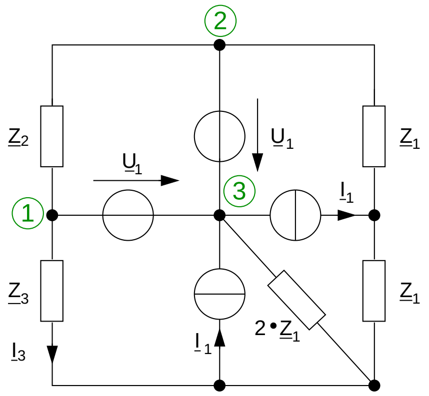
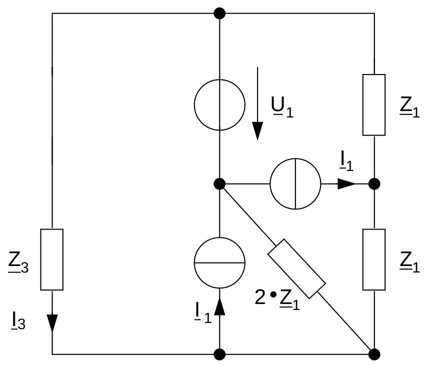
Klausur Elektronik II, WS0809
Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (6 Punkte): Netzwerkberechnung

1) Der Strom $\underline{I}_3$ durch den Widerstand $\underline{Z}_3$ soll bestimmt werden.

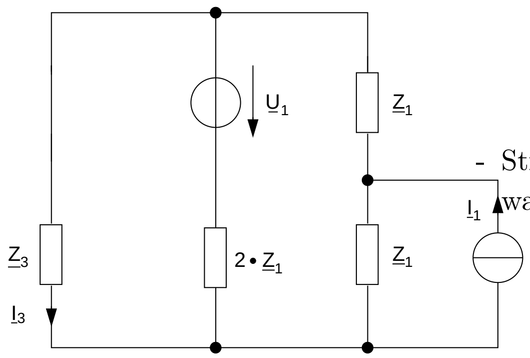


- Knoten ① und ② haben das gleiche Potential
- parallele Spannungsquellen werden zu $\underline{U}_1$ zusammengefasst



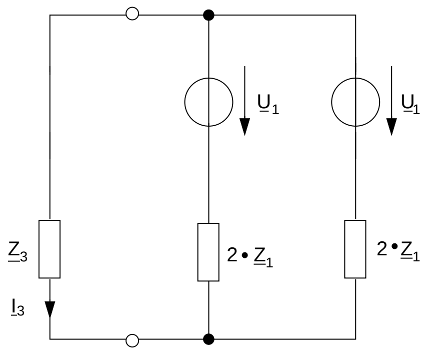
- Stromquellen $\underline{I}_1$ lassen sich herausziehen und zu einer zusammenfügen

  ($\underline{I}_1$ in Reihe zu $\underline{I}_1$ bleibt $\underline{I}_1$!).

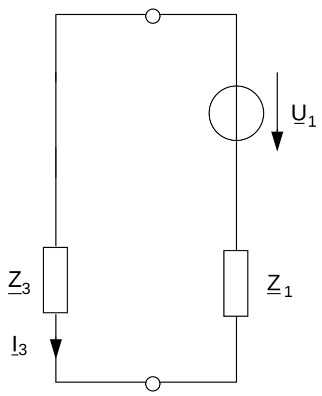


- Stromquelle in Spannungsquelle wandeln.

a) <u>Annahme:</u> $\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1$

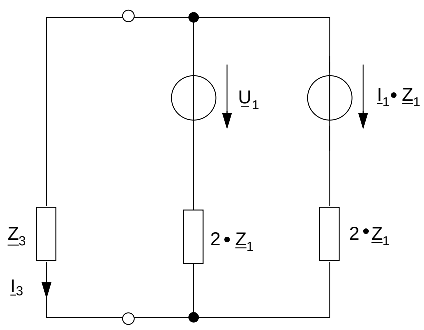


- Umwandlung der Spannungsquellen in Stromquellen
- Anschließend: Zusammenfassen der Stromquellen und der beiden parallelen Widerstände

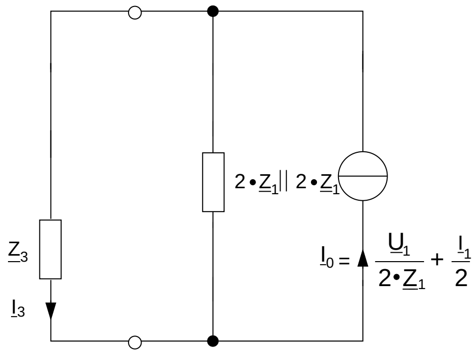


$$\Rightarrow \qquad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

b) <u>Annahme:</u> $\underline{U}_1 \neq \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1$



- Umwandlung der Spannungsquellen in Stromquellen



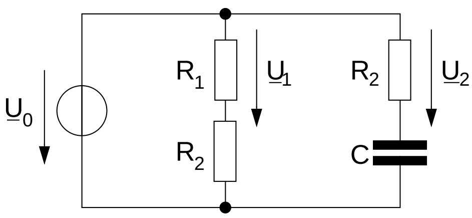
- Stromteiler:

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \cdot \underline{I}_0$$

$$= \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \cdot \left(\frac{\underline{U}_1}{2 \cdot \underline{Z}_1} + \frac{\underline{I}_1}{2} \right)$$

$$= \frac{\underline{U}_1}{2 \cdot \left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 \right)} + \frac{\underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1}{2 \cdot \left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 \right)}$$

Aufgabe 2 (10 Punkte): Ortskurve



- Netzwerk zur Ortskurvenbestimmung

Info: es handelt sich um das sogenannte duale Netzwerk zur Aufgabe 2) SS 2008. Das duale Netzwerk geht durch Umwandlung Parallel- $\rightarrow$ Reihenschaltung, $L \rightarrow C$ und $\underline{I} \rightarrow \underline{U}$ hervor und besitzt die entsprechend gleiche Lösung.

