zur praktischen Berechnung mittels matlab kann man die Korrelationsfunktion auch mit

$$G^{(1)} = \operatorname{Tr}(\hat{O}_{\text{stop},l} [e^{Lt} \hat{O}_{\text{start},l} \rho_{\text{stst}} \hat{O}_{\text{start},r}] \hat{O}_{\text{stop},r}) \quad (2.37)$$

$$\text{mit } \hat{O}_{\text{start},l} = 1, \quad \hat{O}_{\text{start},r} = \hat{\sigma}_+, \quad \hat{O}_{\text{stop},l} = \hat{\sigma}_-, \quad \hat{O}_{\text{stop},r} = 1 \quad (2.38)$$

berechnen, um damit durch Fouriertransformation das Spektrum der Resonanzfluoreszenz zu bestimmen. Mittels der Formel (2.37) lassen sich durch Modifizieren der Operatoren leicht die $G^{(2)}$ und $G^{(1,5)}$ Funktionen berechnen. Wobei die $G^{(2)}$ die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung, also die Intensitätskorrelationsfunktion darstellt, die dann

$$G^{(2)} = \langle I(r, t + \tau) I(r, t) \rangle = \langle \hat{E}^-(r, t) \hat{E}^-(r, t + \tau) \hat{E}^+(r, t + \tau) \hat{E}^+(r, t) \rangle \quad (2.39)$$

lautet [4]. Die $G^{(1,5)}$ ist die Korrelationsfunktion dritter Ordnung [14].

2.4 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion

In diesem Abschnitt gehen wir auf die Besonderheiten des $^{40}\text{Ca}^+$ -Niveau-Systems ein. Dabei handelt es sich um ein in Abbildung 2.4 zu sehendes 18-Niveau-System. In Tabelle 2.1 sind alle möglichen Übergänge mit den dazugehörigen Übergangswellenlängen und den natürlichen Zerfallsraten aufgelistet.

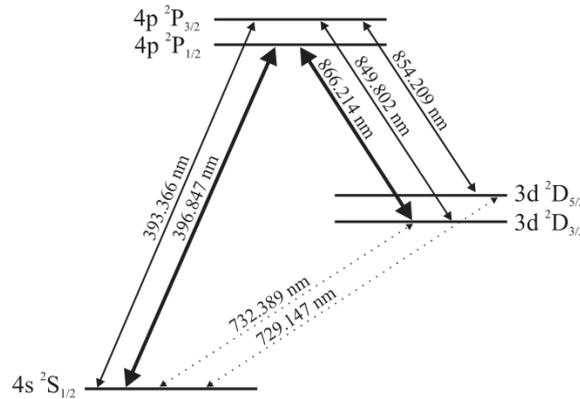


Abbildung 2.4: Entartetes Niveau-System $^{40}\text{Ca}^+$, mit Änderungen [15] entnommen

Im Folgenden betrachten wir dieses ohne die $P_{1/2}$ und $D_{3/2}$ Niveaus, wodurch ein 12-Niveau-System entsteht, welches in Abbildung 2.6 zu sehen ist. Betrachtet man das System ohne die $P_{3/2}$ und $D_{5/2}$ Niveaus, betrachtet man nur ein 8-Niveau-System.

Die Möglichkeit der separaten Betrachtung der 8- und 12-Niveau-Systeme rührt aus der niedrigen Zerfallsrate von $\Gamma(P_{3/2} \rightarrow D_{3/2}) = 2\pi \cdot 152 \text{ kHz}$ her, welche diese aneinander „koppelt“. In Abbildung 2.5 ist der Vergleich berechneter Resonanzfluoreszenzspektren von 8- bzw. 12- mit 18-Niveaus zu sehen. Es ist zu erkennen, dass diese fast identisch sind. Ein kleiner Unterschied ist die Größe der zentralen

Tabelle 2.1: Übergänge des $^{40}\text{Ca}^+$ Ions [15]

Übergang	Wellenlänge λ in nm	Natürliche Zerfallsrate Γ
$S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$	397	$2\pi \cdot 20,97$ MHz
$P_{1/2} \leftrightarrow D_{3/2}$	866	$2\pi \cdot 1,46$ MHz
$D_{3/2} \leftrightarrow S_{1/2}$	732	$2\pi \cdot 135$ mHz
$S_{1/2} \leftrightarrow P_{3/2}$	393	$2\pi \cdot 21,49$ MHz
$P_{3/2} \leftrightarrow D_{5/2}$	854	$2\pi \cdot 1,35$ MHz
$P_{3/2} \leftrightarrow D_{3/2}$	850	$2\pi \cdot 152$ kHz
$D_{5/2} \leftrightarrow S_{1/2}$	729	$2\pi \cdot 136$ mHz

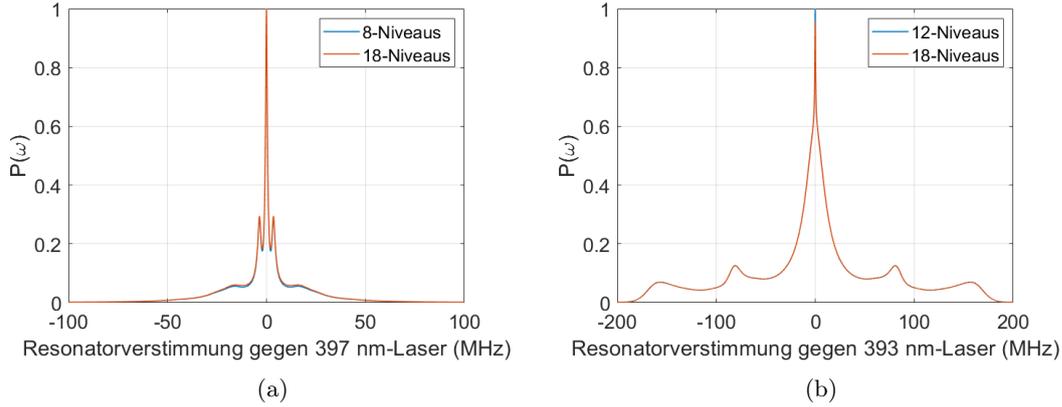


Abbildung 2.5: Vergleich der 397 nm- und 393 nm-Resonanzfluoreszenzspektren für das 8- bzw. 12-Niveau-System und für das gesamte 18-Niveau-System, es gilt in beiden Grafiken $\Delta_b = \Delta_r = 0$ und $B = 2,8$ Gauß. Für (a) gilt $\Omega_b = 2\Gamma(P_{1/2} \rightarrow S_{1/2})$, $\Omega_r = 40\Gamma(P_{1/2} \rightarrow D_{3/2})$ und für (b) $\Omega_b = 9\Gamma(P_{3/2} \rightarrow S_{1/2})$, $\Omega_r = 60\Gamma(P_{3/2} \rightarrow D_{5/2})$

Komponente, die bei dem 18-Niveau-System im Vergleich mit dem 12-Niveau-System ungefähr 4% kleiner ist. Der $P_{3/2} \rightarrow D_{3/2}$ Übergang erklärt die geringere Größe der elastischen Komponente bei dem 12-Niveau-System. Die Abweichung bei dem 8-Niveau-System rührt wahrscheinlich aus der Nutzung unterschiedlicher Programme her.

Prinzipiell können 393 nm, 854 nm, 397 nm und 866 nm-Spektren betrachtet werden. Im Folgenden beschränken wir uns allerdings auf die blauen, also 393 nm- und 397 nm-Spektren.

Ohne die Zeemanaufspaltung sind das 12- und 8-Niveau-System entartete 3-Niveau-System. Aufgrund des Zeemaneffekts kommt es allerdings zur Aufspaltung der Energieniveaus nach

$$\Delta E = m_j g_j \mu_B |\vec{B}|, \quad (2.40)$$

wodurch es zu einer Verschiebung der Übergangsfrequenzen um

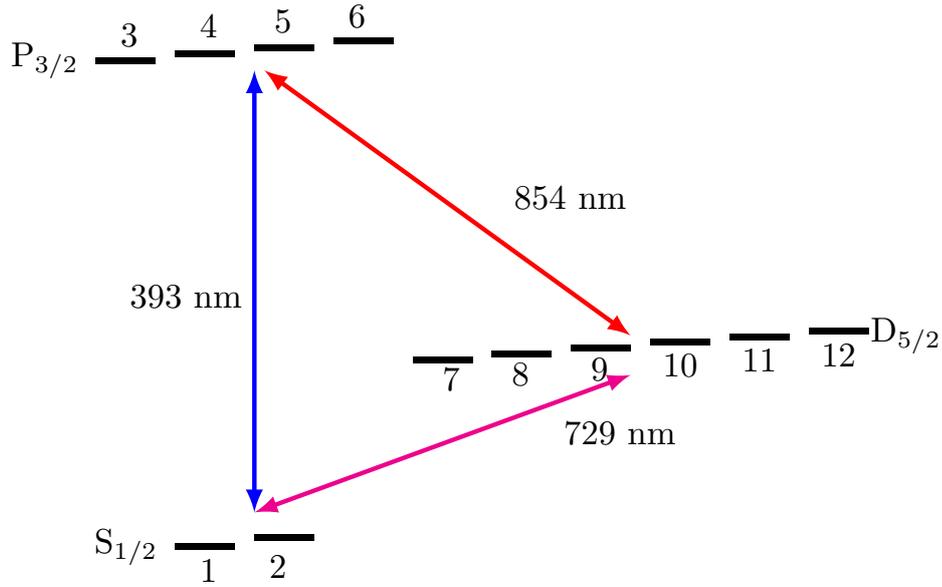
$$\Delta\omega = \frac{m_j g_j \mu_B |\vec{B}|}{\hbar} \quad (2.41)$$

kommt [16]. Wobei es sich bei μ_B um das bohrsche Magneton, bei m_j um die magnetische Quantenzahl und bei g_j um den Landéfaktor handelt.

2.4.1 12-Niveaus

Zuerst wird sich dem 12-Niveau-System zugewandt, die Landéfaktoren betragen in diesem Fall [12]

$$g_j(S_{1/2}) = g_S \approx 2, \quad g_j(P_{3/2}) = \frac{2 + g_S}{3} \approx \frac{4}{3} \quad \text{und} \quad g_j(D_{5/2}) = \frac{4 + g_S}{5} \approx \frac{6}{5}. \quad (2.42)$$

Abbildung 2.6: 12-Niveau-System des $^{40}\text{Ca}^+$

Nach dem in Abschnitt 2.1 gezeigten Vorgehen, für das Zwei-Niveau-System, kann man den effektiven Hamiltonian für dieses 12-Niveau-System bestimmen. Dabei ist der atomare Hamilton von der Form

$$\hat{H}_{\text{Atom}} = \sum_{i=1}^{12} \hbar\omega_i |i\rangle\langle i|, \quad (2.43)$$

wobei $\hbar\omega_i$ die magnetfeldabhängige Energie des Zustands $|i\rangle$ ist. Zur Vereinfachung der Nomenklatur werden im Folgenden die Indizes b und r der Zuordnung zu dem blauen (393 nm, später auch 397 nm) und roten (854 nm, später auch 866 nm) Laser verwendet. Dementsprechend kann man den Operator des elektrischen Feldes mittels $\hat{\vec{E}} = \hat{\vec{E}}_b + \hat{\vec{E}}_r$ ausdrücken, also in den durch den roten und den blauen Laser gegebenen Anteil aufspalten. Dies ist auf den Wechselwirkungs-Hamilton zu übertragen, der dann

$$\hat{H}_{\text{WW}} = -\hat{d} \cdot (\hat{\vec{E}}_b + \hat{\vec{E}}_r) \quad (2.44)$$

lautet.

Da wir eine 393 nm-Resonanzfluoreszenz betrachten wollen, also $|P_{3/2}\rangle \rightarrow |S_{1/2}\rangle$, und die Laser, im betrachteten Fall, so zu dem Magnetfeld positioniert sind, dass nur Übergänge mit $\Delta m_j = \pm 1$ möglich sind, sowie auch nur diese Übergänge beobachtet werden können, werden folglich nur die Übergänge $|3\rangle \rightarrow |1\rangle, |4\rangle \rightarrow |2\rangle$ mit $\Delta m_j = +1$ und $|5\rangle \rightarrow |1\rangle, |6\rangle \rightarrow |2\rangle$ mit $\Delta m_j = -1$ betrachtet. Daher ist der WW-Hamilton durch

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{WW}} = & \hbar \frac{\Omega_b}{2} (|3\rangle\langle 1| + |5\rangle\langle 1| + |4\rangle\langle 2| + |6\rangle\langle 2| + h.c.) \\ & + \hbar \frac{\Omega_r}{2} (|3\rangle\langle 7| + |3\rangle\langle 9| + |4\rangle\langle 8| + |4\rangle\langle 10| + |5\rangle\langle 9| + |5\rangle\langle 11| + |6\rangle\langle 10| + |6\rangle\langle 12| + h.c.) \end{aligned} \quad (2.45)$$

gegeben. Gilt hingegen $\vec{E}_b \parallel \vec{B}$, so werden die Übergänge mit $\Delta m_j = 0$ angeregt und dementsprechend ist der Wechselwirkungs-Hamilton durch

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{WW}} = & \hbar \frac{\Omega_b}{2} (|3\rangle\langle 1| + |5\rangle\langle 1| + |4\rangle\langle 2| + |6\rangle\langle 2| + |1\rangle\langle 4| + |2\rangle\langle 5|) \\ & + \hbar \frac{\Omega_r}{2} (|3\rangle\langle 7| + |3\rangle\langle 9| + |4\rangle\langle 8| + |4\rangle\langle 10| + |5\rangle\langle 9| + |5\rangle\langle 11| + |6\rangle\langle 10| + |6\rangle\langle 12| + h.c.) \end{aligned} \quad (2.46)$$

gegeben.

