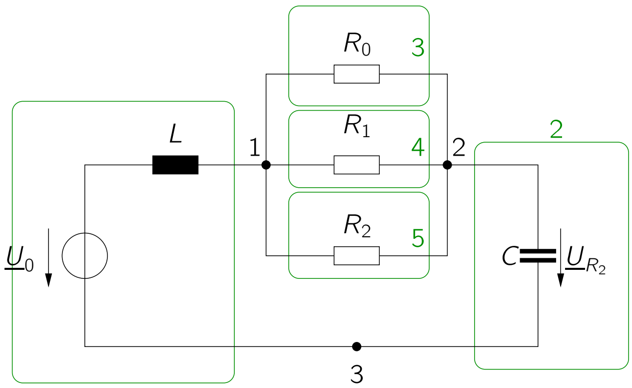
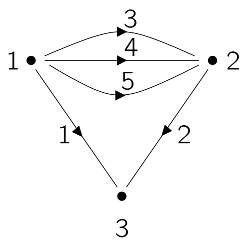
Aufgabe 1

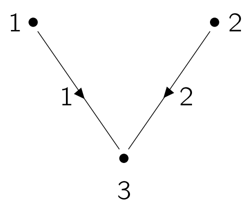
a) Graph, Baum und Co-Baum.



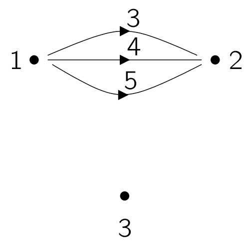
Netzwerk mit nummerierten Knoten und Zweigen.



Graph.



Baum.



Co-Baum.

Hinweis: Es gibt verschiedene Lösungsmöglichkeiten dieser Aufgabe.

b) Allgemeine Knoteninzidenzmatrix.

$$\mathbf{A_a} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

c) Wähle Knoten 3 als Bezugsknoten.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

d) Zweigadmittanzen $\mathbf{Y}$, Stromquellen $\mathbf{I}_\mathrm{g}$, Spannungsquellen $\mathbf{U}_\mathrm{g}$.

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{j}\,\omega C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_2} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{I}}_\mathrm{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\mathbf{U}}_\mathrm{g} = \begin{pmatrix} -\underline{U}_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

e) Berechnung von $\underline{\mathbf{Y}}_\mathrm{n}$ und $\underline{\mathbf{I}}_\mathrm{qn}$.

$$\underline{\mathbf{Y}}_\mathrm{n} = \mathbf{A}\,\underline{\mathbf{Y}}\,\mathbf{A}^\mathrm{T} = \ldots = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_0} + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega L} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_0} + \mathrm{j}\,\omega C + \frac{1}{R_1} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{I}}_\mathrm{qn} = \mathbf{A}(\underline{\mathbf{I}}_\mathrm{g} - \underline{\mathbf{Y}}\,\underline{\mathbf{U}}_\mathrm{g}) = \ldots = \begin{pmatrix} \frac{\underline{U}_0}{\mathrm{j}\,\omega L} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_\mathrm{n} = \begin{pmatrix} \underline{U}_\mathrm{n1} \\ \underline{U}_\mathrm{n2} \end{pmatrix}$$

f) Cramersche Regel
Anmerkung: Gemeint war die Spannung $\underline{U}_{R_2}$ über dem Kondensator C und nicht über dem Widerstand R_2 (Fehler in Aufgabenstellung).

$$\underline{U}_{R_2} = \underline{U}_\mathrm{n2} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{R_0} + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega L} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} & \frac{\underline{U}_0}{\mathrm{j}\,\omega L} \\ -\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_0} & 0 \end{vmatrix}}{\det \underline{\mathbf{Y}}_\mathrm{n}}$$

$$= \frac{\frac{\underline{U}_0}{\mathrm{j}\,\omega L}\left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}{\left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega L} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_0} + \mathrm{j}\,\omega C + \frac{1}{R_1}\right) - \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^2}$$

