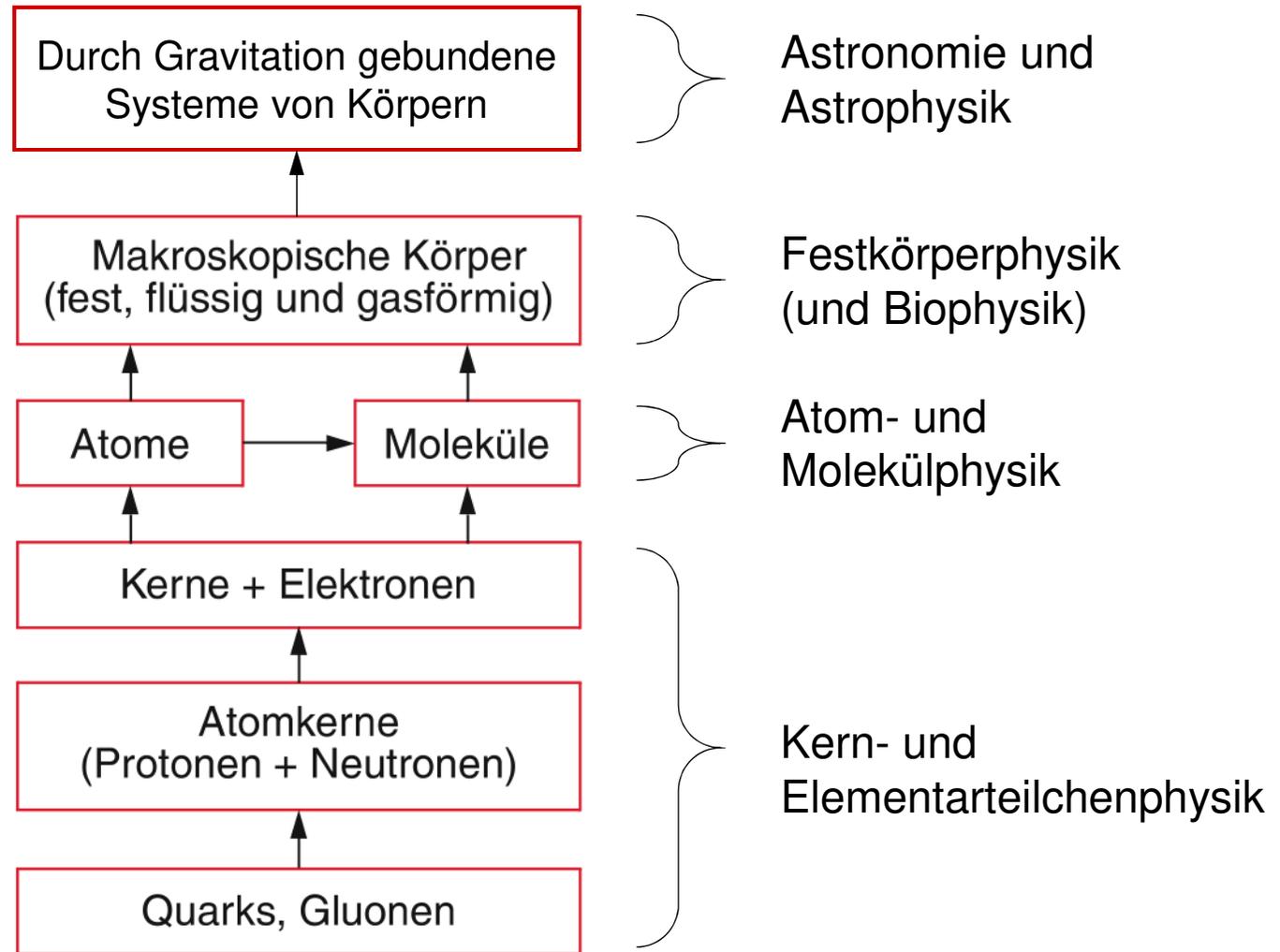


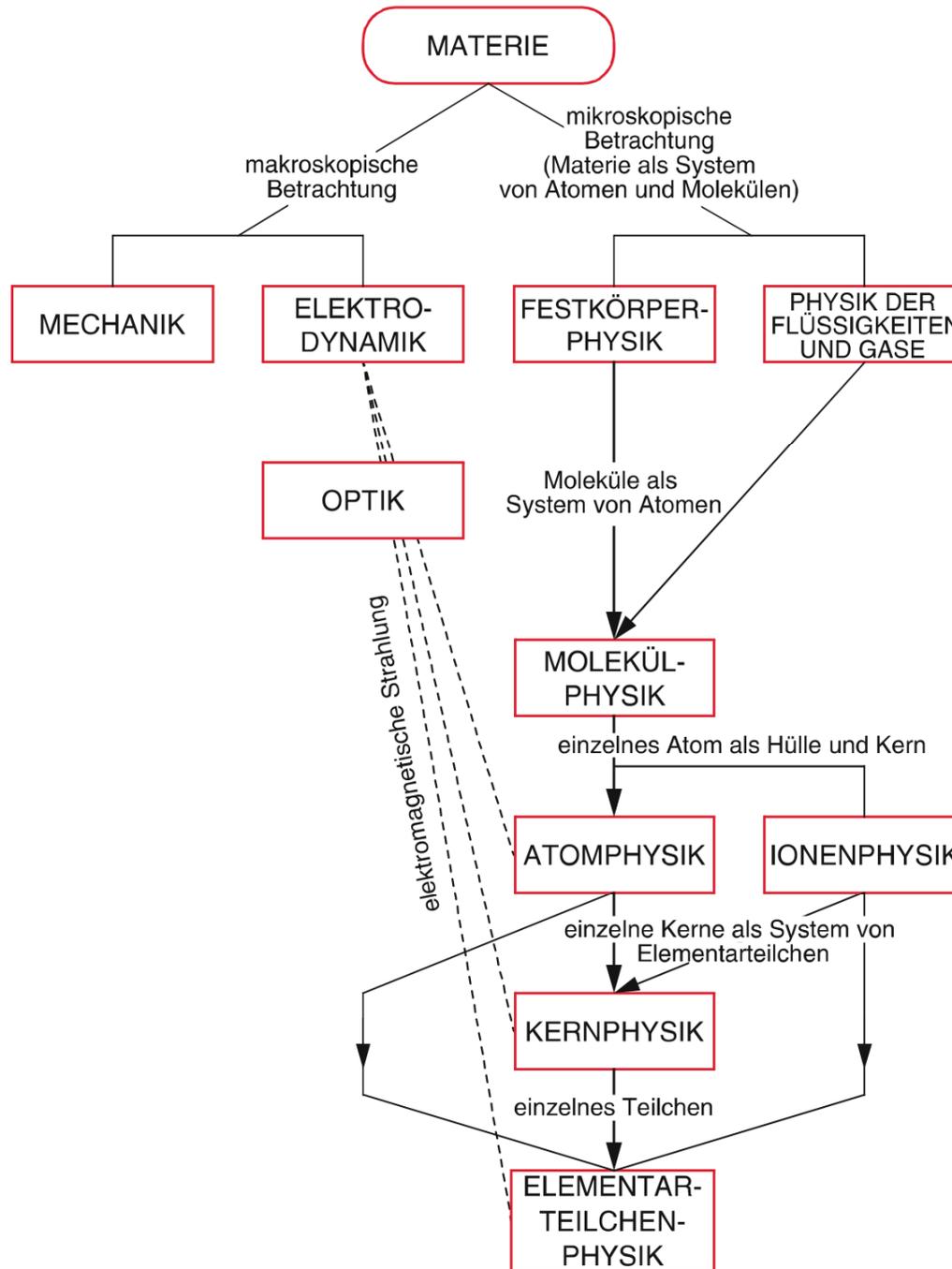
## Definition

Physik ist die Naturwissenschaft, die sich mit den Grundbausteinen der uns umgebenden Welt und deren gegenseitigen Wechselwirkungen beschäftigt. Das Ziel physikalischer Forschung ist ein grundlegendes Verständnis auch komplizierter Körper aus ihrem Aufbau aus „elementaren“ Teilchen, deren Wechselwirkungen sich auf wenige unterschiedliche Typen reduzieren lassen. Komplexe Naturvorgänge sollen auf einfache Gesetzmäßigkeiten zurückgeführt, quantifiziert und, wenn möglich, voraussagbar werden.

Anders ausgedrückt: Die Physiker versuchen, in der Vielfalt der Naturerscheinungen Gesetzmäßigkeiten und Zusammenhänge aufzufinden und die beobachteten Phänomene durch wenige Grundprinzipien zu erklären.



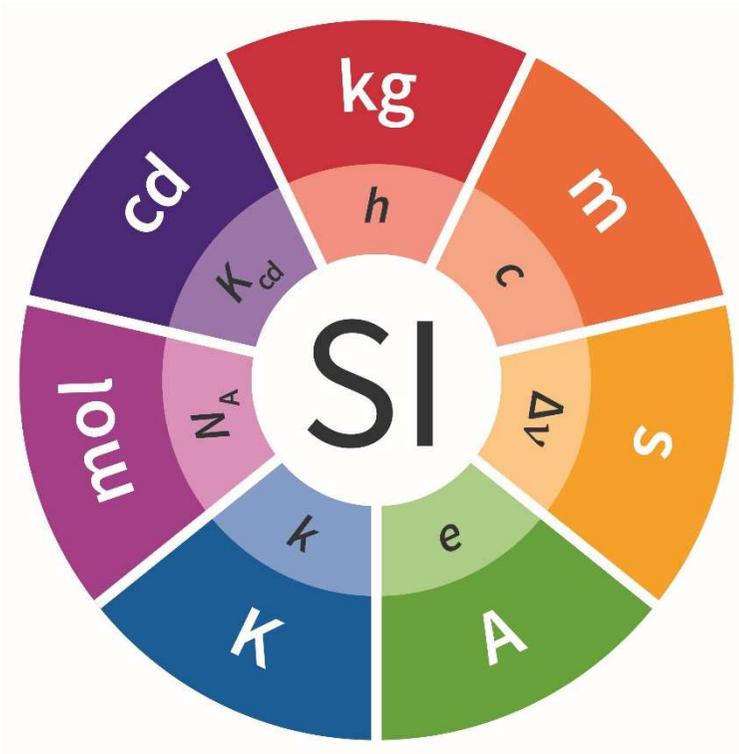
**Abbildung 1.10** Aufbau unserer Welt (nach Jodl [1.1])



**Abbildung 1.11** Stammbaum der Physik. Mit freundlicher Genehmigung von Prof. Dr. H. J. Jodl

## Das neue SI-Einheitensystem (seit Mai 2019)

Phys. Größe	Basiseinheit	definierende Naturkonstante
Zeit	Sekunde	$\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ (Hyperfeinstrukturübergang) Die Frequenz $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ des Hyperfeinstrukturübergangs des Grundzustands des Cäsiumatoms ist genau gleich 9 192 631 770 Hertz, Hz.
Länge	Meter	$c$ (Lichtgeschwindigkeit) Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $c$ ist genau gleich 299 792 458 Meter durch Sekunde, $\text{m s}^{-1}$
Masse	Kilogramm	$h$ (Planck-Konstante) Die Planck-Konstante $h$ ist genau gleich $6,626\,069\,57 \cdot 10^{-34}$ Joulesekunden, J s.
elektrische Stromstärke	Ampere	$e$ (Elementarladung) Die Elementarladung $e$ ist genau $1,602\,176\,565 \cdot 10^{-19}$ Coulomb, C.
Temperatur	Kelvin	$k_{\text{B}}$ (Boltzmann-Konstante) Die Boltzmann-Konstante $k_{\text{B}}$ ist genau $1,380\,648\,8 \cdot 10^{-23}$ Joule durch Kelvin, $\text{J K}^{-1}$ .
Stoffmenge	Mol	$N_{\text{A}}$ (Avogadro-Konstante) Die Avogadro-Konstante $N_{\text{A}}$ ist genau $6,022\,141\,29 \cdot 10^{23}$ durch Mol, $\text{mol}^{-1}$ .
Lichtstärke	Candela	$K_{\text{CD}}$ (photometrisches Strahlungsäquivalent) Das photometrische Strahlungsäquivalent $K_{\text{CD}}$ einer monochromatischen Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hertz ist genau gleich 683 Lumen durch Watt, $\text{lm W}^{-1}$ .



<https://www.ptb.de/>

- Frequenz des **Hyperfeinstrukturübergangs** des Grundzustands im  $^{133}\text{Cs}$ -Atom  
 $\Delta\nu = 9\,192\,631\,770\text{ s}^{-1}$
- **Lichtgeschwindigkeit** im Vakuum  
 $c = 299\,792\,458\text{ m s}^{-1}$
- **Planck-Konstante**  
 $h = 6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}\text{ J s}$  ( $\text{J s} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ )
- **Elementarladung**  
 $e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}\text{ C}$  ( $\text{C} = \text{A s}$ )
- **Boltzmann-Konstante**  
 $k = 1,380\,649 \cdot 10^{-23}\text{ J K}^{-1}$  ( $\text{J K}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}$ )
- **Avogadro-Konstante**  
 $N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$
- Das **Photometrische Strahlungsäquivalent**  $K_{cd}$  einer monochromatischen Strahlung der Frequenz  $540 \cdot 10^{12}\text{ Hz}$  ist genau gleich 683 Lumen durch Watt.