2.4.2 8-Niveaus

Das vormalig für 12-Niveaus gezeigte, gilt genauso für das 8-Niveau-System. Nun wird das 8-Niveau-System, bestehend aus $S_{1/2}$, $P_{1/2}$ und $D_{3/2}$, welches in Abbildung 2.7 zu sehen ist, betrachtet. Dement-

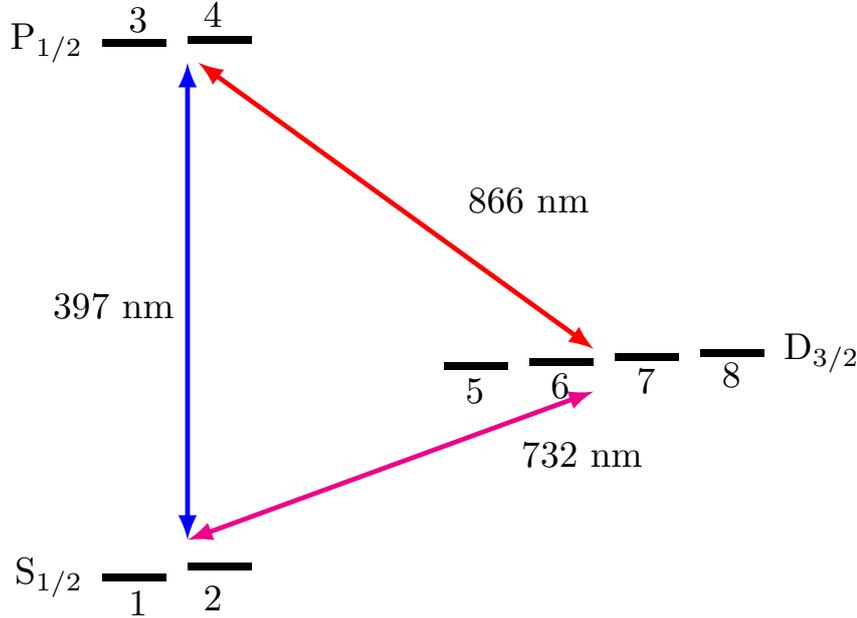


Abbildung 2.7: 8-Niveau-System des $^{40}\text{Ca}^+$

sprechend sind die relevanten Landéfactoren

$$g_j(S_{1/2}) = g_S \approx 2, \quad g_j(P_{1/2}) = \frac{4 - g_S}{3} \approx \frac{2}{3} \quad \text{und} \quad g_j(D_{3/2}) = \frac{6 - g_S}{5} \approx \frac{4}{5}. \quad (2.47)$$

Der atomare Hamilton ist dann

$$\hat{H}_{\text{Atom}} = \sum_{i=1}^8 \hbar \omega_i |i\rangle\langle i|. \quad (2.48)$$

Hier ist mit „b“ der blaue Laser der Wellenlänge 397 nm und mit „r“ der rote Laser der Wellenlänge 866 nm indiziert.

Um die 397nm-Resonanzfluoreszenz zu betrachten und bei ausschließlicher Anregung und Beobachtung der $\Delta m_j = \pm 1$ -Übergänge ist der Wechselwirkungs-Hamilton aufgrund der involvierten Zustände

$$\hat{H}_{\text{WW}} = \hbar \frac{\Omega_b}{2} (|3\rangle\langle 2| + |4\rangle\langle 1| + h.c.) + \hbar \frac{\Omega_r}{2} (|3\rangle\langle 5| + |3\rangle\langle 7| + |4\rangle\langle 6| + |4\rangle\langle 8| + h.c.). \quad (2.49)$$

Bei einer parallelen Polarisation des 397nm-Lasers zu der Magnetfeldrichtung werden nur die Übergänge mit $\Delta m_j = 0$ angeregt, daher ändert sich der WW-Hamilton zu

$$\hat{H}_{\text{WW}} = \hbar \frac{\Omega_b}{2} (|3\rangle\langle 2| + |4\rangle\langle 1|) + \hbar g_b a_b^\dagger (|1\rangle\langle 3| + |2\rangle\langle 4|) + \hbar \frac{\Omega_r}{2} (|3\rangle\langle 5| + |3\rangle\langle 7| + |4\rangle\langle 6| + |4\rangle\langle 8| + h.c.). \quad (2.50)$$

Für die Berechnung mittels matlab sind die Hamiltonoperatoren wie in diesem Kapitel dargestellten Form verwendet worden.

3 Berechnete Spektren der Resonanzfluoreszenz

In diesem Kapitel werden einige ausgewählte berechnete Spektren diskutiert. Diese sind nach dem in Abschnitt 2.3 beschriebenen Verfahren bei Betrachtung des 8- und 12-Niveau-Systems berechnet. Da die Spektren im Experiment mit einem Resonator (Analyse-Cavity) analysiert werden, muss das berechnete Spektrum zum Vergleich mit der Resonatorlinienbreite gefaltet werden. Es wird mit der aus Abschnitt 4.2 resultierende Resonatorlinienbreite $\Gamma_R = 2\pi \cdot 1$ MHz gerechnet.

Unter Berücksichtigung des Resonators ergibt sich für das Spektrum

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} g^{(1)}(\tau) e^{-\frac{\tau \cdot \Gamma_R}{2}} \quad (3.1)$$

als Zusammenhang mit der $g^{(1)}$ -Funktion.

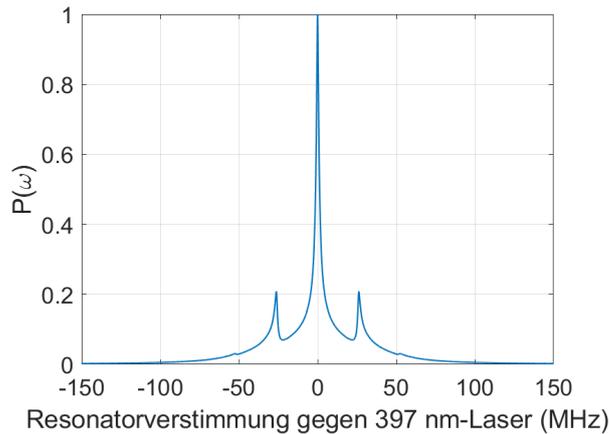


Abbildung 3.1: Spektrum der 397 nm Resonanzfluoreszenz, berechnet mit $\Omega_b = 2 \cdot A_b$, $\Omega_r = 6 \cdot A_r$ und $\Delta_b = \Delta_r = 0$ MHz, $M = 1$ sowie $B = 2,8$ Gauß mit Micromotionseitenbändern bei σ -Anregung und σ -Beobachtung

Durch die Micromotion des Ions (vgl. Abschnitt 4.1) mit der Antriebsfrequenz ω_{rf} kommt es zu einer Änderung der Feldstärke. Dabei bewegt sich das Ion in Richtung \vec{k} mit der Amplitude x_A . Zur folgenden Beschreibung wird der Modulationsindex $M = kx_A$ eingeführt. Damit ergibt sich die resultierende elektrische Feldstärke durch

$$E_{\text{res}}(t) = E(t) e^{iM \sin(\omega_{rf}t)}, \quad (3.2)$$

wobei $E(t)$ die magnetische Feldstärke ohne die Veränderung durch die Bewegungen des Ions ist. Dies lässt sich mit der Besselfunktion zu

$$E_{\text{res}}(t) = E(t) \sum_{-\infty}^{\infty} J_n(M) e^{iMt} \quad (3.3)$$

umschreiben. Damit ist das Spektrum durch

$$P(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} (J_n(M))^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} g^{(1)}(\tau) e^{\left(-\frac{\Gamma_R}{2} + in\omega_{rf}\right)\tau} \quad (3.4)$$

gegeben, allerdings kann die Summe auch schon bei $n_{\max}=M$ abgebrochen werden [4].

Ein Spektrum der Resonanzfluoreszenz mit $M = 1$ für das 8-Niveau-System ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Dieses beinhaltet gut sichtbare Seitenbänder bei ± 26 MHz und bereits schwache der zweiten Ordnung bei ± 52 MHz.

Für die folgenden Spektren gilt, dass die höchste Komponente des Spektrums auf eins normiert ist. Zudem bezeichnet A die natürliche Zerfallsrate des Übergangs, der mit dem durch den Index gekennzeichneten Laser angeregt wird.

3.1 12-Niveaus

Es folgen für das 12-Niveau-System des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions berechnete Resonanzfluoreszenzspektren für einen 393 nm Laser. Es werden verschiedene Rabifrequenzen und Verstimmungen des Lasers sowie unterschiedliche Magnetfeldstärken betrachtet.

Bezüglich der Notation ist anzumerken, dass mit den Indizes „b“ und „r“ die Parameter des 393nm- und des 854nm-Lasers gekennzeichnet sind.

Im wesentlichen wird zwischen σ - und π -Anregung unterschieden. Beobachtet werden zumeist nur die σ -Zerfälle, allerdings auch vereinzelt π -Zerfälle, daher gehen nur diese Anteile in die Spektren ein. Da zwei Laser verwendet werden, sind prinzipiell acht Varianten möglich. Eine π -Anregung mittels des 854 nm-Lasers ist allerdings nicht sinnvoll, da dadurch das Ion komplett in die Zustände $|7\rangle$ und $|12\rangle$ gepumpt würde. In den Messungen wird nur die Anregung mittels des blauen Lasers variiert, die Anregung mittels des roten Lasers findet immer bei den σ -Übergängen statt. Die Beobachtung findet ebenfalls ausschließlich bei den σ -Übergängen statt. Deshalb werden bei den Berechnungen auch nur die vier in Tabelle 3.1 aufgelisteten Kombinationen gezeigt. Um bei den jeweiligen Grafiken die Übersichtlichkeit zu erhöhen

Tabelle 3.1: Anregungs- und Beobachtungsmöglichkeiten

Anregung	Beobachtung
σ	σ
π	σ
π	π
σ	π

wird die Kurznotation a - b eingeführt, wobei a die Anregung mittels des blauen Lasers angibt und b die Beobachtung. So hat diese z.B. für eine σ -Beobachtung und π -Anregung durch den blauen Laser die Form $\pi - \sigma$.

3.1.1 σ -Anregung 393 nm und σ -Beobachtung

In Abbildung 3.2 ist ein berechnetes Spektrum der Resonanzfluoreszenz zu sehen, welches an das Mollow-Triplett erinnert, allerdings zwei weitere Spektrallinien aufweist. Diese können, wie die bei dem Mollow-Triplett durch das Dressed-Atom-Modell erklärt werden, nur wird hier kein Zwei-Niveau-System betrachtet, sondern ein 12-Niveau System, wobei das Spektrum die gleiche Struktur und Anzahl an Spektrallinien aufweist, wie das des Drei-Niveau-Systems (zu sehen in [11]). Die beiden inneren Linien kommen durch die Einstrahlung des roten Lasers zustande.

Das Spektrum mit den vormals gezeigten Parametern ist bei uns nicht realisierbar. Daher werden nun umsetzbare Rabifrequenzen und Verstimmungen gezeigt.

Ein Spektrum mit Parametern passend zu den durchgeführten Messungen ist in Abbildung 3.3 zu sehen. Man erkennt nur eine Spektrallinie, was auf die niedrigen Rabifrequenzen zurückzuführen ist. Bei dieser Linie handelt es sich um die rein elastische Komponente der Resonanzfluoreszenz.

Da es bei den gemessenen Spektren nicht wie in Abbildung 3.2 zu einer Aufspaltung in weitere Komponenten kommt werden nun die schwachen Seitenbänder betrachtet. Diese konnten aufgrund der nicht gegebenen Langzeitstabilität des 393 nm-Lasers zu der Zeit nicht gemessen werden, denn wie in Abbildung 3.4 zu sehen ist verschiebt sich diese bei Änderung der Verstimmung des Lasers stark. Bei einer zusätzlichen Verstimmung um 2 MHz ändert sich die Lage der Seitenbänder ebenfalls um ca. 2 MHz. Aufgrund der geringen Größe dieser Nebenlinien ist das Spektrum semilogarithmisch aufgetragen.

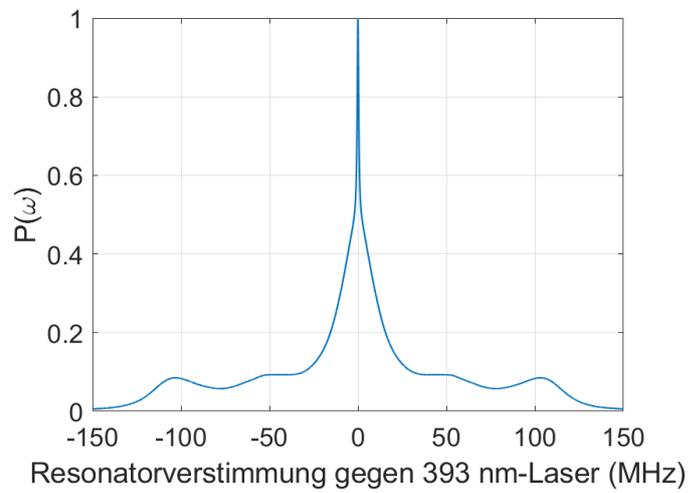


Abbildung 3.2: Spektrum bei $\sigma - \sigma$ mit $\Omega_b = 6 \cdot A_b$, $\Omega_r = 30 \cdot A_r$ und $\Delta_b = \Delta_r = 0$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

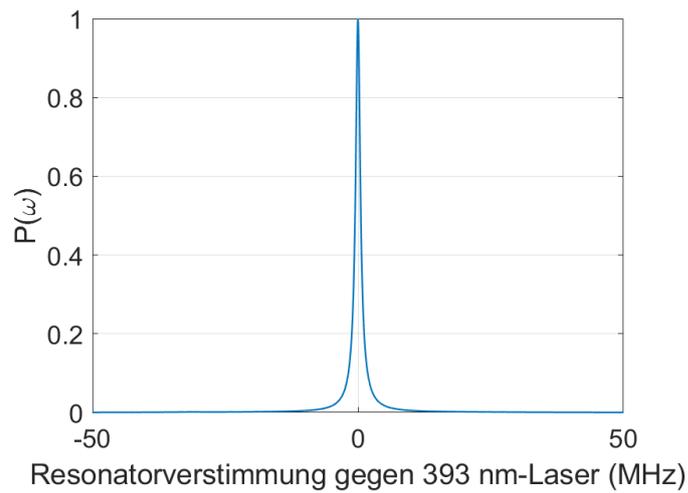


Abbildung 3.3: Spektrum bei $\sigma - \sigma$ mit $\Omega_b = 1 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$, $\Delta_b = -2\pi \cdot 20$ MHz, $\Delta_r = 2\pi \cdot 15$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

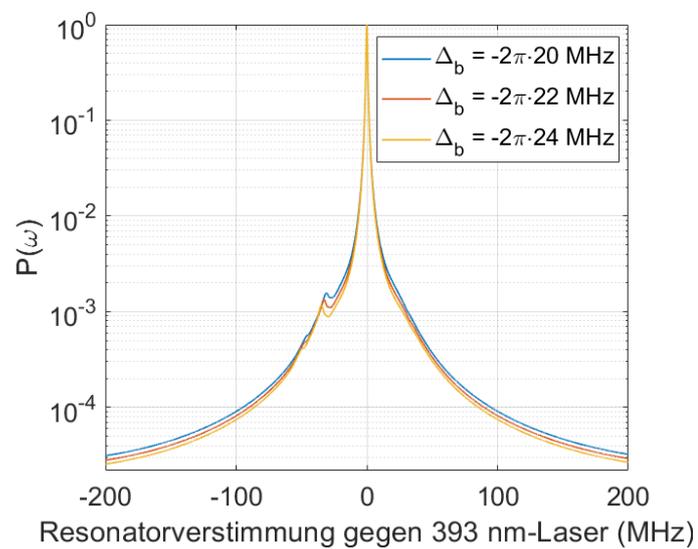


Abbildung 3.4: Wie Abbildung 3.3, allerdings in semilogartmischer Auftragung, zusätzlich mit unterschiedlichen Δ_b

3.1.2 π -Anregung 393 nm und σ -Beobachtung

Bei einer π -Anregung mit dem 393 nm-Laser sieht man für eine geringe Rabifrequenz des blauen Lasers, wie in den Messungen verwendet, zwei Spektrallinien im Spektrum. Bei diesen handelt es sich um die σ_- - und σ_+ -Emissionslinien, die aufgrund der Zeemanaufspaltung nicht bei der gleichen Frequenz liegen wie die π -Anregung. In Abbildung 3.5 ist sowohl das gesamte Spektrum, was bei der Beobachtung der $\Delta m = \pm 1$ -Übergängen zu sehen ist abgebildet, als auch die getrennten σ_+ - und σ_- -Spektren. Es ist zu erkennen, dass das gesamte Spektrum durch das Addieren der beiden Einzelspektren entsteht. Daher sind die Auswirkungen der Verstimmungen oder Variation der Rabifrequenzen bei den getrennten Komponenten identisch.