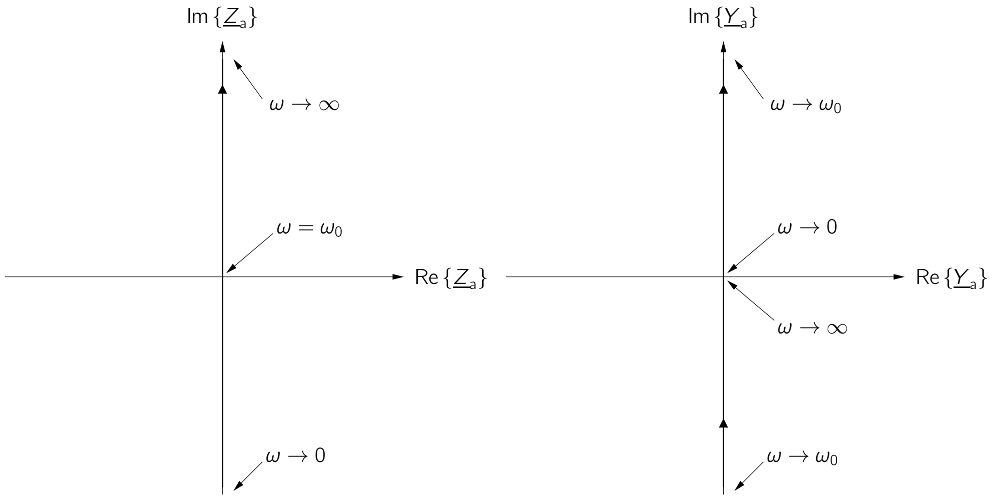
Aufgabe 2

a) Impedanz

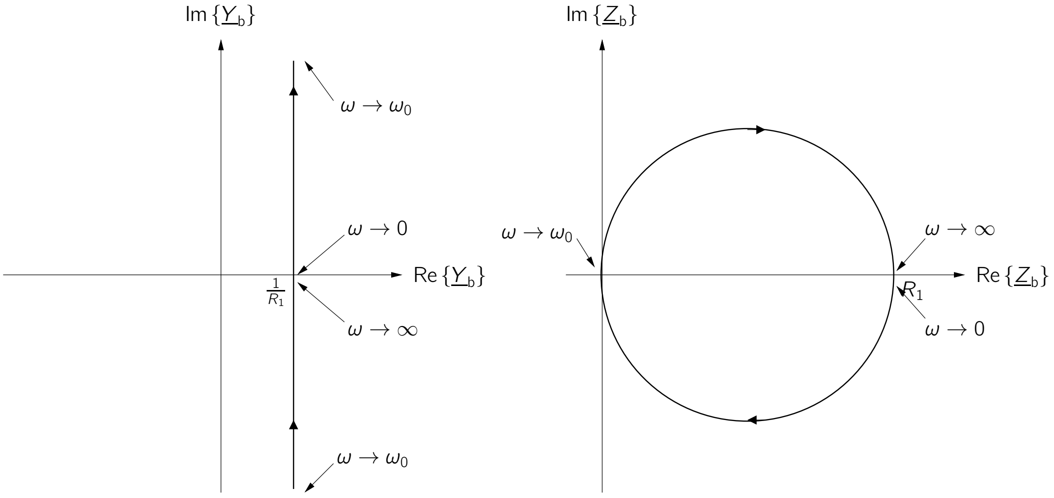
$$\underline{Z}_1 = R_2 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega C}}}$$

b) Konstruktion der Ortskurve

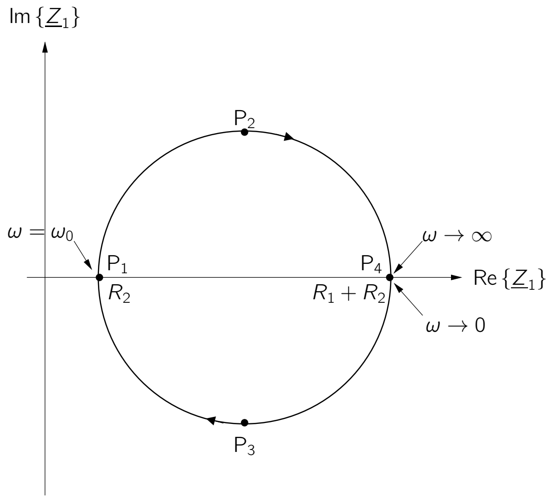
$$\underline{Z}_\mathrm{a} = \mathrm{j}\,\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega C} = \mathrm{j}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$
$$\underline{Y}_\mathrm{a} = \frac{1}{\underline{Z}_\mathrm{a}}$$
$$\underline{Y}_\mathrm{b} = \frac{1}{R_1} + \underline{Y}_\mathrm{a}$$
$$\underline{Z}_\mathrm{b} = \frac{1}{\underline{Y}_\mathrm{b}}$$
$$\underline{Z}_1 = R_2 + \underline{Z}_\mathrm{b}$$



Ortskurven für $\underline{Z}_\mathrm{a}$ und $\underline{Y}_\mathrm{a}$.



Ortskurven für $\underline{Y}_\mathrm{b}$ und $\underline{Z}_\mathrm{b}$.



Ortskurve für $\underline{Z}_1$.