1) Dimensioniere R_2 so, dass $|\underline{U}_1 - \underline{U}_2| = \text{const.}$:

$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_0} = \frac{R_1}{R_1+R_2} = Z \quad \wedge \quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_0} = \frac{R_2}{R_2+\frac{1}{j\omega C}}$

$$\begin{aligned}
\left|\frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\underline{U}_0}\right| &= \left| Z - \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} \right| \\
&= \left| \frac{Z \cdot (R_2 + \frac{1}{j\omega C}) - R_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} \right| \\
&= \left| \frac{R_2 \cdot (Z-1) + Z \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} \right| \\
&= \sqrt{\frac{R_2^2 \cdot (Z-1)^2 + \frac{Z^2}{\omega^2 C^2}}{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Zähler muss ein Vielfaches des Nenners sein, damit $|\underline{U}_1 - \underline{U}_2| = \text{const.}$.

$$+(Z-1)^2 \overset{!}{=} Z^2$$

$$\pm(Z-1) = Z$$

<u>Resub.:</u> $Z = \frac{R_1}{R_1+R_2}$

$$\pm\left(\frac{R_1}{R_1+R_2} - 1\right) = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

Nur $\boxed{-}$ möglich, da sonst $0 = -1$ ↯.

$$1 = \frac{2R_1}{R_1+R_2}$$

$$\Leftrightarrow \quad R_2 = R_1$$

2) Ortskurve der Wirkungsfunktion $\frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\underline{U}_0}$ im Frequenzbereich $0 \leq \omega \leq \infty$:

<u>$R_2 = R_1$:</u>

$\frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\underline{U}_0} = \frac{1}{2} - \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}}$

<u>$\omega = 0$:</u>

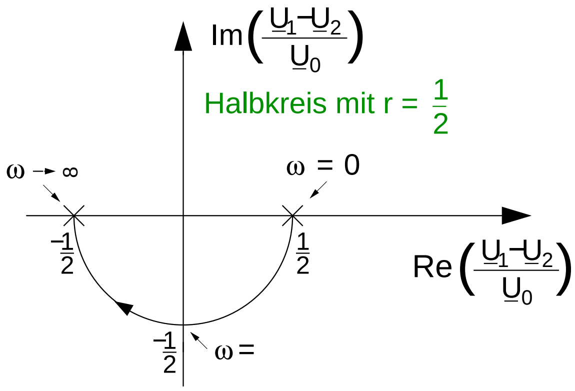
$\frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\underline{U}_0} = \frac{1}{2} - j \cdot 0$

$\underline{\omega = \frac{1}{R_1 C}:}$

$$\frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\underline{U}_0} = \frac{1}{2} - j \cdot \frac{R_1}{R_1 - j \cdot R_1} = \frac{1}{2} - \frac{R_1 \cdot (R_1 + j \cdot R_1)}{2 \cdot R_1^2} = -j \cdot \frac{1}{2}$$

$\underline{\omega \to \infty:}$

$$\frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\underline{U}_0} = \frac{1}{2} - \frac{R_1}{R_1} = -\frac{1}{2}$$



Aufgabe 3 (10 Punkte): Schaltungsdimensionierung und -berechnung

1) Es gilt: Gleicher Spannungsabfall über R_C, R_E und der CE-Strecke des Transistors.

RB: $U_{RE} = U_{RC} = U_{CE} = \frac{U_0}{3}$, $B \gg 1$.

$\Rightarrow \quad I_C + I_B = I_E \approx I_C$

$U_1 = U_{AP} - U_{BE} = \frac{U_0}{3} \qquad \Rightarrow \quad U_{AP} = \frac{U_0}{3} + U_{BE}$

$$U_2 = I_C \cdot R_C \approx \frac{U_1}{R_E} \cdot R_C = \frac{U_0}{3}$$

$$= \frac{U_{AP} - U_{BE}}{R_E} \cdot R_C = \frac{U_0}{3}$$

$$= \frac{\frac{U_0}{3}}{R_E} \cdot R_C = \frac{U_0}{3} \qquad \Rightarrow \quad R_E = R_C.$$

(I_C nicht eindeutig bestimmbar: beliebige Kombinationen von $I_C \cdot R_C = \frac{U_0}{3}$ möglich.)

2) Kleinsignal - Wechselstromberechnung

a) $I_C = \frac{U_0}{3 \cdot R_C} = \frac{U_0}{3 \cdot R_E} \qquad \Rightarrow \qquad g_m = \frac{I_C}{U_T} = \frac{U_0}{3 \cdot R_E \cdot U_T}$

b) $\frac{1}{g_m} = R_E \cdot \frac{3 \cdot U_T}{U_0} \overset{!}{\ll} R_E, \qquad$ da gilt: $R_E > \frac{10}{g_m}$.