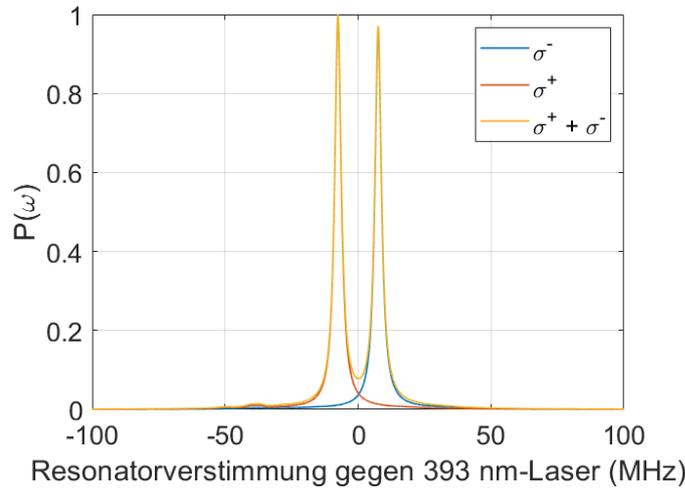


Abbildung 3.5: Spektren bei $\pi - \sigma$ mit $\Omega_b = 1 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$, $\Delta_b = -2\pi \cdot 20$ MHz $\Delta_r = 2\pi \cdot 15$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

Die Auswirkungen der Änderung der Verstimmung des 854 nm-Lasers sind in Abbildung 3.6 zu sehen, die des 393 nm-Lasers in Abbildung 3.7. Eine Verstimmung des 393 nm-Lasers führt dazu, dass der Peak in dessen Richtung die Verstimmung erfolgt im Vergleich zu dem anderen kleiner wird. Zudem wird das Spektrum schmaler und das Zentrum fällt weiter ab. Es ist außerdem bei $\Delta_b = 20$ MHz ein sehr kleines Seitenband bei 24 MHz zu erkennen. Auch eine Verstimmung des roten Lasers führt zu einer relativen Verkleinerung des Peaks in Richtung der Verstimmung. Es ist anzumerken, dass in beiden Fällen Verstimmungen mit entgegengesetztem Vorzeichen lediglich zu einer Spiegelung des Spektrums (an der 0 MHz-Linie) führen und daher der Übersicht halber nicht aufgetragen sind.

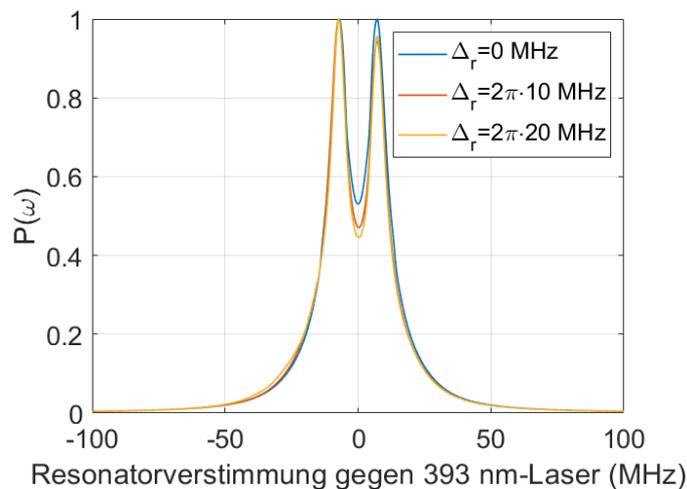


Abbildung 3.6: Spektren bei $\pi - \sigma$ mit $\Omega_b = 1 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$, $\Delta_b = -2\pi \cdot 20$ MHz, $B = 2,8$ Gauß und unterschiedlicher 854 nm Verstimmung

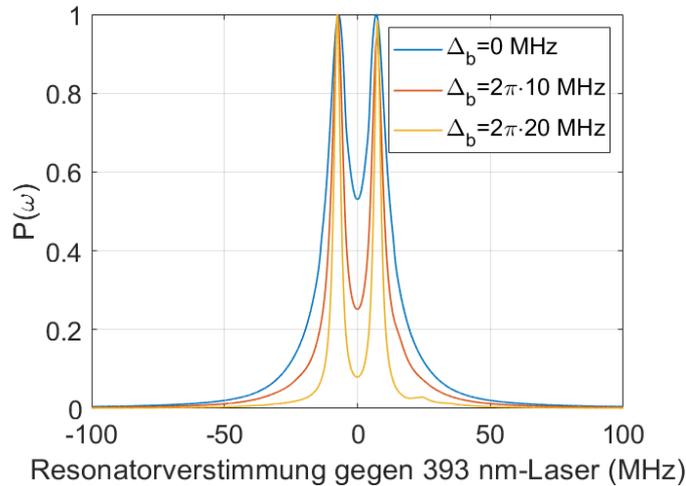


Abbildung 3.7: Spektren bei $\pi - \sigma$ mit $\Omega_b = 1 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$, $\Delta_r = 0$ MHz, $B = 2,8$ Gauß und verschiedener 393 nm Verstimmung

In Abbildung 3.8 sieht man, dass bei einer großen Rabifrequenz Ω_b die beiden Linien verschmelzen und sich wie bei starker Kopplung im Fall der σ -Anregung ein Quintett bildet. Bei dem gezeigten Spektrum liegt keine Verstimmung der Laser vor, sind diese hingegen verstimmt, so ist eine größere Rabifrequenz notwendig, damit die σ_+ - und σ_- -Emissionslinien zusammenfallen.

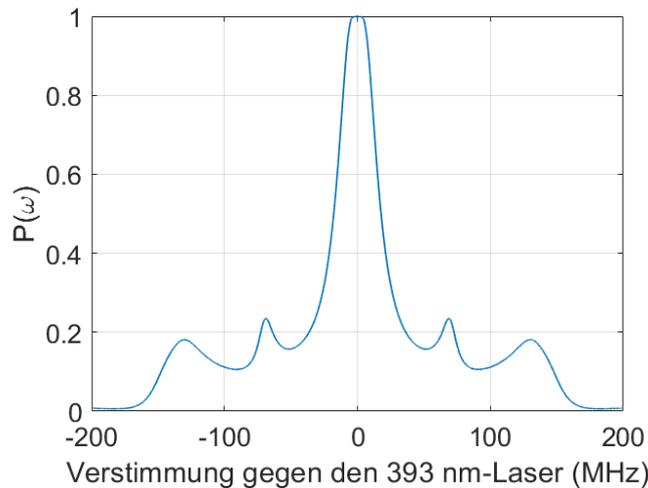


Abbildung 3.8: Spektrum bei $\pi - \sigma$ mit $\Omega_b = 8 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$ und $\Delta_b = \Delta_r = 0$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

Ein weiteres interessantes Spektrum ist in Abbildung 3.9 mit zehn Spektrallinien zu sehen. Diese kommen aufgrund der starken Kopplung durch die hohen Rabifrequenzen in Kombination mit der Verstimmung der beiden Laser zustande. Besonders ist anzumerken, dass die zentralen Komponenten sehr schmal sind, das Spektrum allerdings wie auch die äußeren Linien breiter sind. Dies bietet das Potential, dass diese noch weiter aufspalten.

Es ist allerdings unrealistisch dieses Spektrum zu messen, da solch große Rabifrequenzen von den momentanen Lasern, aufgrund beschränkter Leistung, nicht erreicht werden können. Zudem ist es bereits bei den in der Messung verwendeten Parametern zu einer Aufheizung gekommen (siehe Abschnitt 6.2), welche hier aufgrund der geringeren Verstimmung des blauen Lasers und der größeren Rabifrequenz noch größer ausfallen würde.

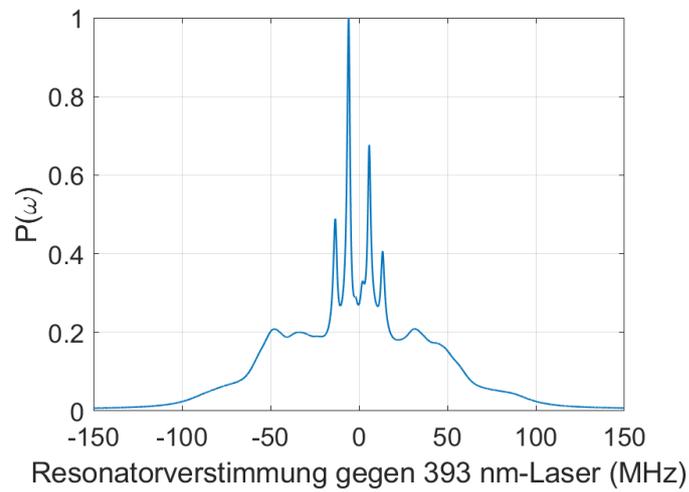


Abbildung 3.9: Spektrum bei $\sigma - \sigma$ mit $\Omega_b = 80 \cdot A_b$, $\Omega_r = 85 \cdot A_r$, $\Delta_b = -2\pi \cdot 5$ und $\Delta_r = 2\pi \cdot 10$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

3.1.3 π -Beobachtung

Bisher sind in den Spektren nur Übergänge mit $\Delta m_j = \pm 1$ zu sehen gewesen. Nun wenden wir uns den $\Delta m = 0$, also den π -Übergängen zu. Um diese im Experiment sehen zu können, müsste das Magnetfeld gedreht werden. Es werden Spektren gezeigt und mit jenen verglichen, bei denen die σ -Übergänge beobachtet wurden.

In Abbildung 3.10 sind Spektren mit unterschiedlicher Anregung und Beobachtung zu sehen. Dabei ist $\sigma - \pi$ blau und $\pi - \sigma$ rot dargestellt. Beide Spektren besitzen zwei symmetrisch um das Zentrum angeordnete Komponenten, allerdings unterscheiden sich die Spektren in der Breite dieser Komponenten und in der Höhe der kleineren der beiden sowie in Anzahl und Ausprägung der Nebenlinien.

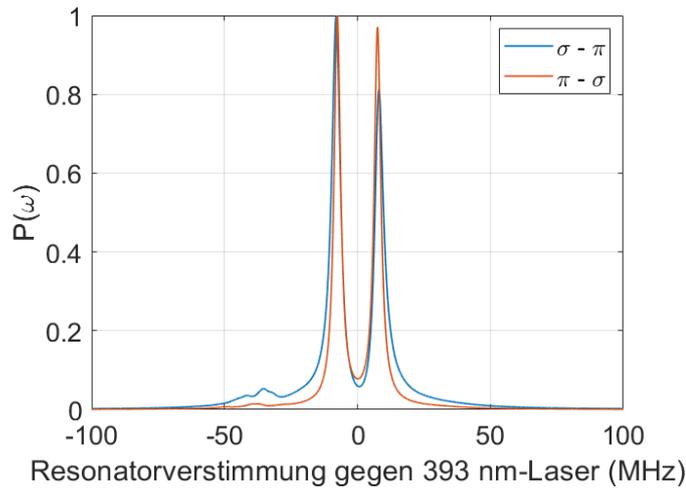


Abbildung 3.10: Spektren bei $\sigma - \pi$ (blau) und $\pi - \sigma$ (rot) mit $\Omega_b = 1 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$, $\Delta_b = -2\pi \cdot 20$ MHz und $\Delta_r = 2\pi \cdot 15$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

In Abbildung 3.11 ist ein Vergleich von Spektren bei π -Anregung und Beobachtung (blau) und σ -Anregung und Beobachtung (rot) dargestellt. Es ist eine sehr große Übereinstimmung dieser zu erkennen.

