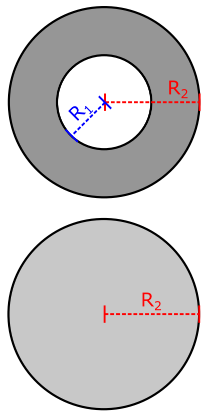
Prof. Dr. Jürgen Eschner
Gebäude E 2 6, Raum 3.02
☎ +49 (681) 302 58016
juergen.eschner@physik.uni-saarland.de
www.uni-saarland.de/lehrstuhl/eschner

Experimentalphysik I
– Wintersemester 2019/20 –
Übungsblatt 8

Aufgabe 27 – Trägheitsmoment einer (Hohl-)kugel

Betrachten Sie zwei Kugeln, die zwar gleiche Masse M, gleichen Außenradius R_2 haben, deren Massen*verteilungen* sich aber unterscheiden (siehe Querschnittsabbildung).



a) Die homogene Vollkugel hat die Dichteverteilung

$$\varrho(r) = \begin{cases} \varrho_{\text{Voll}} \text{ für } r < R_2 \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$

Die Hohlkugel hat die Dichteverteilung

$$\varrho(r) = \begin{cases} 0 \text{ für } r < R_1 \text{ oder } r > R_2 \\ \varrho_{\text{Hohl}} \text{ für } R_1 < r < R_2 \end{cases}$$

Berechnen Sie die Massen der beiden Kugeln und geben Sie die Dichte ϱ_{Hohl} in Abhängigkeit von ϱ_{Voll}, R_1 und R_2 an, sodass die Massen gleich sind.

Berechnen Sie außerdem die Trägheitsmomente beider Kugeln bzgl. der Symmetrieachse und drücken Sie diese in Abhängigkeit der Masse M aus, die ja in beiden Fällen gleich ist. Nähern Sie das Trägheitsmoment der Hohlkugel für eine geringe Wanddicke.

b) Die beiden Kugeln befinden sich nun auf einer schiefen Ebene der Länge x, die um $\varphi < 90°$ gegen die Waagerechte verkippt ist. Beide Kugeln rollen zur Zeit $t = 0$ unter Einfluss der Schwerkraft am oberen Ende der Ebene los.

Berechnen Sie die Beschleunigung der beiden Kugeln. Betrachten Sie dazu das Drehmoment $\vec{D}$ (unter Beachtung des Steinerschen Satzes), welches auf die Kugeln wirkt und berechnen Sie darüber die Winkelbeschleunigung $\vec{\alpha} = \frac{\vec{D}}{I}$. Wie lautet dann die Schwerpunktsbeschleunigung a? Vergleichen Sie diese Ergebnisse mit den rollenden Zylindern aus der Vorlesung.

Tipp: Berechnen Sie immer zuerst den allgemeinen Fall $R_1 \neq 0$ und setzen Sie anschließend für die Vollkugel den Spezialfall $R_1 = 0$.

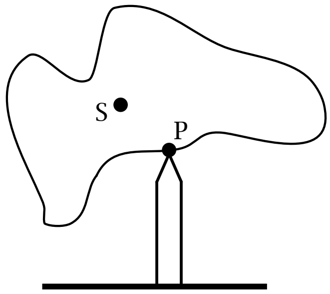
Aufgabe 28 – Maxwell'sches Rad

Betrachten Sie die Beschleunigung eines Maxwell'schen Rades (Demtröder 1, Abb. 5.19) entsprechend der Herleitung in Abschnitt 5.6.1 des Lehrbuchs. Das Rad habe das Trägheitsmoment I, sei aber nicht unbedingt eine homogene Scheibe.

a) Es wird ein Rad ($M = 0{,}38\,\mathrm{kg}$, $R = 50\,\mathrm{mm}$) so beschleunigt, dass es um $0{,}005\,\mathrm{kg}$ leichter wirkt. Dabei sei der Achsenradius $r = 5\,\mathrm{mm}$. Berechnen Sie das Trägheitsmoment I des Rades. Wenn dieses aus einer homogenen Scheibe und einem äußeren Ring besteht, beide mit Radius R, wie teilt sich seine Masse auf Scheibe und Ring auf?

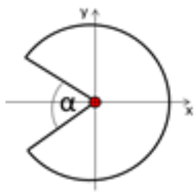
b) Wie groß darf der Achsenradius für ein homogenes Rad mit $10\,\mathrm{cm}$ Radius maximal sein, damit es während einer ganzen Vorlesung ($90\,\mathrm{min}$) nicht mehr als $1\,\mathrm{m}$ fällt?

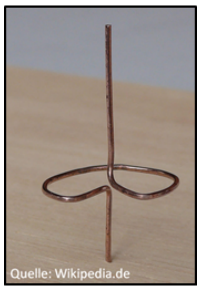
Aufgabe 29 – Sakai-Kreisel



a) Zeigen Sie, dass der Körper im Bild rechts kräfte- und drehmomentfrei ist, und damit stabil, wenn sich der Auflagepunkt P senkrecht unter dem Schwerpunkt S befindet.

Der Sakai-Kreisel oder auch Büroklammerkreisel wird aus einem Stück Draht gebogen (siehe Bild). Das Drahtstück, das auf dem Tisch aufsetzt und das Drahtstück, das nach oben zeigt, stehen dabei exakt übereinander und bilden die Achse des Kreisels. Die Skizze zeigt eine Ansicht von oben auf den Kreisel. Dort ist die Achse als roter Punkt, das parallel zum Tisch liegende gebogenen Metallstück durch eine schwarze Linie dargestellt.
Das besondere an einem Sakai-Kreisel ist nun, dass er nur bei einem bestimmten Winkel α stabil läuft.





b) Bauen Sie aus Drahtstücken verschiedene Sakai-Kreisel. Untersuchen Sie experimentell, bei welchem Winkel α ihr Kreisel bei senkrechter Ausrichtung stabil läuft.

c) Berechnen Sie diesen Winkel α theoretisch. Die Bedingung für die Stabilität ist dabei (vereinfacht gesagt), dass der Schwerpunkt sich auf der Achse befindet.

d) Berechnen Sie auch das Trägheitsmoment des Kreisels (ohne Berücksichtigung der Achse) in Einheiten von MR^2, wobei R der Radius des Drahtkreises und M die Masse eines 2π-Drahtkreises mit diesem Radius ist.