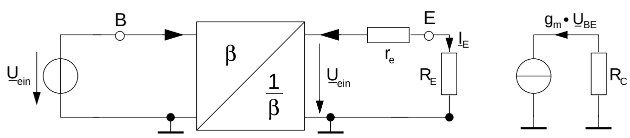
$$R_E \cdot \frac{3 \cdot U_T}{U_0} \ll \frac{R_E}{10}$$

$$\frac{3 \cdot U_T}{U_0} \ll \frac{1}{10}$$

$$U_0 \gg 30 \cdot U_T = 30 \cdot 27\,\mathrm{mV} \approx 1\,\mathrm{V}$$

3) Verstärkungen:

Wirkungsersatzschaltbild



β endlich:

$\underline{I}_C + \underline{I}_B = \underline{I}_E$

$\underline{I}_C + \frac{\underline{I}_C}{\beta} = \underline{I}_E$

$\underline{I}_C = \frac{\underline{I}_E}{\frac{1}{\beta}+1}$.

Abb.: KGS kann angenommen werden, da ideale Kollektorstromquelle.

$$\underline{I}_C \cdot R_C = -\underline{U}_2 = \frac{\underline{I}_E}{\frac{1}{\beta}+1} \cdot R_C = \underline{U}_{ein} \cdot \frac{R_C}{\left(\frac{1}{\beta}+1\right) \cdot \left(r_e + R_E\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{v}_{a2} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_{ein}}\right|_{\underline{I}_1=0, \underline{I}_2=0} = -\frac{R_C}{\left(\frac{1}{\beta}+1\right) \cdot \left(\frac{1}{g_m}+R_E\right)}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_E \cdot R_E = \frac{\underline{U}_{ein}}{r_e + R_E} \cdot R_E$$

$$\Rightarrow \quad \underline{v}_{a1} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_{ein}}\right|_{\underline{I}_1=0, \underline{I}_2=0} = \frac{R_E}{r_e + R_E} = \frac{R_E}{\frac{1}{g_m}+R_E}$$

Eingangsimpedanz:

$\underline{I}_{ein} = \frac{\underline{U}_{ein}}{r_e + R_E} \cdot \frac{1}{\beta} \qquad$ (aus T-Operator ESB).

$$\Rightarrow \quad \underline{Z}_e = \frac{\underline{U}_{ein}}{\underline{I}_{ein}}\bigg|_{\underline{I}_1=0,\underline{I}_2=0} = \beta \cdot \left(r_e + R_E\right) = \beta \cdot \left(\tfrac{1}{g_m} + R_E\right)$$

4) <u>Verstärkungen:</u>

$$\Rightarrow \quad \underline{v}_{a1} = \frac{\beta \cdot R_E}{\underline{Z}_e}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{v}_{a2} = -\frac{R_C \cdot \beta}{\left(\frac{1}{\beta}+1\right)\cdot \underline{Z}_e} = -\frac{R_E \cdot \beta}{\left(\frac{1}{\beta}+1\right)\cdot \underline{Z}_e}$$

$\rightarrow$ für $\underline{v}_{a1}, \underline{v}_{a2} \uparrow$ muss $\underline{Z}_e \downarrow$

Für $|\underline{v}_{a1}| = |\underline{v}_{a2}|$ muss gelten:

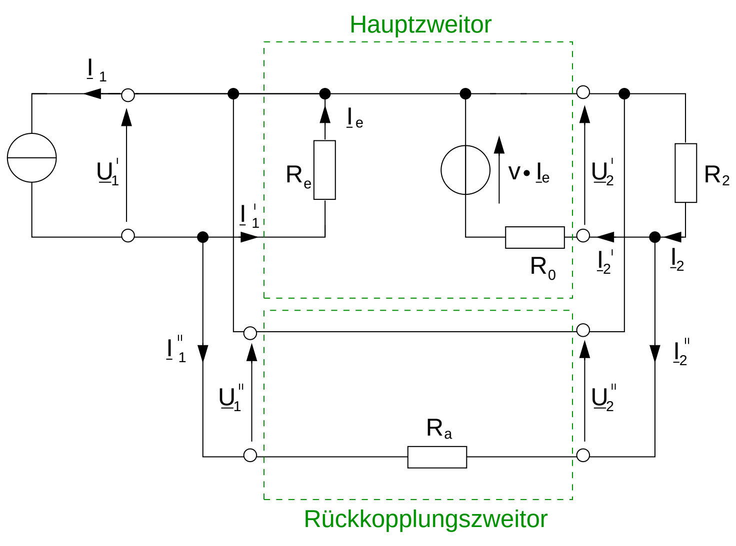
$$\left|\frac{\beta \cdot R_E}{\underline{Z}_e}\right| = \left|\frac{-R_E}{\underline{Z}_e} \cdot \frac{\beta}{\frac{1}{\beta}+1}\right| \qquad \text{, für } \beta \gg 1.$$

Aufgabe 4 (14 Punkte): Rückkopplung, Zweitor

1) Keine, da Strom durch C_P immer 0. $\Rightarrow$ keine Wirkung.

$\Rightarrow$ kann auf beliebige Werte gesetzt werden.

2) <u>Umformung für eine Betrachtung mit einem Haupt- und einem Rückkopplungszweitor:</u>



3) Es handelt sich hierbei um eine Parallel-Parallel-Kopplung (PPK). Dafür eignet sich die Betrachtung mit einer $\underline{Y}$ - Matrix (Admittanz - Matrix). Dabei addieren sich jeweils die Ströme, die Spannungen bleiben jedoch gleich.