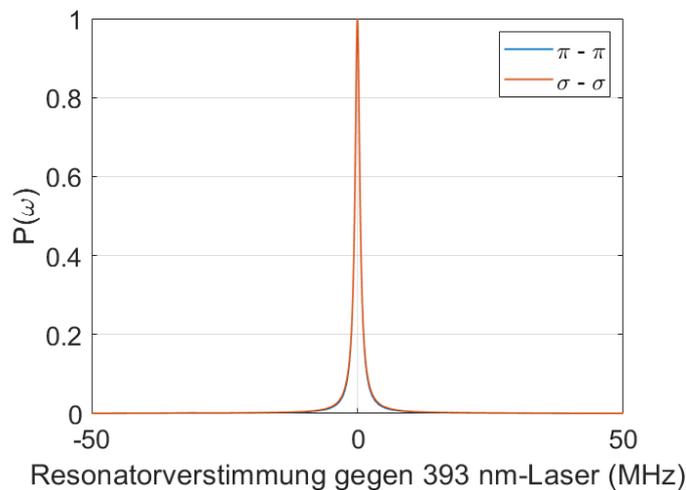


Abbildung 3.11: Spektren bei $\pi - \pi$ (blau) und $\sigma - \sigma$ (rot) mit $\Omega_b = 1 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$, $\Delta_b = -2\pi \cdot 20$ MHz und $\Delta_r = 2\pi \cdot 15$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

3.2 8-Niveaus

Es folgt die Betrachtung von Resonanzfluoreszenzspektren des 8-Niveau-Systems. Aufgrund der bereits erfolgten Messung und Berechnung der Resonanzfluoreszenzspektren für ein 8-Niveau-System bei Barium von Stalgies in [4], werden zuerst die Spektren des Calciums und Bariums verglichen. Anschließend wird wieder ausschließlich das $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion betrachtet.

3.2.1 Vergleich Barium und Calcium

In diesem Abschnitt erfolgt der Vergleich zweier Resonanzfluoreszenzspektren des Bariums und Calciums. Dabei ist anzumerken, dass die relevanten Zerfallsraten für $|P_{1/2}\rangle \rightarrow |S_{1/2}\rangle$ $\Gamma_{Ca} = 2\pi \cdot 20,97$ MHz, $\Gamma_{Ba} = 2\pi \cdot 15,1$ MHz und $|P_{1/2}\rangle \rightarrow |D_{3/2}\rangle$ $\Gamma_{Ca} = 2\pi \cdot 1,46$ MHz sowie $\Gamma_{Ba} = 2\pi \cdot 5,3$ MHz sind. In Abbil-

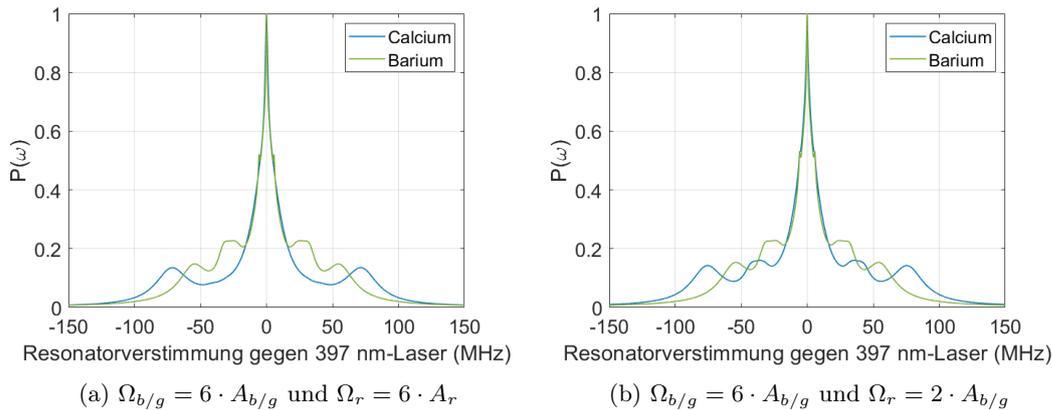


Abbildung 3.12: Bei beiden Spektren gilt $\sigma - \sigma$ und $\Delta = 0$ und $B = 2,8$ Gauß, in blau ist das des Calciums und in grün des Bariums zu sehen

dung 3.12b ist größere Ähnlichkeit der Spektren zu erkennen, wenn das Verhältnis von $\Omega_{b/g}/\Omega_r$ und nicht wenn die Rabi-Frequenzen im selben Verhältnis zu den Zerfallsraten stehen. Bei dem anderen Spektrum sind bei Ba^+ die äußeren Spektrallinien wesentlich ausgeprägter, allerdings ist dort eine Komponente auf beiden Seiten des elastischen Peaks weniger, als bei Ca^+ .

3.2.2 σ -Anregung 397 nm und σ -Beobachtung

In dem nachfolgend gezeigten Spektrum, in Abbildung 3.13, sind sieben Spektrallinien erkennbar. Dabei handelt es sich um ein Septett, dessen Grundlage das Mollow-Triplett bildet, welches nur aus den äußersten Spektrallinien und der zentralen Komponente besteht.

Mit ähnlichen Verhältnissen der Rabi-Frequenzen und Zerfallsraten, die bei den 393er Messungen benutzt wurden, sieht das Spektrum auch so vergleichbar aus, dies kann man in Abbildung 3.14 sehen. Erneut ist nur die elastische Komponente zu sehen.

3.2.3 π -Anregung 397 nm und σ -Beobachtung

In diesem Abschnitt werden, wie schon bei dem 12-Niveau-System zuvor, Spektren gezeigt, bei welchen $\vec{E}_b \perp \vec{B}$ gilt und somit führt dieser Laser nur zu π -Anregungen.

Bei ähnlichen Parametern, also Verstimmungen und Verhältnissen der Rabi-Frequenzen zu den Zerfallsraten, wie bei dem 12-Niveau-System sehen die Spektren auch vergleichbar aus, daher wird hier nur eines gezeigt. Dieses zeigt den Vergleich bei zwei verschiedenen starken Magnetfeldern. Da es sich bei den beiden Komponenten des Spektrums um den $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$ und $|4\rangle \rightarrow |2\rangle$ Übergang handelt, ist deren Abstand, wie man in Abbildung 3.15 sieht, von dem Magnetfeld abhängig. Denn dieses führt zu der Zeemanaufspaltung, welche direkt den Abstand bestimmt. Die Abstände der Spitzen haben ein Verhältnis von $\frac{17,5 \text{ MHz}}{10,9 \text{ MHz}} = \frac{2,8 \text{ G}}{1,8 \text{ G}}$, welches dem von B entspricht.

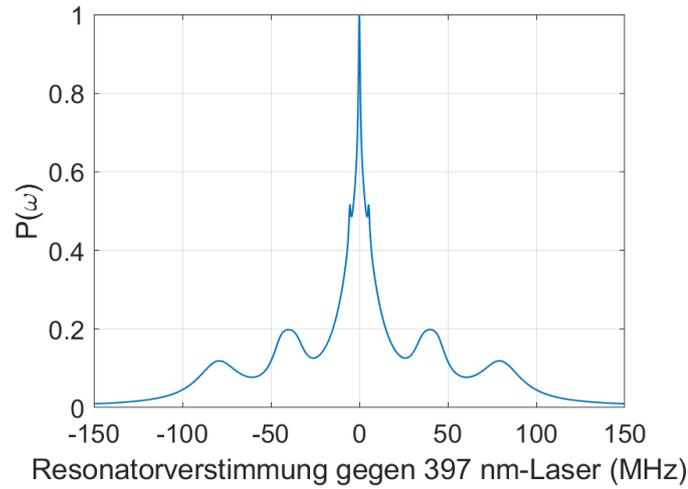


Abbildung 3.13: Spektrum bei $\sigma - \sigma$ mit $\Omega_b = 6 \cdot A_b$, $\Omega_r = 40 \cdot A_r$ und $\Delta_b = \Delta_r = 0$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

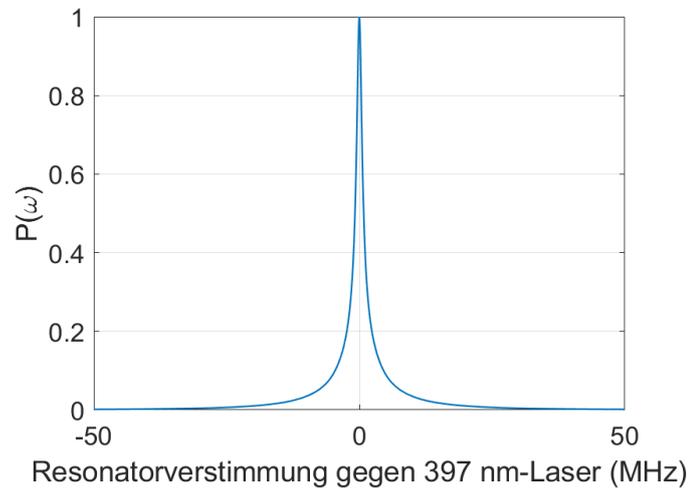


Abbildung 3.14: Spektrum bei $\sigma - \sigma$ mit $\Omega_b = 2 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$ und $\Delta_b = \Delta_r = 0$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

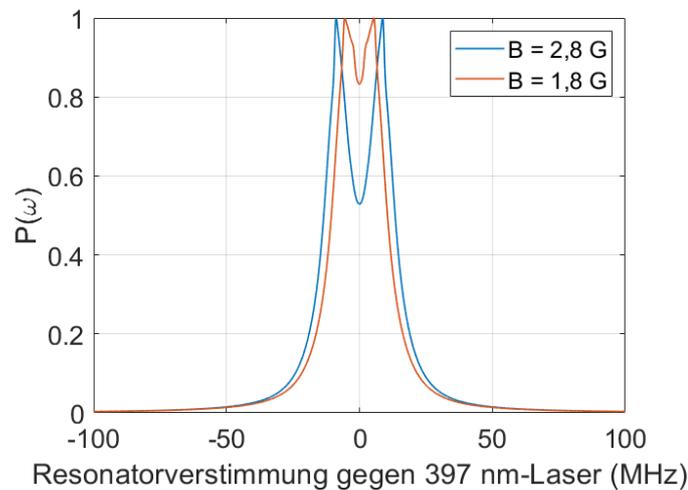


Abbildung 3.15: Spektren bei $\pi - \sigma$ mit $\Omega_b = 2 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$ und $\Delta_b = \Delta_r = 0$ MHz

4 Aufbau

In dem folgenden Kapitel wird der Aufbau, welcher für die Messungen der Spektren verwendet wurde, erläutert. Dabei wird zuerst auf die Ionenfalle eingegangen.

4.1 Ionenfalle

Das betrachtete $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion ist in einer linearen Paulfalle gefangen [1]. In dieser wird Wechselspannung U_{rf} zur radialen Eingrenzung und eine Gleichspannung U_{tip} zur weiteren axialen Begrenzung genutzt, wobei in Abbildung 4.1 eingezeichnet ist, wo genau diese anliegen. Damit das Ion möglichst gut von seiner Umgebung isoliert ist, befindet es sich in Ultra-Hochvakuum [17].

Wenn die z-Achse entlang der Fallenachse gelegt wird, ist das Potential in der Nähe des Fallenzentrums durch

$$\Phi = \frac{\alpha U_{\text{tip}}}{2l_0^2} (-x^2 - y^2 + 2z^2) + \frac{U_{\text{rf}}}{2r_0^2} \cos((\omega_{\text{rf}}t)) (x^2 - y^2) \quad (4.1)$$

gegeben, wobei l_0 und r_0 die minimalen Abstände der Klappen und der Endkappen von dem Fallenzentrum sind. Die Bewegung des in der Falle gefangenen Ions ist eine Überlagerung der Secularmotion

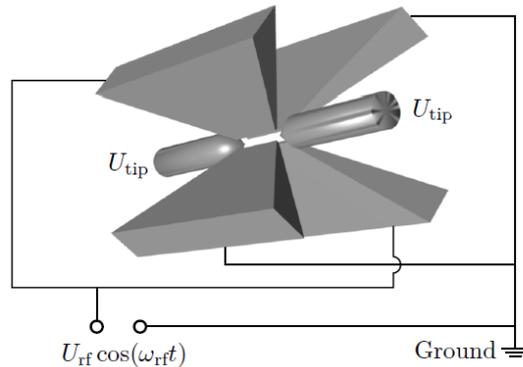


Abbildung 4.1: Skizze der linearen Paulfalle, [17] entnommen

(Säkularbewegung) und der Micromotion (Mikrobewegung). Über eine Periode der Wechselspannung (Antriebsfrequenz) kann die Bewegung näherungsweise, als durch ein harmonisches Potential hervorgerufen, betrachtet werden. Es wirkt letztlich in jede Richtung eine rüctreibende Kraft. Die Secularmotion kann durch Laserkühlung gemindert werden. Die Laserkühlung ist notwendig, damit das Ion über längere Zeiträume von Stunden oder Tagen gefangen bleibt, denn durch Wechselwirkungen mit dem in der Falle verbleibenden Gas wird diese Zeit verringert. Zudem heizt die Micromotion das Ion auf.

In der für die Messungen dieser Arbeit verwendeten Falle liegt die Frequenz ω_{rf} bei 26,292 MHz, dies ist also die Frequenz der Micromotion. An der Falle liegt ein Magnetfeld an, welches $B \approx 2,8$ G beträgt und in $0^\circ \rightarrow 180^\circ$ Richtung zeigt. Genauer über die in den Experimenten verwendete Falle ist in [17] nachzulesen.

In Abbildung 4.2 ist der Aufbau an der Falle zu sehen. Die Wellenlängen an den Strahlen stehen für die Paare, wie sie unter anderem bei den Resonanzfluoreszenzspektren für 8-Niveaus - 397 nm und 866 nm - oder 12-Niveaus - 393 nm und 854 nm - verwendet werden. Rechts und links des Ions bzw. der Falle befindet sich je ein HALO (High numerical Aperture Laser Objective), mit welchen das Fluoreszenzlicht

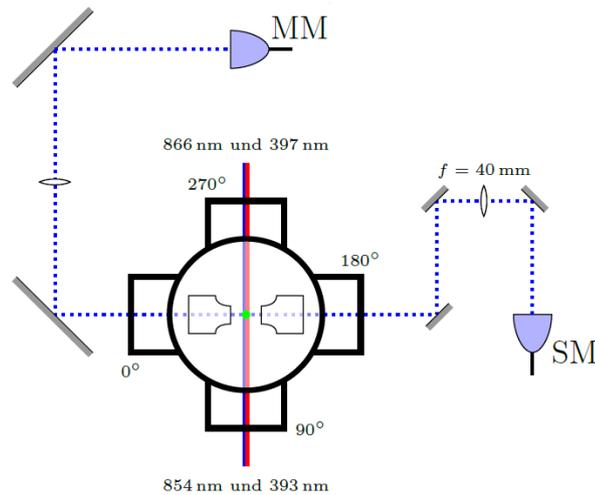


Abbildung 4.2: Aufbau an der Paulfalle, mit zwei HALOs rechts und links des Ions (grün) in dem Vakuumzylinder, [18] entnommen

aufgesammelt wird. Die Photonen werden auf der rechten Seite in eine single-mode Faser eingekoppelt und zu dem Cavityaufbau geleitet (siehe Abschnitt 4.2) und links in eine multi-mode Faser eingekoppelt.