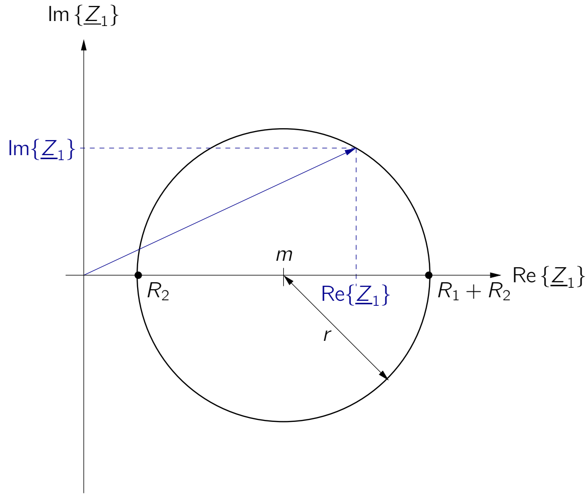
c) Charakteristische Punkte:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{P}_1\text{: Minimum Realteil} &&\Rightarrow \quad \underline{Z}_1 = R_2,\\
&\mathrm{P}_2\text{: Maximum Imaginärteil} &&\Rightarrow \quad \underline{Z}_1 = R_2 + \frac{1}{2}R_1 + \mathrm{j}\,\frac{1}{2}R_1,\\
&\mathrm{P}_3\text{: Minimum Imaginärteil} &&\Rightarrow \quad \underline{Z}_1 = R_2 + \frac{1}{2}R_1 - \mathrm{j}\,\frac{1}{2}R_1,\\
&\mathrm{P}_4\text{: Maximum Realteil} &&\Rightarrow \quad \underline{Z}_1 = R_1 + R_2
\end{aligned}$$

mit Minimum des Realteils (P_1) bei

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

d) Funktion aufstellen



Eine Admittanz $\underline{Z}_1$, welche auf der Ortskurve liegt, erfüllt die Kreisgleichung

$$(\mathrm{Re}\{\underline{Z}_1\} - m)^2 + (\mathrm{Im}\{\underline{Z}_1\})^2 = r^2$$

$$\left(\mathrm{Re}\{\underline{Z}_1\} - \left(R_2 + \frac{R_1}{2}\right)\right)^2 + (\mathrm{Im}\{\underline{Z}_1\})^2 = \left(\frac{R_1}{2}\right)^2$$

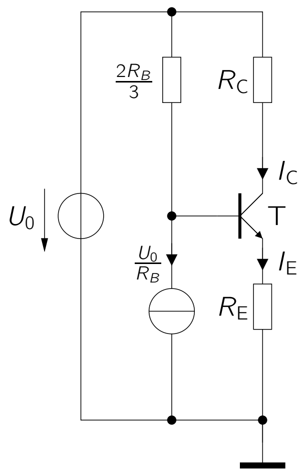
$$\underbrace{(\mathrm{Im}\{\underline{Z}_1\})^2 + (\mathrm{Re}\{\underline{Z}_1\})^2}_{|\underline{Z}_1|^2} - 2\left(R_2 + \frac{R_1}{2}\right)\mathrm{Re}\{\underline{Z}_1\} + \left(R_2 + \frac{R_1}{2}\right)^2 = \frac{R_1^2}{4}$$

$$\Rightarrow |\underline{Z}_1| = \sqrt{2\left(R_2 + \frac{R_1}{2}\right)\mathrm{Re}\{\underline{Z}_1\} + \frac{R_1^2}{4} - \left(R_2 + \frac{R_1}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(2R_2 + R_1)\,\mathrm{Re}\{\underline{Z}_1\} - R_2^2 - R_2\,R_1}$$

Aufgabe 3

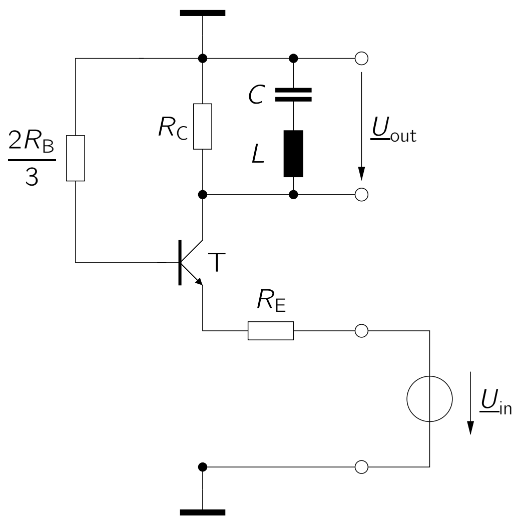
a) Gleichstrom-Ersatzschaltbild.



b) Dimensionierung:

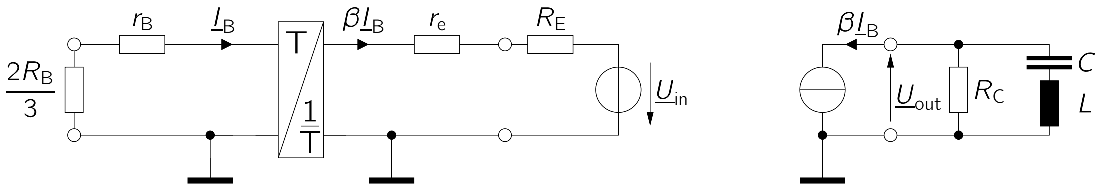
$$
\begin{aligned}
I_C &= \frac{U_0}{3\,R_C} \\
I_E &\approx I_C,\ \text{da } I_B \ll I_C \\
U_{R_B} &\approx \frac{2R_B}{3}\,\frac{U_0}{R_B} = \frac{2U_0}{3} \\
U_{R_E} &= R_E\,I_E \approx \frac{U_0}{3}\,\frac{R_E}{R_C} \\
U_0 &\approx \frac{2}{3}U_0 + U_{BE,0} + \frac{U_0}{3}\,\frac{R_E}{R_C} \\
\Leftrightarrow \quad \frac{R_E}{R_C} &= 1 - 3\frac{U_{BE,0}}{U_0}
\end{aligned}
$$

c) Wechselstrom-Ersatzschaltbild.