#### Sekunde (s)

$$1\text{ s} = 9\,192\,631\,770/\Delta\nu$$

#### Meter (m)

$$1\text{ m} = (c/299\,792\,458)\text{ s} = 30,663\,318\dots c/\Delta\nu$$

#### Kilogramm (kg)

$$1\text{ kg} = (h/6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34})\text{ m}^{-2}\text{ s} = 1,475\,521\dots \cdot 10^{40} h \Delta\nu/c^2$$

#### Ampere (A)

$$1\text{ A} = e/(1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19})\text{ s}^{-1} = 6,789\,686\dots \cdot 10^8 \Delta\nu e$$

#### Kelvin (K)

$$1\text{ K} = (1,380\,649 \cdot 10^{-23}/k)\text{ kg m}^2 \text{s}^{-2} = 2,266\,665\dots \Delta\nu h/k$$

#### Mol (mol)

$$1\text{ mol} = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}/N_A$$

#### Candela (cd)

$$1\text{ cd} = (K_{cd}/683)\text{ kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{sr}^{-1} = 2,614\,830\dots \cdot 10^{10} (\Delta\nu)^2 h K_{cd}$$

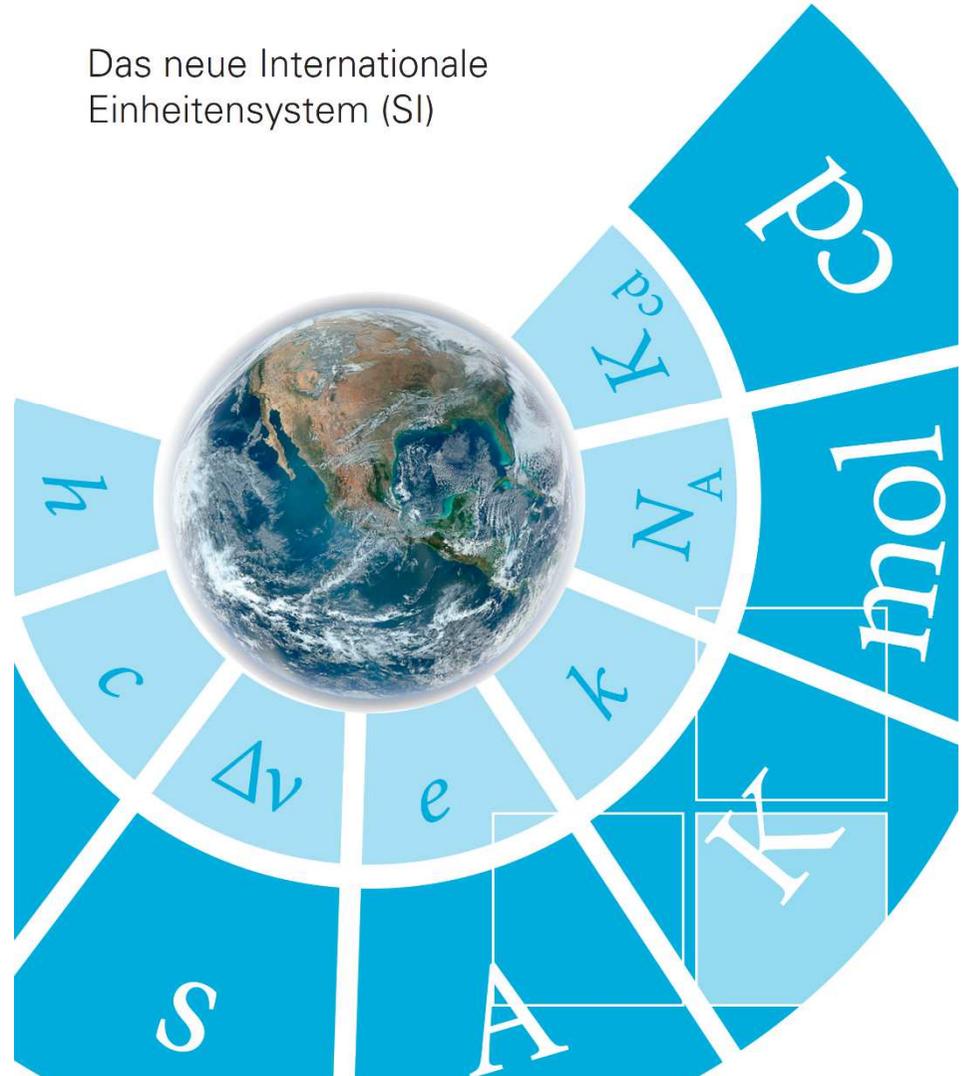
## Experimente für das neue Internationale Einheitensystem (SI)



Physikalisch-Technische Bundesanstalt • Braunschweig und Berlin

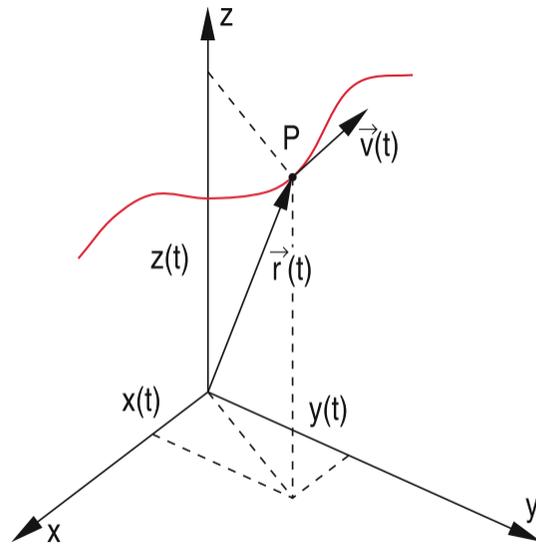
Nationales Metrologieinstitut

## Das neue Internationale Einheitensystem (SI)

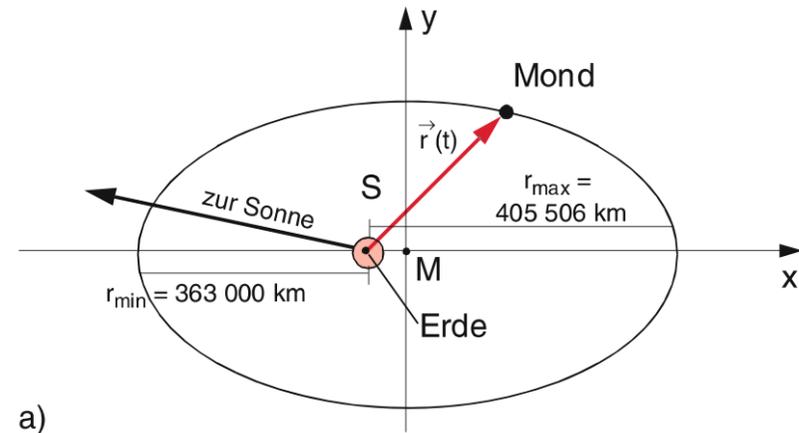


- In der PTB wird die **Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums  $h$  mithilfe von einkristallinen  $^{28}\text{Si}$ -Kugeln höchster Reinheit und Rundheit** betrieben. Diese Messungen sind gleichbedeutend mit Messungen der Avogadrokonstante. Forschungsarbeiten in der PTB zu Messungen von Kugelvolumen, Gitterparameter, Isotopenverhältnis, chemischer Reinheit sowie die quantitative chemische Oberflächencharakterisierung werden intensiviert fortgeführt. Ziel ist, die relative Unsicherheit des Messwertes für  $h$  bzw. für  $N_A$  unter  $1,5 \times 10^{-8}$  zu drücken.
- Die PTB hat sich entschieden, für die **künftige Realisierung des Kilogramms und des Mols** Siliziumkugeln zu verwenden. Dazu wurde und wird hochangereichertes und chemisch hochreines  $^{28}\text{Si}$  beschafft. Die PTB hält die Fähigkeit vor, aus  $^{28}\text{Si}$ -Einkristallen pro Jahr mehrere Kugeln von 1 kg Masse mit einer Rundheitsabweichung im Bereich von 10–20 nm herzustellen. Damit wird sie das „neue“ Kilogramm als Primärrealisierung mit einer Unsicherheit von  $2 \times 10^{-8}$  oder besser darstellen können, indem sie alle dazu erforderlichen Messmethoden bereithält und fortentwickelt. Darüber hinaus wird die PTB Verfahren weiterentwickeln und vorhalten, die Massen von wesentlich preisgünstigeren Kugeln mit natürlicher Isotopenzusammensetzung mit einer Gesamtunsicherheit von  $3 \times 10^{-8}$  zu bestimmen. Damit wird es möglich sein, anderen Metrologieinstitutionen, aber auch Kalibrierlaboratorien eine eigene, direkte Realisierung des Kilogramms anzubieten. Über die Herstellung von Kugeln mit einer Masse von 28 g kann auch 1 mol  $^{28}\text{Si}$  realisiert werden. Kleinere Kugeln bieten darüber hinaus die im neuen SI vollständig neue Möglichkeit, Massen bei Werten im Gramm- oder Milligramm-Bereich, welche gegebenenfalls z. B. für die pharmazeutische Industrie interessant sind, direkt als Primärstandard darzustellen, was perspektivisch höhere Genauigkeiten in diesem Messbereich ermöglichen kann.

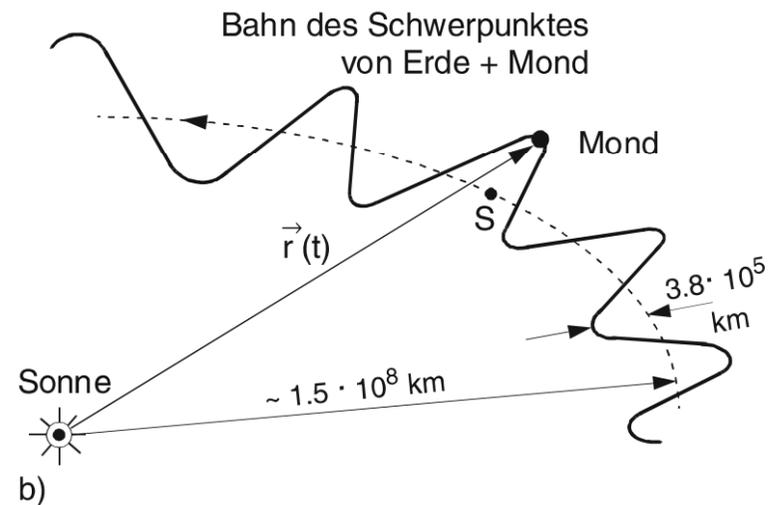
- Die direkteste **Realisierung des Ampere gemäß seiner zukünftigen neuen Definition** über die Festlegung des Zahlenwertes der Elementarladung kann mit elektronischen Bauteilen erfolgen, die einzeln abzählbare Elektronen nutzen. Die PTB ist hier bereits führend und hat sich zum Ziel gesetzt, bis 2018 eine primäre, anderen Realisierungen überlegene Einzelelektronen-Stromquelle für Ströme größer 160 pA mit einer relativen Unsicherheit kleiner als  $1 \times 10^{-7}$  zu realisieren. Für deutlich höhere Ströme sind Realisierungen des Ampere mit Hilfe von Quanten-Hall-Effekt und Josephson-Effekt besser geeignet. Auch diese werden auf dem erreichten hohen Stand weiterentwickelt, vor allem für Wechselstrom-Anwendungen. Eine wichtige Rolle für Quanten-Hall-Messungen könnte in Zukunft Graphen, ein nur eine Atomlage dicker Kohlenstoffkristall, spielen, denn bei diesem Material ist der Quanten-Hall-Effekt nicht nur nahe am absoluten Temperaturnullpunkt, sondern perspektivisch auch bei Raumtemperatur nutzbar. Aufgrund der dann deutlich vereinfachten Handhabbarkeit bietet diese Entwicklung erhebliches zukünftiges Potenzial für die Weitergabe, so dass sich die PTB hier auch weiterhin stark engagieren wird.



**Abbildung 2.1** Bahnkurve

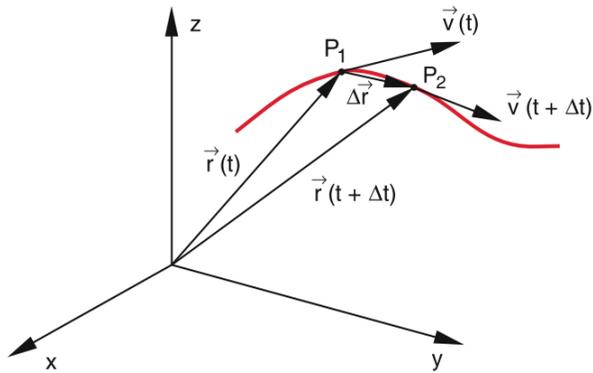


a)

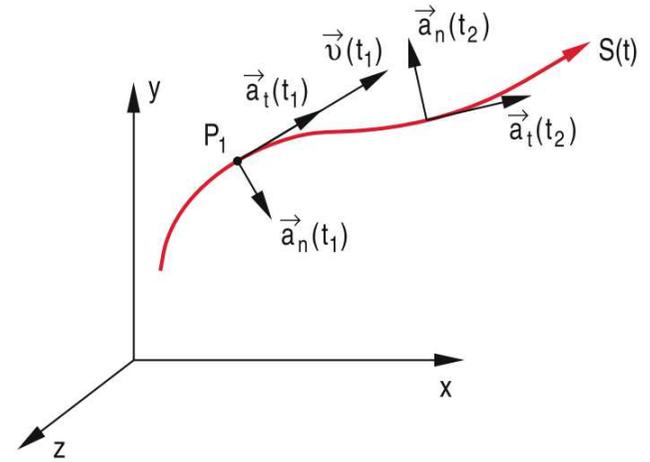


b)

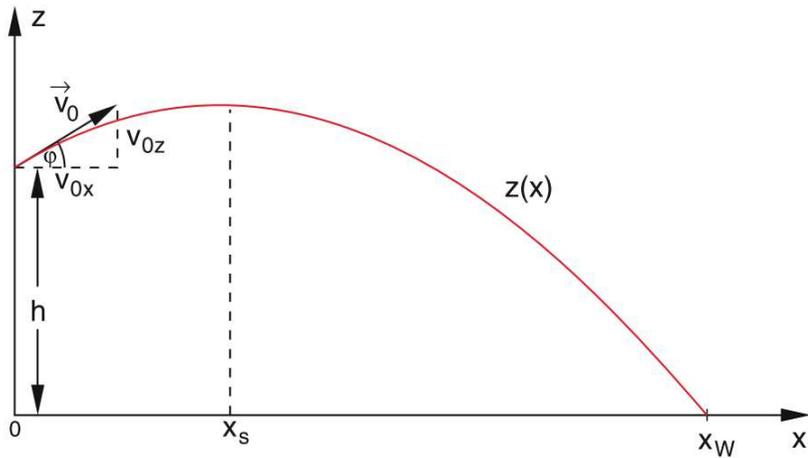
**Abbildung 2.4** Teil der Bahnkurve des Erdmondes, beschrieben in zwei verschiedenen Koordinatensystemen. **a** Ursprung im Schwerpunkt Erde–Mond, der im Brennpunkt der Ellipse liegt **b** Ursprung im Mittelpunkt der Sonne. Die Abweichungen von der elliptischen Bahn des Schwerpunktes sind hier übertrieben. In Wirklichkeit ist die Mondbahn immer konkav, d. h. der Krümmungsradius der Bahn zeigt immer zur Sonne. Die Mondbahnebene ist jedoch gegen die Fläche der Schwerpunktbahn (Ekliptik) etwas geneigt



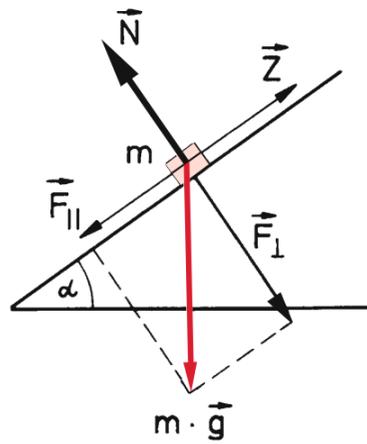
**Abbildung 2.6** Beschleunigte Bewegung auf einer beliebigen Bahnkurve



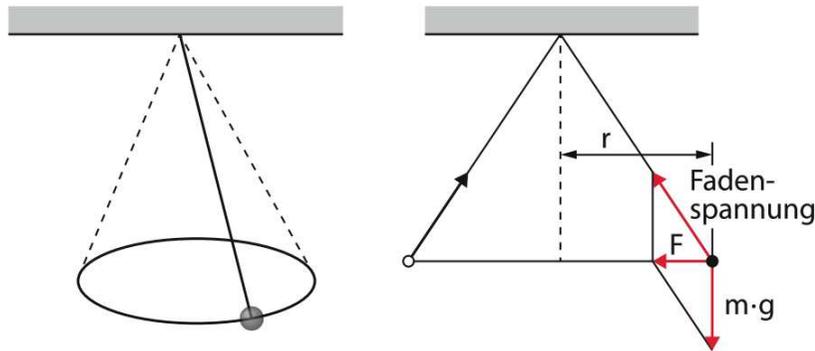
**Abbildung 2.11** Tangential- und Normalbeschleunigung