4.2 Aufbau Analyse-Cavity

Um letztendlich die Resonanzfluoreszenzspektren messen zu können, ist der in Abbildung 4.3 gezeigte Aufbau notwendig, zu welchem genaueres in den Arbeiten von Jurek Frey [18], Christian Haen [19] und Konstantin Klein [20] nachzulesen ist. Hier bildet die Analyse-Cavity (symmetrischer Fabry-Pérot-Resonator) das Kernstück. Zum einen wird der Laser (393 nm oder 397 nm) durch eine Faser zu dem Aufbau geleitet und dient der Stabilisierung der Cavity. Zum anderen kommen von dem Ion die Photonen, welche es mit dem Aufbau zu analysieren gilt.

Die Analyse-Cavity kann einen Frequenzbereich durchfahren (scannen), indem sie auf den Laser stabilisiert wird und dieser danach verstimmt wird. Durch den Chopper wird zwischen dem Laserstrahl, welcher zur Stabilisierung dient und dem Photonenstrahl gewechselt. Zudem wird verhindert, dass der Laserstrahl nach dem Durchlaufen der Cavity weiter zu dem Einzelphotonenzähler geleitet wird.

Nach dem Durchlaufen der Analyse-Cavity werden die Photonen in eine Glasfaser eingekoppelt und zu einem Einzelphotonenzähler (APD oder PMT) geleitet.

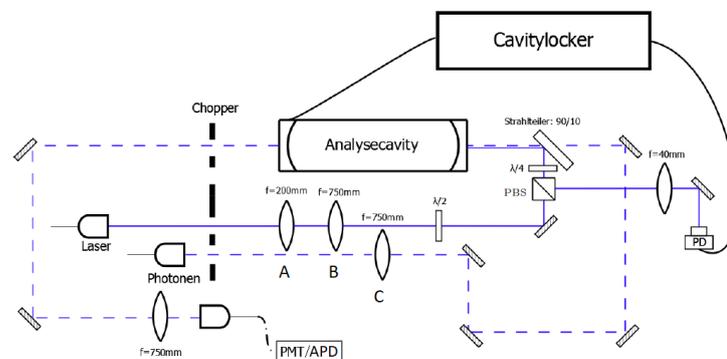


Abbildung 4.3: Aufbau auf Resonatortisch samt Analyse-Cavity, mit Änderungen [18] entnommen

4.3 Messesequenz

Die Messungen der Resonanzfluoreszenz sind nach der im Folgenden skizzierten Sequenz abgelaufen, während dieser das Ion durchgängig von den 393 nm und 854 nm-Lasern beleuchtet wurde.

Zuerst wird die Analyse-Cavity auf die Anfangsfrequenz (meist -60 MHz) eingestellt, bei dieser werden dann für eine Integrationszeit von 10 bzw. 20 s die Photonen detektiert. Um die Untergrundphotonen zu reduzieren wird nur integriert, wenn der Chopper geöffnet ist. Dafür wird ein Fenster von 10 bzw. 20 ms genutzt und dies 10 mal wiederholt um das Ergebnis nach 200 ms Teilintegrationszeit zur Kontrolle der Messung zu nutzen. Dieser Vorgang wird danach nochmals 100 mal wiederholt. Zwischen den Zeiten der Photonendetektion, wenn der Chopper geschlossen ist, wird die Analyse-Cavity auf den Referenzlaser stabilisiert.

Nach dem Durchlauf der Schleife wird der Referenzlaser um 1 oder 2 MHz - je nach eingestellter Schrittweite - verstimmt, daraufhin wird die Analyse-Cavity auf diesen stabilisiert und die Prozedur läuft erneut bis zum Erreichen der Endfrequenz (meist 70 MHz) ab.

Die in Abschnitt 6.2 dargestellten Spektren zeigen mehrere Durchgänge der Analyse des Frequenzbereiches der Analyse-Cavity.

5 Messungen Analyse-Cavity

5.1 Charakterisierung für 393 nm

Um eine Aussage über die Stabilität der Analyse-Cavity machen zu können und deren - für die Anpassung der berechneten Spektren an die Messungen - notwendige Transmissionsbandbreite (vgl. (3.1)) zu bestimmen, werden das Pound-Drever-Hall-Fehlersignal und das Transmissionssignal herangezogen.

Die folgenden Messungen sind im Wesentlichen wie jene in [19] durchgeführt worden, allerdings ist hier die Stabilität während der Messzeit bestimmt worden.

Zur Umrechnung der Zeitachse in die Frequenzachse muss der Zeitabstand einer freien Spektralbreite (FSR) und die bekannte FSR der Analyse-Cavity von 386 MHz benutzt werden. Damit kann man einen Umrechnungsfaktor $\frac{FSR}{\Delta t_{FSR}}$ ausrechnen, der bei den folgenden Messungen genutzt wird um die Signale gegen eine Frequenzachse darzustellen.

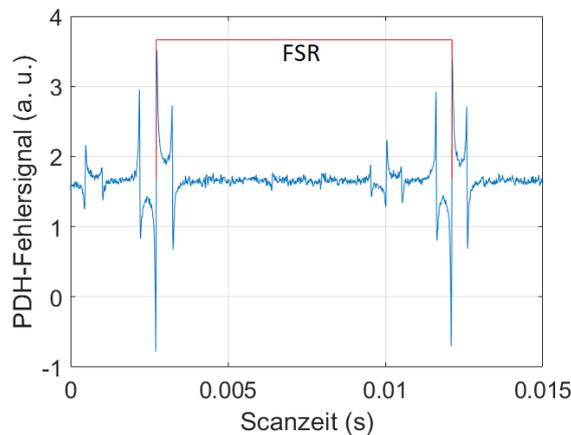


Abbildung 5.1: FSR der Analyse-Cavity

5.1.1 Transmissionssignal

Durch die Anpassung einer Lorentzfunktion [21]

$$I(\nu) = a + b \frac{\frac{\delta\nu}{2\pi}}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\delta\nu}{2\pi}\right)^2} \quad (5.1)$$

an das Transmissionssignal der TE_{00} -Mode wird dessen Linienbreite $\delta\nu$ und die für die weitere Rechnung notwendigen übrigen Parameter bestimmt. Für einen einzelnen Fit bei einer Messung (Abbildung 5.2a) kommt $\delta\nu = 0,97(1)$ MHz als Resultat heraus. Im Folgenden werden die einzelnen Fitparameter als solche beibehalten. Es ist zu beachten, dass sich die gemessene Linienbreite aus der der Analyse-Cavity und des Lasers zusammensetzt. Daher gilt $\delta\nu = \delta\nu_{\text{Cavity}} + \delta\nu_{\text{Laser}}$, denn die untersuchte Lorentzfunktion ist eine Faltung der beiden Lorentzfunktionen.

Nun zu der Stabilität der Cavity, hierzu betrachten wir den Schwankungsbereich der Transmission.

Da die Umkehrfunktion der Lorentzfunktion

$$\nu = \nu_0 \pm \sqrt{\frac{b\delta\nu}{I-a} - \left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2} \quad (5.2)$$

lautet, ist $\Delta\nu_{\text{trans}} = 2\sqrt{\frac{b\delta\nu}{I-a} - \left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2}$ der Schwankungsbereich. Dafür muss als Intensität $I = I_{\text{max}} - s_{\text{max}}$ mit

$$s_{\text{max}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n (x_i - x_{\text{max}})^2}{n-1}} \quad (5.3)$$

eingesetzt werden. Wobei es sich bei s_{max} um die Abweichung der Intensitätswerte von der maximalen Intensität handelt. Dieses wird aus dem Transmissionsignal in Abbildung 5.2b bei einem Triggersignal von 0 ermittelt. Das Triggersignal gibt an, wann der Chopper geschlossen wäre und die Cavity stabilisiert wird. Als Ergebnis erhält man $\Delta\nu_{\text{tran}} = 0,82(1)$ MHz.

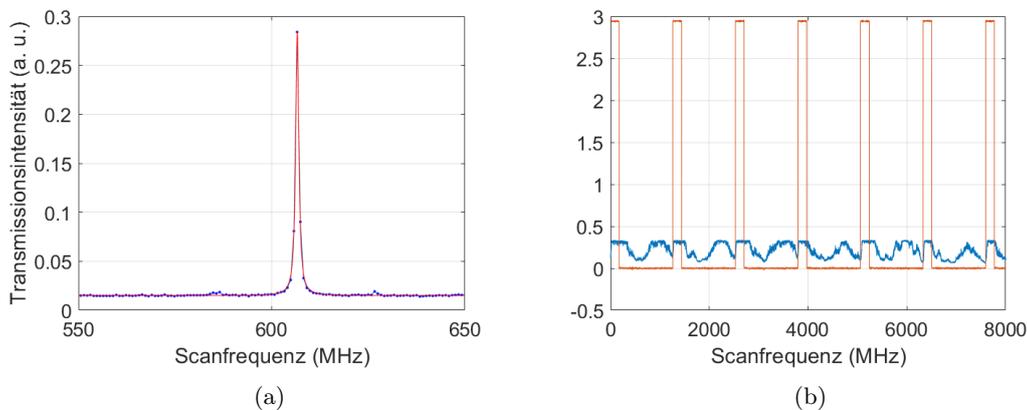


Abbildung 5.2: Graphen zur Berechnung von $\Delta\nu_{\text{trans}}$, in (a) ist das Transmissionsignal bei unstabiler Cavity mit Lorentz-Fit (rot) und in (b) das Transmissionsignal bei stabiler Cavity (blau) und das Triggersignal (orange) zu sehen

5.1.2 PDH-Signal

Es wird bei unstabiler Cavity das PDH-Signal aufgenommen und nahe der Resonanz linear angepasst, wie in Abbildung 5.3a zu sehen ist, wobei dadurch die Steigung a bestimmt wird. Daraufhin wird die Cavity stabilisiert und aus dem Signal der Mittelwert des PDH-Signals und die Standardabweichung der Differenz des Mittelwerts von diesem, s bestimmt. Mittels

$$\Delta\nu_{\text{lin}} = \frac{s}{a} \quad (5.4)$$

kann dann die Frequenzabweichung berechnet werden. Damit ergibt sich $\Delta\nu_{\text{lin}} = 0,58(37)$ MHz. Dafür ist die Standardabweichung für das in Abbildung 5.3b dargestellte PDH-Fehlersignal, während das Triggersignal bei 0 war, ermittelt worden.

5.2 Charakterisierung für 397 nm

Wie in dem vorherigen Kapitel bereits für 393 nm durchgeführt, wird in dem folgenden Abschnitt für den 397 nm Laser die Linienbreite der Analyse-Cavity und deren Stabilität bestimmt.

Dafür musste der in Abbildung 4.3 gezeigte Aufbau für 397 nm aufgrund der Dispersion der Linsen angepasst werden. Die drei Linsen (A, B und C) mussten dafür verschoben werden und sind um den Aufbau in Zukunft leicht zwischen einer Anpassung an 393 und 397 nm wechseln zu können, auf Füßen mit Mikrometerschrauben platziert worden. Im Folgenden wurde der unstabiler 397nm-Laser verwendet. Wie bereits vorher bei dem 393nm-Laser ist für die Umrechnung der Zeit- in die Frequenzskala, die bekannte FSR der Analyse-Cavity verwendet worden.

Da das Vorgehen analog ist, wird auf die Darstellung von Graphen verzichtet.

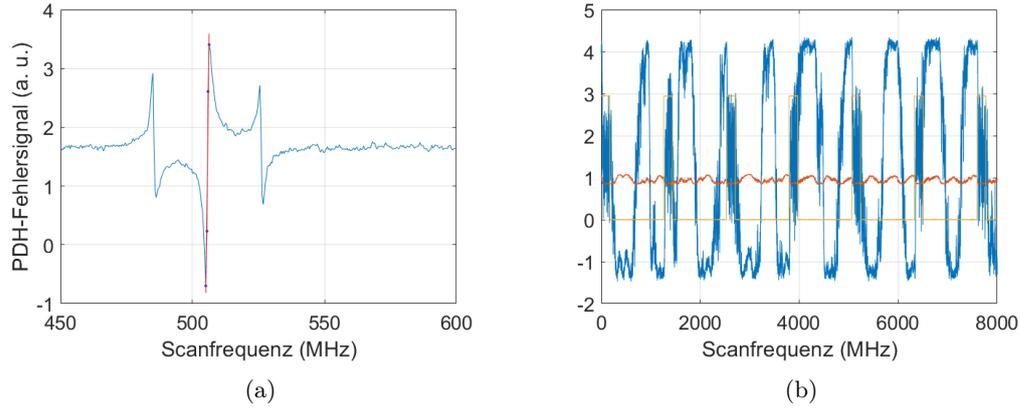


Abbildung 5.3: Grafiken zum PDH-Signal, in (a) ist das PDH-Signal der unstabilisierten Cavity mit linearem Fit und in (b) das PDH-Fehlersignal der stabilisierten Cavity (blau), die Reflexion (rot) und das Triggersignal (gelb) zu sehen

5.2.1 Transmissionssignal

Aus dem Lorentzfit geht eine Linienbreite von $\delta\nu = 1,18(29)$ MHz aus der Mittelung von zehn Messungen hervor.

Mittels der Umkehrfunktion lässt sich ein Schwankungsbereich $\Delta\nu_{trans} = 2,82(92)$ MHz berechnen. Beide Berechnungen sind analog zu denen bei 393nm durchgeführt worden.

5.2.2 PDH-Signal

Nach der gleichen Vorgehensweise wie bereits bei dem 393 nm-Laser kommt hier $\Delta\nu_{lin} = 0,46(1)$ MHz als Resultat heraus. Dabei handelt es sich bei dem Wert um eine Mittelung aus zehn Messungen. Dieser Wert ist erneut kleiner als der Schwankungsbereich, welcher über das Transmissionssignal bestimmt worden ist.