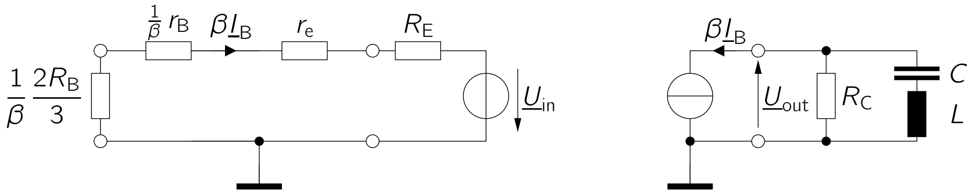


d) Berechnung der Spannungsübertragungsfunktion $\underline{V}_\mathrm{u}$.

Durch Verwendung des T-Operator-Ersatzschaltbildes lässt sich das Wechselstrom-Ersatzschaltbild wie folgt darstellen.



Nach der Transformation mithilfe des T-Operators ergibt sich:



$$\beta\underline{I}_\mathrm{B} = -\frac{\underline{U}_\mathrm{in}}{\frac{1}{\beta}\left(r_\mathrm{B} + \frac{2}{3}R_\mathrm{B}\right) + r_\mathrm{e} + R_\mathrm{E}}$$

$$\underline{U}_\mathrm{out} = \left(R_\mathrm{C} \parallel \left(\frac{1}{\mathrm{j}\,\omega C} + \mathrm{j}\,\omega L\right)\right)\beta\underline{I}_\mathrm{B} = \left(\frac{1}{R_\mathrm{C}} + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega C}}\right)^{-1}\beta\underline{I}_\mathrm{B}$$

$$\underline{V}_\mathrm{u} = \frac{\underline{U}_\mathrm{out}}{\underline{U}_\mathrm{in}} = -\frac{1}{\left(\frac{1}{R_C} - \frac{j}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}\right)\left(r_e + R_E + \frac{2}{3\beta}R_B + \frac{r_B}{\beta}\right)}$$

$$\underline{V}_\mathrm{u} = \frac{R_C\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + j\,R_C^2\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{\left(r_e + R_E + \frac{2}{3B}R_B + \frac{r_B}{B}\right)\left(\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R_C^2\right)}$$

e) Bei der Resonanzfrequenz gilt

$$|\underline{V}_\mathrm{u}| = 0$$
$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\,\pi\sqrt{LC}}$$

f) normal-aktiv

Zu jedem Zeitpunkt t muss gelten:

$$u_\mathrm{bc}(t) = u_{R_C}(t) - u_{R_B}(t) \leq 0$$
$$\Leftrightarrow \quad u_{R_C}(t) \leq u_{R_B}(t)$$

Es gilt :

$$u_{R_B}(t) = \frac{2}{3} U_0$$

Sowie (Phasorrechnung):

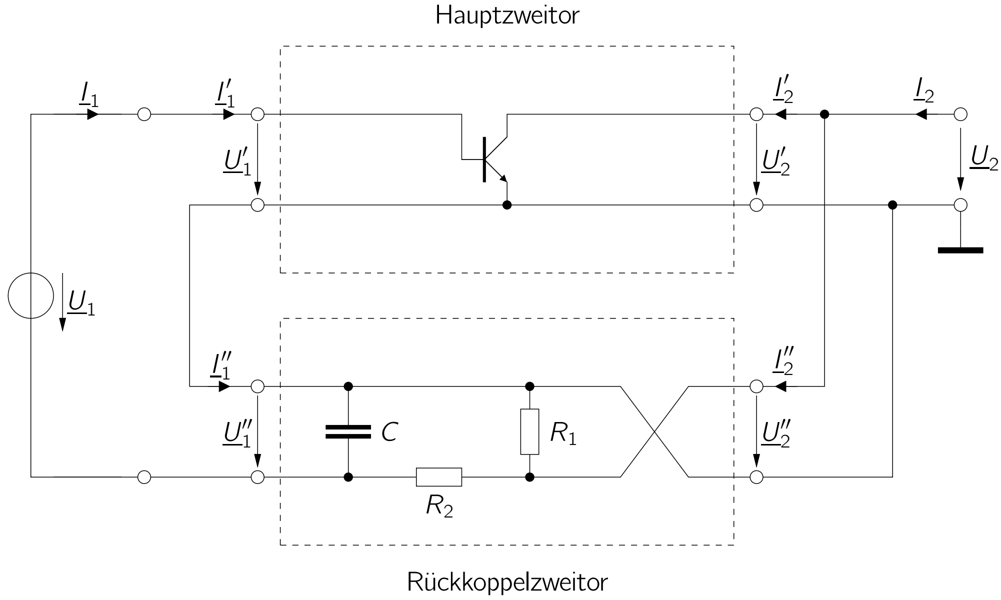
$$u_{R_C}(t) = \frac{1}{3} U_0 + \mathrm{Re}\left\{ \underline{U}_{\mathrm{out}} \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega t} \right\} \leq \frac{1}{3} U_0 + |\underline{U}_{\mathrm{out}}|$$