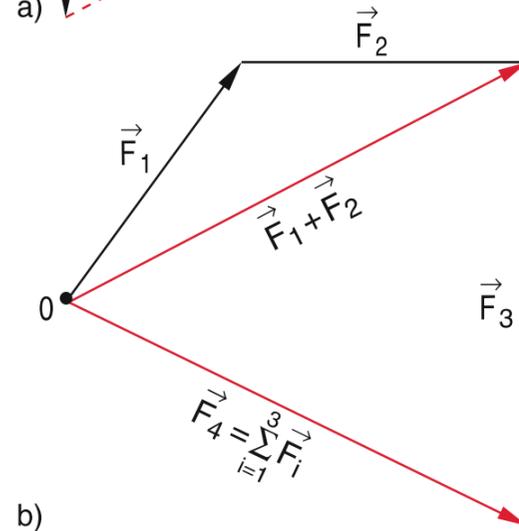
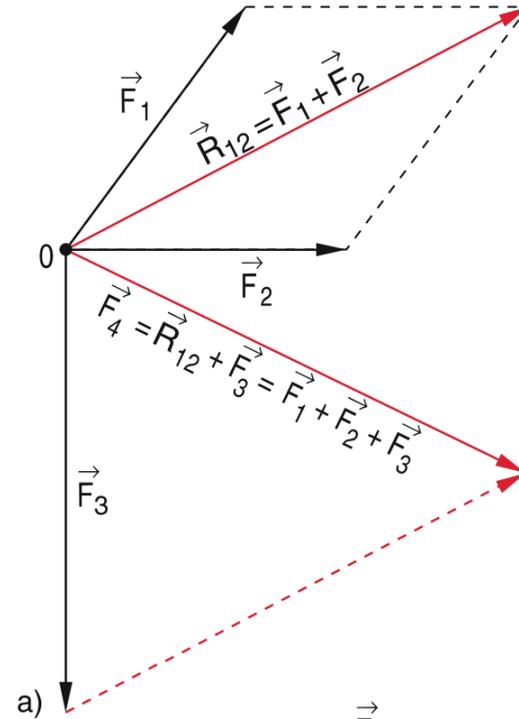
**Abbildung 2.9** Schräger Wurf



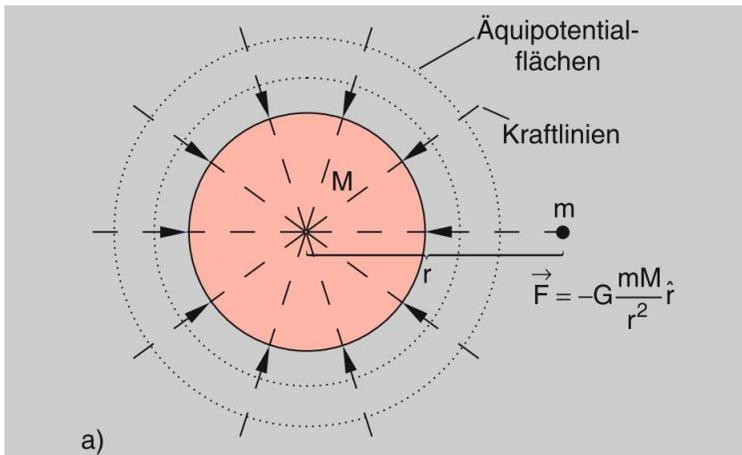
**Abbildung 2.15** Kräftegleichgewicht bei einem Körper



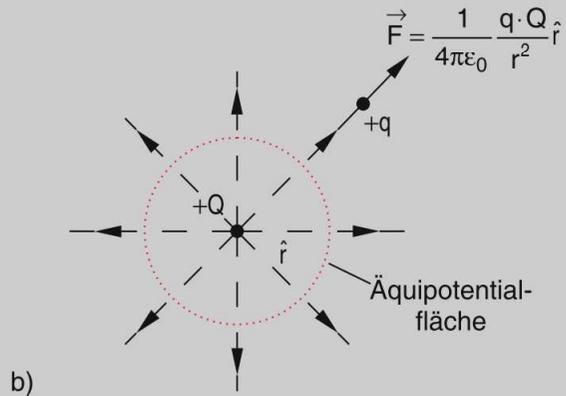
**Abbildung 2.16** Kreispendingel mit dem Kräftediagramm



**Abbildung 2.14** Vektoraddition von Kräften. **a** Die alle im selben Punkt 0 angreifen. **b** Äquivalente Darstellung der Vektorsumme

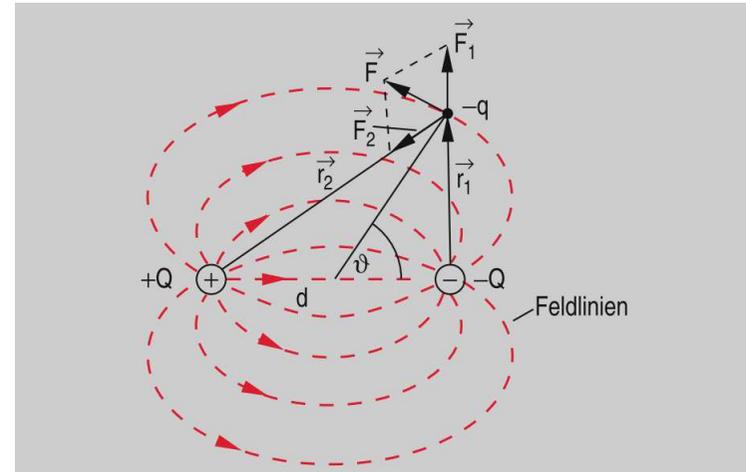


a)

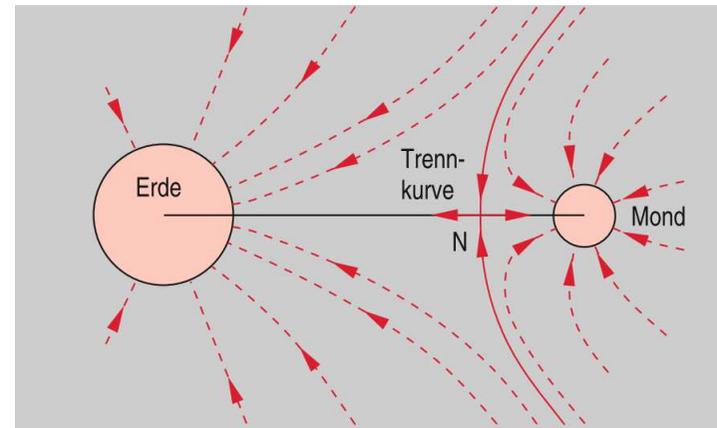


b)

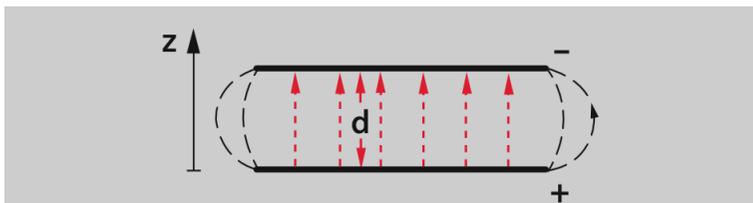
**Abbildung 2.17** Kugelsymmetrische Kraftfelder, **a** Gravitationsfeld einer Massenkugel mit Masse  $M$  (anziehende Kraft), **b** elektrisches Feld einer positiven Ladung  $Q$  für eine positive Probeladung  $q$  (abstoßende Kraft)



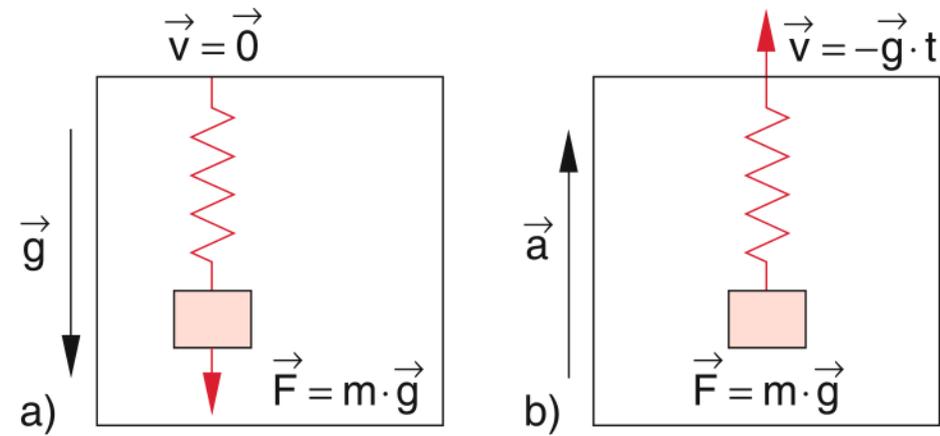
**Abbildung 2.18** Kraftfeld eines elektrischen Dipols und Kraft auf eine negative Probeladung  $-q$



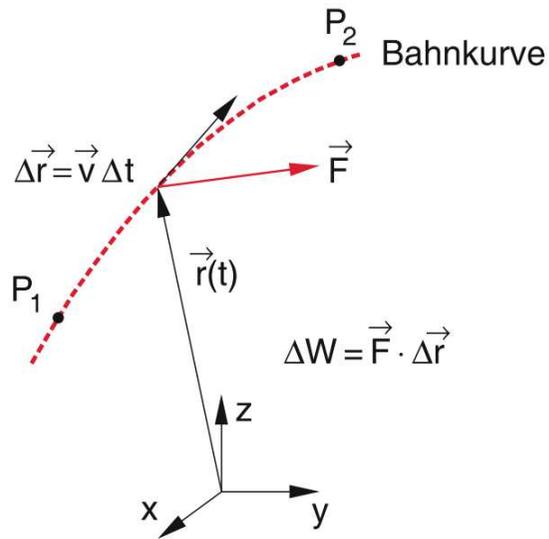
**Abbildung 2.19** Gravitationskraftfeld zwischen Erde und Mond



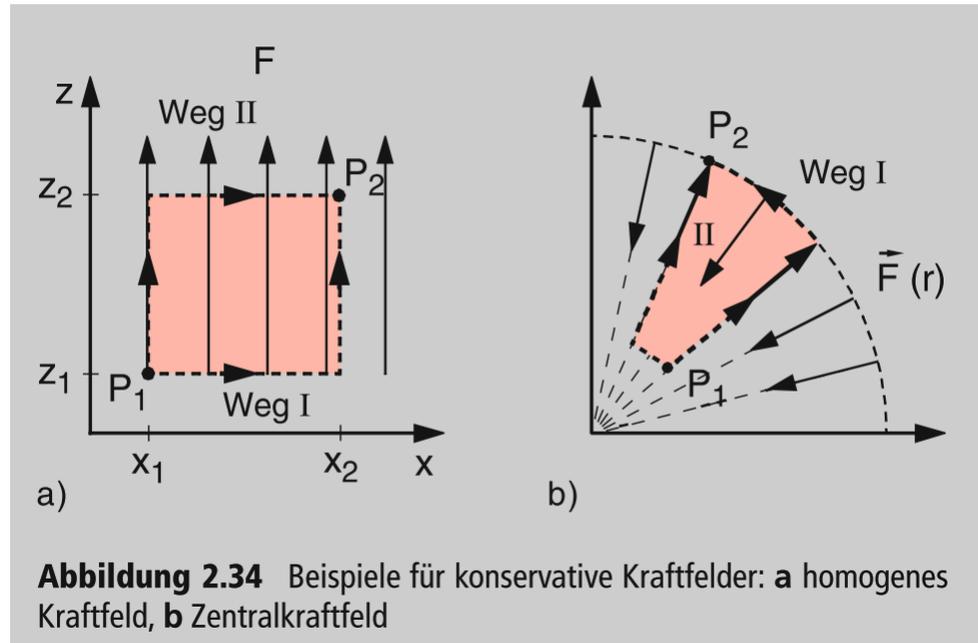
**Abbildung 2.20** Homogenes Kraftfeld für Ladungen innerhalb eines Plattenkondensators



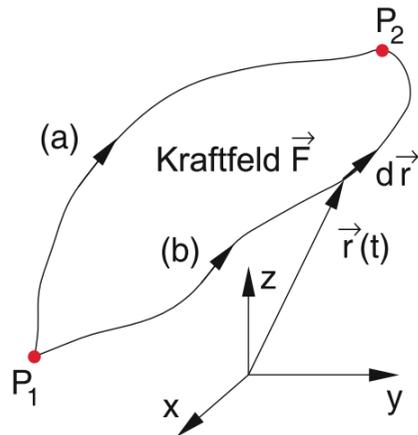
**Abbildung 2.28** Einsteins Gedankenexperiment zur Äquivalenz von träger und schwerer Masse: **a** im homogenen Gravitationsfeld ruhender, **b** mit  $-\vec{g}$  im gravitationsfreien Raum beschleunigter Fahrstuhl



**Abbildung 2.31** Zur Definition der Arbeit



**Abbildung 2.34** Beispiele für konservative Kraftfelder: **a** homogenes Kraftfeld, **b** Zentralkraftfeld



**Abbildung 2.33** Zur Wegunabhängigkeit der Arbeit in konservativen Kraftfeldern

### Nicht-konservative Kraftfelder

3. **Ortsabhängiges nicht-zentrales Kraftfeld:**  $F(\mathbf{r}) = y\hat{e}_x + x^2\hat{e}_y$ .

Die Arbeit  $W$ , die man aufwenden muss, um einen Körper vom Punkte  $\{0, 0, 0\}$  zum Punkte  $P = \{2, 4, 0\}$  zu bringen, ist:

$$\begin{aligned} W &= \int_0^P \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{x=0}^2 F_x dx + \int_{y=0}^4 F_y dy \\ &= \int_{x=0}^2 y dx + \int_{y=0}^4 x^2 dy . \end{aligned}$$

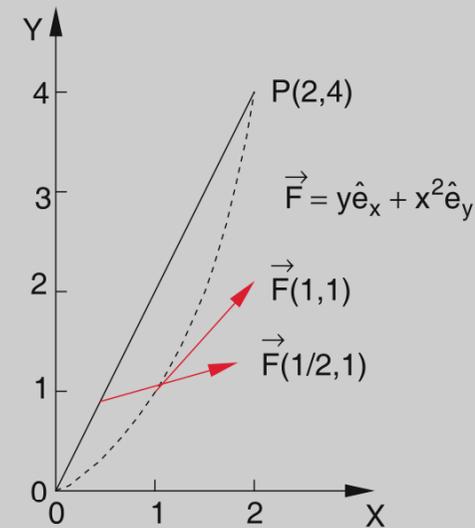
Wir wählen zwei verschiedene Wege (Abb. 2.35)

(a): entlang der Geraden  $y = 2x$ ,

(b): entlang der Parabel  $y = x^2$ .