Bei dem Vergleich der Charakterisierungsergebnisse der Analyse-Cavity mit dem 393nm- und 397nm-Laser ist zu erkennen, dass die Linienbreite und der Schwankungsbereich bei allen Messungen mit dem

Tabelle 5.1: Vergleich 393 nm und 397 nm

Laser	$\delta\nu$	$\Delta\nu_{trans}$	$\Delta\nu_{lin}$
393 nm	0,97(1) MHz	0,82(1) MHz	0,58(37) MHz
397 nm	1,18(29) MHz	2,82(92) MHz	0,46(1) MHz
393/397	0,82(21)	0,29(10)	1,26(83)

393nm-Laser größer waren als mit dem 397nm, außer bei $\Delta\nu_{lin}$.

Die ersten beiden sind dadurch zu erklären, dass der 397 nm-Laser im Gegensatz zu dem 393 nm nicht stabilisiert war, warum dies bei ν_{lin} jedoch nicht galt muss noch geklärt werden.

5.3 Vergleich Laserscans

Um die Auswirkungen des in Abbildung 5.3b beobachteten Störsignals auf die gemessenen Spektren zu untersuchen, ist der 393nm-Laser gescannt worden, mit und ohne dieses Störsignal. Dies ist notwendig, da alle Resonanzfluoreszenzspektren mit dem Störsignal gemessen wurden.

Aus einem Lorentzfit mittels Gleichung 5.1 ergibt sich für das Spektrum ohne Störsignal ein $\Gamma = 0,94(2)$ MHz und mit Störsignal $\Gamma = 1,29(4)$ MHz, man erkennt also eine Verbreiterung des Spektrum, allerdings nicht in solchem Umfang, dass diese eine Erklärung für die breiteren Spektren bei der Messung der Resonanzfluoreszenz in Abschnitt 6.2 im Vergleich zu den berechneten ist.

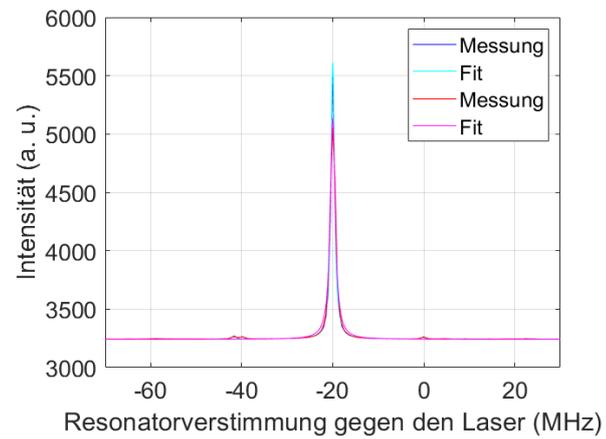


Abbildung 5.4: Spektren des Laserscans mit Lorentzfits, ohne Störsignal (blau) mit (rot)

6 Spektrenmessung

In diesem Kapitel werden die gemessenen Spektren der Resonanzfluoreszenz gezeigt. Zur Messung dieser ist die Streuung der 393 nm- und 854 nm-Laser wie in Abbildung 4.2 dargestellt beobachtet worden.

6.1 Bestimmung der Parameter

Um eine Aussage über die gemessenen Resonanzfluoreszenzspektren treffen zu können, müssen die Rabi-frequenzen und die Verstimmungen der Laser, sowie die Magnetfeldstärke bekannt sein. Diese sind über unabhängige Dunkelresonanzspektroskopien erfasst worden.

Dazu wird der 393 nm-Laser etwa 20 MHz rot zu der Resonanz verstimmt und mit $5 \mu\text{W}$ eingestrahlt. Um diesen Punkt zu bestimmen, wird der 393 nm-Laser so lange blau verstimmt, bis angefangen wird das Ion zu heizen, von diesem Punkt wird der Laser dann 20 MHz rot verstimmt. Der 854 nm-Laser wird mit $10 \mu\text{W}$ eingestrahlt. Bei diesen Einstellungen erfolgen die Dunkelresonanzspektroskopie des 854 nm-Lasers, von der eine in Abbildung 6.1 zu sehen.

Mittels f_{\min} -search, wobei dafür aus ρ für den Gleichgewichtszustand die Fluoreszenz berechnet wird, werden dann die Rabi-frequenzen und Verstimmungen ermittelt, was in [17] die 866 nm-Dunkelresonanzspektroskopie beschrieben wird und für die bei 854 nm analog abläuft.

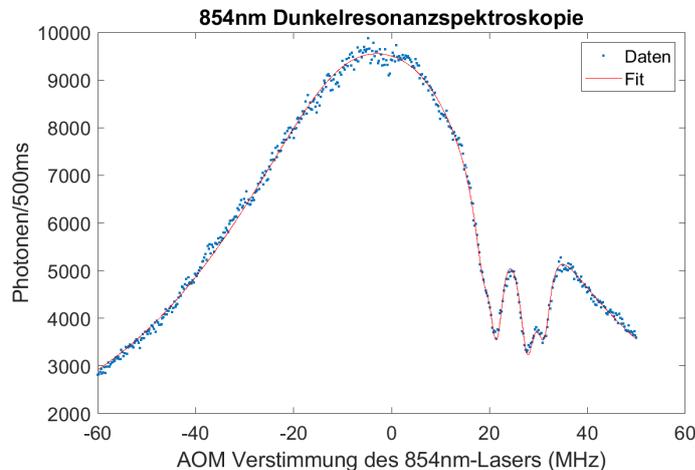


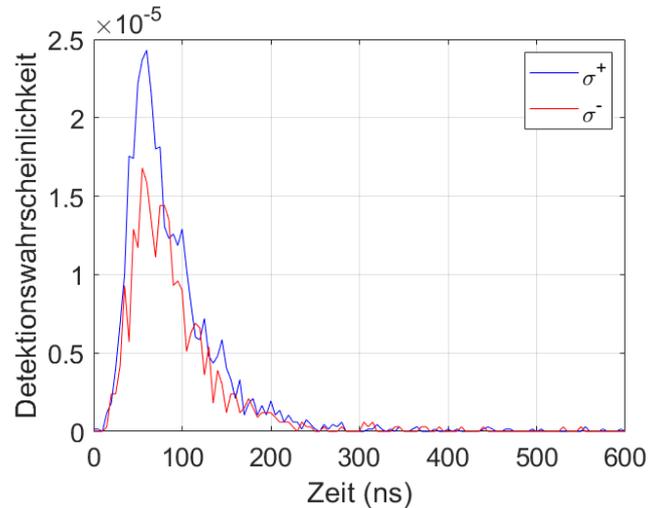
Abbildung 6.1: 854 nm Dunkelresonanzspektroskopie bei H-polarisiertem 393 nm Laser ($\vec{E}_b \perp \vec{B}$), also π -Anregung durch den 393 nm Laser

Um die richtige Einstellung der Wellenplatte zur einzelnen Messung der σ^- - und σ^+ -Beobachtung zu finden, ist zuvor die Transmissionswahrscheinlichkeit der σ^- - und σ^+ -Raman-Photonen in Abhängigkeit der Drehung der Wellenplatte gemessen worden, hierfür wurde diese in 10° -Schritten von 0° bis 180° gedreht.

Für die σ^+ -Photonen, ist mittels 729 nm-Pulse das Ion in dem $D_{5/2,+5/2}$ -Zustand präpariert und danach durch 854 nm-Pulse in den $P_{3/2,+3/2}$ -Zustand angeregt worden. Daraufhin ist sind σ^+ -Raman-Photonen beim Übergang von $D_{5/2,+5/2} \rightarrow S_{1/2,+1/2}$ emittiert worden. Danach erfolgt die Kühlung des Ions.

Das Vorgehen für σ^- -Photonen ist analog, es wird im $D_{5/2,-5/2}$ -Zustand gestartet.

In Abbildung 6.2 ist die Ankunftszeitverteilung des Wellenpaketes eines solchen Raman-Photons zu sehen. Aus der Ankunftszeitverteilung der Photonen wurde die Anzahl der gemessenen Photonen bei einer

Abbildung 6.2: Ankunftszeitverteilung bei 180°

Einstellung der Wellenplatte bestimmt (vgl. Abbildung 6.3). Diese wurden dann genutzt, um Werte zu finden, für die nur σ_+ - bzw. σ_- -Photonen transmittiert werden.

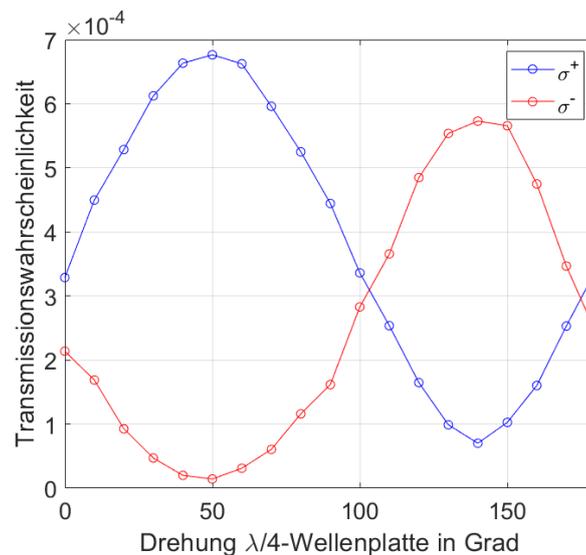


Abbildung 6.3: Transmissionswahrscheinlichkeit bei verschiedenen Einstellungen der Wellenplatte

Die gefundenen Werte liegen bei ca. 48° für σ^+ und 138° für σ^- , was dem erwarteten Abstand von 90° entspricht. Zudem fällt auf, dass bei 138° noch restliche σ^+ -Photonen transmittiert werden. Hier liegt das maximale Verhältnis $\frac{P(\sigma^-)}{P(\sigma^+)}$ bei ca. 8, wohingegen bei 48° das Verhältnis $\frac{P(\sigma^+)}{P(\sigma^-)} \approx 47$ beträgt.

6.2 393nm-Resonanzfluoreszenzspektren

Bei den nachfolgenden Spektren sind die letzten beiden Messungen (Abbildung 6.6 und Abbildung 6.7) mittels einer APD aufgenommen worden, die eine niedrigere Effizienz hat als die, mit der die vorherigen Spektren detektiert worden. Zur Einordnung der notwendigen Messdauer, ist zu erwähnen, dass maximal ca. 6000 Photonen in 20 Sekunden Integrationszeit detektiert wurden.

Bei allen gezeigten Spektren erfolgte die Analyse der emittierten Photonen mit der Analyse-Cavity, bei welcher der Referenzlaser in 1 oder 2 MHz Schritten von -70 MHz bis 60 MHz durch gestimmt wurde. Die Integrationszeit der hier gezeigten Spektren betrug 20 s, diese bezieht sich auf die Zeit bei geöffnetem Chopper. Es sind Spektren mit einer größeren Integrationszeit zu sehen, bei diesen wurden lediglich mehrere Spektren addiert. Es ist anzumerken, dass wenn diese Durchläufe mehrmals hintereinander (automatisch) durchliefen, die detektierte Photonrate aufgrund des Verziehens der single-mode Faser-Kopplung geringer geworden ist.

Bei allen Messungen wurden die σ -Zerfälle beobachtet. Die Anregung hat bei verschiedenen Messungen zwischen σ und π gewechselt.

Zusätzlich zu den gemessenen sind noch die, bei den gleichen Parametern berechneten Spektren dargestellt, wobei bei diesen auf die Darstellung der Micromotionseitenbänder verzichtet wurde.

Der Einfachheit halber wird im Folgenden mit Spektrum das gemessene Spektrum bezeichnet.

Bei dem ersten gezeigten Spektrum gilt \vec{E}_b und $\vec{E}_r \perp \vec{B}$. Das heißt es ist ausschließlich zur σ -Anregung und Beobachtung gekommen. Man erkennt in Abbildung 6.4 einen Peak bei der Laserfrequenz und zwei weitere kleine um ± 26 MHz zu der Laserfrequenz verschobene. Dies ist zu erwarten gewesen, da es aufgrund der geringen Rabi-Frequenzen nicht zur Aufspaltung in weitere Spektrallinien kommt. Deshalb ist nur ein elastischer Peak zu sehen. Die zusätzlichen kleinen Peaks, welche um $\pm \omega_{rf}$ bezüglich der Laserfrequenz verschoben sind, entstehen aufgrund der Micromotion der Falle. Allerdings ist hier der blauverschobene etwas stärker ausgeprägt als der rotverschobene.

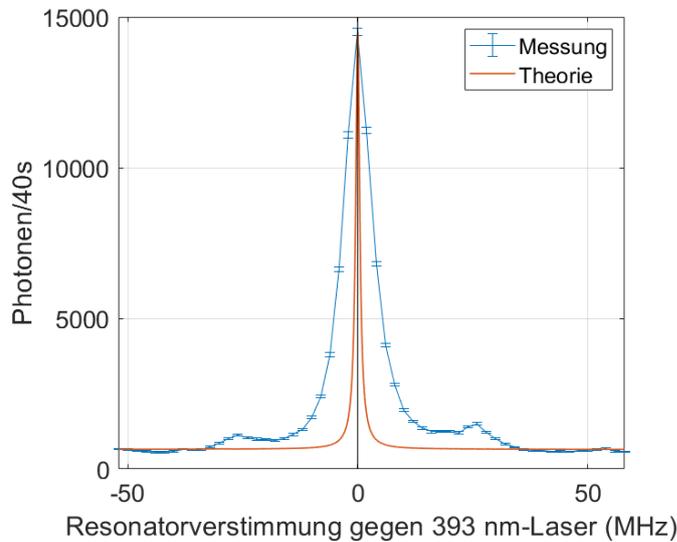


Abbildung 6.4: Gemessenes Spektrum bei $\Omega_b = 2\pi \cdot 18,6$ MHz, $\Omega_r = 2\pi \cdot 12,4$ MHz, $\Delta_b = -2\pi \cdot 19,5$ MHz und $\Delta_r = 2\pi \cdot 15$ MHz, bei $B = 2,8$ Gauß, Durchfahren der Analyse-Cavity in 2 MHz Schritten

Nun ist vor der Falle eine Wellenplatte so verändert worden, dass der 393 nm Laser H-polarisiert auf das Ion trifft. Das resultierende Resonanzfluoreszenzspektrum (Abbildung 6.5) zeigt nun zwei Peaks. Dieses ist durch die π -Anregung mittels des 393 nm-Lasers zu erklären. Dabei sind die beiden Peaks die des σ^+ - und σ^- -Übergangs, deren Übergangsfrequenz gegenüber der Anregungsfrequenz verschoben ist, schließlich werden bei dem Aufbau nur jene mit $\Delta m = \pm 1$ aufgenommen. Hier sind nur die beiden blauverschobenen Micromotionseitenänder der zentralen Komponenten zu erkennen, diese sind sehr stark ausgeprägt.

