



Skriptum zum
Praktikum
Elektronik II
– Schaltungstechnik –
SS 20086

Oszillator

Yassen Dobrev

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Wirkungsweise	2
2.1	Rückkopplung	2
2.2	Schwingbedingung	3
2.3	Alternativen	4
3	Phasenschiebersoszillator	6
3.1	RC-Kette	6
3.1.1	ABCD-Matrix	7
3.1.2	Frequenzgang	8
3.1.3	Dimensionierung	9
3.2	Verstärker	10
3.2.1	Darlington-Schaltung	10
3.2.2	Dimensionierung	11
3.2.3	Kleinsignalverhalten	13
3.2.4	Millertheorem	15
3.2.5	Einfluss der parasitären Kapazitäten	16
3.2.6	Neudimensionierung der RC-Kette	18
3.3	Lissajous-Figuren	19
4	Aufgaben	21
4.1	Vorbereitende Aufgaben	21
4.2	Praktische Aufgaben	22

1 Einführung

Als Oszillator bezeichnet man im Allgemeinen jedes schwingende Gebilde. In der Elektronik sind die Oszillatoren Schaltungen, die zur Erzeugung elektrischer Schwingungen dienen. Sie sind Energiewandler, sie wandeln Gleich- in Wechselstromenergie um. Sie finden Anwendung in vielen Bereichen der Technik.

Eine elektrische Schwingung wird durch die Frequenz, die Amplitude und die Kurvenform gekennzeichnet. Die Frequenz f ergibt sich aus dem Reziprokwert der Periodendauer T . Für die verschiedenen Anwendungen benötigt man Frequenzen von nahezu Null bis in den GHz-Bereich. Je nach Anwendung ist der Spitzen- oder der Effektivwert der Amplitude von Interesse. Bezüglich der Kurvenform unterscheidet man zwischen Sinusschwingungen (harmonische Schwingungen), Rechteckschwingungen, Dreieckschwingungen und Sägezahnschwingungen (vgl. Abb. 1.1).

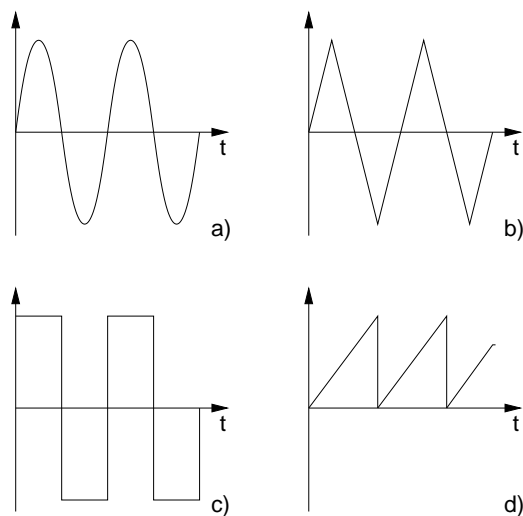


Abb. 1.1: Kurvenformen von Schwingungen:
a) Sinus; b) Dreieck; c) Rechteck; d) Sägezahn

In diesem Versuch wird ein Sinus-Oszillator mit einer Frequenz von 50kHz und einer Amplitude von 1.4V bei einer Betriebsspannung von $\approx 3\text{V}$ besprochen.

2 Wirkungsweise

Elektrische Schwingungen entstehen, wenn einer schwingfähigen Schaltung (z.B. einer Parallelschaltung aus Kondensator und Spule) Energie (Stromstoß) zugeführt wird. Wegen der unvermeidlichen Verluste in technischen Bauelementen, klingt die Schwingung ab.

Um eine ungedämpfte Schwingung zu erhalten, muss man den Schwingkreis entdämpfen. Zur Entdämpfung kann man einen aktiven Vierpol in Rückkopplungsschaltung verwenden.