Mit $u_{R_C}(t) \leq u_{R_B}(t)$ folgt:

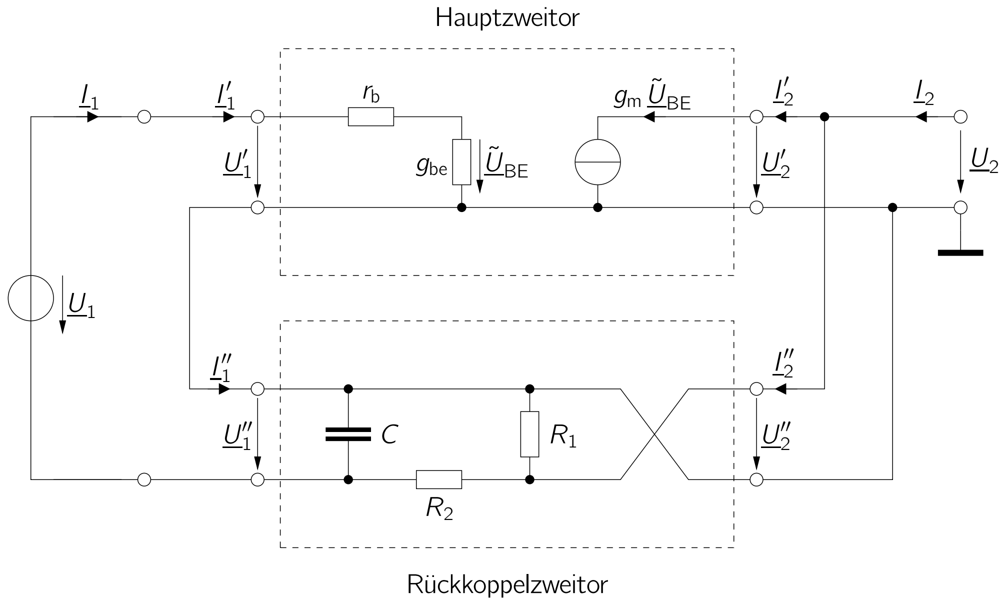
$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} U_0 + |\underline{U}_{out}| \leq \frac{2}{3} U_0 \\ \Leftrightarrow \quad & |\underline{U}_{\mathrm{in}}| \leq \frac{1}{3} \, \frac{1}{|\underline{V}_{\mathrm{u}}|} \, U_0 = \frac{\left(r_e + R_E + \frac{2}{3B} \, R_B + \frac{r_B}{B}\right) \left(\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R_C^2\right) \, U_0}{3 \sqrt{\left(R_C \, \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right)^2 + \left(R_C^2 \, \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right)^2}} \end{aligned}$$

Aufgabe 4

a) Darstellung als Haupt- und Rückkoppelzweitor.



b) Kleinsignalersatzschaltbild.



c) i) Serien-Parallel-Kopplung.

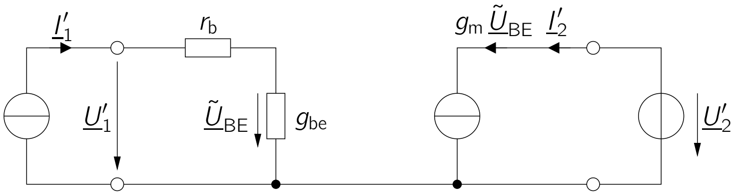
ii) Verwende $\underline{\mathbf{H}}$-Matrizen, da

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{U}'_1 \\ \underline{I}'_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{U}''_1 \\ \underline{I}''_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{H}}' \begin{pmatrix} \underline{I}'_1 \\ \underline{U}'_2 \end{pmatrix} + \underline{\mathbf{H}}'' \begin{pmatrix} \underline{I}''_1 \\ \underline{U}''_2 \end{pmatrix} = (\underline{\mathbf{H}}' + \underline{\mathbf{H}}'') \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{H}} \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}.$$

$\Rightarrow$ $\underline{\mathbf{H}}$-Matrizen von Haupt- und Rückkoppelzweitor können addiert werden.

d) Zweitorparameter.