Auf dem Wege a gilt:  $y = 2x \Rightarrow x^2 = (y/2)^2$

$$\begin{aligned} \int_0^P \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}_a &= \int_0^2 2x dx + \int_0^4 \left(\frac{y}{2}\right)^2 dy \\ &= x^2 \Big|_0^2 + \frac{y^3}{12} \Big|_0^4 = 4 + \frac{16}{3} = 28/3 , \end{aligned}$$

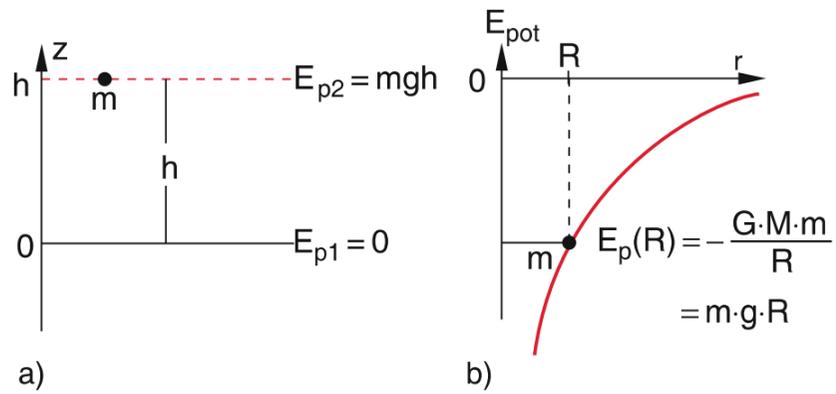


**Abbildung 2.35** Beispiel für ein nicht konservatives Kraftfeld  $F(\mathbf{r}) = y \cdot \hat{e}_x + x^2 \hat{e}_y$

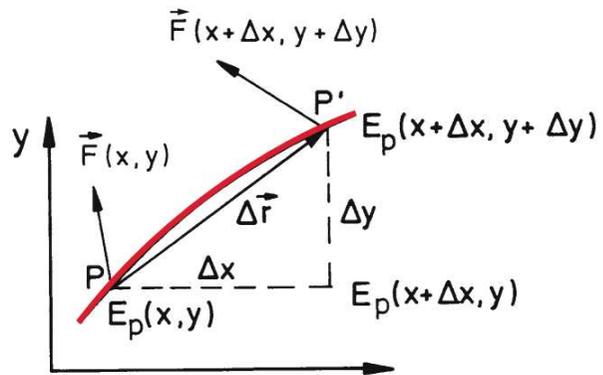
auf dem Wege b gilt:  $y = x^2$

$$\begin{aligned} \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}_b &= \int_0^2 x^2 dx + \int_0^4 y dy \\ &= \frac{1}{3}x^3 \Big|_0^2 + \frac{1}{2}y^2 \Big|_0^4 = \frac{8}{3} + 8 = \frac{32}{3} . \end{aligned}$$

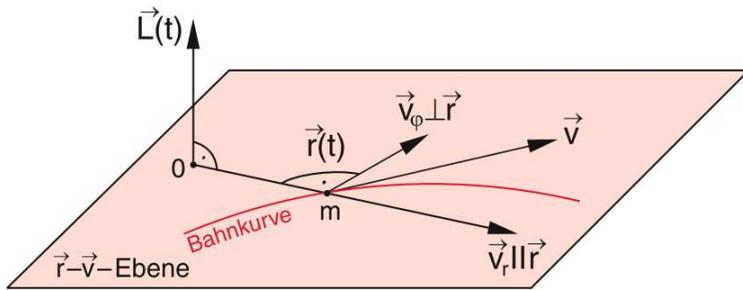
$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \neq 0$ .  $F(\mathbf{r})$  ist daher nicht konservativ!



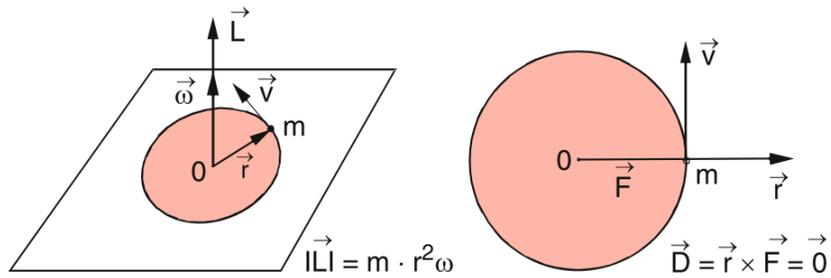
**Abbildung 2.36** Verschiedene Möglichkeiten zur Wahl des Nullpunktes der potentiellen Energie: **a**  $E_p(z = 0) = 0$ , **b**  $E_p(r = \infty) = 0$



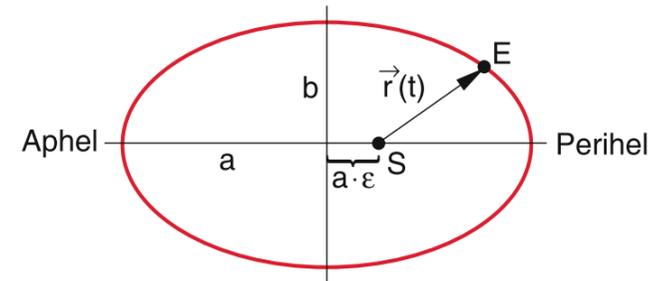
**Abbildung 2.39** Zum Zusammenhang zwischen Kraft und Potential



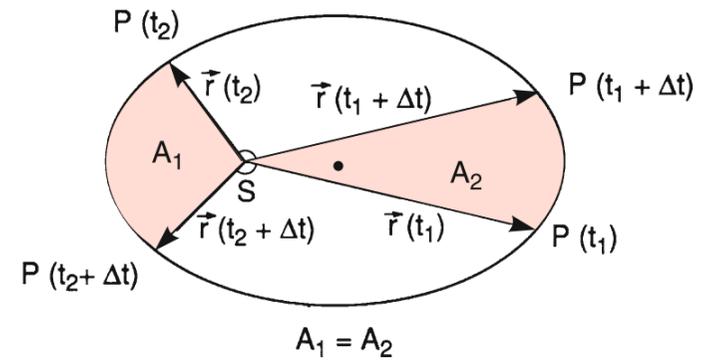
**Abbildung 2.40** Der Drehimpuls  $L$  bezüglich eines frei gewählten Ursprungs  $0$  bei einer ebenen Bewegung des Massenpunktes  $m$



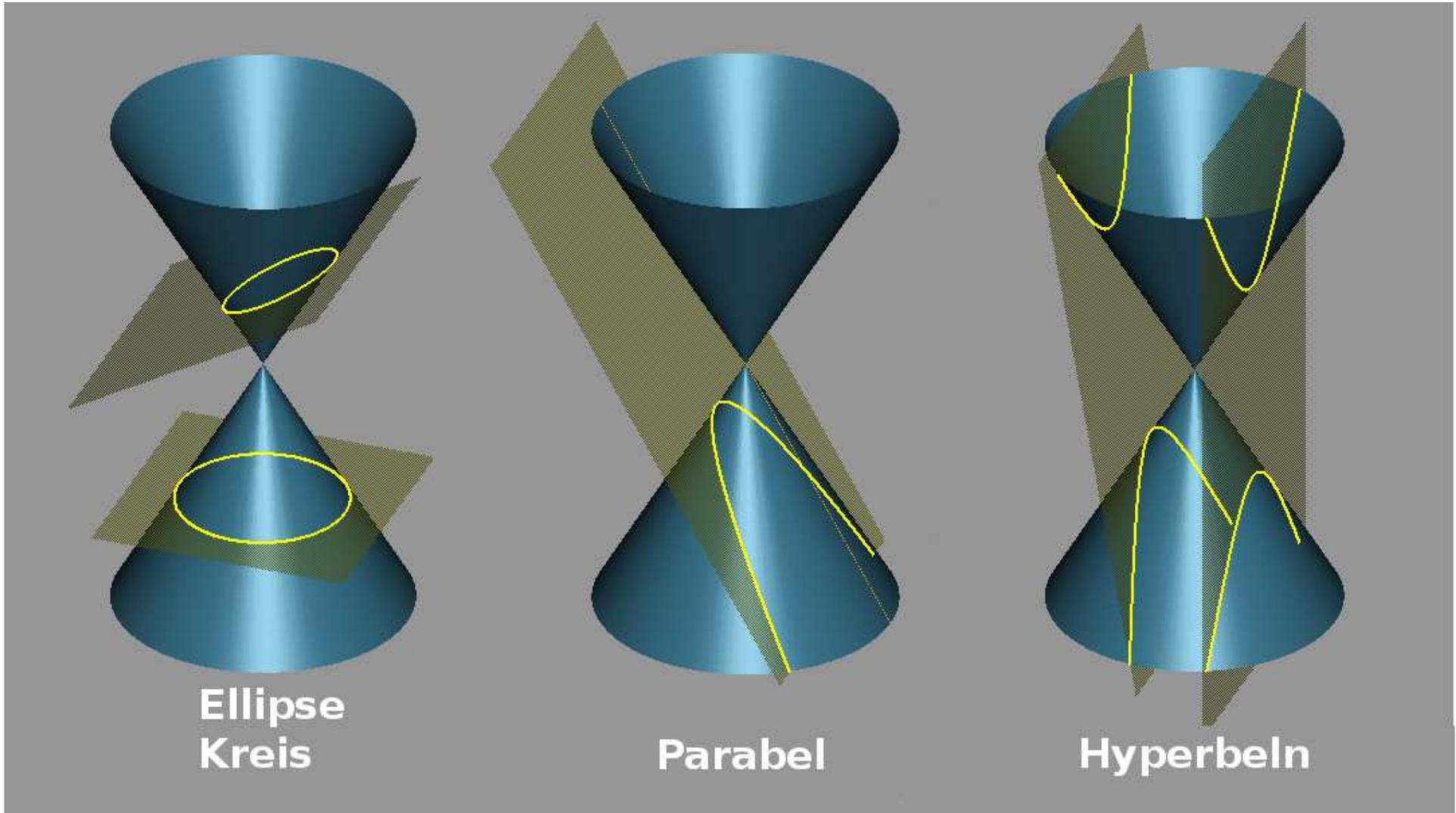
**Abbildung 2.41** Konstanter Drehimpuls bei der gleichförmigen Kreisbewegung

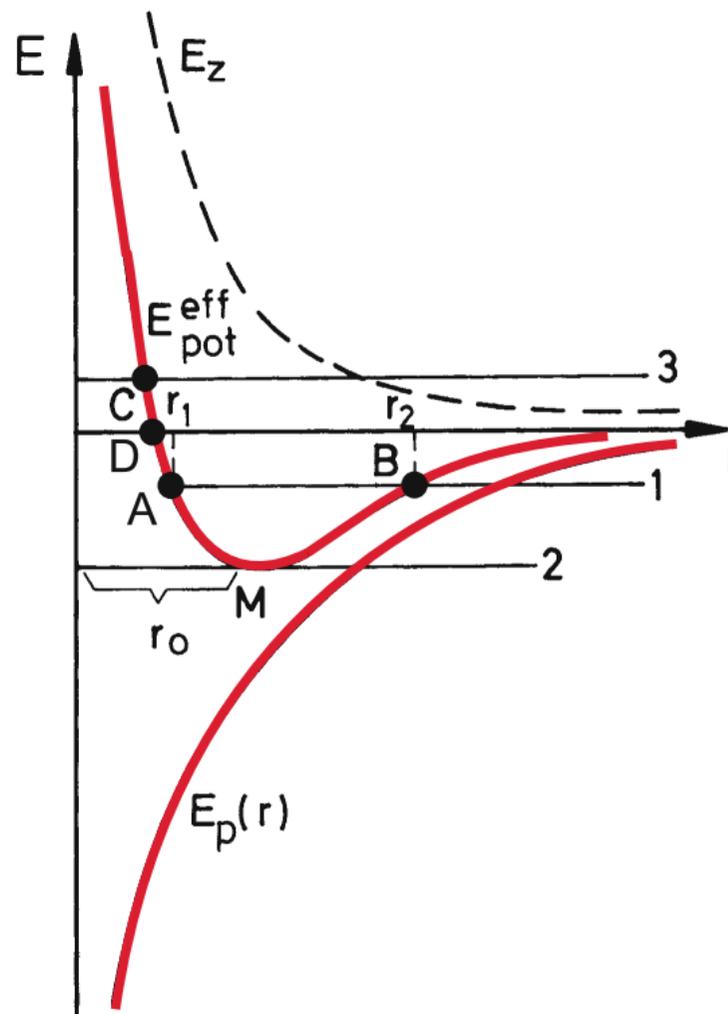


**Abbildung 2.46** 1. Keplersches Gesetz



**Abbildung 2.47** 2. Keplersches Gesetz

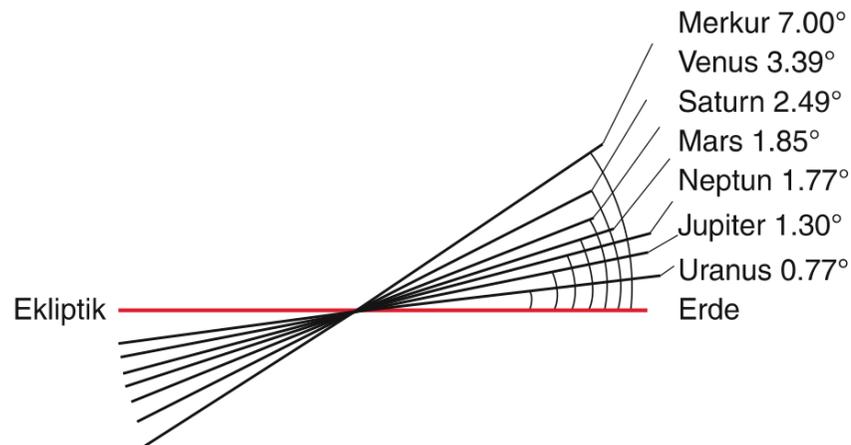




**Abbildung 2.51** Effektives Potential als Summe aus potentieller und Zentrifugalenergie und Radialteil der Bewegung eines Körpers im effektiven Potential für verschiedene Werte der Gesamtenergie  $E$

**Tabelle 2.1** Bahndaten der acht großen Planeten (mit dem Erdmond zum Vergleich)

Name	Symbol	Große Halbachse der Bahn $a$			Umlaufdauer $T$	mittlere Umlaufgeschwindigkeit	numerische Exzentrizität $e$	Bahnneigung $i$	kleinste / größte Entfernung von der Erde	
		in AE	in $10^6$ km	in Lichtlaufzeit $t$					in AE	in AE
Merkur	☿	0,39	57,9	3,2 min	88 d	47,9	0,206	$7,0^\circ$	0,53	1,47
Venus	♀	0,72	108,2	6,0 min	225 d	35,0	0,007	$3,4^\circ$	0,27	1,73
Erde	♁	1,00	149,6	8,3 min	1,00 a	29,8	0,017	–	–	–
Mars	♂	1,52	227,9	12,7 min	1,9 a	24,1	0,093	$1,8^\circ$	0,38	2,67
Jupiter	♃	5,20	778,3	43,2 min	11,9 a	13,1	0,048	$1,3^\circ$	3,93	6,46
Saturn	♄	9,54	1427	1,3 h	29,46 a	9,6	0,056	$2,5^\circ$	7,97	11,08
Uranus	♅	19,18	2870	2,7 h	84 a	6,8	0,047	$0,8^\circ$	17,31	21,12
Neptun	♆	30,06	4496	4,2 h	165 a	5,4	0,009	$1,8^\circ$	28,80	31,33
Erdmond	☾	0,00257	0,384	1,3 s	27,32 d	1,02	0,055	$5,1^\circ$	356 410 km	406 740 km



Die meisten Kometen unseres Sonnensystems sind innerhalb des Sonnensystems entstanden. Sie haben eine Gesamtenergie  $E < 0$  und bewegen sich auf langgestreckten Ellipsen ( $a \gg b$ ).

