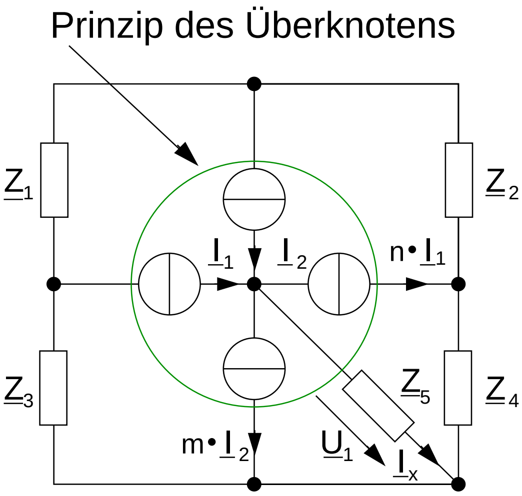
Klausur Elektronik II, SS 2008

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (6 Punkte): Netzwerkberechnung



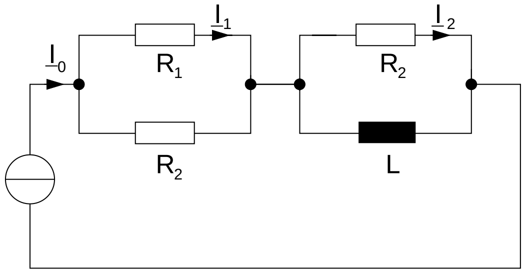
Überknoten:

$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = n \cdot \underline{I}_1 + m \cdot \underline{I}_2 + \underline{I}_x$
$\underline{I}_x = \underline{I}_1(1-n) + \underline{I}_2(1-m)$

$$\Leftrightarrow \qquad \underline{U}_1 = \underline{I}_x \cdot \underline{Z}_5 = \underline{Z}_5\big[\underline{I}_1(1-n) + \underline{I}_2(1-m)\big]$$

Aufgabe 2 (10 Punkte): Komplexe Rechnung, Ortskurve

1) Bestimme R_1 so, dass $|\underline{I}_1 - \underline{I}_2| = \text{const.}$:



Stromteiler:

$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 \cdot (\frac{R_2}{R_1+R_2}) = \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}$
(mit $\underline{Z} = \frac{R_2}{R_1+R_2}$)

$\underline{I}_2 = \underline{I}_0 \cdot (\frac{j\omega L}{R_2+j\omega L})$

$$\begin{aligned}
\left|\frac{\underline{I}_1 - \underline{I}_2}{\underline{I}_0}\right| &\overset{!}{=} \text{const.} \\
&= \left|\underline{Z} - \frac{j\omega L}{R_2 + j\omega L}\right| \\
&= \left|\frac{\underline{Z}\cdot(R_2 + j\omega L) - j\omega L}{R_2 + j\omega L}\right| \\
&= \left|\frac{\underline{Z}\cdot R_2 + j\omega L(\underline{Z} - 1)}{R_2 + j\omega L}\right| \\
&= \sqrt{\frac{\underline{Z}^2\cdot R_2^2 + \omega^2 L^2(\underline{Z}-1)^2}{R_2^2 + \omega^2 L^2}}
\end{aligned}$$

Bedingung ist nur erfüllt, wenn der Zähler ein vielfaches des Nenners ist.

$$\begin{aligned}
\underline{Z}^2 &\overset{!}{=} (\underline{Z} - 1)^2 \qquad |\sqrt{\cdots} \\
\underline{Z} &\overset{!}{=} \pm(\underline{Z} - 1)
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Lösung nur für $\boxed{-}$ möglich (ansonsten wird Nenner von $\frac{\underline{I}_1 - \underline{I}_2}{\underline{I}_0}$ zu Null).

$$\begin{aligned}
\frac{R_2}{R_1 + R_2} &= -\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - 1\right) \\
\frac{R_2}{R_1 + R_2} &= \frac{-R_2 + (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \quad R_2 = R_1$$

2) Im folgenden sei $\underline{R_1 = R_2}$:

<u>1. Lösungsvorschlag:</u> mittels Betragbildung

$$\begin{aligned}
\underline{X} &= \frac{\underline{I}_1 - \underline{I}_2}{\underline{I}_0} \\
&= \frac{1}{2} - \frac{j\omega L}{R_2 + j\omega L} \\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{(R_2 + j\omega L) - 2j\omega L}{R_2 + j\omega L} \qquad \Big|\cdot(R_2 - j\omega L) \\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{(R_2 - j\omega L)(R_2 - j\omega L)}{(R_2^2 + \omega^2 L^2)} \\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{(R_2^2 - \omega^2 L^2)}{(R_2^2 + \omega^2 L^2)} - j\cdot\frac{\omega L R_2}{(R_2^2 + \omega^2 L^2)}
\end{aligned}$$

$\underline{\omega = 0:}$

$\Rightarrow \quad \underline{X} = \frac{1}{2} + j \cdot 0 = \frac{1}{2}$

$\underline{\omega = \frac{R_2}{L}:}$

$\Rightarrow \quad \underline{X} = 0 - j \cdot \frac{R_2^2}{R_2^2 + R_2^2} = -j \cdot \frac{1}{2}$

$\underline{\omega = \infty:}$

$\Rightarrow \quad \underline{X} = -\frac{1}{2} + j \cdot 0 = -\frac{1}{2}$

<u>2. Lösungsvorschlag:</u> Phase φ gibt Aufschluss über Verlauf

$$\begin{aligned}
\underline{X} &= \frac{\underline{I}_1 - \underline{I}_2}{\underline{I}_0} \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{(R_2 + j\omega L) - 2j\omega L}{R_2 + j\omega L} \\
&= \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \underbrace{\frac{1 - j\omega \frac{L}{R_2}}{1 + j\omega \frac{L}{R_2}}}_{Betrag=1}}_{Betrag=\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

<u>Betrag konstant:</u> $\rightarrow$ Kreis mit Radius $\frac{1}{2}$.