2.1 Rückkopplung

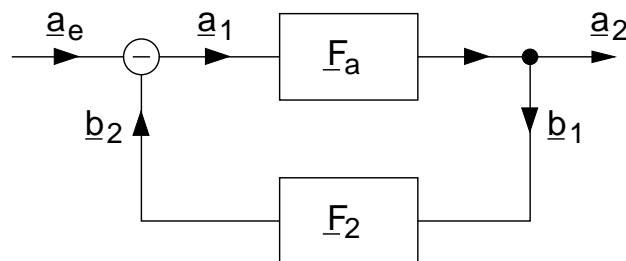


Abb. 2.1: Schematische Darstellung einer rückgekoppelten Schaltung

Abb. 2.1 zeigt die allgemeine Darstellung einer rückgekoppelten Verstärkerschaltung¹. Die Signale (Ströme oder Spannungen) a_1 und a_2 sind das Ein- und Ausgangssignal des Verstärkers, b_1 und b_2 die des Koppelvierpols, a_e ist das Eingangssignal der Gesamtschaltung.

Mit der komplexen Verstärkung \underline{F}_a ² und dem Rückkopplungsfaktor \underline{F}_2

$$\underline{F}_a = \frac{a_2}{a_1} \quad (2.1)$$

$$\underline{F}_2 = \frac{b_2}{b_1} \quad (2.2)$$

lässt sich die Verstärkung der Gesamtschaltung \underline{V} berechnen (\rightarrow Vorbereitende Aufgaben):

$$\underline{V} = \frac{a_2}{a_e} = \frac{\underline{F}_a}{1 + \underline{F}_2} \quad (2.3)$$

¹Vgl. Skript Prof. Möller Elektronik 2, Kapitel 6: Rückgekoppelte Schaltungen

²Subskript "a" für "amplifier".

mit der Schleifenverstärkung $\underline{F}_O = \underline{F}_a \underline{F}_2$.

Ist die Schleifenverstärkung

- $\underline{F}_O > 0$ dann liegt Gegenkopplung ($\underline{V} < \underline{F}_a$) vor;
- $\underline{F}_O < 0$ dann liegt Mitkopplung ($\underline{V} > \underline{F}_a$) vor.

Erreicht $\underline{F}_O = -1$ geht $\underline{V} \rightarrow \infty$, d.h. bei endlichem Ausgangssignal \underline{a}_2 ist das Eingangssignal $\underline{a}_e = 0$. Wenn der letzte Fall eintritt, wirkt die Schaltung als Oszillator.

Im Folgenden werden die obigen Behauptungen mathematisch (aus regelungstechnischer Sicht) begründet. Der in diesem Versuch betrachtete Oszillator erfüllt die Bedingung, dass das Haupt- und das Rückkopplungszweig stabil sind. Somit kann das vereinfachte Nyquist-Kriterium angewendet werden³. Es besagt, dass die gesamte rückgekoppelte Schaltung stabil ist, wenn die Ortskurve des Frequenzgangs der Schleifenverstärkung den kritischen Punkt -1 nicht umschließt, also die reelle Achse rechts von -1 schneidet. Das entspricht dem Fall $\underline{F}_O > -1$. Verläuft die Ortskurve durch den kritischen Punkt -1 , ist also $\underline{F}_O = -1$ so ist die Schaltung grenzstabil. Entsprechend ist die Schaltung für $\underline{F}_O < -1$ instabil. Wie im nächsten Kapitel genauer erläutert, ist letzteres bei Oszillatoren der angestrebte Fall.

2.2 Schwingbedingung

Der Sonderfall des verschwindenden Eingangssignals bei Oszillatoren erfordert eine Präzisierung des Schemas der Rückkopplung (Abb. 2.2). Der Rückkopplungsvierpol \underline{F}_2 besteht bei den Oszillatoren aus einem frequenzbestimmenden Glied und einem Rückkoppelnetzwerk, die oft nicht voneinander trennbar sind.