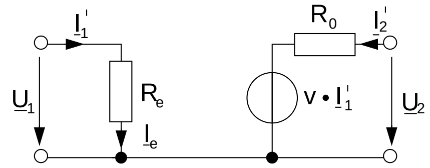
4) Hauptzweitor:

$$\underline{Y}_{11}^{(1)} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} = \frac{1}{R_e}$$

$$\underline{Y}_{12}^{(1)} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{U}_1=0} = 0$$

$$\underline{Y}_{21}^{(1)} = \left.\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} = \frac{-v}{R_0 \cdot R_E}$$

$$\underline{Y}_{22}^{(1)} = \left.\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{U}_1=0} = \frac{1}{R_0}$$



$$\Rightarrow \left[\underline{Y}^{(1)}\right] = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_e} & 0 \\ \frac{-v}{R_0 \cdot R_E} & \frac{1}{R_0} \end{bmatrix}$$

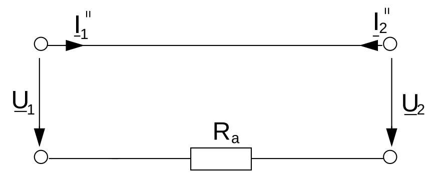
Rückkopplungszweitor:

$$\underline{Y}_{11}^{(2)} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} = \frac{1}{R_a}$$

$$\underline{Y}_{12}^{(2)} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{U}_1=0} = -\frac{1}{R_a}$$

$$\underline{Y}_{21}^{(2)} = \left.\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} = -\frac{1}{R_a}$$

$$\underline{Y}_{22}^{(2)} = \left.\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{U}_1=0} = \frac{1}{R_a}$$



$$\Rightarrow \left[\underline{Y}^{(2)}\right] = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a} & -\frac{1}{R_a} \\ -\frac{1}{R_a} & \frac{1}{R_a} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left[\underline{Y}\right] = \left[\underline{Y}^{(1)}\right] + \left[\underline{Y}^{(2)}\right] = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_e} + \frac{1}{R_a} & -\frac{1}{R_a} \\ \frac{-v}{R_0 \cdot R_E} - \frac{1}{R_a} & \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_a} \end{bmatrix}$$

5) Allgemeine Bestimmung der Verstärkung $\underline{Z}_G$:

$$\underline{Z}_G = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1}\right|_{R_2\,\epsilon\,\mathbb{R}} \qquad \Rightarrow \quad \frac{-\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = R_2$$

$$\frac{-\underline{U}_2}{R_2} = \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2$$

$$-\underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \big(\underline{Y}_{22} + \frac{1}{R_2}\big)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \left(\frac{\underline{Y}_{22} + \frac{1}{R_2}}{-\underline{Y}_{21}}\right)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \frac{\underline{Y}_{22} + \frac{1}{R_2}}{-\underline{Y}_{21}} + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2$$

$$= \underline{U}_2 \cdot \left(\underline{Y}_{12} - \frac{\underline{Y}_{11} \cdot \big(\underline{Y}_{22} + \frac{1}{R_2}\big)}{\underline{Y}_{21}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \underline{Z}_G = \frac{1}{\underline{Y}_{12} - \frac{\underline{Y}_{11} \cdot \left(\underline{Y}_{22} + \frac{1}{R_2}\right)}{\underline{Y}_{21}}} = \frac{\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}_{12} \cdot \underline{Y}_{21} - \underline{Y}_{11} \cdot \underline{Y}_{22} - \frac{\underline{Y}_{11}}{R_2}}$$

$$= \frac{vG_0G_e - G_a}{-G_a \cdot \big(-vG_0G_e - G_a\big) - \big(G_e + G_a\big) \cdot \big(G_0 + G_a\big) - G_2 \cdot \big(G_e + G_a\big)}$$

6) $|v| \to \infty, G_2 \to \infty$

a) $\underline{Z}_G \to \frac{-vG_0G_e}{vG_0G_eG_a - G_2\left(G_e + G_a\right)} = \frac{-1}{G_a - \frac{G_2 \cdot \left(G_e + G_a\right)}{vG_0G_eG_a}}$

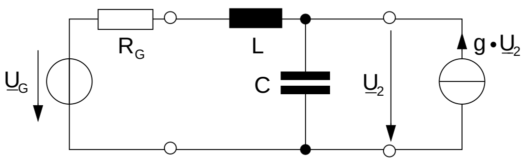
b) <u>Wunsch:</u> $|\underline{Z}_G| = \frac{1}{G_a}$ $\qquad |R_2 \cdot v|\,?$

$$\Rightarrow \quad G_a \gg \frac{G_2\big(G_e + G_a\big)}{vG_0G_e}$$

$$R_2 \cdot v \gg \frac{G_e + G_a}{G_0G_eG_a} = R_0 \cdot \frac{\frac{1}{R_e} + \frac{1}{R_a}}{\frac{1}{R_e} \cdot \frac{1}{R_a}} = R_0\big(R_e + R_a\big)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{R_2 \cdot v \gg R_0\big(R_e + R_a\big)}$$

Aufgabe 5 (11 Punkte): Stabilität, Netzwerk



Betrachte $\underline{U}_2$ für $\underline{U}_G \to 0$ als Größe für die Instabilität (Wirkungsfkt.).

1) Es sei $s = j\omega$.

