Prof. Dr. Jürgen Eschner
Gebäude E 2 6, Raum 3.02
☎ +49 (681) 302 58016
juergen.eschner@physik.uni-saarland.de
www.uni-saarland.de/lehrstuhl/eschner

# Experimentalphysik I
## – Wintersemester 2019/20 –
## Übungsblatt 9

### Aufgabe 30 – Torsion

Betrachten Sie einen zylindrischen Draht mit Radius $R$ und Länge $L$ (vgl. Demtröder Abb. 6.12 ). Am oberen Ende des Drahtes greift eine Kraft $\vec{F}$ tangential an. Leiten sie einen Ausdruck für das Richtmoment her. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

a) Betrachten Sie den Zylinder als aus Stäben mit Seitenlänge $\mathrm{d}r$ und $r\,\mathrm{d}\varphi$, sowie Höhe $L$ zusammengesetzt. Dreht sich nun das obere Ende des Drahtes in Folge der Torsion um den Winkel $\varphi$, so erfährt jeder der Stäbe eine Scherung um den Winkel $\alpha$.

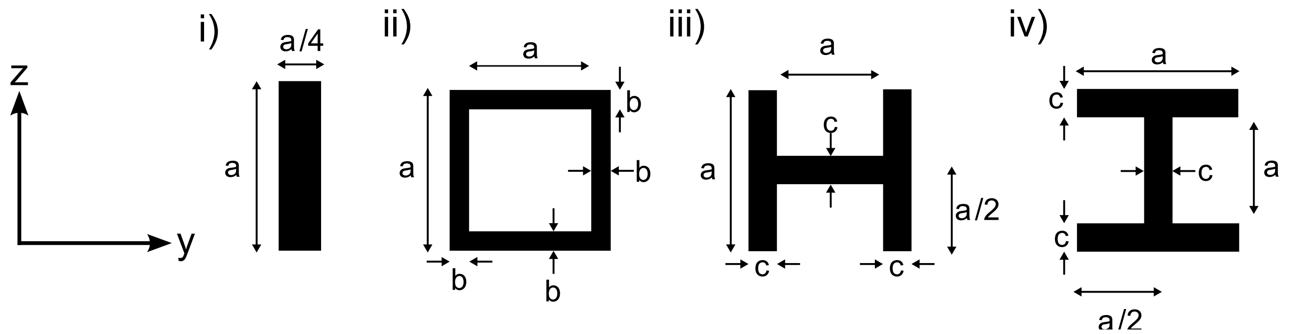
   Leiten Sie für den Fall $\alpha \ll 1$ einen Ausdruck für die Scherspannung $\tau$ eines Stabes als Funktion von $r$, $\varphi$ und $L$ her.

b) Wie groß ist der Betrag der Kraft $\mathrm{d}F$ die zur Scherung eines Stabes führt? Leiten sie daraus einen Ausdruck für das Drehmoment $\mathrm{d}D$ her.

c) Wie groß ist das Drehmoment, welches zur Verdrillung des gesamten Zylinders benötigt wird?

d) Eine Stahlschraube mit einem Torsionsmodul $G = 80\,\mathrm{GN/m^2}$ und dem Radius $R = 3{,}5\,\mathrm{mm}$ ist fest in einer Wand befestigt und ragt $H = 2\,\mathrm{cm}$ aus dieser Wand heraus. Sie besitzen einen Drehmomentschlüssel, der ein Drehmoment $D = 120\,\mathrm{N\,m}$ aufbringen kann. Um welchen Winkel können Sie die Schraube mit dem Schlüssel in sich verdrehen? Welcher Kraft entspricht das Drehmoment, wenn der Schlüssel 50 cm lang ist?