Als Startsignal für die Schwingungen wirkt das Eigenrauschen der Bauelemente, bzw. der Einschaltvorgang der Betriebsspannung. Dieses Signal weist eine kleine Amplitude auf, aber besitzt ein breites Frequenzspektrum. Falls durch geeignete Dimensionierung des frequenzbestimmenden Gliedes gesichert wird, dass ein Anteil des Rauschens mit einer bestimmten Frequenz über das Rückkopplungsnetzwerk den Eingang bei gleicher Phasenlage erreicht, so entsteht eine Schwingung mit anwachsender Amplitude. Das entspricht dem Fall $\underline{F}_O < -1$, also einer instabilen Schaltung. Diesen Prozess

³Vgl. Skript Prof. Möller Elektronik 2, Kapitel 7: Stabilität linearer Schaltungen

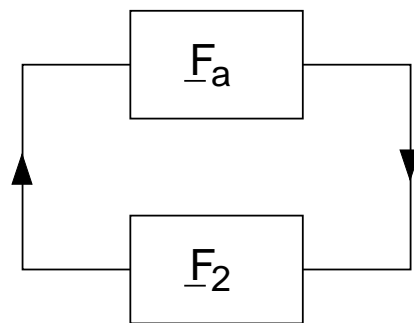


Abb. 2.2: Schematische Darstellung eines Oszillators

nennt man Selbsterregung.

Infolge der Nichtlinearität der Verstärker bei großen Amplituden, wird die Amplitude der Schwingung begrenzt, d.h. das Ausgangssignal des Verstärkers wächst nicht trotz Anwachsens des Eingangssignal. So stellt sich ein Signal konstanter Amplitude ein, was dem eingeschwungenen Zustand $\underline{F}_O = -1$ entspricht (Grenzstabilität).

Da \underline{F}_O eine komplexe Größe ist, lässt sich die Schwingbedingung in eine Betrags- und eine Phasenbedingung im Fall der Gegenkopplung folgendermaßen zerlegen

$$|\underline{F}_O| > 1 \quad (2.4)$$

$$\phi_O = 0, \pi, 3\pi, \dots \quad (2.5)$$

Da bei der praktischen Realisierung keine Gegenkopplung, sondern eine Mitkopplung entsteht, lauten die Schwingbedingungen

$$|\underline{F}_O| > 1 \quad (2.6)$$

$$\phi_O = 0, 2\pi, 4\pi, \dots \quad (2.7)$$

2.3 Alternativen

Neben den gerade vorgestellten Vierpoloszillatoren existieren auch Zweipoloszillatoren und Kippschaltungen.

Die Zweipoloszillatoren sind analog zu den Vierpoloszillatoren aufgebaut, jedoch verwendet man zur Entdämpfung statt aktiver Vierpole aktive Zweipole mit negativem Widerstand (z.B. Tunneldiode). Sie haben geringe praktische Bedeutung und werden hier nicht näher betrachtet.

Mit Kippschaltungen werden Kippschwingungen erzeugt. Sie sind dadurch

charakterisiert, dass in dem Ausgangssignal Sprünge vorhanden sind. Mit Kippschaltungen lassen sich alle Kurvenformen aus Abb. 1.1 außer der Sinus-Schwingung realisieren. Je nach Stabilität der Endzustände unterscheidet man bistabile (z.B. Flipflop, besitzt zwei stabile Zustände), monostabile (z.B. Monoflop, besitzt nur einen stabilen Zustand) und astabile (z.B. Multivibrator) Kippschaltungen. Während die bistabilen und monostabilen Kippschaltungen ein äußeres Signal brauchen, wenn sich die Endzustände ändern sollen, pendelt bei den astabilen Schaltungen das Ausgangssignal ständig zwischen den beiden Endzuständen hin und her.

Als Beispiel soll hier der Multivibrator aus Abb. 2.3 kurz besprochen werden. Er dient zur Erzeugung rechteckiger Schwingungen.