$\underline{\omega = 0:}$

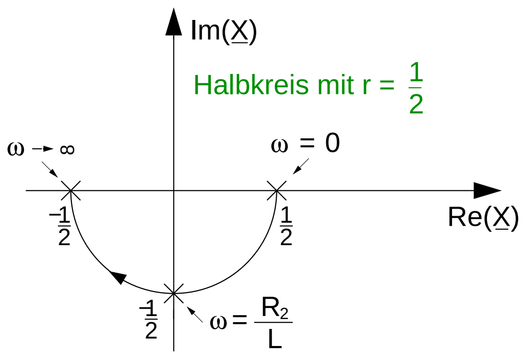
$\Rightarrow \quad \varphi\left(\frac{\underline{I}_1 - \underline{I}_2}{\underline{I}_0}\right) = 0°$

$\underline{\omega = \frac{R_2}{L}:}$

$\Rightarrow \quad \varphi\left(\frac{1-j}{1+j}\right) = -90°$

$\underline{\omega = \infty:}$

$\Rightarrow \quad \varphi\left(\frac{-j}{j}\right) = -180°$



mit $\underline{X} = \frac{\underline{I}_1 - \underline{I}_2}{\underline{I}_0}$

Aufgabe 3 (12 Punkte): Schaltungsdimensionierung und -berechnung

1) a) Gleichstromersatzschaltbild:

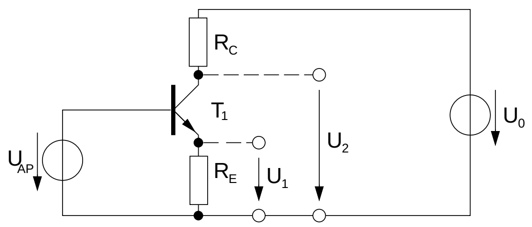


Abb.: Leerlaufende Ausgangstore: $I_1 = I_2 = 0 \quad \wedge \quad |U_1| = |U_2|$.

Für R_E gilt: $R_E \gg \frac{1}{g_m}$

Maschengleichungen:

$$
\begin{aligned}
&\text{I:} & -U_{AP} + U_{BE} + I_E \cdot R_E &= 0 \qquad \text{mit} \quad I_E \approx I_C, \text{ da } \beta \gg 1 \\
&\text{II:} & U_1 &\approx I_C \cdot R_E \\
&\text{III:} & -U_2 - I_C \cdot R_C + U_0 &= 0
\end{aligned}
$$

aus I: folgt: $I_C \cdot R_E = U_{AP} - U_{BE}$

(mit $I_C = g_m \cdot U_{BE}$)

$$\Rightarrow \quad \boxed{R_E = \frac{U_{AP}}{g_m \cdot U_{BE}} - \frac{1}{g_m} = \frac{1}{g_m} \cdot \left(\frac{U_{AP}}{U_{BE}} - 1\right)}$$

Es gilt: $|U_1| \stackrel{!}{=} |U_2|$

$$\Rightarrow \quad I_C \cdot R_E = U_0 - I_C \cdot R_C$$

<u>R_E eingesetzt liefert:</u>

$$I_C \cdot \frac{1}{g_m} \cdot \left(\frac{U_{AP}}{U_{BE}} - 1\right) = U_0 - I_C \cdot R_C$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{R_C = \frac{1}{g_m} \cdot \left(1 - \frac{U_{AP}}{U_{BE}}\right) + \frac{U_0}{g_m \cdot U_{BE}} = \frac{1}{g_m} \cdot \left(1 - \frac{U_{AP} - U_0}{U_{BE}}\right)}$$

b) <u>Alternative Lösung für komplexe Größen:</u>

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = 0 \quad \wedge \quad |\underline{U}_1| = |\underline{U}_2|$$

Wegen $\beta \gg 1 \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_E \approx \underline{I}_C$:

$$\Rightarrow \quad \underline{U}_1 = \underline{I}_C \cdot R_E$$
$$\Rightarrow \quad \underline{U}_2 = -\underline{I}_C \cdot R_C$$

Bedingung $R_E \gg \frac{1}{g_m}$ ist durch β erfüllt.

$\Rightarrow$ Für $|\underline{U}_1| = |\underline{U}_2|$ folgt:

$$\boxed{R_E = R_C}$$

2) a) <u>Nun:</u> $R'_E = \frac{10}{g_m}$.

$R'_E \overset{!}{=} R_E$

$\frac{10}{g_m} = \frac{1}{g_m} \cdot \left(\frac{U_{AP}}{U_{BE}} - 1\right)$

$\Rightarrow \quad \boxed{U_{AP} = 11 \cdot U_{BE}} \qquad$ (mit $U_{BE} = const.$)

b) <u>Alternative:</u>

$U_{AP} = U_{BE} + I_E \cdot R_E \approx U_{BE} + I_C \cdot R_E$

$$\Rightarrow \quad I_C = \frac{U_{AP} - U_{BE}}{R_E} \quad \wedge \quad \frac{1}{g_m} = \frac{U_T}{I_C} = \frac{R_E \cdot U_T}{U_{AP} - U_{BE}} \ll R_E$$