Für Hauptzweitor:



$$\underline{H}_{11}' = \left.\frac{\underline{U}_1'}{\underline{I}_1'}\right|_{\underline{U}_2'=0} = r_\mathrm{b} + \frac{1}{g_\mathrm{be}}$$

$$\underline{H}_{12}' = \left.\frac{\underline{U}_1'}{\underline{U}_2'}\right|_{\underline{I}_1'=0} = 0$$

$$\underline{H}_{21}' = \left.\frac{\underline{I}_2'}{\underline{I}_1'}\right|_{\underline{U}_2'=0} = \frac{g_\mathrm{m}}{g_\mathrm{be}}$$

$$\underline{H}_{22}' = \left.\frac{\underline{I}_2'}{\underline{U}_2'}\right|_{\underline{I}_1'=0} = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\mathbf{H}}' = \begin{pmatrix} r_\mathrm{b} + \frac{1}{g_\mathrm{be}} & 0 \\ \frac{g_\mathrm{m}}{g_\mathrm{be}} & 0 \end{pmatrix}$$

Für Rückkoppelzweitor:

$$\underline{H}_{11}'' = \left.\frac{\underline{U}_1''}{\underline{I}_1''}\right|_{\underline{U}_2''=0} = \frac{R_2}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C}$$

$$\underline{H}_{12}'' = \left.\frac{\underline{U}_1''}{\underline{U}_2''}\right|_{\underline{I}_1''=0} = -\frac{1}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C}$$

$$\underline{H}_{21}'' = \left.\frac{\underline{I}_2''}{\underline{I}_1''}\right|_{\underline{U}_2''=0} = \frac{1}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C}$$

$$\underline{H}_{22}'' = \left.\frac{\underline{I}_2''}{\underline{U}_2''}\right|_{\underline{I}_1''=0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega C}}$$

$$\Rightarrow \underline{\mathbf{H}}'' = \begin{pmatrix} \frac{R_2}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C} & -\frac{1}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C} \\ \frac{1}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2+\frac{1}{\mathrm{j}\,\omega C}} \end{pmatrix}$$

Gesamtmatrix:

$$\Rightarrow \underline{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} r_\mathrm{b} + \frac{1}{g_\mathrm{be}} + \frac{R_2}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C} & -\frac{1}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C} \\ \frac{g_\mathrm{m}}{g_\mathrm{be}} + \frac{1}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2+\frac{1}{\mathrm{j}\,\omega C}} \end{pmatrix}$$

e) Es gilt

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}.$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{H}}^{-\mathbf{1}} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

Spannungsverstärkung

$$\underline{V}_{\mathrm{u}} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{I}_2=0} = \underline{H}_{21}^{-1} = \frac{-\underline{H}_{21}}{\det(\underline{\mathbf{H}})}$$

$$= -\frac{\frac{g_{\mathrm{m}}}{g_{\mathrm{be}}} + \frac{1}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C}}{\left(r_{\mathrm{b}} + \frac{1}{g_{\mathrm{be}}} + \frac{R_2}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C}\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega C}}\right) + \frac{1}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C}\left(\frac{g_{\mathrm{m}}}{g_{\mathrm{be}}} + \frac{1}{1+\mathrm{j}\,\omega R_2 C}\right)}$$

Aufgabe 5

a) Berechnung der Wirkungsfunktion.

$$\underline{U}_1 = (\underline{I}_1 + g_\mathrm{m}\,\underline{U}_2)\,\frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{sC_1}+\frac{1}{sC_2}} + \frac{1}{sL}}$$

$$\underline{U}_2 = \frac{\frac{1}{sC_2}}{\frac{1}{sC_1}+\frac{1}{sC_2}}\underline{U}_1 = \frac{C_1}{C_1+C_2}\underline{U}_1$$

$$\Rightarrow \quad \underline{Z}_1(s) = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{sRL\,(C_1+C_2)}{s^2\,C_1\,C_2\,R\,L + s\,\left(L\,(C_1+C_2) - g_m\,C_1\,R\,L\right) + R\,(C_1+C_2)}$$

b) Die Funktion $\underline{Z}_2(s)$ würde sich ebenfalls zur Analyse der Stabilität der Gesamtschaltung eignen, da es sich um eine Wirkungsfunktion mit gleicher Ursache wie $\underline{Z}_1$ handelt und sie damit über dieselben Polstellen verfügt.

c) Polstellen

$$0 = s^2\,C_1\,C_2\,R\,L + s\,\left(L\,(C_1+C_2) - g_m\,C_1\,R\,L\right) + R\,(C_1+C_2)$$

$$\Leftrightarrow s_{1,2} = \frac{g_mC_1R-(C_1+C_2)}{2C_1C_2R} \pm \sqrt{\left(\frac{g_mC_1R-(C_1+C_2)}{4C_1C_2R}\right)^2 - \frac{C_1+C_2}{C_1C_2L}}$$