Maschenumlauf:

$$\text{I: } -\underline{U}_G + \underline{I}_G \cdot \big(R_G + sL\big) + \underbrace{\big(\underline{I}_G + g \cdot \underline{U}_2\big) \cdot \frac{1}{sC}}_{=\underline{U}_2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \underline{I}_G = \underline{U}_2 \cdot \big(sC - g\big)$$

in I:

$$\underline{U}_2 \cdot \Big(1 + \big(R_G + sL\big) \cdot \big(sC - g\big)\Big) = \underline{U}_G$$

$$\underline{U}_2 = \underline{F}(s) \cdot \underline{U}_G = \frac{1}{1+\big(R_G+sL\big)\cdot\big(sC-g\big)} \cdot \underline{U}_G$$

$$\Rightarrow \quad \underline{F}(s) = \frac{1}{1+\big(R_G+sL\big)\cdot\big(sC-g\big)} \qquad \text{(Wirkungsfunktion)}$$

2) Für $\underline{U}_G \to 0$ folgt $\underline{U}_2 \to 0$, außer WF ist instabil.

instabil wenn,

$$1 + \big(R_G + SL\big) \cdot \big(sC - g\big) \overset{!}{=} 0 \qquad \text{(mit } Re\{s\} \text{ in RHE } (> 0))$$

$$s^2 \cdot LC + s \cdot \big(R_G \cdot C - gL\big) + \big(1 - R_G \cdot g\big) = 0$$

$$\Rightarrow \quad s_{1,2} = \frac{gL - R_G\cdot C \pm \sqrt{\big(R_G\cdot C - gL\big)^2 - 4LC\big(1 - R_G\cdot g\big)}}{2\cdot LC}$$

$s_{1,2} = \frac{gL - R_G \cdot C}{2LC} \pm \sqrt{\frac{\left(R_G \cdot C - gL\right)^2}{4L^2C^2} + \frac{R_G \cdot g - 1}{LC}}$

3) instabil, wenn $Re\{s\} > 0$ (2. Bedingung):

$$Re\{s\} = \frac{gL - R_G \cdot C}{2LC} > 0$$

$$gL - R_G \cdot C > 0$$

$$g > \frac{R_G \cdot C}{L}$$

Es ist ein instabiles Verhalten in Form einer aufklingenden, sinusförmigen Oszillation erwünscht:

$\Rightarrow$ $\omega \neq 0$, d.h. die Wurzel ist imaginär ($s = \sigma + j\omega$).

$$\frac{\left(R_G \cdot C - gL\right)^2}{4L^2C^2} + \frac{R_G \cdot g - 1}{LC} < 0$$

$$\left(R_G \cdot C - gL\right)^2 + 4LC \cdot \left(R_G \cdot g - 1\right) < 0$$

$$\left(R_G \cdot C\right)^2 - 2 \cdot R_G \cdot CgL + \left(gL\right)^2 + 4LC \cdot R_G \cdot g - 4LC < 0$$

$$\left(R_G \cdot C + gL\right)^2 - 4LC < 0$$

bzw. für g: $R_G \cdot C + gL < \pm 2\sqrt{LC}$

$$g < \left(\pm\, 2\sqrt{LC} - R_G \cdot C\right) \cdot \frac{1}{L}$$

$$g < \pm 2\sqrt{\frac{C}{L}} - \frac{R_G \cdot C}{L}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{R_G \cdot C}{L} < g < \pm 2\sqrt{\frac{C}{L}} - \frac{R_G \cdot C}{L}$$

4) Da Schwingungsbedingung $g > \frac{R_G \cdot C}{L}$ fordert, setze man

$$g = \frac{R_G \cdot C}{L} + \epsilon \qquad\qquad \text{mit } \epsilon > 0,$$

so wird aus

$$g < \pm 2\sqrt{\frac{C}{L}} - \frac{R_G \cdot C}{L}$$

$$\frac{R_G \cdot C}{L} + \epsilon < \pm 2\sqrt{\frac{C}{L}} - \frac{R_G \cdot C}{L}$$

$$\epsilon < \pm 2\sqrt{\frac{C}{L}} - 2 \cdot \frac{R_G \cdot C}{L}.$$

Wegen $\epsilon > 0$ und $L, C, R_G > 0$ folgt

$$\epsilon < +2\sqrt{\frac{C}{L}} - 2 \cdot \frac{R_G \cdot C}{L}$$

$$2 \cdot \frac{R_G \cdot C}{L} + \epsilon < 2\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$R_G + \frac{L\epsilon}{2C} < \sqrt{\frac{L}{C}}$$

d.h. Schwingung, wenn $R_G < \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Aufgabe 6 (12 Punkte): Gleichtakt-, Gegentaktzerlegung

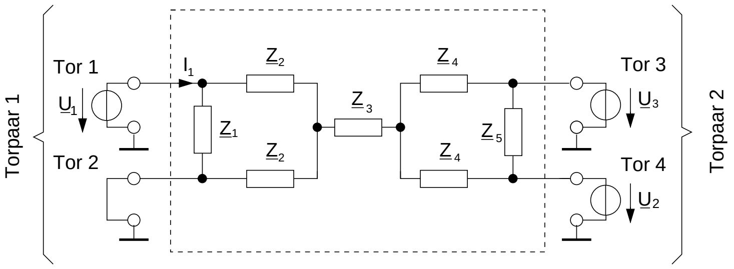
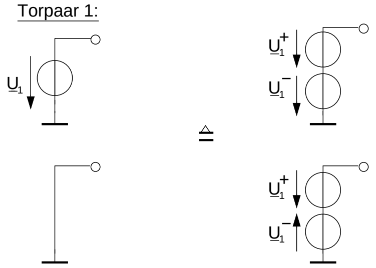


Abb.: Symmetrisches Netzwerk mit unsymmetrischer Ansteuerung an zwei Torpaaren.