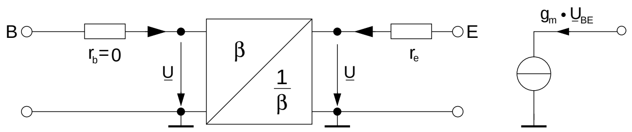
$$U_T \ll U_{AP} - U_{BE}$$

<u>z.B.:</u>

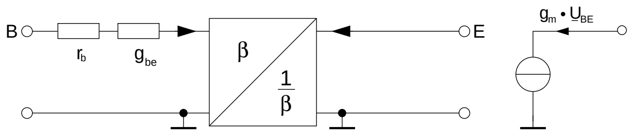
$$U_{AP} - U_{BE} = 10 \cdot U_T$$

$$\boxed{U_{AP} = 10 \cdot U_T + U_{BE}}$$

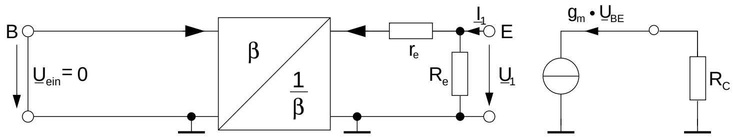
3) Allgemeines zum T-Operator ESB:



$\Leftrightarrow$



ges.: $R_{a1} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{U}_{ein}=0,\underline{I}_2=0} = \quad ?$



$$\boxed{R_{aus} = r_e || R_E = R_{a1}}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot R_{a1} = \underline{I}_1 \cdot \frac{1}{g_m + g_E}$$

ges.: $R_{a2} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{U}_{ein}=0,\underline{I}_1=0} = \quad ?$

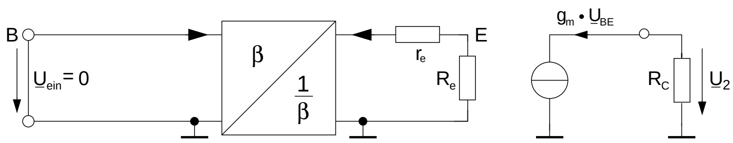


Abb.: Unendlich hoher Eingangswiderstand am Kollektor führt dazu, dass die Spannung $\underline{U}_2$ nur an R_C abfällt.

Somit gilt: $\boxed{R_{a2} = R_C}$

$$\Rightarrow \quad \underline{U}_2 = \underline{I}_2 \cdot R_C$$

4) $R_L = \frac{1}{g_m} \quad \wedge \quad \frac{\underline{U}_1'}{-\underline{I}_1} = \frac{\underline{U}_2'}{-\underline{I}_2} = R_L$

$$\underline{U}_1' = -\underline{I}_1 \cdot R_L = k_1 \cdot \underline{U}_1$$
$$\underline{U}_1 = -\underline{I}_1 \cdot (r_e || R_E) = -\underline{I}_1 \cdot \left(\frac{1}{g_m + G_E}\right)$$

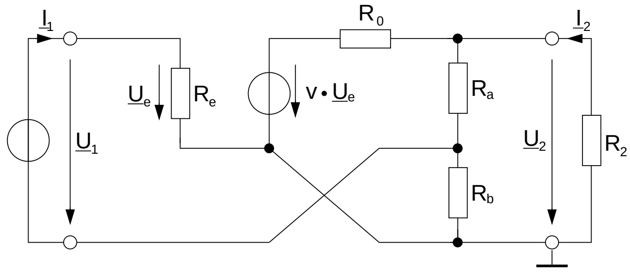
$$\Rightarrow \quad \boxed{k_1 = -\frac{g_m + g_E}{g_m} = -1 - \frac{r_e}{R_E}}$$

$$\underline{U}_2' = -\underline{I}_2 \cdot R_L = k_2 \cdot \underline{U}_2$$
$$\underline{U}_2 = -\underline{I}_2 \cdot R_C$$

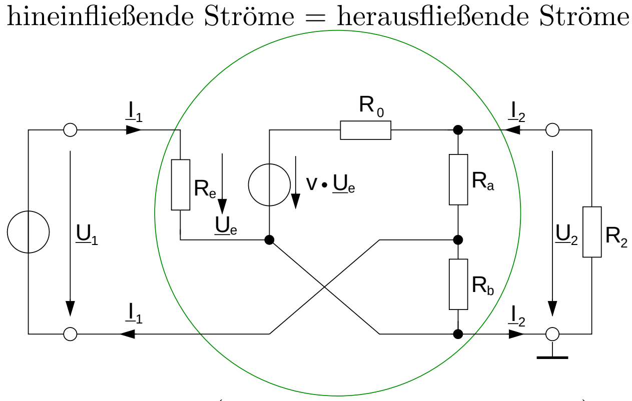
$$\Rightarrow \quad \boxed{k_2 = -\frac{R_L}{R_C} = -\frac{1}{g_m \cdot R_C}}$$

Aufgabe 4 (16 Punkte): Rückkopplung, Zweitor

1) Wechselstromersatzschaltbild: $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C_\infty} \approx 0 \quad \wedge \quad \underline{Z}_L = j\omega L_\infty \approx \infty$

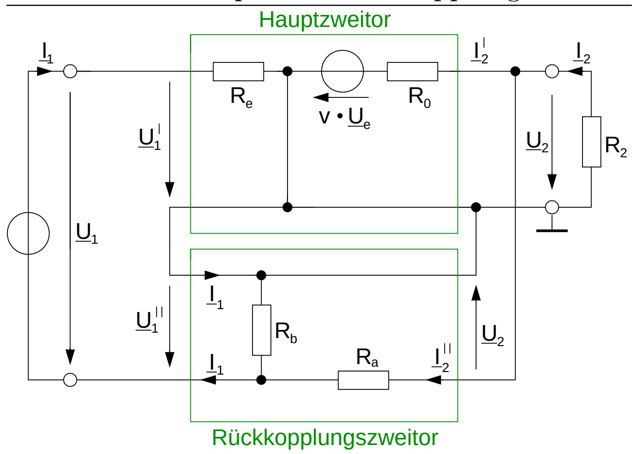


Torbedingung erfüllt:
hineinfließende Ströme = herausfließende Ströme.