**Abbildung 2.50** Neigungswinkel der Planetenbahnen gegen die Ekliptik. Die Winkel sind der Deutlichkeit halber stark vergrößert gezeichnet

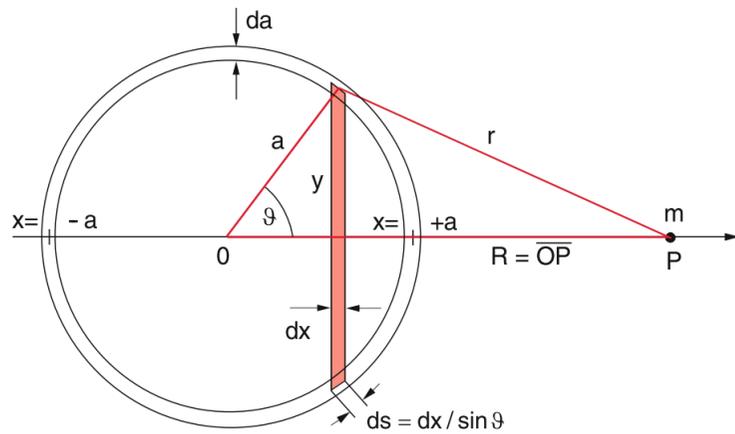


Abbildung 2.52 Zur Herleitung von Potential und Feldstärke einer Hohlkugel

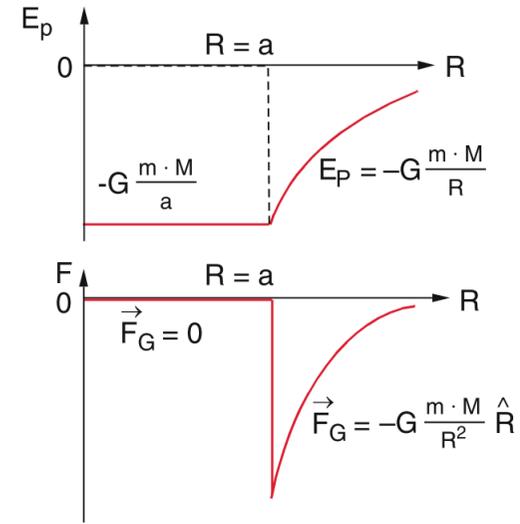


Abbildung 2.53 Potentielle Energie einer Probemasse  $m$  und Gravitationskraft  $F$  im Gravitationsfeld einer Hohlkugel mit Masse  $M$

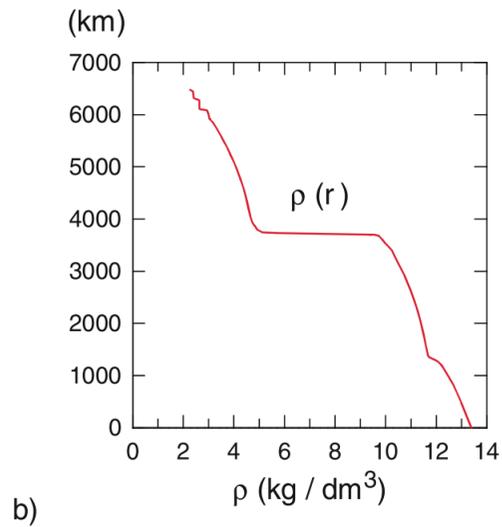


Abbildung 2.55 a Aufbau der Erde, b radialer Dichteverlauf

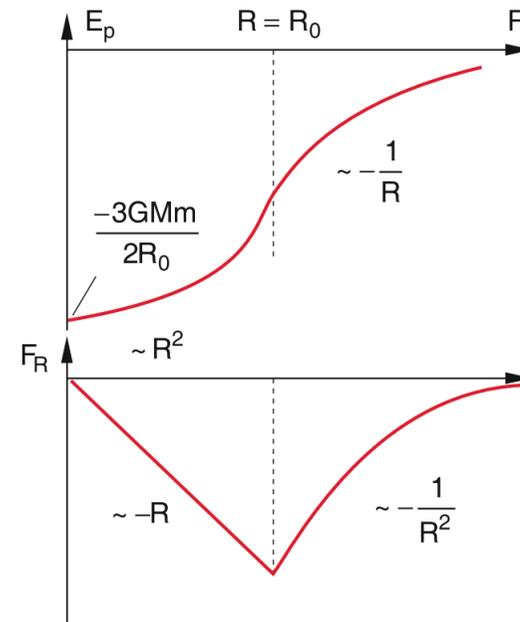
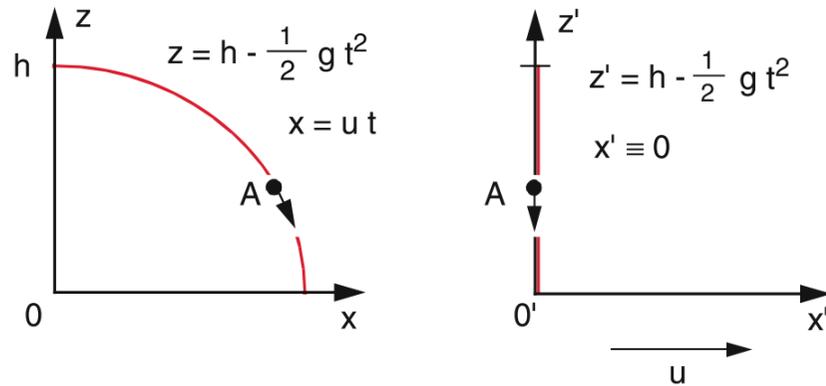
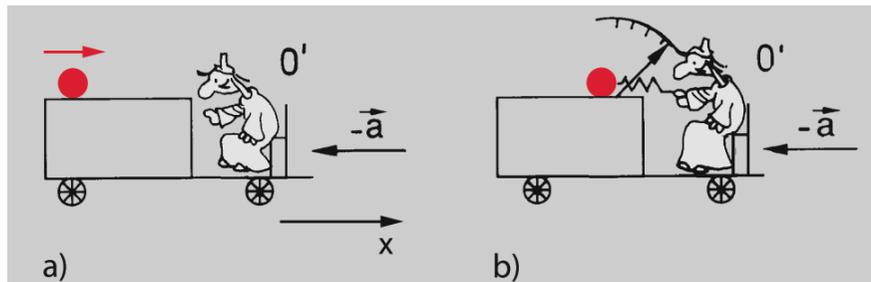


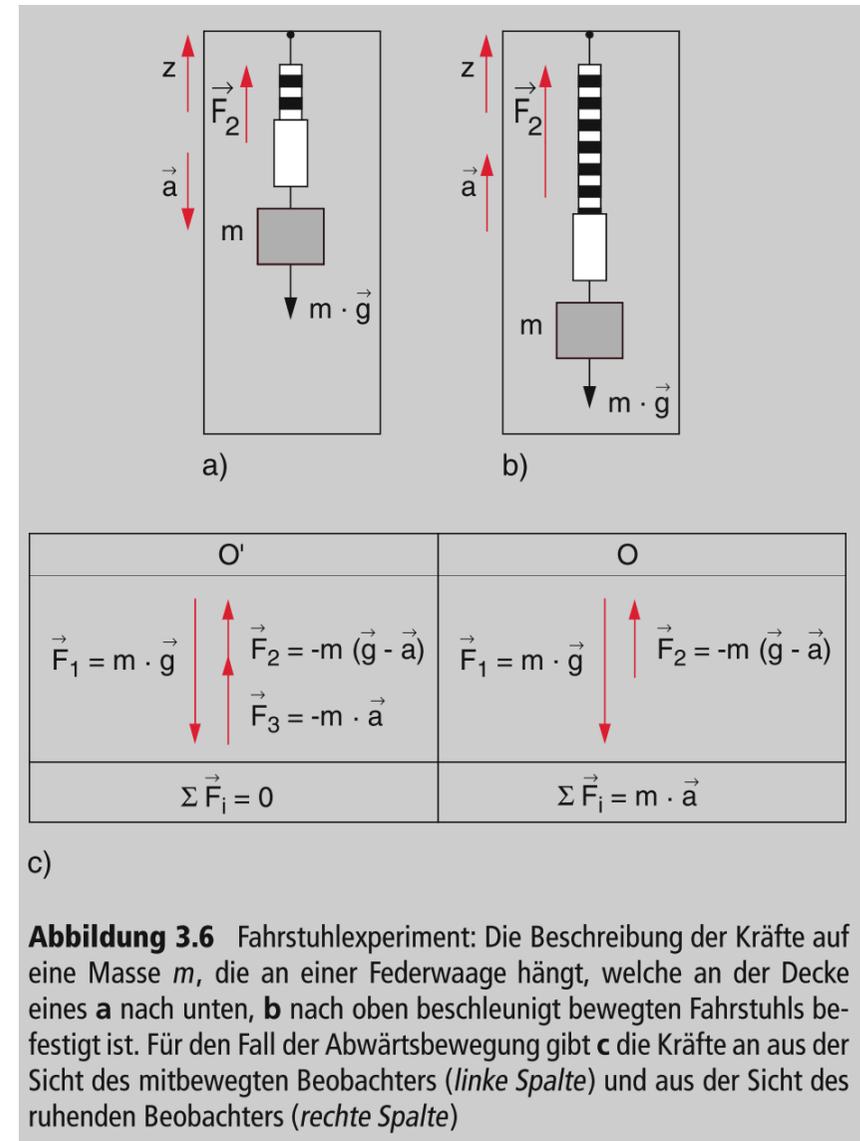
Abbildung 2.54 Potentielle Energie  $E_p$  und Schwerkraft  $F$  auf eine Probemasse  $m$  im Schwerfeld einer homogenen Kugel mit Radius  $R_0$  und Masse  $M$



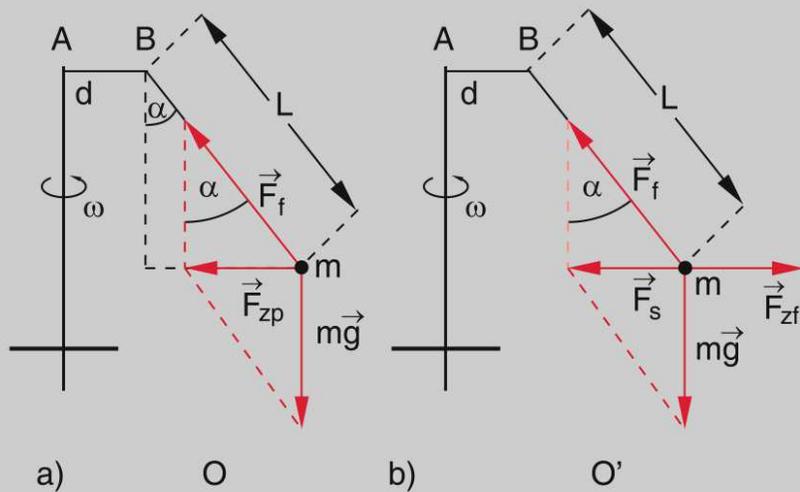
**Abbildung 3.3** Beschreibung des freien Falls in zwei verschiedenen Inertialsystemen



**Abbildung 3.5** **a** Eine frei bewegliche, **b** eine an einer Federwaage befestigte Kugel auf einem in  $-x$ -Richtung beschleunigten Tisch



**Abbildung 3.6** Fahrstuhlexperiment: Die Beschreibung der Kräfte auf eine Masse  $m$ , die an einer Federwaage hängt, welche an der Decke eines **a** nach unten, **b** nach oben beschleunigt bewegten Fahrstuhls befestigt ist. Für den Fall der Abwärtsbewegung gibt **c** die Kräfte an aus der Sicht des mitbewegten Beobachters (*linke Spalte*) und aus der Sicht des ruhenden Beobachters (*rechte Spalte*)



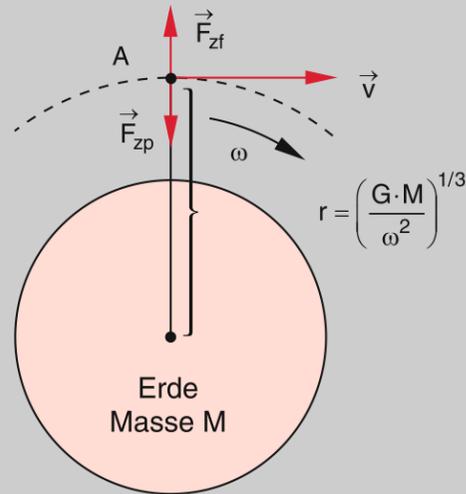
**Abbildung 3.9** Beschreibung der Kräfte auf ein rotierendes Fadenpendel vom Standpunkt des ruhenden Beobachters  $O$  und des mitbewegten Beobachters  $O'$

1. Eine Masse  $m$  hängt an einem Faden der Länge  $L$ , dessen Aufhängepunkt  $B$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  im Abstand  $d$  um die Achse  $A$  rotiert (Abb. 3.9). Der Faden stellt sich schräg gegen die Vertikale, wobei der Winkel  $\alpha$  von  $\omega$ ,  $d$  und  $L$  abhängt. Diese Tatsache wird von beiden Beobachtern  $O$  im Ruhesystem und  $O'$  im mit dem Drehtisch rotierenden System folgendermaßen beschrieben:

$O$  sagt: Da  $m$  eine Kreisbahn mit Radius  $r = d + L \cdot \sin \alpha$  mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  durchläuft, muss eine Zentripetalkraft  $\mathbf{F}_{zp} = -m \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{r}$  wirken. Diese entsteht als Vektorsumme aus Gewicht  $m \cdot \mathbf{g}$  und Fadenspannkraft  $\mathbf{F}_f$ .

$O'$  sagt: Da  $m$  in meinem System ruht, muss  $\sum \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$  gelten. Die Vektorsumme  $\mathbf{F}_s = m \cdot \mathbf{g} + \mathbf{F}_f$  muss gerade kompensiert werden durch die Zentrifugalkraft  $\mathbf{F}_{zf}$ .

Man sieht also, dass  $O'$  die zusätzliche Zentrifugalkraft  $\mathbf{F}_{zf} = m\omega^2 \mathbf{r}$  einführen muss, wenn er die Rotation seiner Koordinatenachsen nicht berücksichtigt.



**Abbildung 3.10** Kräftefreiheit in einem um die Erde kreisenden Satelliten A

2. In einem Satelliten A, der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  auf einer Kreisbahn um die Erde fliegt (Abb. 3.10), werden Experimente zum Einfluss der „Schwereelosigkeit“ gemacht. So kann z. B. ein Astronaut im Raumschiff schweben, ohne die Wände zu berühren.