1) Überlagerung von Gleich- und Gegentaktquellen:

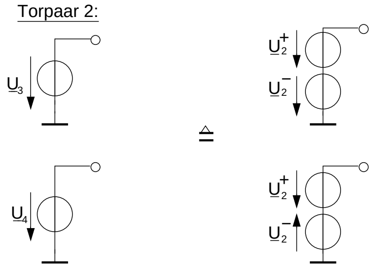
Torpaar 1:



$$\underline{U}_1^+ = \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_1$$

$$\underline{U}_1^- = \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_1$$

Torpaar 2:

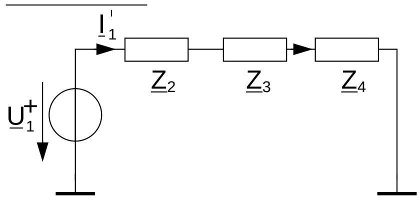


$$\underline{U}_2^+ = \tfrac{1}{2} \cdot \left(\underline{U}_3 + \underline{U}_4\right)$$

$$\underline{U}_2^- = \tfrac{1}{2} \cdot \left(\underline{U}_3 - \underline{U}_4\right)$$

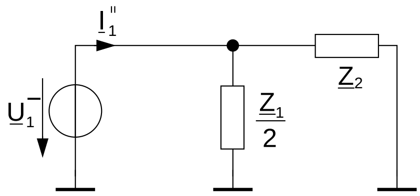
2) Ansteuerung an Torpaar 1:

Gleichtakt:



$$\underline{I}_1' = \frac{\underline{U}_1^+}{\underline{Z}_2 + 2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4}$$

Gegentakt:

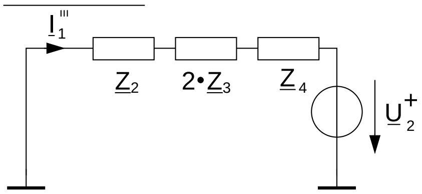


$$\underline{I}_1'' = \frac{\underline{U}_1^-}{\frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_1}{2\left(\underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1}{2}\right)}}$$

$$= \frac{\underline{U}_1^- \left(2\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1\right)}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}$$

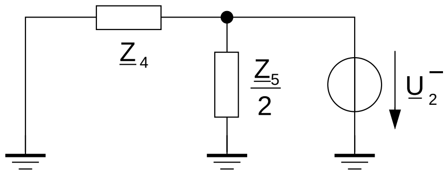
Ansteuerung an Torpaar 2:

Gleichtakt:



$$\underline{I}_1''' = \frac{-\underline{U}_2^+}{\underline{Z}_2 + 2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4}$$

Gegentakt:



Kein Stromfluss, da $\underline{Z}_3$ virtuell kurzgeschlossen ist.

$\longrightarrow \underline{I}_1'''' = 0$

3) Durch Überlagerung der vier Ströme aus den Gleich- und Gegentaktersatzschaltbildern erhalten wir den Strom $\underline{I}_1$:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_1' + \underline{I}_1'' + \underline{I}_1''' + \underline{I}_1''''$$

$$= \frac{\underline{U}_1^+}{\underline{Z}_2 + 2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} + \frac{\underline{U}_1^-\big(2\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1\big)}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2} + \frac{-\underline{U}_2^+}{\underline{Z}_2 + 2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} + 0$$

$$= \frac{\underline{U}_1^+ - \underline{U}_2^+}{\underline{Z}_2 + 2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} + \frac{\underline{U}_1^-\big(2\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1\big)}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot \underline{U}_1 - \frac{1}{2}\big(\underline{U}_3 + \underline{U}_4\big)}{\underline{Z}_2 + 2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} + \frac{\frac{1}{2} \cdot \underline{U}_1\big(2\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1\big)}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}$$

Falls $\underline{U}_1 = \underline{U}_3 + \underline{U}_4$:

$$\boxed{\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{2} \cdot \frac{2\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}}$$

Aufgabe 7 (16 Punkte): Operationsverstärker, Bode-Diagramm

1) Bestimmung der Verstärkung $\underline{F}(j\omega)$:

a) $\underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2$ (1)
$\underline{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2$ (2)

$\underline{I}_e = \underline{I}_1$, da idealer OP einen unendlich hohen Eingangswiderstand besitzt.

$$\underline{I}_e = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2$$

$$= \underline{Y}_{11} \cdot \frac{-\underline{U}_2}{\underline{v}_u} + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2 \qquad \text{(aus Maschenumläufen)}$$

$$= \underline{U}_2 \cdot \left(\underline{Y}_{12} - \frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{v}_u}\right)$$

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_e \cdot \frac{1}{\underline{Y}_{12} - \frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{v}_u}} = \underline{I}_e \cdot \frac{-\frac{\underline{v}_u}{\underline{Y}_{11}}}{1 - \frac{\underline{v}_u}{\underline{Y}_{11}} \cdot \underline{Y}_{12}}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{F}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2(j\omega)}{\underline{I}_e(j\omega)} = \frac{-\frac{\underline{v}_u}{\underline{Y}_{11}}}{1 - \frac{\underline{v}_u}{\underline{Y}_{11}} \cdot \underline{Y}_{12}} = \frac{\underline{F}_a}{1 + \underline{F}_a \cdot \underline{F}_2}$$

c) Schleifenverstärkung: $\underline{F}_0 = \underline{F}_a \cdot \underline{F}_2 = -\frac{\underline{v}_u}{\underline{Y}_{11}} \cdot \underline{Y}_{12}$

