Prof. Dr. Jürgen Eschner
Gebäude E 2 6, Raum 3.02
☎ +49 (681) 302 58016
✉ juergen.eschner@physik.uni-saarland.de
www.uni-saarland.de/lehrstuhl/eschner

Experimentalphysik I
– Wintersemester 2019/20 –
Übungsblatt 4

Aufgabe 13 – Rotierende Masse und Arbeit

Ein Block mit der Masse m gleitet reibungsfrei auf einem Tisch. Er ist an einer Schnur befestigt, die durch ein kleines Loch in der Tischplatte verläuft und dort mit einer Zugkraft F festgehalten wird. Anfangs bewegt sich der Block mit der Geschwindigkeit v_0 auf einer Kreisbahn mit dem Radius r_0 .

a) Geben Sie Ausdrücke für die folgenden Größen an:

  i) Der Drehimpuls des Blocks
  ii) Die kinetische Energie des Blocks
  iii) Die Zugkraft in der Schnur

b) Ein Student unter dem Tisch zieht nun die Schnur langsam nach unten. Wie ändern sich die Größen aus a)? Welche Arbeit muss er verrichten, um den Radius der Kreisbahn von r_0 auf $r_0/2$ zu reduzieren? Stellen Sie die vollständige Energiebilanz vor und nach der Reduzierung des Kreisbahnradius auf.

Aufgabe 14 – Keplersche Gesetze

In **Demtröder, Kapitel 2, Tabelle 2.1, S. 66** finden Sie Bahneigenschaften der acht Planeten unseres Sonnensystems. Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf diesen Datensatz.

a) Berechnen Sie die kleinen Halbachsen der Planetenbahnen und zeichnen Sie alle Ellipsen in dasselbe Diagramm (ggf. mit MATLAB), wobei Sie alle großen Halbachsen auf denselben Wert skalieren.

b) Zeigen Sie, dass die Planetenbahnen das dritte KEPLERsche Gesetz erfüllen und berechnen Sie die KEPLER-Konstante $K_i = \frac{T_i^2}{a_i^3}$. Geben Sie die mittlere KEPLER-Konstante $\bar{K}$ unseres Sonnensystems an, die aus den Daten folgt, sowie die relativen Abweichungen $\left(\left(K_i - \bar{K}\right)/\bar{K}\right)$ der einzelnen Werte zu eben dieser. Womit können diese Abweichungen physikalisch begründet werden? Berechnen Sie den theoretischen Wert von K für unser Sonnensystem aus einer (hypothetischen) Kreisbahn. (Sonnenmasse: siehe A.15).

Aufgabe 15 – Erdbahn und Kometenbahn

Benutzen Sie im Folgenden die Darstellung einer gebundenen (=geschlossenen) Planetenbahn durch $r(\varphi)$ und die Ausdrücke für den Radial- und Zentrifugalanteil der kinetischen Energie.

a) Wie verhalten sich die Radialgeschwindigkeit $\dot{r}$, Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ und die Gesamtgeschwindigkeit v als Funktion von φ? Tragen Sie diese Größen für die Exzentrizität $\varepsilon = 0.6$ gegen φ auf. (Dazu müssen Sie die Geschwindigkeit geeignet skalieren.)

b) Für welche Winkel werden Radialgeschwindigkeit, Winkelgeschwindigkeit und Gesamtgeschwindigkeit maximal bzw. minimal? Wie verhalten sich diese Größen (ganz allgemein) in Abhängigkeit der Exzentrizität ε?

Wir betrachten nun den Fall der Rotation der Erde um die Sonne:

c) Berechnen Sie den Bahndrehimpuls und die Gesamtenergie E der Erde, wobei $E_{\text{pot}}(r \to \infty) = 0$ gelten soll.

d) Berechnen Sie jeweils die maximale sowie minimale Radial-, Winkel- und Gesamtgeschwindigkeit der Erde auf ihrer Bahn. Wie groß ist der relative Unterschied der maximalen und minimalen Gesamtgeschwindigkeit?

e) Skizzieren Sie $r(\varphi)$. Skizzieren Sie im selben Diagramm ebenfalls die Bahn, die ein Himmelskörper mit derselben Masse und demselben Drehimpuls, aber mit der Energie $-E$ (die dann positiv ist) durchlaufen würde.

f) Der Abstand des Kometen Churyumov-Gerasimenko (Masse $\approx 1 \cdot 10^{13}$ kg) zur Sonne beträgt im Perihel (also dem Punkt des minimalen Sonnenabstandes) 1,243 au, seine Geschwindigkeit in diesem Punkt 33,51 km s^{-1}. Berechnen Sie den maximalen Bahnradius des Kometen sowie die Exzentrizität der Bahn. Wie groß ist der relative Unterschied zwischen dem minimalen und maximalen Radius? (1 au = 149 597 870 700 m)

Erdmasse: $5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg,
Sonnenmasse: $1{,}988 \cdot 10^{30}$ kg,
Bahnradius im Perihel: $1{,}4709 \cdot 10^{11}$ m,
Bahnradius im Aphel: $1{,}5210 \cdot 10^{11}$ m.

Aufgabe ME 3 – Gravitationsfeld einer Kugel

Betrachten Sie eine Kugel mit Gesamtmasse M und Radius R_0, deren Massendichte in Abhängigkeit des Abstands r vom Mittelpunkt der Kugel durch eine Funktion $\varrho(r)$ beschrieben wird. Wir interessieren uns für das Gravitationspotential E_{grav} am Ort P eines Massepunktes der Masse m, der den Abstand R vom Mittelpunkt der ausgedehnten Kugel hat.

a) Berechnen und skizzieren Sie das Potential $E_{\text{grav}}(R)$ und die Gravitationskraft $\left|\vec{F}_{\text{grav}}(R)\right|$ im Fall einer Kugel mit linearem Dichteverlauf $\varrho(r) = \varrho_0 \left(1 - \frac{r}{R_0}\right)$.

b) Berechnen und skizzieren Sie das Potential und die Gravitationskraft im Fall einer Kugel mit dem Dichteverlauf $\varrho(r) = \varrho_0 \left(\exp\left(-(r/R_0)^2\right)\right)$ (d. h. es gibt auch Masse für $r > R$).

Benutzen Sie die Schlussfolgerungen aus der Vorlesung bzw. aus dem Buch, insbesondere Abb. 2.53.

Aufgabe ME 4

Berechnen Sie die Längen der großen und kleinen Halbachse einer Ellipsenbahn $r(\varphi)$ ausgehend von $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\varphi} = 0$. Berechnen Sie aus $r(\varphi)$ auch die Ellipsengleichung

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1.$$