Tor 2 an Masse (Netzwerk nur hier an Masse):
$\Rightarrow$ $\underline{I}_2$ muss wieder ins Tor 2 zurückfließen.
Tor 1: Strom $\underline{I}_1$ kann nicht über Masse (kein Anschluss) abfließen.
$\Rightarrow$ $\underline{I}_1$ fließt in das Netzwerk hinein und hinaus.

2) WS-ESB mit Haupt- und Rückkopplungszweitor:



Beachte:

Spannungsrichtungen!

$\underline{U}_1 = \underline{U}_1' + \underline{U}_1''$
$\underline{U}_2 = \underline{U}_2' = \underline{U}_2''$

3) Es handelt sich um eine Serien-Parallel-Kopplung (SPK).
Hierbei empfiehlt sich als Matritzenform die Hybrid-Matrix:

$$\underline{U}_1 = \underline{H}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{H}_{12} \cdot \underline{U}_2$$
$$\underline{I}_2 = \underline{H}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{H}_{22} \cdot \underline{U}_2$$

Matritzenschreibweise:

$$[\underline{H}] = \underbrace{[\underline{H}^{(1)}]}_{Hauptzweitor} + \underbrace{[\underline{H}^{(2)}]}_{Rückkopplungszweitor}$$

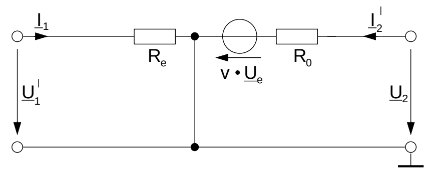
4) Hauptzweitor:

$$\underline{H}_{11}^{(1)} = \left.\frac{\underline{U}_1'}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} = R_e$$

$$\underline{H}_{12}^{(1)} = \left.\frac{\underline{U}_1'}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_1=0} = 0$$

$$\underline{H}_{21}^{(1)} = \left.\frac{\underline{I}_2'}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} = -v \cdot \frac{R_e}{R_o}$$

$$\underline{H}_{22}^{(1)} = \left.\frac{\underline{I}_2'}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_1=0} = \frac{1}{R_0}$$



$$\Rightarrow \left[\underline{H}^{(1)}\right] = \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ -v \cdot \frac{R_e}{R_o} & \frac{1}{R_0} \end{bmatrix}$$

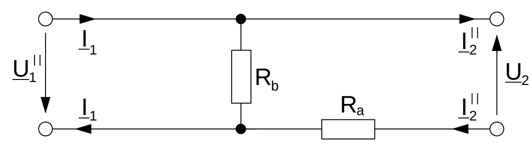
Rückkopplungszweitor:

$$\underline{H}_{11}^{(2)} = \left.\frac{\underline{U}_1''}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} = \frac{2}{R}$$

$$\underline{H}_{12}^{(2)} = \left.\frac{\underline{U}_1''}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_1=0} = -\frac{1}{R}$$

$$\underline{H}_{21}^{(2)} = \left.\frac{\underline{I}_2''}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} = -\frac{1}{R}$$

$$\underline{H}_{22}^{(2)} = \left.\frac{\underline{I}_2''}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_1=0} = \frac{2}{R}$$



$$\Rightarrow \left[\underline{H}^{(2)}\right] = \begin{bmatrix} \frac{R_a \cdot R_b}{R_a+R_b} & -\frac{R_b}{R_a+R_b} \\ \frac{R_b}{R_a+R_b} & \frac{1}{R_a+R_b} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left[\underline{H}\right] = \left[\underline{H}^{(1)}\right] + \left[\underline{H}^{(2)}\right] = \begin{bmatrix} R_e + \frac{R_a \cdot R_b}{R_a+R_b} & -\frac{R_b}{R_a+R_b} \\ -v \cdot \frac{R_e}{R_o} + \frac{R_b}{R_a+R_b} & \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_a+R_b} \end{bmatrix}$$

5) $R_{e2} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} = H_{11} = R_e + G_a + G_b$

$R_{e1} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{I}_2=0}$:

I: $\underline{U}_1 = (R_e + \frac{R_a \cdot R_b}{R_a+R_b})\underline{I}_1 - \frac{R_b}{R_a+R_b} \cdot \underline{U}_2$

II: $\underline{I}_2 = (-v \cdot \frac{R_e}{R_o} + \frac{R_b}{R_a+R_b})\underline{I}_1 + (\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_a+R_b}) \cdot \underline{U}_2 \overset{!}{=} 0$

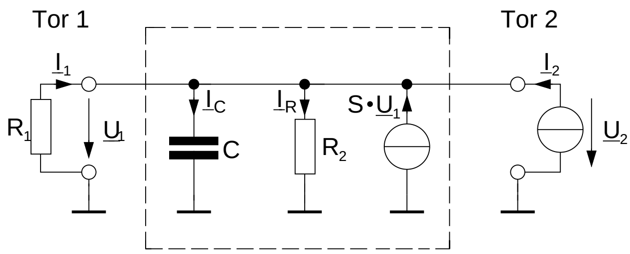
$$\Rightarrow \quad \underline{U}_2 = \underline{I}_1 \cdot \left(\frac{v \cdot R_e(R_a+R_b) - R_b \cdot R_0}{R_a+R_b+R_0} \right)$$

in I:

$$\Leftrightarrow \quad R_{e1} = \left. \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \right|_{\underline{I}_2=0} = \left[R_e + G_a + G_b - \frac{R_b}{R_a+R_b} \left(\frac{v \cdot R_e(R_a+R_b) - R_b \cdot R_0}{R_a+R_b+R_0} \right) \right]$$