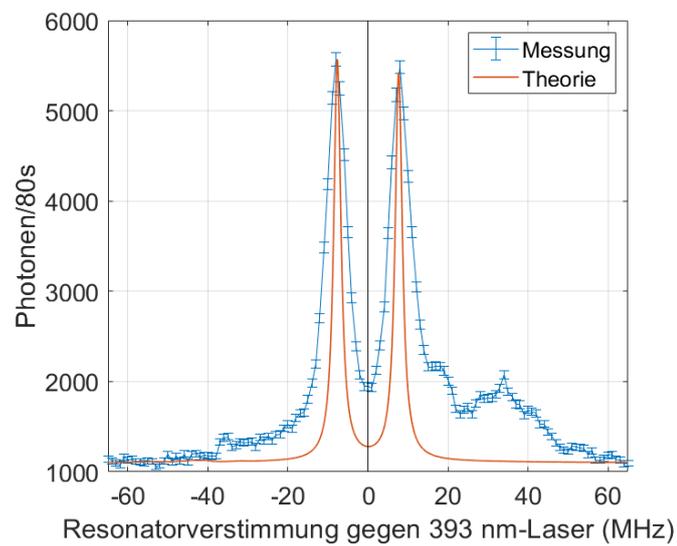


Abbildung 6.5: Gemessenes Spektrum bei $\Omega_b = 2\pi \cdot 18,8$ MHz, $\Omega_r = 2\pi \cdot 11,4$ MHz, $\Delta_b = -2\pi \cdot 25$ MHz und $\Delta_r = 2\pi \cdot 15$ MHz, bei $B = 2,8$ Gauß, Durchfahren der Analyse-Cavity in 1 MHz Schritten

In Abbildung 6.6 sind die getrennt aufgenommenen σ^- - und σ^+ -Spektren, bei erneuter H-Polarisation des 393 nm-Lasers, zu sehen. Zusammen (addiert) ergeben sie das in Abbildung 6.5 gezeigte Spektrum. Bei dem σ^+ -Spektrum ist noch der Ansatz des σ^- Peaks zu sehen. Bei beiden Spektren sind wieder sehr gut die rotverschobene Micromotionseitenbänder erster Ordnung zu sehen.

In Abbildung 6.7 ist ein σ^+ -Spektrum bei einer Verstimmung des blauen Lasers von -7,7 MHz zu sehen, im Gegensatz zu alle vorher gezeigten Spektren, bei denen immer $\Delta_b \approx -2\pi \cdot 20$ MHz oder $\Delta_b \approx -2\pi \cdot 25$ galt. Es sind keine Micromotionseitenbänder zu sehen, es könnte sein, dass diese in den Flanken des Peaks stecken, so ist es möglich bei ca. 18 MHz eine Erhöhung zu erkennen, welche auf ein Micromotionseitenband zurückgeführt werden kann, allerdings ist dies nicht klar vom Rauschen unterschieden werden.

Man erkennt, dass der Peak breiter ist, als noch bei einer größeren Verstimmung. Zudem ist der Ansatz eines weiteren bei ca. -28 MHz zu sehen, dessen Existenz durch das berechnete Spektrum bestätigt wird.

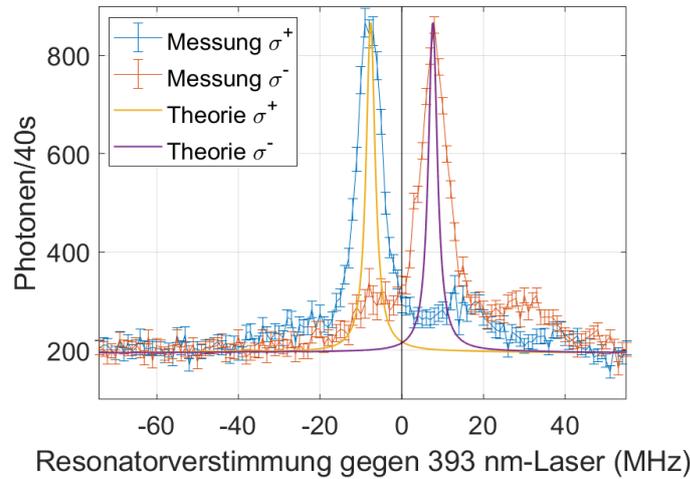


Abbildung 6.6: Gemessene Spektren bei $\Omega_b = 2\pi \cdot 18,5$ MHz, $\Omega_r = 2\pi \cdot 11,6$ MHz, $\Delta_b = -2\pi \cdot 19$ MHz und $\Delta_r = 2\pi \cdot 15$ MHz, bei $B = 2,8$ Gauß, Durchfahren der Analyse-Cavity in 1 MHz Schritten

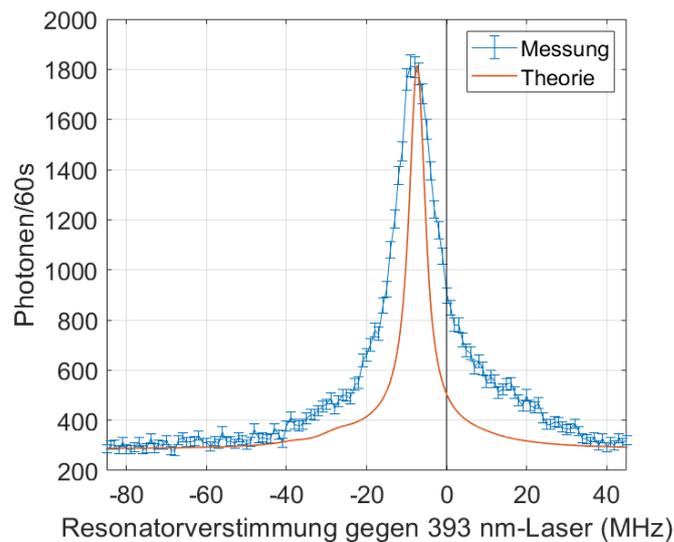


Abbildung 6.7: Gemessenes σ^+ -Spektrum bei $\Omega_b = 2\pi \cdot 19,9$ MHz, $\Omega_r = 2\pi \cdot 12,6$ MHz, $\Delta_b = -2\pi \cdot 7,7$ MHz und $\Delta_r = 2\pi \cdot 15$ MHz, bei $B = 2,8$ Gauß, Durchfahren der Analyse-Cavity in 1 MHz Schritten

Vergleicht man die gemessenen und berechneten Spektren, so stimmen diese bis auf die Breite überein. Die berechneten sind deutlich schmäler, was auch in Tabelle 6.1 anhand der Halbwertsbreiten zu erkennen

ist. In dem anschließenden Abschnitt wird eine Erklärung für die Verbreiterung diskutiert.

6.3 Dopplerverbreiterung

In diesem Kapitel wird nach einer Erklärung für die Verbreiterung der Resonanzfluoreszenzspektren gesucht. Zuerst wird festgestellt, ob die Spektren tatsächlich lorentzförmig sind. Hierfür werden diese mit dem Pseudo-Voigt-Profil

$$V_p(\nu) = b \left(\chi \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu - \nu_0}{\omega}\right)^2} + (1 - \chi) e^{-\ln(2) \left(\frac{\nu - \nu_0}{\omega}\right)^2} \right) + c \quad (6.1)$$

angefittet [22].

Dabei handelt es sich bei b um die Streckung bzw. Skalierung, bei c um den Aufpunkt und ν_0 ist die Position des Maximums. χ gibt den Anteil der Lorentzfunktion an. Die Halbwertsbreite bei dieser Notation ist 2ω . Exemplarischen sind zwei Spektren mit Pseudo-Voigt-Fit in Abbildung 6.8 dargestellt.

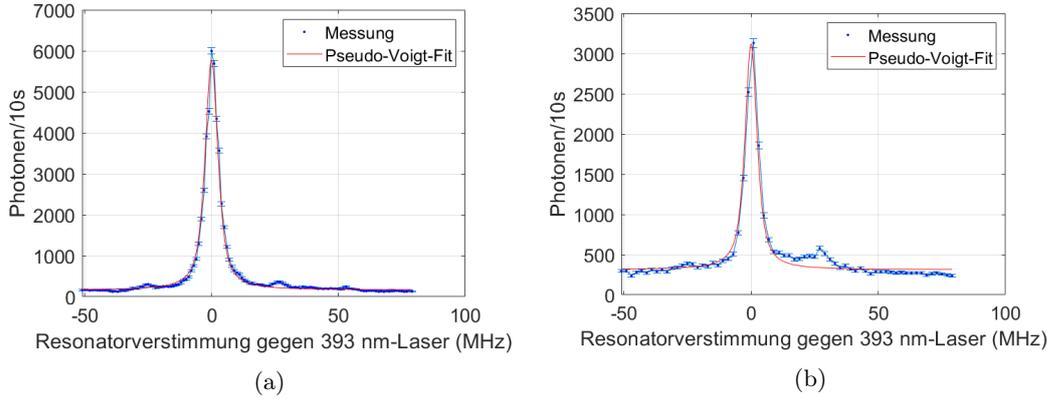


Abbildung 6.8: Bei beiden Spektren gilt $\Omega_b = 2\pi \cdot 18,5$ MHz und $\Omega_r = 2\pi \cdot 11,6$ MHz, $\Delta_b = -2\pi \cdot 19,4$ MHz, $\Delta_r = 0$ MHz und $B = 2,8$ Gauß. In (a) ist die Analyse-Cavity in 1 MHz Schritten durchgeföhren worden, in (b) in 2 MHz Schritten, zudem ist in (b) ein PBS nach dem HALO positioniert (d.h. Beobachtung H-Polarisation)

Als Resultat ergibt sich ein überwiegend - etwa 80(15)%iges - lorentzförmiges Profil.

6.3.1 Temperaturberechnung

Eine mögliche Erklärung für die Verbreiterung der Spektren ist die Dopplerverbreiterung. Wenn man dies annimmt, kann man bei einer normalerweise auftretenden gaußförmigen Verbreiterung mit

$$T = \frac{m}{k_B} \frac{1}{8 \ln(2)} \left(\frac{\delta\nu}{\nu_0 c} \right)^2 \quad (6.2)$$

die Temperatur bestimmen [21], wobei $\delta\nu \approx \delta\nu_{\text{gemessen}} - \delta\nu_{\text{berechnet}}$ und $\nu_0 = \frac{c}{393 \text{ nm}}$ gilt. Des weiteren handelt es sich bei m in dem betrachtete Fall um die Masse des Calciumions.

In unserem Fall ist allerdings aus dem Anpassen mittels der Pseudo-Voigt-Funktion ein weiterhin lorentzförmiges Profil ermittelt worden. Daher sollte in diesem Fall auch mittels

$$T = \frac{m}{k_B} \frac{1}{4} \left(\frac{\delta\nu}{\nu_0 c} \right)^2 \quad (6.3)$$

die Temperatur zu bestimmen sein. Die mittlere Schwingungsquantenzahl $\langle n \rangle$ kann durch

$$\langle n \rangle = \frac{k_B T}{E_0} \quad \text{mit} \quad E_0 = h\nu_{\text{ax}} \quad (6.4)$$

ermittelt werden, für die axiale Fallenfrequenz gilt zum Zeitpunkt der Messungen $\nu_{\text{ax}} = 850$ kHz. Die Resultate sind in Tabelle 6.1 aufgelistet. Es ist zu erkennen, dass $\langle n \rangle$ für betragsmäßig kleinere Δ_b größer wird. Dies untermauert die Theorie, dass die Verbreiterung tatsächlich eine Dopplerverbreiterung ist, da für kleine Verstimmungen die Laserkühlung weniger effizient ist [17].

Tabelle 6.1: Halbwertsbreiten und berechnete $\langle n \rangle$

Spektrum	FWHM gemessen (MHz)	FWHM berechnet (MHz)	$\langle n \rangle_{\text{Lorentz}}$	$\langle n \rangle_{\text{Gauß}}$
Abbildung 6.4	6	1,07	111	80
Abbildung 6.5	6,1	2,17	70	51
Abbildung 6.6 σ^+	7	2,67	86	62
Abbildung 6.6 σ^-	8	2,67	130	93
Abbildung 6.7	13	5,34	268	193

6.3.2 Temperaturmessung

Mittels eines Pulslängenscans des 729 nm-Lasers sowie 393 nm und 854 nm Streuung bzw. Kühlung nach der Dopplerkühlung ist das Gleichgewichts $\langle n \rangle$, welches wie beschrieben ein Maß für die Temperatur ist, ermittelt worden. Dies geschieht über das Verhältnis der Kopplungsstärke an den Träger und das rote Seitenband, genaueres darüber ist in [17] nachzulesen.

Bei beiden Messungen ist der 393 nm-Laser H-polarisiert und auf eine Leistung von 5 μW eingestellt, der 854 nm-Laser hingegen auf 10 μW . Dieser ist beide Male $+2\pi \cdot 15$ MHz gegen die atomare Resonanz verstimmt.

Die Messungen sind unter ansonsten unveränderten Einstellungen für eine Verstimmung des 393 nm-Lasers von $\Delta_b = -2\pi \cdot 20$ MHz und $-2\pi \cdot 7,7$ MHz durchgeführt worden. Für die erste ist $\langle n \rangle = 48$ und für die zweite $\langle n \rangle = 234$ ermittelt worden.

Die Bedingungen der gemessenen $\langle n \rangle$ sind für $\Delta_b = -2\pi \cdot 20$ MHz mit dem σ^+ -Peak aus Abbildung 6.6 und für $\Delta_b = -2\pi \cdot 7,7$ MHz mit dem in Abbildung 6.7 dargestellten Spektrum verglichen worden. In diesen Fällen passt $\langle n \rangle = 48$ ganz gut zu dem aus den Resonanzfluoreszenzspektren bestimmten $\langle n \rangle_{\text{Gauß}} = 62$ und $\langle n \rangle = 234$ zu $\langle n \rangle_{\text{Gauß}} = 193$, wobei bei dem zweiten $\langle n \rangle_{\text{Lorentz}} = 268$ besser passen würde.