Bedingungen für harmonische abklingende Oszillation

$$C_1 + C_2 > g_mC_1R$$

$$\left(\frac{g_mC_1R-(C_1+C_2)}{4C_1C_2R}\right)^2 < \frac{C_1+C_2}{C_1C_2L}$$

d) Schwingfrequenz

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_1+C_2}{C_1C_2L} - \left(\frac{g_mC_1R-(C_1+C_2)}{4C_1C_2R}\right)^2}$$

e) Heavisidescher Entwicklungssatz

$$u_1(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\underline{U}_1(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\underline{Z}_1(s)\,\underline{I}_1(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\underline{Z}_1(s)\,\mathcal{L}\left\{i_1(t)\right\}\right\} \overset{\mathcal{L}\{i_1(t)\}=1}{=} \mathcal{L}^{-1}\left\{\underline{F}(s)\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{1} \frac{\underline{Z}_(s)}{\underline{N}'(s)}\,\mathrm{e}^{st}\Bigg|_{s=s_i}$$

mit

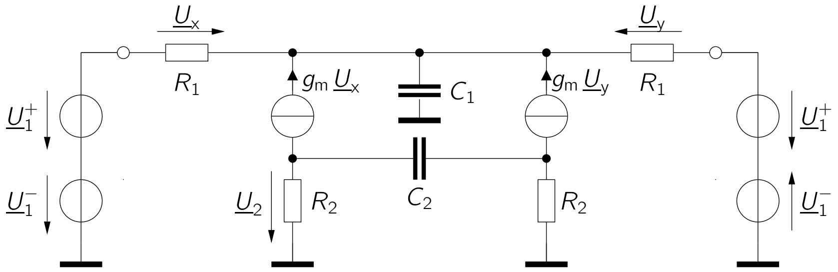
$$\begin{aligned}
\underline{Z}(s) &= sRL\,(C_1 + C_2) \\
\underline{N}(s) &= s^2\,C_1\,C_2\,R\,L + s\;(L\;(C_1 + C_2) - g_m\,C_1\,R\,L) + R\,(C_1 + C_2) \\
\Rightarrow \underline{N}'(s) &= 2sC_1C_2RL + L\,(C_1 + C_2) - g_mC_1RL
\end{aligned}$$

Also:

$$u_1(t) = \frac{s_1RL\,(C_1 + C_2)}{2s_1C_1C_2RL + L\,(C_1 + C_2) - g_mC_1RL}\;\mathrm{e}^{s_1t} + \frac{s_2RL\,(C_1 + C_2)}{2s_2C_1C_2RL + L\,(C_1 + C_2) - g_mC_1RL}\;\mathrm{e}^{s_2t}$$

Aufgabe 6

a) Ansteuerung als Überlagerung von Gleich- und Gegentaktquellen:

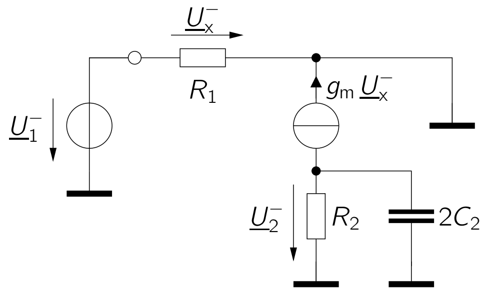


Es gilt

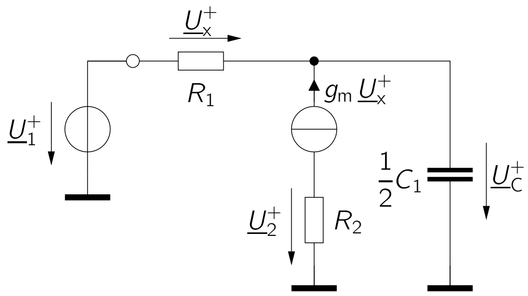
$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_1^+ + \underline{U}_1^- \\ \wedge \quad 0 &= \underline{U}_1^+ - \underline{U}_1^- \\ \Rightarrow \quad \underline{U}_1^+ &= \underline{U}_1^- = \frac{1}{2}\underline{U}_1 \end{aligned}$$

b) Einphasige Ersatzschaltbilder

Gegentakt:



Gleichtakt:



c) Berechnung von $\underline{U}_2$.

Gegentakt:

$$\begin{aligned}
\underline{U}_\mathrm{x}^- &= \underline{U}_1^- \\
\underline{U}_2^- &= -\frac{g_m \underline{U}_x^- \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + 2\,\mathrm{j}\,\omega C_2} R_2
\end{aligned}$$

Gleichtakt:

$$\begin{aligned}
\underline{U}_\mathrm{C}^+ &= \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega \frac{1}{2} C_1}\left(g_\mathrm{m}\,\underline{U}_\mathrm{x}^+ + \frac{\underline{U}_\mathrm{x}^+}{R_1}\right) = \frac{2}{\mathrm{j}\,\omega C_1}\left(g_\mathrm{m} + \frac{1}{R_1}\right)\underline{U}_\mathrm{x}^+ \\
\underline{U}_\mathrm{C}^+ &= \underline{U}_1^+ - \underline{U}_\mathrm{x}^+ \\
\Rightarrow \quad \frac{\underline{U}_1^+}{\underline{U}_\mathrm{x}^+} &= \frac{2}{\mathrm{j}\,\omega C_1}\left(g_\mathrm{m} + \frac{1}{R_1}\right) + 1 \\
\underline{U}_2^+ &= -R_2\,g_\mathrm{m}\,\underline{U}_\mathrm{x}^+ = -\frac{R_2\,g_\mathrm{m}}{\frac{2}{\mathrm{j}\,\omega C_1}\left(g_\mathrm{m} + \frac{1}{R_1}\right) + 1}\underline{U}_1^+
\end{aligned}$$