Aufgabe 5 (10 Punkte): Stabilität, Netzwerk

1) Stabilitätsanalyse:



$\underline{U}_1 = \underline{U}_2$

Alle Ströme fließen in einem Knoten zusammen:

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_C - \underline{I}_R + S \cdot \underline{U}_1 + \underline{I}_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \underline{I}_1 - \underline{I}_C - \underline{I}_R + S \cdot \underline{U}_1 + \underline{I}_2 = 0$$

(mit $\underline{U}_1 = \underline{U}_2$)

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{\underline{U}_2}{R_1} + S \cdot \underline{U}_2 - \frac{\underline{U}_2}{R_2} + \underline{I}_2 - \underline{U}_2 \cdot j\omega C = 0$$

$$\boxed{\underline{Z}_a = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \frac{-1}{-G_1 - G_2 + S - j\omega C}}$$

Um die Stabilität zu überprüfen, betrachtet man die Pole der Wirkungsfunktion $\underline{Z}_a(s = j\omega)$:

$$-G_1 - G_2 + S - s_1 \cdot C \stackrel{!}{=} 0$$

$$s_1 = \frac{-G_1 - G_2 + S}{C} = \sigma + j \cdot 0 = \sigma$$

Schaltung stabil $\quad\Leftrightarrow\quad$ keine Pole in RHE, d.h. $\quad \sigma < 0$

Da $C > 0$ muss nur folgende Bedingung erfüllt werden:

$$\begin{aligned} -G_1 - G_2 + S &< 0 \\ S < G_1 + G_2 &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

2) Heavyside'scher Entwicklungssatz gilt für $\delta(t)$ - Anregung:

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{Z(s_1)}{N'(s_1)} \cdot e^{s_1 \cdot t} \Bigg|_{s=s_1=\sigma} \\ &= \frac{-1}{-C} \cdot e^{\frac{S-G_1-G_2}{C} \cdot t} \end{aligned}$$

Dies entspricht der Spannung $u_2(t)$ im Zeitbereich, da die $\delta(t)$ - Anregung $i_2(t)$ zu 1 werden lässt.

$\Rightarrow \quad u_2(t) = \frac{1}{C} \cdot e^{\frac{t}{\frac{C}{S-G_1-G_2}}}$

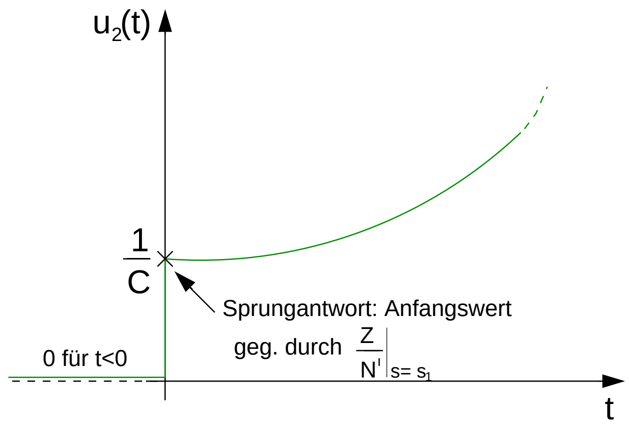


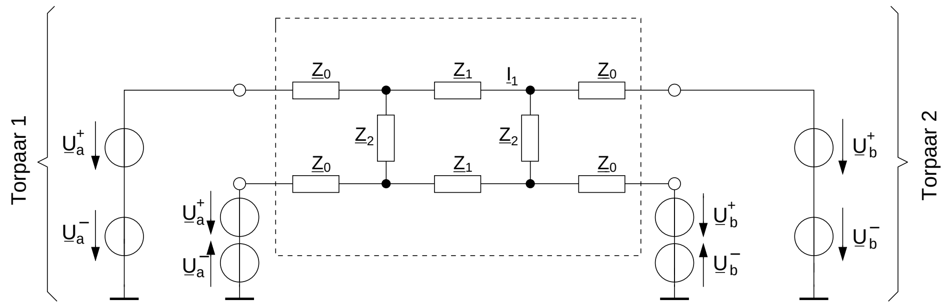
Abb.: Die Impulsantwort der Schaltung bei Anregung durch die Quelle $\underline{I}_2$ im Zeitbereich ($\sigma > 0$, d.h. Schaltung ist instabil).

Zeitkonstante (τ):

$$\boxed{\tau = \frac{C}{S - G_1 - G_2}}$$

Aufgabe 6 (12 Punkte): Gleichtakt-, Gegentaktzerlegung

1) Darstellung des Netzwerkes mithilfe von Gleich- und Gegentaktquellen:



Torpaar 1:

$\underline{U}_1 = \underline{U}_a^+ + \underline{U}_a^-$

$\underline{U}_a^+ + (-\underline{U}_a^-) = 0$

$\Rightarrow \boxed{\underline{U}_a^+ = \underline{U}_a^- = \frac{\underline{U}_1}{2}}$

Torpaar 2:

$\underline{U}_2 = \underline{U}_b^+ - \underline{U}_b^- \quad \wedge \quad \underline{U}_b^+ + \underline{U}_b^- = 0$