Der Beobachter  $O'$ , d. h. der Astronaut, sagt: Auf mich wirkt die Schwerkraft

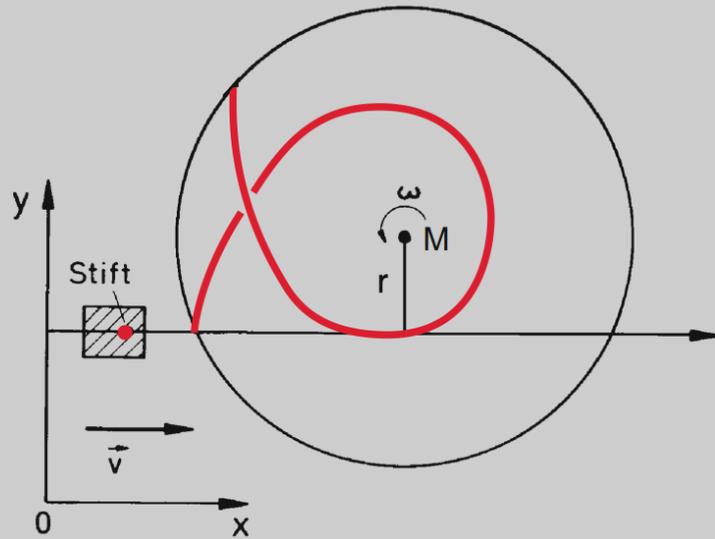
$$\mathbf{F}_g = -G \frac{m \cdot M}{r^2} \cdot \hat{\mathbf{e}}_r,$$

welche durch die entgegengesetzt gerichtete Zentrifugalkraft

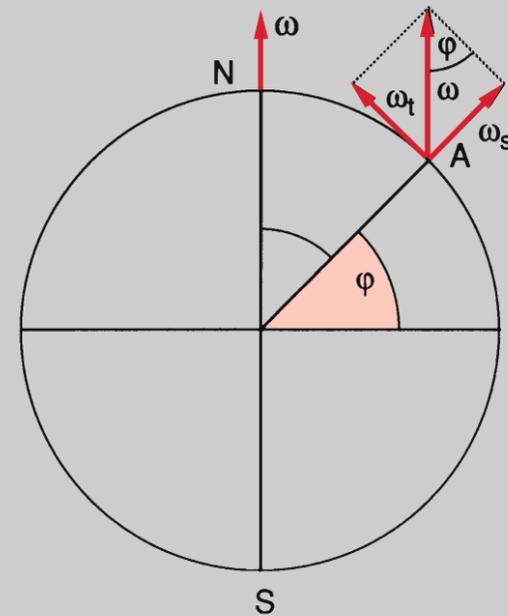
$$\mathbf{F}_{zf} = +m\omega^2 \cdot r \cdot \hat{\mathbf{e}}_r$$

gerade kompensiert wird, was bei einer Entfernung  $r = (G \cdot M / \omega^2)^{1/3}$  des Satelliten vom Erdmittelpunkt genau geschieht. Insgesamt wirkt also die Kraft  $\mathbf{F} = \mathbf{0}$  (was oft ungenau als „Schwereelosigkeit“ bezeichnet wird, exakter jedoch „kräftefrei“ im System  $S'$  genannt werden sollte).

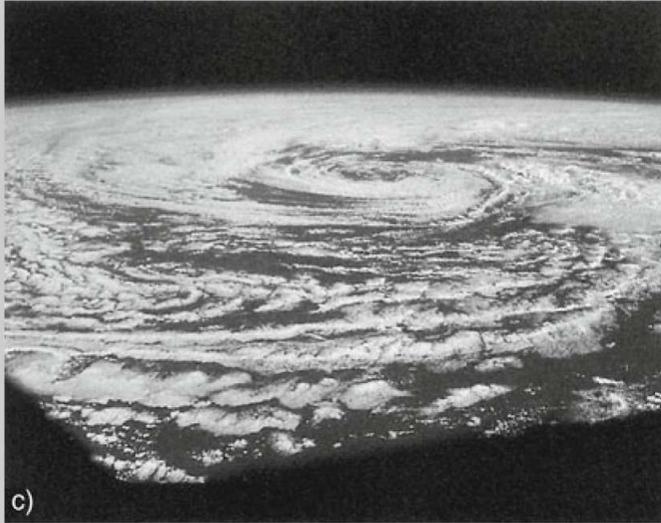
Der Beobachter  $O$  in einem ruhenden System  $S$  (z. B. in einem galaktischen Koordinatensystem) sagt: Auf den Satelliten *und* auf seine Mannschaft wirkt die gleiche Gravitationsbeschleunigung  $\mathbf{a} = -(G \cdot M / r^2) \cdot \hat{\mathbf{e}}_r$  auf Grund der Erdanziehung. Deshalb bewegen sich Satellit und Astronaut auf einer Kreisbahn mit Radius  $r = (G \cdot M / \omega^2)^{1/3}$ . Da auf Satellit und Astronaut die gleiche Beschleunigung wirkt, ist die Relativbeschleunigung zwischen Astronaut und der Wand seines Raumschiffes Null, und der Astronaut bleibt in einer einmal eingenommenen Schwebeposition in seinem Raumschiff.



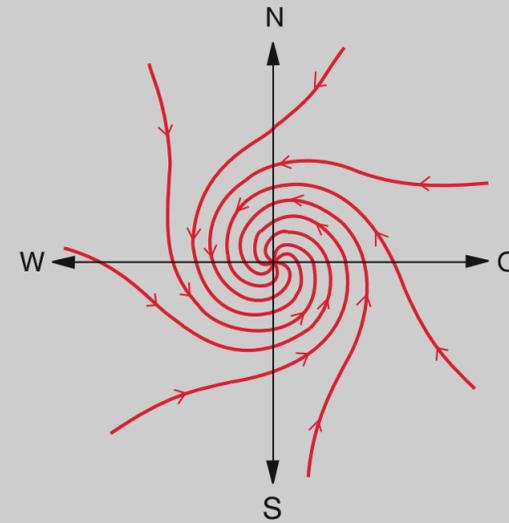
**Abbildung 3.11** Illustration der Scheinkräfte durch einen Schlitten mit Schreibstift, der auf einer Schiene mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  über eine rotierende Scheibe gleitet und dort die gezeigte Kurve zeichnet



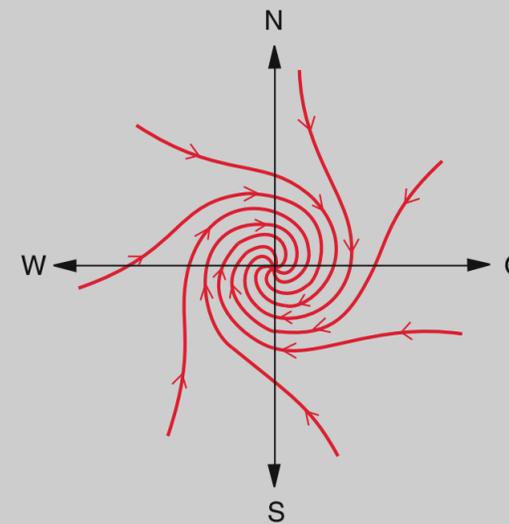
**Abbildung 3.13** Zur Drehung der Schwingungsebene des Foucaultschen Pendels infolge der Erdrotation an einem Ort A mit der geographischen Breite  $\varphi$



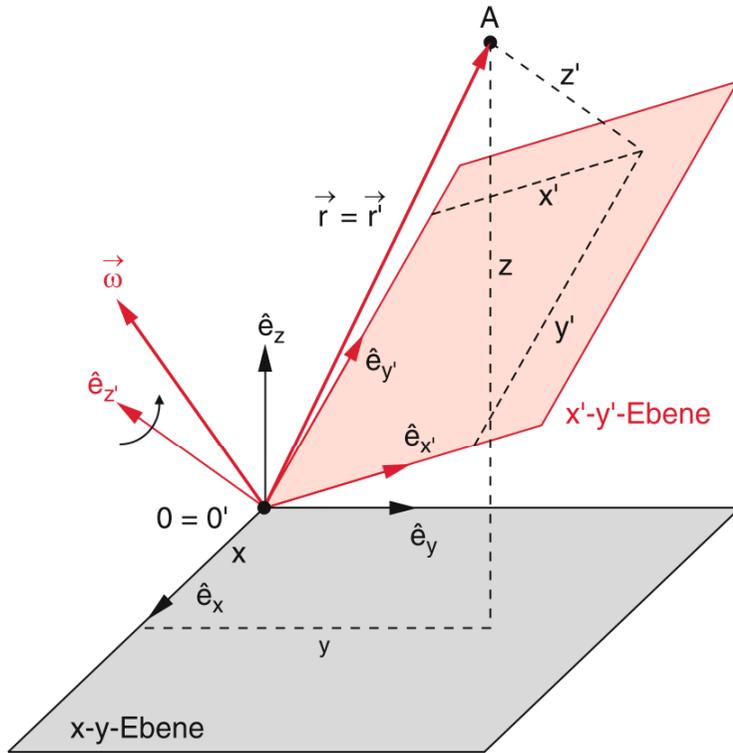
**Abbildung 3.14** Strömungslinien der Luft um ein Tief: **a** auf der Nordhalbkugel (Coriolis-Ablenkung in Windrichtung nach rechts, sodass die Resultierende aus Coriolis-Kraft und Druckgradient zu einer Spiralbewegung im Gegenuhrzeigersinn führt), **b** der Südhalbkugel der rotierenden Erde (Coriolis-Ablenkung nach links), **c** Satellitenaufnahme „Todessturm“ nördlich von Hawaii. Mit freundlicher Genehmigung der NASA (Foto HP 133)



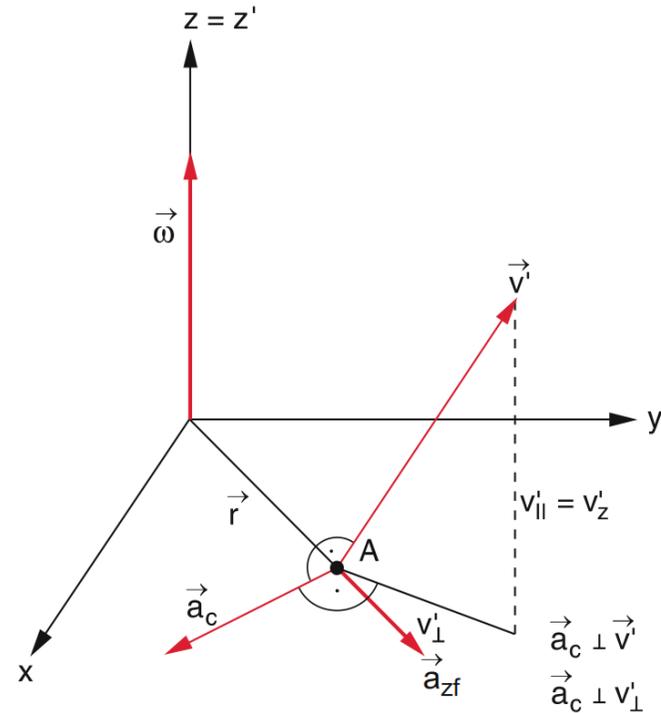
a) Nordhalbkugel



b) Südhalbkugel



**Abbildung 3.7** Ein um die Achse  $\omega$  durch den Ursprung  $O = O'$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  gegen ein ruhendes System  $S$  rotierendes Koordinatensystem  $S'$



**Abbildung 3.8** Zentrifugal- und Coriolisbeschleunigung eines sich bewegenden Punktes  $A(x, y, z = 0)$  in einem sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um die  $z$ -Achse drehenden Bezugssystem

## Scheinkräfte in gegeneinander rotierenden Bezugssystemen

Betrachte zwei Koordinatensysteme  $S$  und  $S'$ , deren Ursprünge  $O = O'$  aufeinander fallen und die mit  $\vec{\omega}$  gegeneinander rotieren, d.h. ein in  $S'$  fester Vektor  $\vec{c}'$  entspricht in  $S$  dem Vektor  $\vec{c}$ , welcher dort gemäß

$$\dot{\vec{c}} = \vec{\omega} \times \vec{c} \quad (1)$$

rotiert. Die kartesischen Basisvektoren in  $S$  seien  $\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z$ , diejenigen in  $S'$  seien  $\hat{e}'_x, \hat{e}'_y, \hat{e}'_z$ . Letztere sind in  $S'$  offensichtlich fix, in  $S$  jedoch rotieren sie. Das rotierende Dreibein sei in  $S$  durch die Einheitsvektoren  $\hat{e}_{x'}, \hat{e}_{y'}, \hat{e}_{z'}$  gegeben (beachte wo die Striche sind!), und entsprechend Gl. (1) gilt

$$\frac{d}{dt}\hat{e}_{x'} = \dot{\hat{e}}_{x'} = \vec{\omega} \times \hat{e}_{x'} \quad (2)$$

und entsprechend für  $\hat{e}_{y'}, \hat{e}_{z'}$ .

Ein Punkt P mit den Koordinaten  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  in  $S$  hat dort den Ortsvektor  $\vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$ . Für denselben Punkt bestimmt ein Beobachter in  $S'$  die Koordinaten  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ . Werden diese an  $S$  übermittelt, kann dort die Position

$$\vec{r}_{S' \rightarrow S} = x'\hat{e}_{x'} + y'\hat{e}_{y'} + z'\hat{e}_{z'} \quad (3)$$

berechnet werden, und es gilt  $\vec{r}_{S' \rightarrow S} = \vec{r}$ . Beachte: Der Vektor  $\vec{r}_{S' \rightarrow S}$  ist ein Vektor **in S**, gebildet mit den aus  $S'$  übertragenen Koordinaten!