Stabilitätsanalyse mit Schleifenverstärkung: $\underline{F}_a$ muss stabil sein.

b) $\boxed{2}$ wird nicht benötigt, da $\boxed{1}$ hinreichend. Mit anderen Worten wird $\underline{U}_2$ vom OP (idealer Ausgang) vorgegeben und $\underline{I}_1$ von der Eingangsquelle.

d) $\underline{F}(j\omega) \overset{|\underline{v}_u| \to \infty}{=} \frac{1}{\underline{Y}_{12}} = \frac{1}{\underline{F}_2}$

Im Folgenden gilt: $\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22} = j\omega C + \frac{1}{R}, \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = -\frac{1}{R}$ und $\underline{v}_u(j\omega) = v_0 = 10^4$.

2) Definition: $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

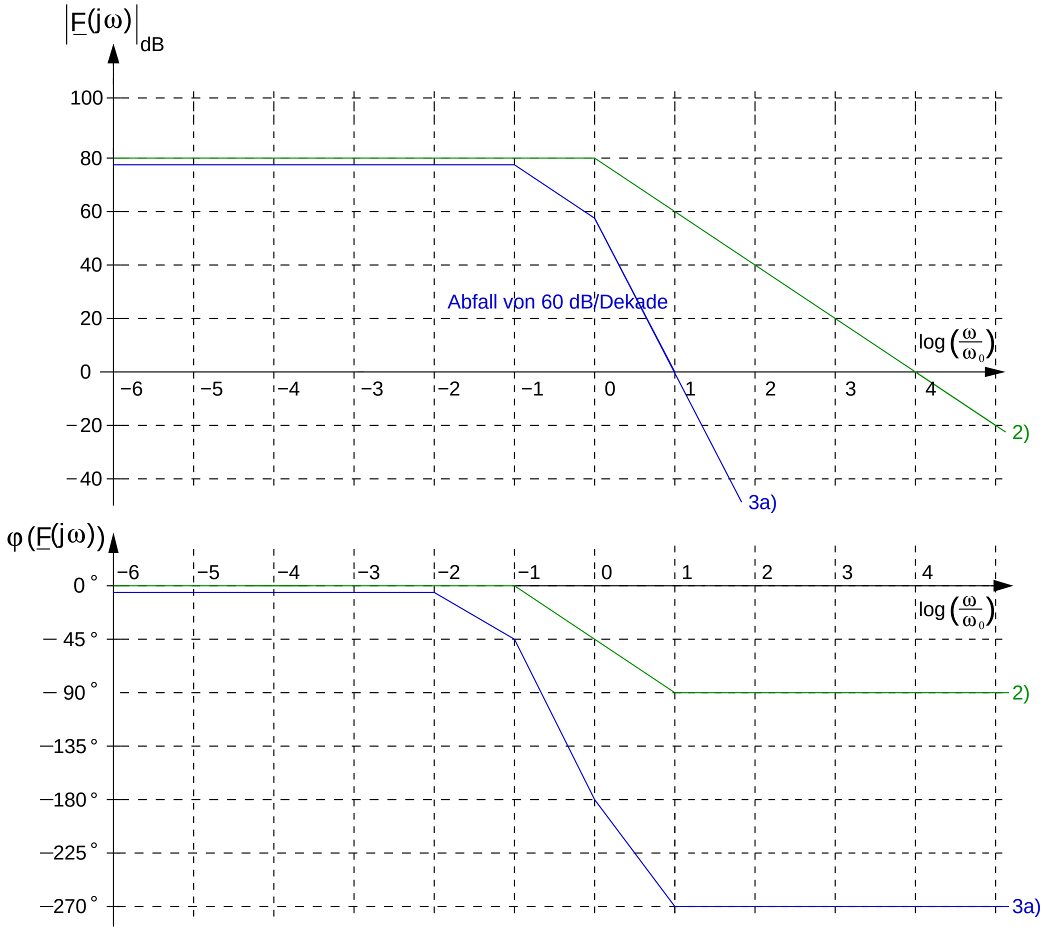
Einsetzen liefert:

$$\underline{F}_0 = -\frac{\underline{v}_u}{\underline{Y}_{11}} \cdot \underline{Y}_{12} = \frac{-v_0}{j\omega C + \frac{1}{R}} \cdot \left(- \frac{1}{R} \right)$$

$$= \frac{v_0 \cdot \frac{1}{R}}{j\omega C + \frac{1}{R}} = \frac{v_0}{1 + j\omega RC}$$

$$= \frac{v_0}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{10^4}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}$$

Bode-Diagramm: Aufgabe 2) und 3a)