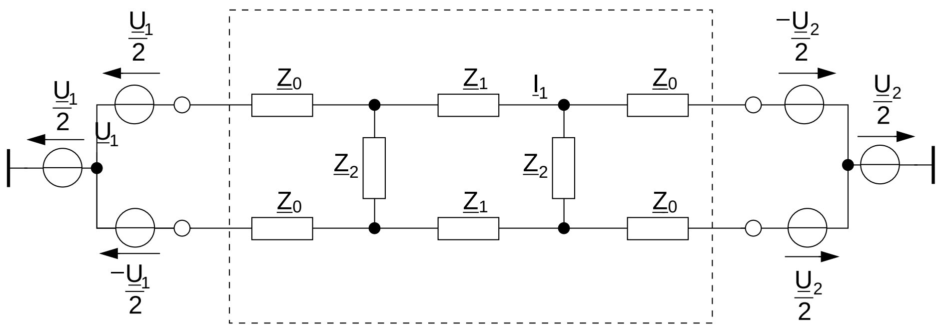
$\Rightarrow \quad \underline{U}_b^+ = -\underline{U}_b^-$

$\underline{U}_2 = -\underline{U}_b^- - \underline{U}_b^- = -2 \cdot \underline{U}_b^-$

$\Rightarrow \boxed{\underline{U}_b^- = -\frac{1}{2} \cdot \underline{U}_2}$

$\Rightarrow \boxed{\underline{U}_b^+ = +\frac{1}{2} \cdot \underline{U}_2}$

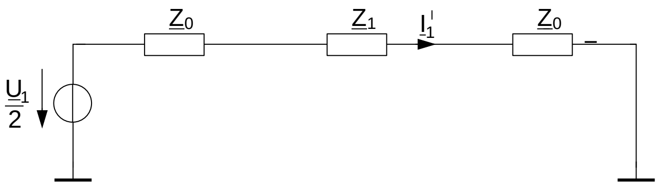
Somit lässt sich das Netzwerk folgendermaßen darstellen:



2) <u>Einphasige Gleich- und Gegentaktersatzschaltbilder</u>

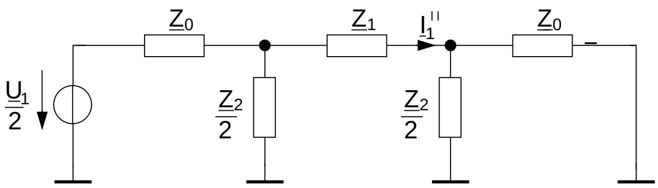
a)

Gleichtaktansteuerung an Torpaar 1:



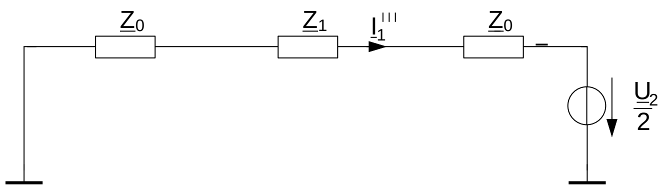
b)

Gegentaktansteuerung an Torpaar 1:



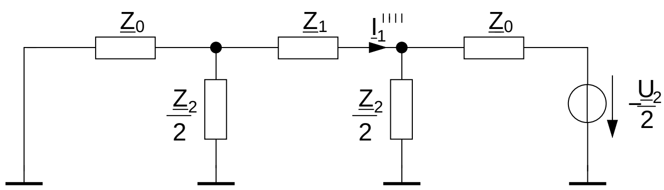
c)

Gleichtaktansteuerung an Torpaar 2:



d)

Gegentaktansteuerung an Torpaar 2:



Der Strom $\underline{I}_1$ ergibt sich durch Überlagerung:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_1^{'} + \underline{I}_1^{''} + \underline{I}_1^{'''} + \underline{I}_1^{''''}$$

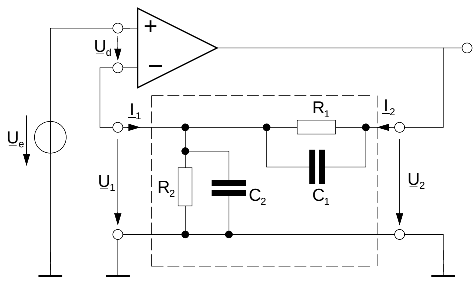
3) Berechnung von $\underline{I}_1$ für den Fall: $\underline{U}_1 = -\underline{U}_2$

Die Ersatzschaltbilder a) und c) sowie b) und d) sind für diesen Fall identisch, wobei die Richtung von $\underline{I}_1$ jeweils in die umgekehrt ist.
Dies hat zur Folge, dass man bei der Überlagerung von $\underline{I}_1^{''}$ und $\underline{I}_1^{''''}$ Null erhält. Bei der Überlagerung von $\underline{I}_1^{'}$ und $\underline{I}_1^{'''}$ ergibt sich wegen $\underline{I}_1^{'} = \underline{I}_1^{'''}$:

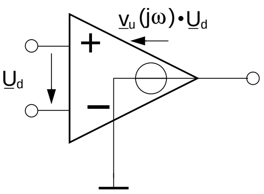
$$\Rightarrow \quad \underline{I}_1 = 2 \cdot \underline{I}_1^{'} = 2 \cdot \underline{I}_1^{'''} = 2 \cdot \underline{I}_1^{'} = \frac{\underline{U}_1}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}_1}{2 \cdot \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1}$$

Aufgabe 7 (16 Punkte): Operationsverstärker, Bode-Diagramm

1) ges.: $\underline{F}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2(j\omega)}{\underline{U}_e(j\omega)}$



Modell des Operationsverstärkers



Maschengleichungen:

I: $-\underline{U}_e + \underline{U}_d + \underline{U}_1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad \underline{U}_e = \underline{U}_d + \underline{U}_1$