Bewegt sich der Punkt P, so ist seine Geschwindigkeit in  $S$  gegeben durch  $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{x}\hat{e}_x + \dot{y}\hat{e}_y + \dot{z}\hat{e}_z$ . Die in  $S'$  gemessenen Komponenten der Geschwindigkeit sind  $\begin{pmatrix} \dot{x}' \\ \dot{y}' \\ \dot{z}' \end{pmatrix}$ . Werden diese nach  $S$  übermittelt, kann dort nach dem Rezept von Gl. (3) der Vektor  $\vec{v}_{S' \rightarrow S} = \dot{x}'\hat{e}_{x'} + \dot{y}'\hat{e}_{y'} + \dot{z}'\hat{e}_{z'}$  gebildet werden. Dieser ist jedoch **nicht** der Geschwindigkeitsvektor in  $S$ , d.h.  $\vec{v}_{S' \rightarrow S} \neq \vec{v}$ , denn aus Gl. (3) folgt

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}\vec{r} = \frac{d}{dt}\vec{r}_{S' \rightarrow S} = \dot{x}'\hat{e}_{x'} + \dot{y}'\hat{e}_{y'} + \dot{z}'\hat{e}_{z'} + x'\dot{\hat{e}}_{x'} + y'\dot{\hat{e}}_{y'} + z'\dot{\hat{e}}_{z'} \quad (4)$$

Dies berücksichtigt, dass sich die Basis von  $S'$  in  $S$  entsprechend Gl. (2) bewegt. Somit ist

$$\vec{v} = \vec{v}_{S' \rightarrow S} + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad \text{bzw.} \quad \vec{v} = \vec{v}_{S' \rightarrow S} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{S' \rightarrow S} \quad (5)$$

Entsprechend geht man mit der Beschleunigung vor. Es ist

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{x}\hat{e}_x + \ddot{y}\hat{e}_y + \ddot{z}\hat{e}_z \quad (6)$$

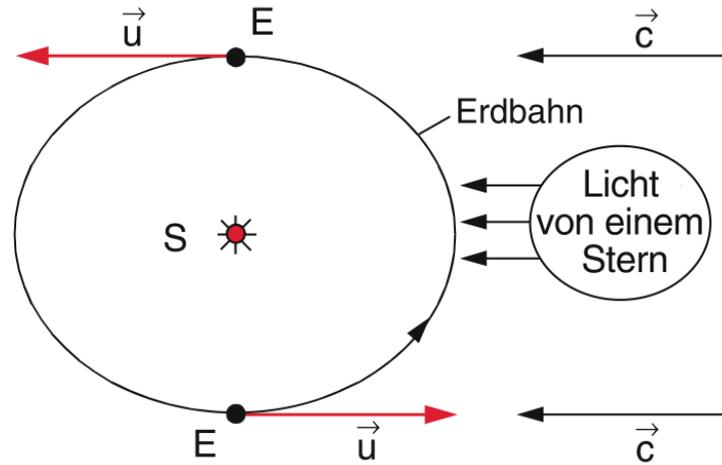
In  $S'$  wird  $\begin{pmatrix} \ddot{x}' \\ \ddot{y}' \\ \ddot{z}' \end{pmatrix}$  gemessen, und der aus den nach  $S$  übermittelten Koordinaten gebildete Vektor lautet  $\vec{a}_{S' \rightarrow S} = \ddot{x}' \hat{e}_{x'} + \ddot{y}' \hat{e}_{y'} + \ddot{z}' \hat{e}_{z'}$ . Allerdings ist wieder  $\vec{a}_{S' \rightarrow S} \neq \vec{a}$ , denn mit Gl. (5) folgt

$$\begin{aligned}
 \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{v}_{S' \rightarrow S} + \vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d}{dt}\vec{v}_{S' \rightarrow S} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \\
 &= \ddot{x}' \hat{e}_{x'} + \ddot{y}' \hat{e}_{y'} + \ddot{z}' \hat{e}_{z'} + \dot{x}' \dot{\hat{e}}_{x'} + \dot{y}' \dot{\hat{e}}_{y'} + \dot{z}' \dot{\hat{e}}_{z'} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \\
 &= \vec{a}_{S' \rightarrow S} + \vec{\omega} \times \vec{v}_{S' \rightarrow S} + \vec{\omega} \times \vec{v} = \\
 &= \vec{a}_{S' \rightarrow S} + \vec{\omega} \times \vec{v}_{S' \rightarrow S} + \vec{\omega} \times (\vec{v}_{S' \rightarrow S} + \vec{\omega} \times \vec{r}) = \\
 &= \vec{a}_{S' \rightarrow S} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{S' \rightarrow S} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) .
 \end{aligned}$$

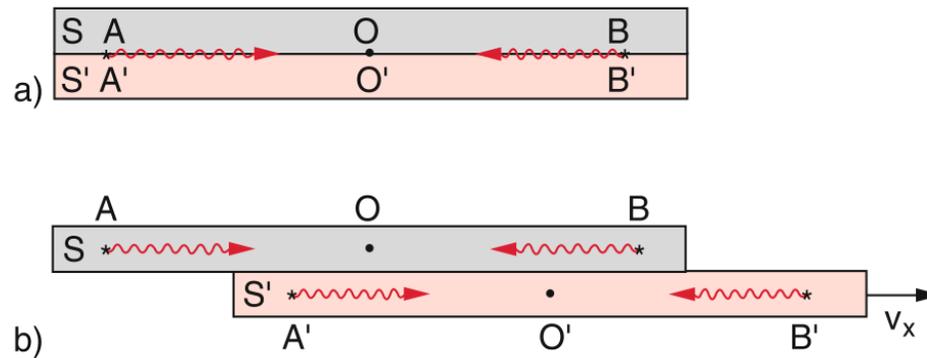
Umgekehrt findet man: Wenn ein ruhender Beobachter (d.h. in  $S$ ) eine Beschleunigung  $\vec{a}$  misst, dann misst der rotierende Beobachter in  $S'$  die Beschleunigung

$$\vec{a}' = \vec{a} + 2\vec{v}' \times \vec{\omega} + \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega}) . \tag{7}$$

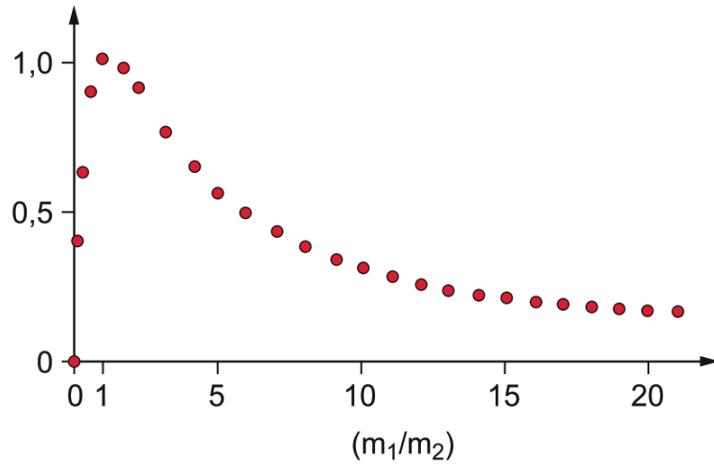
Insbesondere führt eine Bewegung in  $S'$  mit Geschwindigkeit  $\vec{v}'$  zu zwei Scheinkräften (bzw. -beschleunigungen), der Coriolisbeschleunigung  $\vec{a}_C = 2\vec{v}' \times \vec{\omega}$  und der Zentrifugalbeschleunigung  $\vec{a}_{Zf} = \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega})$ .



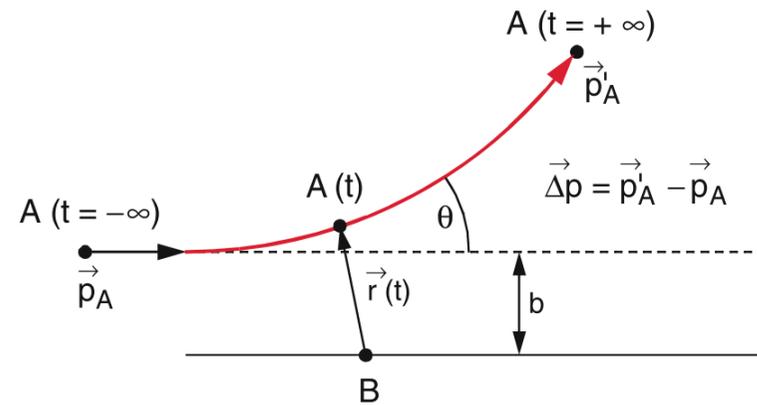
**Abbildung 3.16** Experimentelle Möglichkeit zur Messung der Lichtgeschwindigkeit  $c$  an 2 verschiedenen Tagen im Abstand eines halben Jahres, an denen die Relativgeschwindigkeit  $u$  der Erde gegen die Lichtquelle umgekehrtes Vorzeichen hat



**Abbildung 3.17** Zur Verdeutlichung des Problems der Gleichzeitigkeit von Ereignissen in zwei verschiedenen Raumpunkten  $A$  und  $B$  bzw.  $A'$  und  $B'$  in zwei ruhenden (a) und in zwei sich gegeneinander bewegend Systemen (b)



**Abbildung 4.10** Maximaler Energieübertrag  $\Delta E = E_1 - E_1'$  beim kollinearen elastischen Stoß eines Teilchens der Masse  $m_1$  auf ein ruhendes Teilchen der Masse  $m_2$  als Funktion des Massenverhältnisses  $m_1/m_2$

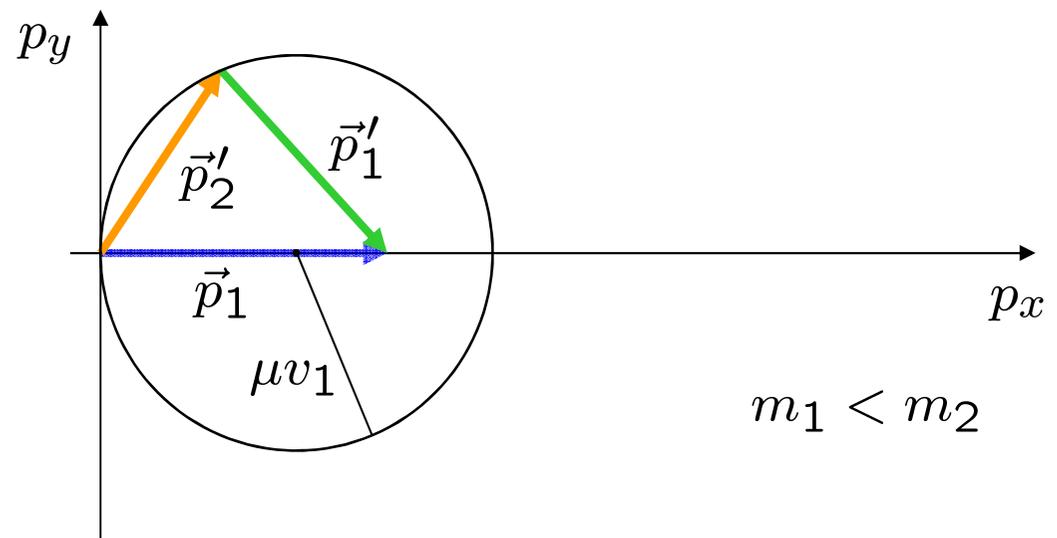
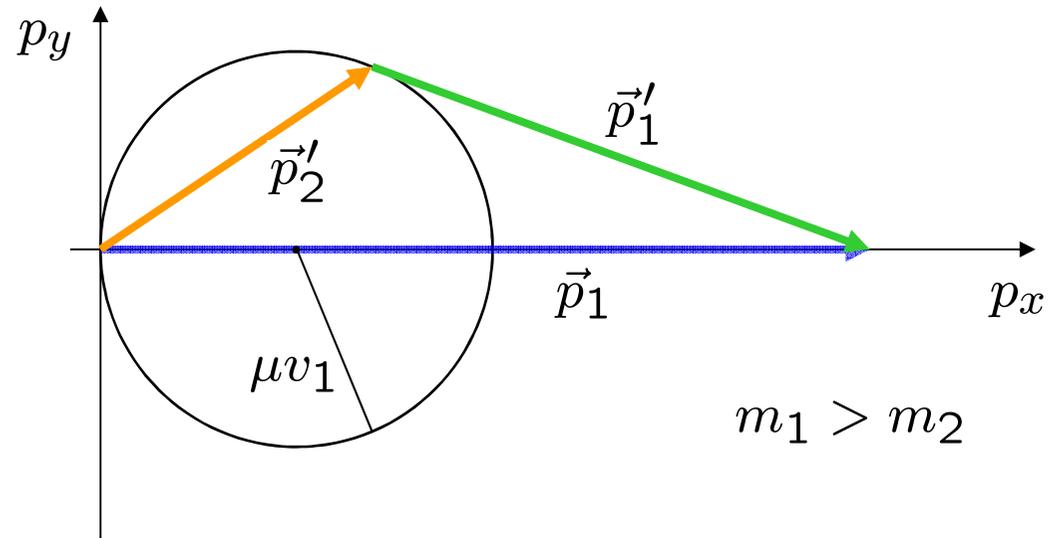


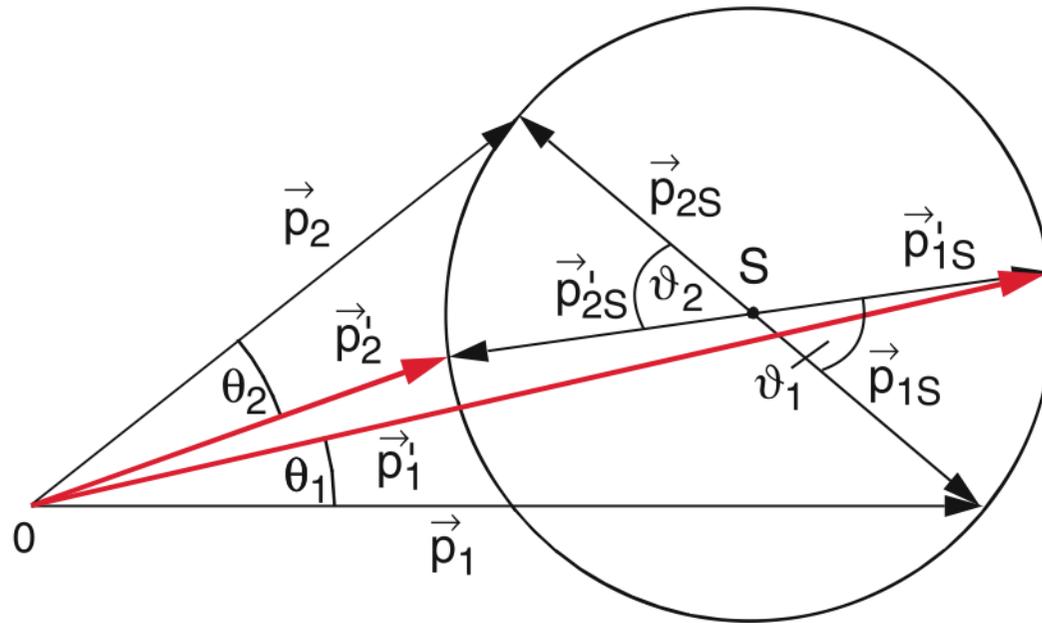
**Abbildung 4.19** Zur Definition des Stoßparameters

# Impulsdiagramme

Bewegung in x-y-Ebene

$$\vec{p}_2 = 0, p_{1y} = 0$$





**Abbildung 4.14** Im Schwerpunktsystem wird ein elastischer Stoß durch reine Drehung der Impulsvektoren dargestellt

# Zusammenfassung Stöße

	<b>Impulserhaltung</b>	<b>Energieerhaltung</b>
<b>elastisch</b>	immer	$E_{\text{kin}}$ erhalten, $U = 0$
<b>inelastisch</b>	immer	$E_{\text{ges}}$ erhalten, Umwandlung $E_{\text{kin}} \leftrightarrow E_{\text{innen}}$ , $U \neq 0$