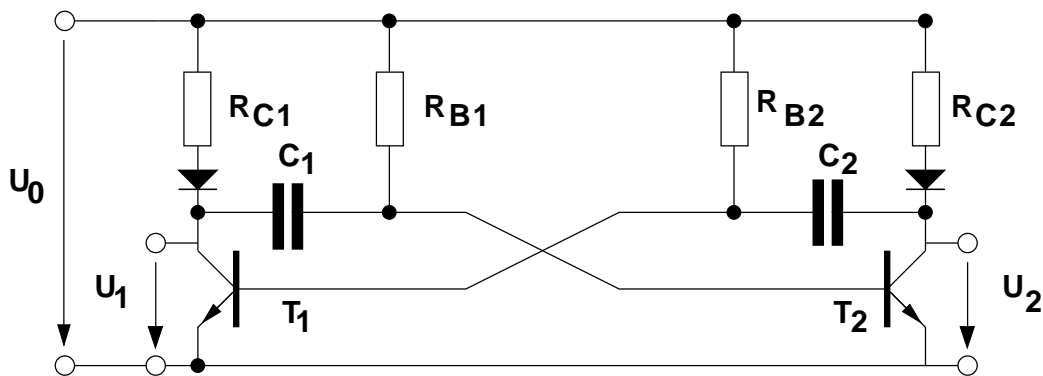


Abb. 2.3: Astabile Kippschaltung - Multivibrator

Er lässt sich sowohl symmetrisch, als auch asymmetrisch dimensionieren. Sein Funktionsprinzip beruht darauf, dass die Transistoren T_1 und T_2 abwechselnd sperren und leiten. Die Periodendauer berechnet sich nach der folgenden Formel

$$t_1 \approx R_{B1} C_2 \cdot \ln 2 \quad (2.8)$$

$$t_2 \approx R_{B2} C_1 \cdot \ln 2 \quad (2.9)$$

$$f = \frac{1}{t_1 + t_2} \quad (2.10)$$

Durch zusätzliche Erweiterungen lässt sich die Frequenz von einer äußeren Spannung steuern.

Kippschaltungen werden in diesem Versuch nicht näher besprochen.

3 Phasenschieberoszillator

Als Funktionsprinzip für einen Sinus-Oszillator wird in diesem Versuch der Phasenschieberoszillator eingesetzt. Die gesamte Schaltung ist in Abb. 3.1 dargestellt. Als Hauptverstärker dient ein Inverter⁴ und als Rückkopplungsvierpol eine Kette aus Tief- oder Hochpässen. Im idealtheoretischen Fall beträgt die Phasenverschiebung vom Inverter $\phi_a = 180^\circ$. Um die Phasenbedingung (2.7) zu erfüllen, muss man gewährleisten, dass die Gesamtphasendrehung des Haupt- und des Rückkopplungsvierpols ein Vielfaches von 2π wird. Folglich kommt eine Schwingung nur dann zustande, wenn der Rückkopplungsvierpol auch eine Phasenverschiebung von $\phi_2 = 180^\circ$ aufweist und wenn die Verstärkung des Verstärkers größer als die Dämpfung des Schwingungsgliedes ist.

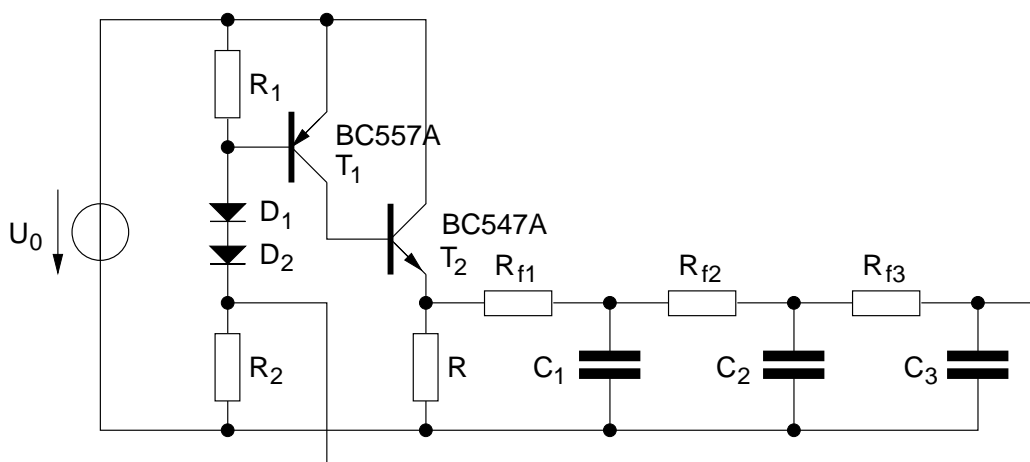


Abb. 3.1: Phasenschieberoszillator

3.1 RC-Kette

Wie erwähnt, ist die Phasenbedingung erfüllt, wenn der Rückkopplungsvierpol eine Phasendrehung von 180° aufweist.