II: $\underline{U}_2 = \underline{v}_u \cdot \underline{U}_d$

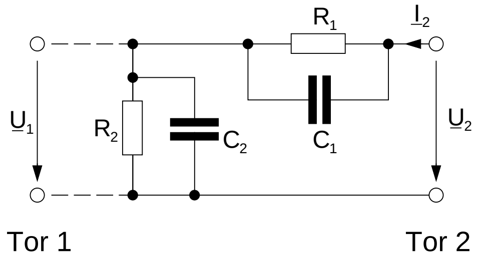
$\Leftrightarrow \quad \underline{U}_d = \frac{\underline{U}_2}{\underline{v}_u}$ (in I:)

$\Rightarrow \quad \underline{U}_e = \frac{\underline{U}_2}{\underline{v}_u} + \underline{U}_1$

$\Leftrightarrow \quad \frac{\underline{U}_e}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{v}_u}{1 + \underline{v}_u \cdot \underline{H}_{12}} \quad \left(\text{mit} \quad \underline{H}_{12} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}\Big|_{\underline{I}_1 = 0} \right)$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\underline{F}_a = \underline{v}_u \quad \wedge \quad \underline{F}_2 = \underline{H}_{12}}$$

Der Hybridparameter $\underline{H}_{12}$ kann in diesem Zusammenhang nur aufgrund des leerlaufenden Tor 1 ($\underline{I}_1 = 0$) in die Rechnung mit eingehen. Dies kommt durch den sehr hohen Eingangswiderstand des Operationsverstärkers, der im hier behandelten Idealfall unendlich groß ist, d.h. $\underline{I}_1 \to 0$.



leerlaufendes Tor 1

2) $\underline{F}(j\omega) \overset{|\underline{v}_u|\to\infty}{=} \frac{1}{\underline{H}_{12}}$

3) Spannungsteiler:

$$\underline{H}_{12} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_1=0} = \frac{(R_2||j\omega C_2)}{(R_2||j\omega C_2) + (R_1||j\omega C_1)}$$

$$= \frac{\frac{1}{G_2+j\omega C_2}}{\frac{(G_1+j\omega C_1)+(G_2+j\omega C_2)}{(G_1+j\omega C_1)\cdot(G_2+j\omega C_2)}}$$

$$= \frac{G_1 + j\omega C_1}{G_1 + G_2 + j\omega(C_1 + C_2)}$$

$$= \underbrace{\frac{G_1}{G_1 + G_2}}_{=H_{12}=const.} \cdot(1 + j\omega\big(R_1 \cdot C_1\big))^1 \cdot (1 + j\omega(\frac{C_1 + C_2}{G_1 + G_2}))^{-1}$$

$$= H_{12} \cdot (1 + \frac{j\omega}{\big(\frac{1}{R_1\cdot C_1}\big)})^1 \cdot (1 + \frac{j\omega}{\big(\frac{G_1+G_2}{C_1+C_2}\big)})^{-1}$$

mit $\omega_{Z_1} = \frac{1}{R_1\cdot C_1} \quad \wedge \quad \omega_{N_1} = \frac{G_1+G_2}{C_1+C_2}$

4) Nun: $R_1 = R_2, \quad \underline{v}_u(j\omega) = v_0 = 2000 \quad \wedge \quad \omega_0 = \frac{1}{(R_1\cdot C_1)}$

$\Rightarrow \quad H_{12} = \frac{G_1}{G_1+G_2} = \frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{1}{2}$

Schleifenverstärkung:

$$\underline{F}_0 = \underline{F}_2 \cdot \underline{F}_a = \underline{v}_u(j\omega) \cdot H_{12} = v_0 \cdot H_{12} \cdot \left(1 + \tfrac{j\omega}{\omega_0}\right)^1 \cdot \underbrace{\left(1 + \frac{j\omega}{\frac{2}{R_1 \cdot (C_1 + C_2)}}\right)^{-1}}_{Tiefpass}$$

Fall 1: $C_2 = 19 \cdot C_1$

$$\frac{G_1+G_2}{C_1+C_2} = \frac{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_1}}{C_1+19 \cdot C_1} = \frac{1}{10} \cdot \omega_0$$

$$\Rightarrow \quad \underline{F}_0(j\omega) = 1000 \cdot \frac{\left(1+\frac{j\omega}{\omega_0}\right)}{\left(1+\frac{j\omega}{\frac{1}{10}\omega_0}\right)} \qquad (\text{mit } x = \tfrac{1}{10})$$

$$\boxed{\varphi = \arctan\left(\tfrac{\omega}{\omega_0}\right) - \arctan\left(\tfrac{10 \cdot \omega}{\omega_0}\right)}$$

Fall 2: $C_2 = C_1$

$$\frac{G_1+G_2}{C_1+C_2} = \frac{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_1}}{C_1+C_1} = \omega_0$$

$$\Rightarrow \quad \underline{F}_0(j\omega) = 1000 \cdot \frac{\left(1+\frac{j\omega}{\omega_0}\right)}{\left(1+\frac{j\omega}{\omega_0}\right)} = 1000 = const. \qquad (\text{mit } x = 1)$$

$$\boxed{\varphi = 0 = const.}$$

Fall 3: $C_2 = 0$

$$\frac{G_1+G_2}{C_1+C_2} = \frac{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_1}}{C_1} = 2 \cdot \omega_0$$

$$\Rightarrow \quad \underline{F}_0(j\omega) = 1000 \cdot \frac{\left(1+\frac{j\omega}{\omega_0}\right)}{\left(1+\frac{j\omega}{2\omega_0}\right)} \qquad (\text{mit } x = 2)$$