**elastisch:** im Ruhesystem von  $m_2$  vor dem Stoß: Impulsdigramm, s.o.

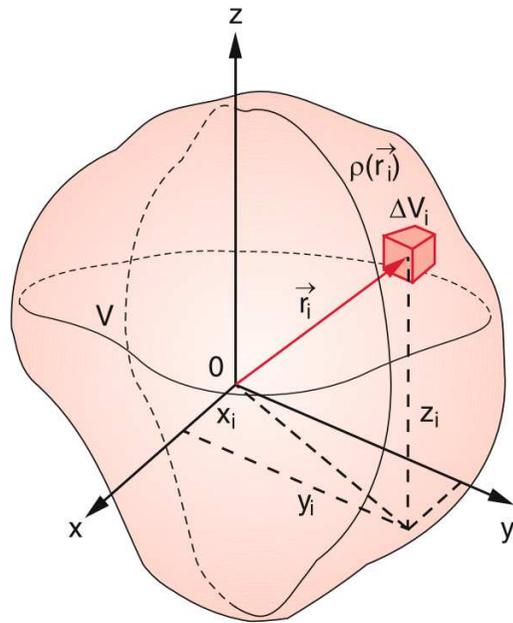
im Schwerpunktsystem:  $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$  ,  $\vec{p}'_1 = -\vec{p}'_2$   
 alle Beträge gleich  $\rightarrow$  nur Drehung im Impulsraum

**inelastisch:** Grenzfall vollkommen inelastisch,  $\vec{v}'_{1,2} = \vec{v}_s$

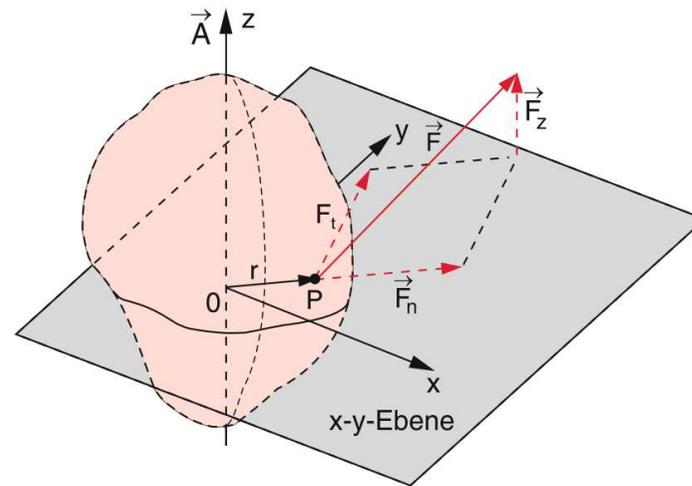
$\rightarrow U_{\text{max}} = -\tilde{E}_{\text{kin}}$  ( $E_{\text{kin}}$  der Relativbewegung)

$\rightarrow \tilde{E}'_{\text{kin}} \geq \frac{M}{2}v_s^2$  bleibt als kin. Energie erhalten

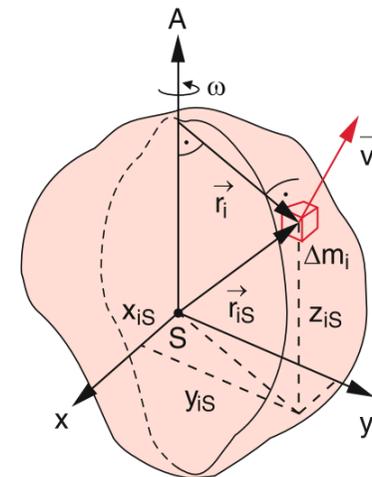
$\rightarrow \tilde{E}'_{\text{kin}} = 0$  nur wenn  $v_s = 0$



**Abbildung 5.1** Zerlegung eines ausgedehnten Körpers in kleine Volumenelemente  $\Delta V_i$

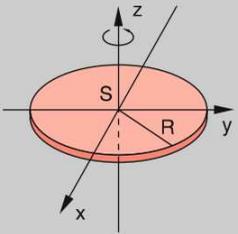
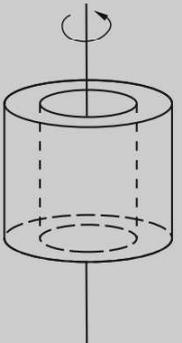
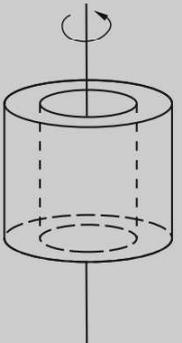
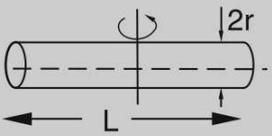
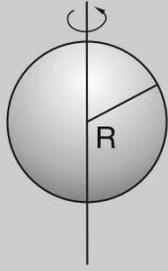
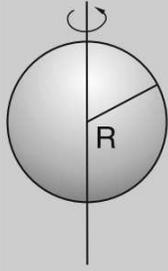
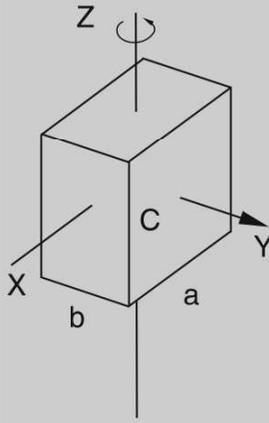
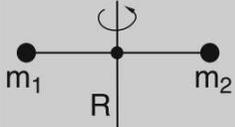


**Abbildung 5.7** Rotation eines Körpers um eine starre Achse  $A$  unter dem Einfluss einer im Punkt  $P$  angreifenden Kraft  $F$ . Zerlegung der Projektion von  $F$  auf die  $x$ - $y$ -Ebene in eine Normal- und eine Tangentialkomponente



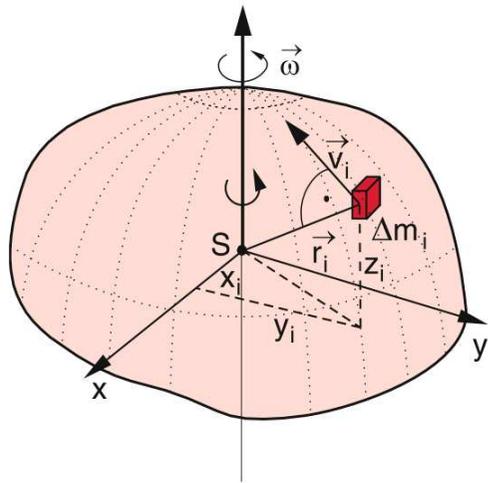
**Abbildung 5.10** Zur Definition des Trägheitsmomentes

**Tabelle 5.1** Trägheitsmomente einiger symmetrischer Körper bei Rotation um eine Symmetrieachse

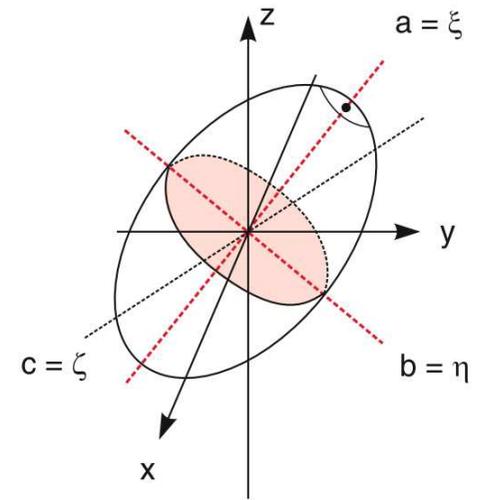
Figur	Körper	Trägheitsmoment
	Dünne Scheibe	$\frac{1}{2}MR^2$
	Dünnwandiger Hohlzylinder	$MR^2$
	Vollzylinder	$\frac{1}{2}MR^2$
	Dünne Stange $L \gg r$	$\frac{1}{12}ML^2$
	Homogene Vollkugel	$\frac{2}{5}MR^2$
	Dünnwandige Hohlkugel	$\frac{2}{3}MR^2$
	Quader	$I_x = \frac{1}{12}M(b^2 + c^2)$ $I_y = \frac{1}{12}M(a^2 + c^2)$ $I_z = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$
	Zweiatomiges Molekül	$I = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot R^2$

**Tabelle 5.2** Vergleich entsprechender Größen bei Translation und Rotation

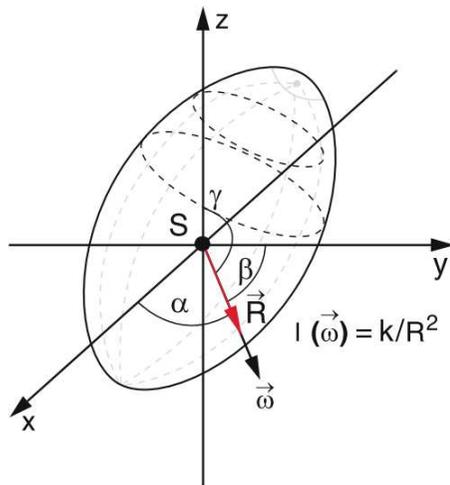
Translation	Rotation
Länge $L$	Winkel $\varphi$
Masse $m$	Trägheitsmoment $I$
Geschwindigkeit $v$	Winkelgeschwindigkeit $\omega$
Impuls $p = m \cdot v$	Drehimpuls $L = I \cdot \omega$
Kraft $F$	Drehmoment $D = r \times F$
$F = \frac{dp}{dt}$	$D = \frac{dL}{dt}$
$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2} v^2$	$E_{\text{rot}} = \frac{I}{2} \omega^2$
Rückstellkraft	Rückstell-Drehmoment
$F = -D \cdot x$	$D = -D_r \cdot \varphi$
Schwingungsdauer einer linearen Schwingung	Schwingungsdauer einer Torsionsschwingung
$T = 2\pi \sqrt{m/D}$	$T = 2\pi \sqrt{I/D_r}$



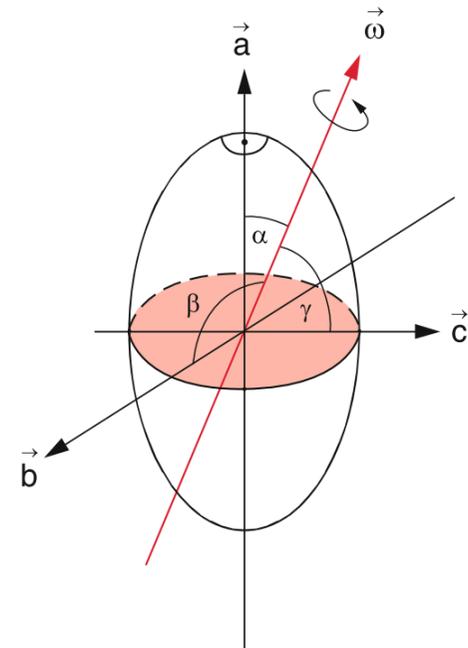
**Abbildung 5.21** Rotation eines Körpers um eine beliebige Achse durch den Schwerpunkt



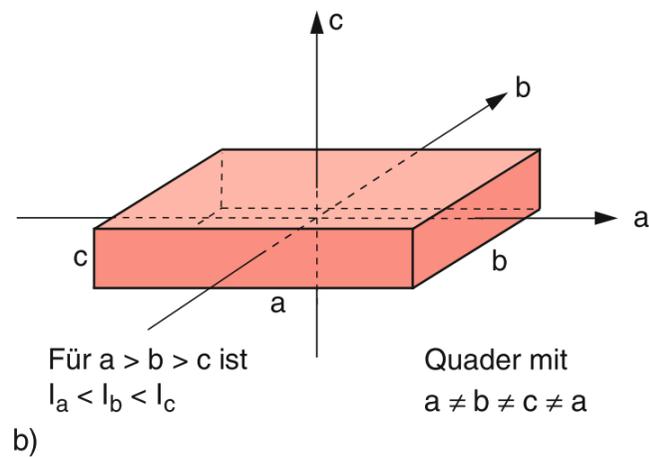
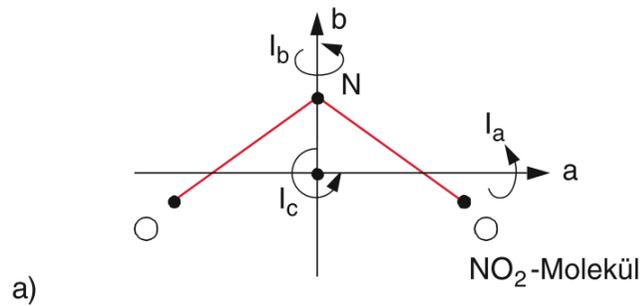
**Abbildung 5.23** Zur Definition der Hauptträgheitsachsen



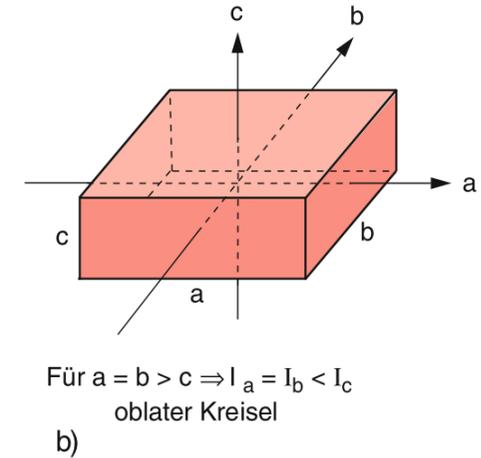
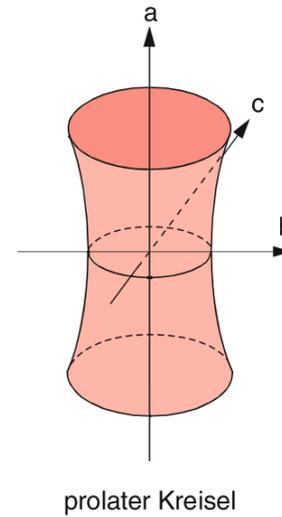
**Abbildung 5.22** Trägheitsellipsoid



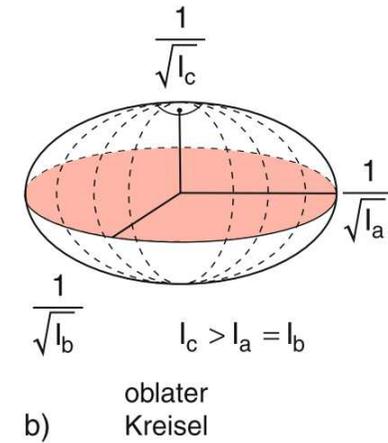
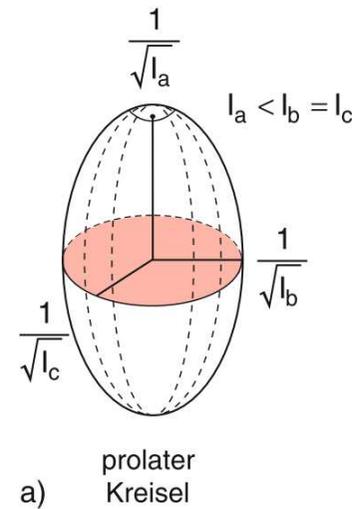
**Abbildung 5.24** Trägheitsmoment um eine beliebige Achse



**Abbildung 5.25** Beispiele für asymmetrische Kreisel



**Abbildung 5.26** Beispiele für symmetrische Kreisel: **a** Prolater und **b** oblater symmetrischer Kreisel



**Abbildung 5.27** Trägheitsellipsoide des **a** prolateren und **b** oblateren symmetrischen Kreisels