Gesamtergebnis:

$$\begin{aligned}
\underline{U}_2 = \underline{U}_2^+ + \underline{U}_2^- &= -\frac{R_2\,g_\mathrm{m}}{\frac{2}{\mathrm{j}\,\omega C_1}\left(g_\mathrm{m} + \frac{1}{R_1}\right) + 1}\underline{U}_1^+ - \frac{g_m \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + 2\,\mathrm{j}\,\omega C_2} R_2 \underline{U}_1^- \\
&= -\frac{1}{2} U_1 \left(\frac{R_2 g_m\,\mathrm{j}\,\omega C_1}{\mathrm{j}\,\omega C_1 + 2\left(\frac{1}{R_1} + g_m\right)} + \frac{g_m}{\frac{1}{R_1} + 2\,\mathrm{j}\,\omega C_2}\right)
\end{aligned}$$

d) Gegentakt- / Gleichtaktunterdrückung

Gegentaktübertragungsfunktion

$$\underline{V}_u^- = -\frac{1}{2}\frac{g_m}{\frac{1}{R_2} + 2\,\mathrm{j}\,\omega C_2}$$

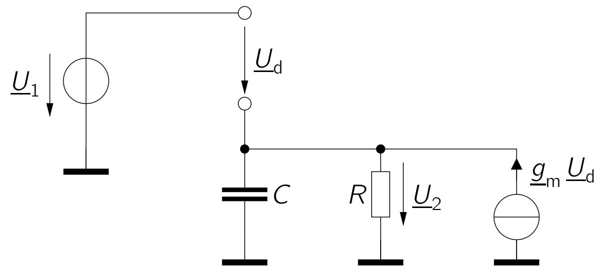
Gleichtaktübertragungsfunktion

$$\underline{V}_u^+ = \frac{\underline{U}_2^+}{\underline{U}_1} = \frac{1}{2}\,\frac{R_2\,g_\mathrm{m}}{\frac{2}{\mathrm{j}\,\omega C_1}\left(g_\mathrm{m} + \frac{1}{R_1}\right) + 1}$$

Bei niedrigen Frequenzen ($\omega \to 0$) geht die Gleichtaktübertragungsfunktion $\underline{V}_\mathrm{u}^+$ gegen null, sodass der Gleichtakt unterdrückt wird. Bei hohen Frequenzen ($\omega \to \infty$) geht die Gleichtaktübertragungsfunktion gegen $\frac{1}{2} R_2 g_\mathrm{m}$, während die Gegentaktübertragungsfunktion $\underline{V}_\mathrm{u}^-$ gegen null geht, d.h. dann wird der Gegentakt unterdrückt.

Aufgabe 7

a) Bestimmung des Frequenzgangs.



$$\begin{aligned} & \underline{U}_\mathrm{d} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 \\ \Rightarrow \quad & \underline{U}_2 = \left(R \parallel \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega C}\right) \underline{g}_\mathrm{m}\,\underline{U}_\mathrm{d} = \frac{R}{1+\mathrm{j}\,\omega RC}\,\underline{g}_\mathrm{m}(\underline{U}_1 - \underline{U}_2) \\ \Rightarrow \quad & \underline{F} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{1+\frac{1+\mathrm{j}\,\omega RC}{R\,\underline{g}_\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

b) Grenzwert

$$\underline{F} \xrightarrow{|\underline{g}_\mathrm{m}|\to\infty} 1$$

c) Identifikation mit Regelschleifendarstellung.

$$\begin{aligned} \underline{F} &= \frac{\underline{F}_\mathrm{a}}{1+\underline{F}_\mathrm{a}\,\underline{F}_2} \\ &= \frac{g_m}{\frac{1}{R} + \mathrm{j}\,\omega C + g_m} \\ &= \frac{Rg_m}{1+Rg_m+\mathrm{j}\,\omega RC} \end{aligned}$$

Wobei gilt:

$$\begin{aligned} \underline{F}_a &= Rg_m \\ \underline{F}_2 &= 1 + \frac{\mathrm{j}\,\omega C}{g_m} \\ \underline{F}_0 &= \underline{F}_a \underline{F}_2 = Rg_m\left(1+\frac{\mathrm{j}\,\omega C}{g_m}\right) \end{aligned}$$

d) Nicht lösbar mit dem Vorgehen aus der Vorlesung.