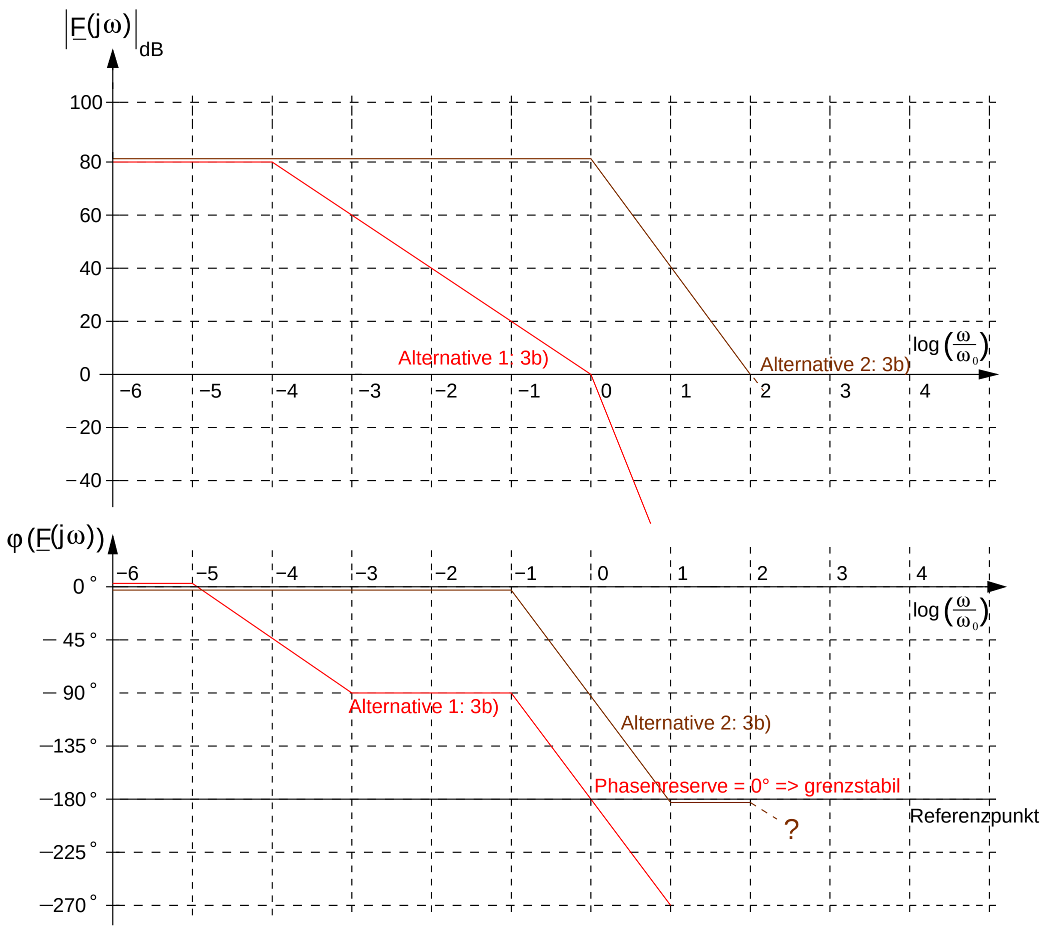


3) Für die Verstärkung des OP's gilt nun: $\underline{v}_u(j\omega) = \frac{v_0}{\left(1+j\cdot\frac{\omega}{\omega_0}\right)\left(1+j\cdot\frac{\omega}{\omega_x}\right)}$

a) $\underline{F}_0 = \underline{F}_a \cdot \underline{F}_2 = \frac{\underline{v}_u(j\omega)}{1+j\cdot\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{1}{1+j\cdot\frac{\omega}{\omega_0}} \cdot \frac{v_0}{\left(1+j\cdot\frac{\omega}{\omega_0}\right)\left(1+j\cdot\frac{\omega}{\omega_x}\right)} = \frac{v_0}{\left(1+j\cdot\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\left(1+j\cdot\frac{\omega}{\omega_x}\right)}$

instabil, da Phasenreserve $-90\,^\circ$ beträgt.

Bode-Diagramm:



b) 1. Fall:

Die Eckfrequenz ω_x wird so klein gewählt werden, dass $|\underline{F}_a \cdot \underline{F}_2| = 1$ nur durch ω_x verursacht wird, bevor die 2 Tiefpassterme bei ω_0 eine weitere Phasendrehung bewirken. $\Rightarrow$ stabil, da die Phasenreserve in diesem Fall $\varphi_R = 90^\circ$ beträgt.

$\Rightarrow$ stabil für $\omega_x < \frac{\omega_0}{10^4}$,

$\Rightarrow$ grenzstabil für $\omega_x = \frac{\omega_0}{10^4}$,

$\Rightarrow$ instabil für $\omega_x > \frac{\omega_0}{10^4}$.

2. Fall:

Die Eckfrequenz ω_x wird so groß gewählt, so dass $|\underline{F}_a \cdot \underline{F}_2| = 1$ nur durch den doppelten Tiefpass bei ω_0 bestimmt wird.
Dann ist $\varphi_R = 0$ für alle ω_x, die ausreichend hoch gewählt sind.

Da ω_x bereits bei $\frac{\omega_x}{10}$ eine Phasendrehung bewirkt, muss

$$\omega_x > \underbrace{10}_{\hookleftarrow} \cdot \underbrace{100}_{\hookrightarrow} \omega_0.$$

Abstand, da Phasendrehung bereits bei $\frac{\omega_x}{10}$ beginnt.

Abstand von ω_x bis zur Durchtrittsfrequenz.

$\Rightarrow$ grenzstabil für $\omega_x \geq 1000 \cdot \omega_0, \quad \varphi_R = 0,$

$\Rightarrow$ instabil für $\omega_x < 1000 \cdot \omega_0, \quad \varphi_R < 0.$