Wie in Abb. 3.1 und Abb. 3.2 dargestellt, kann man das mit einer Kette von mindestens 3 RC-Gliedern (oder CR-Gliedern) realisieren. Wie später quantitativ gezeigt wird, ist die Phasendrehung der Kette frequenzabhängig. Damit

⁴Als Inverter bezeichnet man einen Transistor in Emitterschaltung. Er zeichnet sich durch hohe Spannungsverstärkung aus.

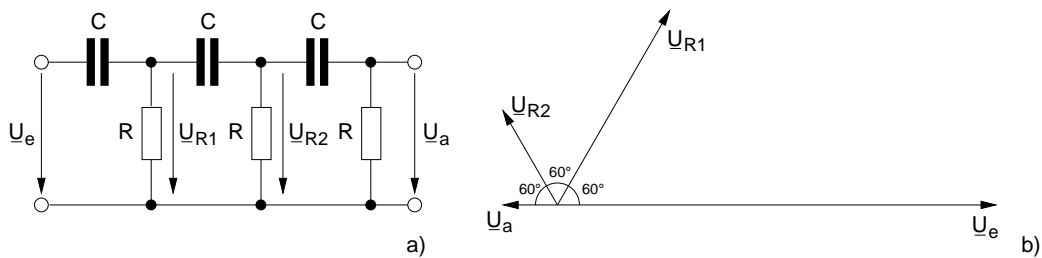


Abb. 3.2: CR-Kette: a)Schaltung; b)Zeigerdiagramm

der Oszillator bei der gewünschten Frequenz schwingt, muss man durch geeignete Dimensionierung von R und C gewährleisten, dass die Phasendrehung bei dieser Frequenz 180° beträgt.

3.1.1 ABCD-Matrix

Um den Frequenzgang der CR-Kette zu bestimmen, verwendet man am einfachsten die ABCD-Matrix⁵. Sie dient zur Berechnung der resultierenden Matrix von hintereinander geschalteten Zweitoren. Sie ist folgendermaßen definiert

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

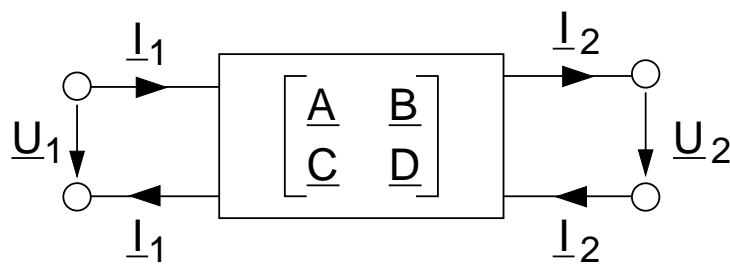


Abb. 3.3: ABCD-Matrix

Die Komponenten der Matrix sind

$$\frac{1}{\underline{A}} = \left. \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right|_{\underline{I}_2=0} \quad (3.2)$$

⁵Vgl. Skript Prof. Möller Elektronik 4, Lecture 2: Transmission lines (TMLs)

$$\frac{1}{\underline{B}} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} \quad (3.3)$$

$$\frac{1}{\underline{C}} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{\underline{D}} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{U_2=0} \quad (3.5)$$

Um die Berechnung des Frequenzgangs weiter zu vereinfachen und zu formalisieren, kann man folgende zwei Grundmatrizen benutzen (\rightarrow Vorbereitende Aufgaben)