### Aufgabe 31 – Flächenträgheitsmomente



i) Rechteckiger Vollbalken

ii) Hohler Rechteckbalken

iii) H-Träger

iv) I-Träger

a) Berechnen Sie die Flächenträgheitsmomente der vier Körper bezüglich einer Biegung in $z$-Richtung und vergleichen Sie das Flächenträgheitsmoment pro Querschnittsfläche $I/A$ untereinander. Welche Form bietet bei gleicher Masse und Länge die höchste Stabilität gegen das Durchbiegen?

b) Die Sitzgelegenheiten im großen Hörsaal lassen sich gut durch ein Holzbrett modellieren, das an einer Seite befestigt ist und bei einer Breite von 40 cm, 50 cm nach vorne ragt. Es setzt sich nun ein Kommilitone mit einer Masse von 90 kg auf den äußeren Rand des Bretts und senkt es damit 1 cm ab. Wie dick ist die Sitzunterlage, wenn sie aus einer Spanplatte ($E = 161{,}2\,\mathrm{kN/cm^2}$) oder Eiche ($E = 1\,\mathrm{MN/cm^2}$) gefertigt ist?

**Aufgabe 32 – Beziehungen zwischen Elastizitätskonstanten**

In **Demtröder, S. 156, Tabelle 6.1** sind Elastizitätskonstanten für verschiedene Materialien zu finden:

| Material | $E$ [GN/m$^2$] | $G$ [GN/m$^2$] | $K$ [GN/m$^2$] | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|
| Aluminium | 71 | 26 | 74 | 0.34 |
| Gusseisen | 64-181 | 25-71 | 48-137 | 0.28 |
| Stahl, ferritisch | 108-212 | 42-83 | 82-161 | 0.28 |
| V2A-Stahl | 200 | 80 | 167 | 0.3 |
| Kupfer | 125 | 46 | 139 | 0.35 |
| Wolfram | 407 | 158 | 323 | 0.29 |
| Blei | 19 | 7 | 53 | 0.44 |
| Quarzglas | 75 | 32 | 38 | 0.17 |
| Eis ($-4\,^\circ$C) | 10 | 3.6 | 9 | 0.33 |

a) Überprüfen Sie die Relationen (alle Angaben aus Demtröder)

i) $1/K = 3(1-2\mu)/E$ (6.10)

ii) $E/(2G) = 1+\mu$ (6.12a)

iii) $2G/(3K) = (1-2\mu)/(1+\mu)$ (6.12c)

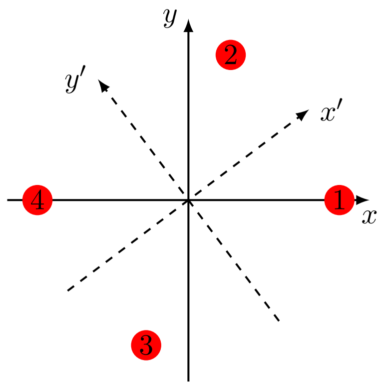
für alle Materialien, die oben aufgelistet sind. Geben Sie auch an, wie groß die relative Abweichung von den theoretischen Beziehungen in jedem Fall ist. (Tipp: Benutzen Sie MATLAB.)

b) Eine zylindrische Quarzglasfaser der Länge 20 cm mit Radius $R = 200\,\mu\mathrm{m}$ wird an einer Decke aufgehängt und eine Masse von 2 kg an das untere Ende geklebt.

Berechnen Sie, um wie viel sich die Glasfaser durch die Gewichtskraft der Masse dehnt. Welche Masse darf man maximal anbringen, wenn sie eine relative Längenänderung von 1 % gerade noch verkraftet?

**Aufgabe ME 6 – Trägheitstensor**

Gegeben ist die gezeigte Anordnung von vier Punktmassen (Masse je $m$) mit den Ortvektoren:




$$\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} 5a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} \frac{7}{5}a \\ \frac{24}{5}a \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_3 = \begin{pmatrix} -\frac{7}{5}a \\ -\frac{24}{5}a \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_4 = \begin{pmatrix} -5a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie den Trägheitstensor dieser Anordung im Koordinatensystem $(x, y, z)$.

b) Zeigen Sie, dass die Vektoren $\hat{e}_{x'} = \frac{\vec{r}_1+\vec{r}_2}{|\vec{r}_1+\vec{r}_2|}$, $\hat{e}_{y'} = \frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|}$ und $\hat{e}_{z'} = \hat{e}_z$ ein kartesisches Koordinatensystem bilden.

c) Überlegen Sie sich die Ortsvektoren im Koordinatensystem $(x', y', z')$.

d) Berechnen Sie den Trägheitstensor in diesem Koordinatensystem.