Bei dem Vergleich der aus den Spektren und der separaten Messung bestimmten $\langle n \rangle$ ist eine gute Übereinstimmung erzielt worden. Es ist zu berücksichtigen, dass bei der Bestimmung aus den Spektren die Halbwertsbreite nur näherungsweise bestimmt worden ist und nur die axiale Frequenz bei der letztendlichen Berechnung berücksichtigt wurde.

Dieses vorläufige Ergebnis könnte durch eine Anpassung der berechneten an die gemessenen Spektren durch eine Faltung mittels einer Gaußfunktion untermauert werden. Dies könnte durch die Multiplikation einer zusätzlichen Gaußfunktion in Gleichung 3.1 realisiert werden.

7 Fazit und Ausblick

Es sind 393 nm-Spektren der Resonanzfluoreszenz des $^{40}\text{Ca}^+$ für verschiedene Anregungen gemessen worden, zudem erfolgte eine Berechnung dieser, welche bis auf die Breite eine gute Übereinstimmungen ergaben. Des weiteren ist eine mögliche Erklärung für die nicht übereinstimmende Breite der gemessenen und berechneten Spektren gefunden worden.

Eine zukünftige Arbeit könnte das 8-Niveau-System untersuchen und 397 nm-Resonanzfluoreszenzen messen. In dieser Arbeit sind ausschließlich die Resonanzfluoreszenzen des Blauen betrachtet worden, genauso könnte diese im Roten untersucht werden, was aber aufgrund der niedrigeren Zerfallsraten zu weniger Signal führen würde. Trotz allem wäre eine Untersuchung der 854 nm- und 866 nm-Resonanzfluoreszenz interessant, vor allem da eine vorläufige Analyse zeigt, dass möglicherweise signifikante Unterschiede zwischen den Spektren zu beobachten sind. Zudem böte dies die Möglichkeit einer blauen Verstimmung des für den betrachteten Übergang relevanten Laser.

Weiterhin wäre es interessant mit mehr Laserleistung in Bereiche vorzudringen, in welchen mehr spektrale Struktur zu beobachten ist.

Um die beobachtete Verbreiterung der Spektren zu vermeiden wäre es möglich vor der Integration bei jeder Resonatorverstimmung „doppler zu kühlen“. Bei der Umsetzung dessen ist allerdings fraglich, ob bei der Streuung des Laserlichts bereits ein Gleichgewichtszustand erreicht ist.

Des weiteren können die Raman-Photonen, die in Abschnitt 6.1 zur Bestimmung der Einstellung der Wellenplatte genutzt wurden, spektral analysiert werden. Die Berechnung der Spektren ist bereits in [23] erfolgt, zudem sind auch erste Spektren gemessen worden.

Literaturverzeichnis

- [1] W. Paul, “Electromagnetic traps for charged and neutral particles,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 62, pp. 531–540, Jul 1990.
- [2] C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, and T. Rosenband, “Frequency comparison of two high-accuracy al^+ optical clocks,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 104, p. 070802, Feb 2010.
- [3] Stalgies, Y., Siemers, I., Appasamy, B., Altevogt, T., and Toschek, P. E., “The spectrum of single-atom resonance fluorescence,” *Europhys. Lett.*, vol. 35, no. 4, pp. 259–264, 1996.
- [4] Y. Stalgies, *Laser-Fluoreszenz- und Absorptionsspektroskopie an einem einzelnen Ion*. Dissertation, Universität Hamburg, 1998.
- [5] B. R. Mollow, “Power spectrum of light scattered by two-level systems,” *Phys. Rev.*, vol. 188, pp. 1969–1975, Dec 1969.
- [6] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions: Basic Processes and Applications*, vol. -1. Wiley-VCH, 02 1998.
- [7] H. Oberst, *Resonance Fluorescence of single Barium Ions*. Diplomarbeit, Innsbruck, 1999.
- [8] U. Jentschura, “Lamb shift in laser fields.” <http://web.mst.edu/~jentschurau/activities.html>. [Online; Stand 30. Juli 2019].
- [9] D. Meschede, *Optik, Licht und Laser*. Vieweg Teubner, 3 ed., 2009.
- [10] I. V. Hertel and C.-P. Schulz, *Atome, Moleküle und optische Physik 2*. Springer Berlin, 2015.
- [11] A. S. Manka, H. M. Doss, L. M. Narducci, P. Ru, and G.-L. Oppo, “Spontaneous emission and absorption properties of a driven three-level system. ii. the Λ and cascade models,” *Phys. Rev. A*, vol. 43, pp. 3748–3763, Apr 1991.
- [12] S. Gerber, *Quantum Correlation Experiments with Resonance Fluorescence Photons of single Barium Ions*. Dissertation, Innsbruck, 2010.
- [13] R. Glauber, *Optical Coherence and Photon Statistics*. John Wiley & Sons, Ltd, 2007.
- [14] S. Gerber, D. Rotter, L. Slodička, J. Eschner, H. J. Carmichael, and R. Blatt, “Intensity-field correlation of single-atom resonance fluorescence,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, p. 183601, May 2009.
- [15] P. Staunum, *Quantum Optics with Trapped Calcium Ions*. Phd thesis, University of Aarhus, 2004.
- [16] W. Demtröder, *Experimentalphysik 3*. Springer-Lehrbuch, 2016.
- [17] J. Huwer, *Experimental tools for quantum networking operations with single photons and single ions*. Dissertation, Universität des Saarlandes/Universitat Politècnica de Catalunya, 2013.
- [18] J. Frey, *Spektrale Messungen an der Resonanzfluoreszenz einzelner Atome*. Bachelorarbeit, Universität des Saarlandes, 2018.
- [19] C. Haen, *Spektralanalyse von Einzelphotonen*. Bachelorarbeit, Universität des Saarlandes, 2017.
- [20] K. Klein, *Optische Resonatoren für die Laser-Stabilisierung und für die Spektralanalyse einzelner Photonen*. Masterarbeit, Universität des Saarlandes, 2016.

- [21] W. Demtröder, *Laserspektroskopie 1*. Springer-Lehrbuch, 2011.
- [22] F. Sánchez-Bajo and F. L. Cumbreira, “The Use of the Pseudo-Voigt Function in the Variance Method of X-ray Line-Broadening Analysis,” *Journal of Applied Crystallography*, vol. 30, pp. 427–430, Aug 1997.
- [23] P. Müller, T. Tentrup, M. Bienert, G. Morigi, and J. Eschner, “Spectral properties of single photons from quantum emitters,” *Phys. Rev. A*, vol. 96, p. 023861, Aug 2017.

A Weitere berechnete Resonanzfluoreszenzspektren

Da es zu den 854 nm- und 866 nm- Resonanzfluoreszenzspektren weder Vergleiche aus der Literatur noch Messungen gibt, sind die Berechnungen dieser als vorläufig zu betrachten. Trotzdem werden sie hier diskutiert, denn sie sind für zukünftige Messungen und den Vergleich mit den 393 nm- und 397 nm-Spektren interessant.

A.1 σ -Anregung 854 nm

In diesem Abschnitt werden 854 nm-Resonanzfluoreszenzspektren bei σ -Anregung und Beobachtung gezeigt. Bei den 854 nm-Spektren sind bereits sehr kleine Rabi-Frequenzen, verglichen mit der $|P_{3/2}\rangle \rightarrow |S_{1/2}\rangle$, die vormals maßgebend war, interessant. In Abbildung A.1 gilt $\Omega_b = 1$ MHz und $\Omega_r = 1$ MHz. Damit liegt Ω_r in der Größenordnung von $A_r = 1,35$ MHz, was eine mögliche Erklärung für die ausgeprägte Struktur sein könnte. Es sind sieben Linien zu sehen.

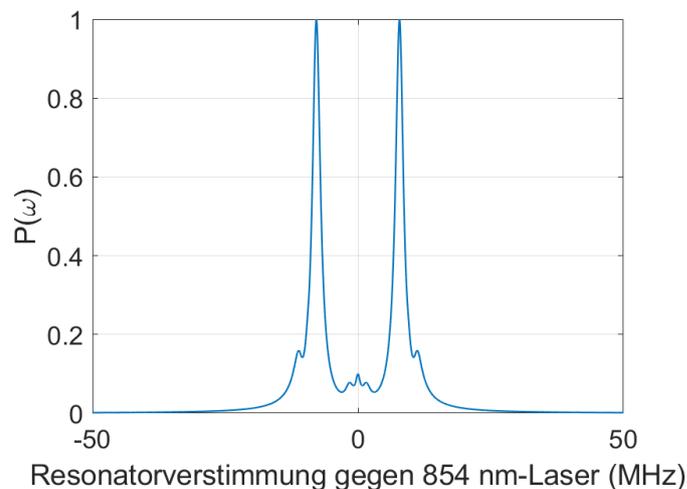


Abbildung A.1: Spektrum bei $\sigma - \sigma$ mit $\Omega_b = 2\pi \cdot 1$ MHz, $\Omega_r = 2\pi \cdot 1$ MHz und $\Delta_b = \Delta_r = 0$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

Bei den in den Messungen verwendeten Parametern ist das Spektrum deutlich von dem vorherigen verschieden. Allerdings zeigt Abbildung A.2, dass dennoch mehr als eine Komponente zu sehen ist.

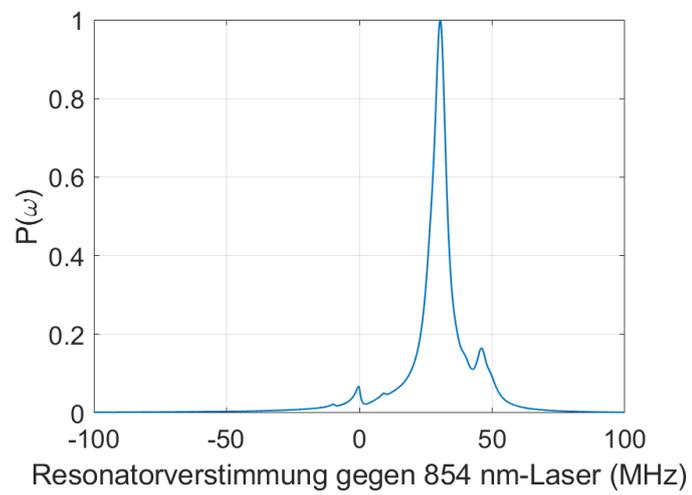


Abbildung A.2: Spektrum bei $\sigma - \sigma$ mit $\Omega_b = 1 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$ und $\Delta_b = -2\pi \cdot 20$ MHz und $\Delta_r = 2\pi \cdot 15$ MHz bei $B = 2,8$ Gauß

A.2 σ -Anregung 866 nm

Wie bei den 854 nm-Spektren sind hier auch schon bei kleinen Rabi-Frequenzen, in der Größenordnung von $A_r = 1,46 \text{ MHz}$ mehrere Komponenten im Spektrum der Resonanzfluoreszenz zu sehen. Die sieben Komponenten sind symmetrisch um 0 MHz angeordnet, die äußersten sind die größten. Zudem ist die zentrale Komponente schwach ausgeprägt.

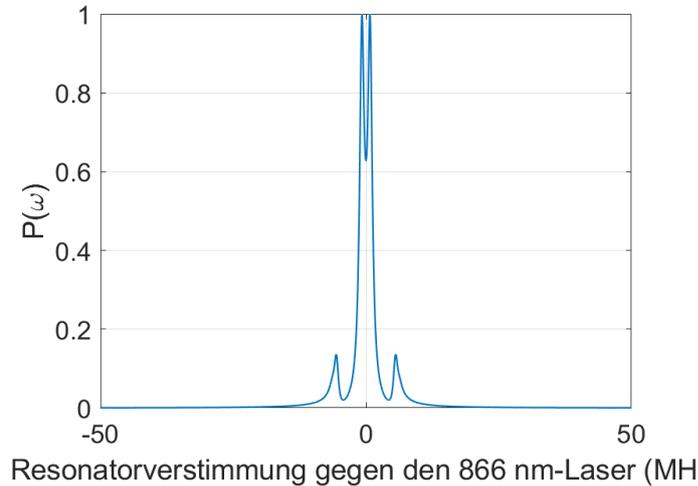


Abbildung A.3: Spektrum bei $\sigma - \sigma$ mit $\Omega_b = 2\pi \cdot 1 \text{ MHz}$, $\Omega_r = 2\pi \cdot 1 \text{ MHz}$ und $\Delta_b = \Delta_r = 0 \text{ MHz}$ bei $B = 2,8 \text{ Gauß}$

Erneut ist das Spektrum für die beim Messen der 393 nm-Resonanzfluoreszenz verwendeten Parameter berechnet worden. Dieses ist in Abbildung A.4 zu sehen. Es sind vier stärker ausgeprägte Linien in bei positiver Frequenz zu sehen und noch drei weitere kleine um 0 MHz herum.

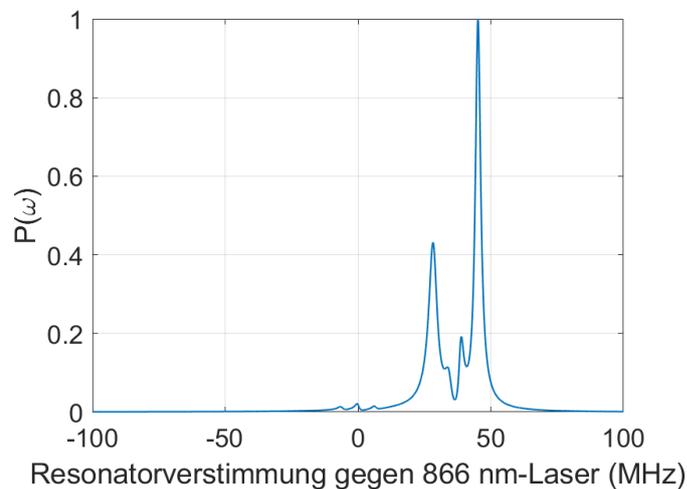


Abbildung A.4: Spektrum bei $\sigma - \sigma$ mit $\Omega_b = 1 \cdot A_b$, $\Omega_r = 8 \cdot A_r$ und $\Delta_b = -2\pi \cdot 20 \text{ MHz}$ und $\Delta_r = 2\pi \cdot 15 \text{ MHz}$ bei $B = 2,8 \text{ Gauß}$

Die berechneten 854 nm- und 866 nm-Spektren unterscheiden sich, in ihrer grundlegenden Form, sind sie sich allerdings sehr ähnlich. Beide unterscheiden sich jedoch stark von den Resonanzfluoreszenzspektren bei den blauen Lasern.