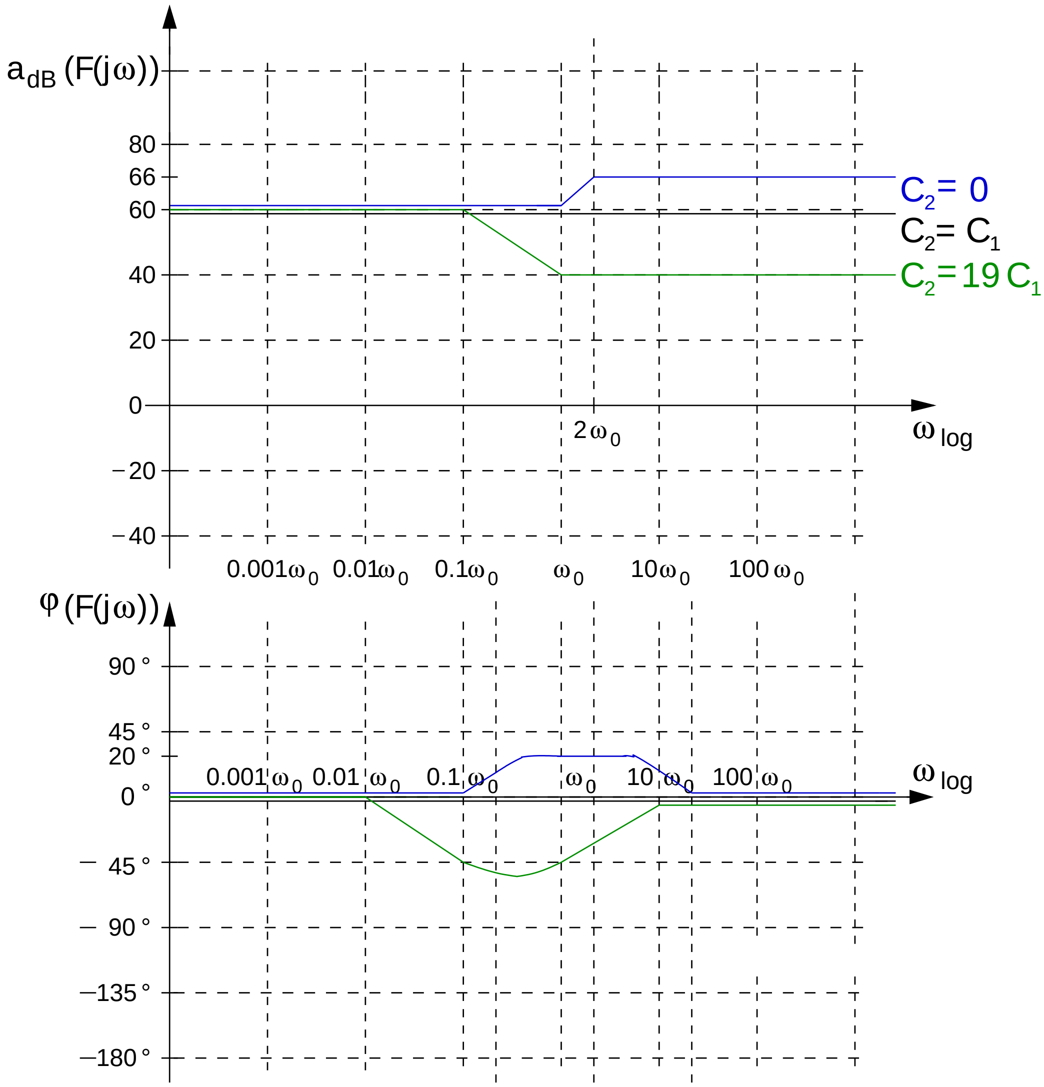
$$\boxed{\varphi = \arctan\left(\tfrac{\omega}{\omega_0}\right) - \arctan\left(\tfrac{\omega}{2 \cdot \omega_0}\right)}$$

$$20 \cdot \log\left(\tfrac{2\omega_0}{\omega_0}\right) = 20 \cdot \log(2) = 6\,\mathrm{dB}$$

Alle Werte im Bode-Diagramm können mittels der nachfolgenden Formel nachgerechnet werden:

$$\boxed{a_{dB}\left(\underline{F}_a(j\omega)\underline{F}_2(j\omega)\right) = 20 \cdot \log(1000) + 20 \cdot \log\left(\left(1 + (\tfrac{\omega}{\omega_0})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right) - 20 \cdot \log\left(\left(1 + (\tfrac{\omega}{x \cdot \omega_0})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)}$$

Bode-Diagramm:



5) Die Tiefpassterme von $\underline{v}_u(j\omega)$ bewirken eine zusätzliche Phasendrehung der Schleifenverstärkung. Dies hat zur Folge, dass die Phasenreserve für alle drei Fälle kleiner wird. Für $C_2 = 19C_1$ wirkt sich dies am stärksten auf die Stabilität aus, da die Phase durch den Tiefpassterm $\left(1 + \frac{j\omega}{\frac{1}{10}\omega_0}\right)$ bei kleinen ω eine Phasendrehung erfährt. Wählt man die Grenzfrequenzen der <u>neuen</u> Tiefpassterme geeignet, wird die Phasenreserve früh weiter absinken. Bei Durchschreiten des dB - Betragsfrequenzganges bei 0 dB und einer Phasenreserve von $\leq 0°$ an dieser Stelle wird die Schaltung instabil.

6) Wenn $C_1 = 0$ gewählt wird:

$$\underline{F}_0 = \underline{v}_u(j\omega) \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_x}}$$

Um eine Phasenreserve von mind. 90 °zu erreichen, muss ω_x niedrig gewählt werden, so dass der Betrag 0 dB erreicht, bevor der erste Tiefpassterm in $\underline{v}_u(j\omega)$ die Phase dreht.

$\Rightarrow \quad \omega_x = \frac{\omega_{vu1}}{10000} \qquad (\omega_{vu1}$: tiefste Eckfrequenz in $\underline{v}_u(j\omega))$