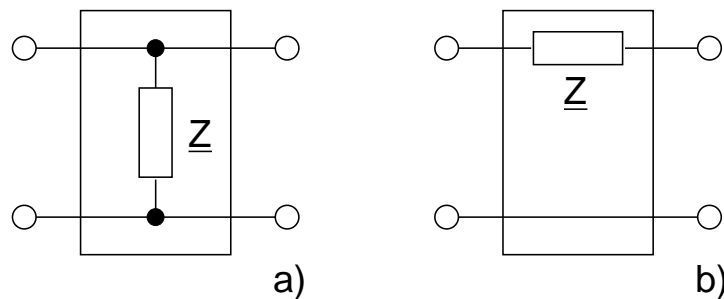


Abb. 3.4: a) Shunt; b) Link

- Shunt

$$\begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\underline{Z}} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

- Link

$$\begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \underline{Z} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

3.1.2 Frequenzgang

Jetzt kann man die Schaltung aus Abb. 3.2 folgendermaßen darstellen

$$ABCD_{gesamt} = Link_C \cdot Shunt_R \cdot Link_C \cdot Shunt_R \cdot Link_C \cdot Shunt_R \quad (3.8)$$

Somit (\rightarrow Vorbereitende Aufgaben)

$$\underline{F}_2 = \frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{A_{gesamt}} = \frac{-\omega^3 C^3 R^3}{(\omega^3 C^3 R^3 - 5\omega CR) + j(1 - 6\omega^2 C^2 R^2)} \quad (3.9)$$

Die Bedingung $\phi = 180^\circ$ ist äquivalent dazu, dass der Imaginärteil von Gl. 3.9 verschwindet. Das liefert für die Frequenz

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6} \cdot RC} \quad (3.10)$$

Gl. 3.10 in Gl. 3.9 eingesetzt liefert

$$K = -\frac{1}{29} \quad (3.11)$$

Also: bei der Frequenz ω_0 weist die Schaltung nach Abb. 3.2 eine Phasenverschiebung von 180° und eine Dämpfung von $\frac{1}{29}$ auf.

3.1.3 Dimensionierung

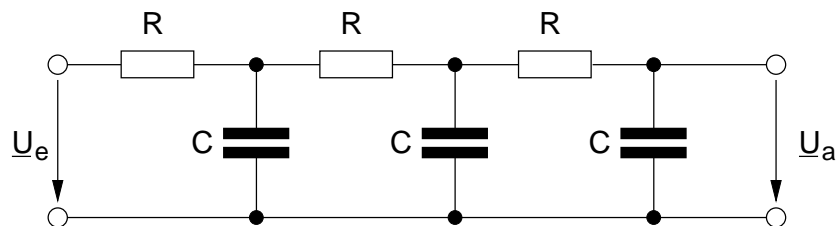


Abb. 3.5: RC-Kette

Auf analoge Weise (\rightarrow Vorbereitende Aufgaben) erhält man für die Kette aus 3 RC-Gliedern nach Abb. 3.5 für die gewünschte Frequenz

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{6}}{RC} \quad (3.12)$$

Mit $\omega = 2\pi f$ erhält man

$$f = \frac{0.39}{RC} \quad (3.13)$$

Für die geforderte Frequenz von $f = 50kHz$ ist die Bedingung für

$$R = 1k\Omega \quad (3.14)$$

$$C = 7.8nF \quad (3.15)$$

erfüllt.

3.2 Verstärker

Damit die Schwingbedingungen erfüllt werden, muss ein Verstärker mit Spannungsverstärkung $|F_a| > 29$ und Phasendrehung $\phi = 180^\circ$ eingesetzt werden. Als solcher dient hier, wie in Abb. 3.1 dargestellt, eine komplementäre Darlington-Schaltung.

3.2.1 Darlington-Schaltung

Als eine Darlington-Schaltung bezeichnet man zwei hintereinander geschaltete Transistoren. Man kann sie als eine Kombination aus npn-npn, pnp-pnp, sowie auch npn-pnp und pnp-npn Transistoren ausführen. Letzteres bezeichnet man als eine pnp-Komplementärdarlingtonstufe und wird im Folgenden näher betrachtet.

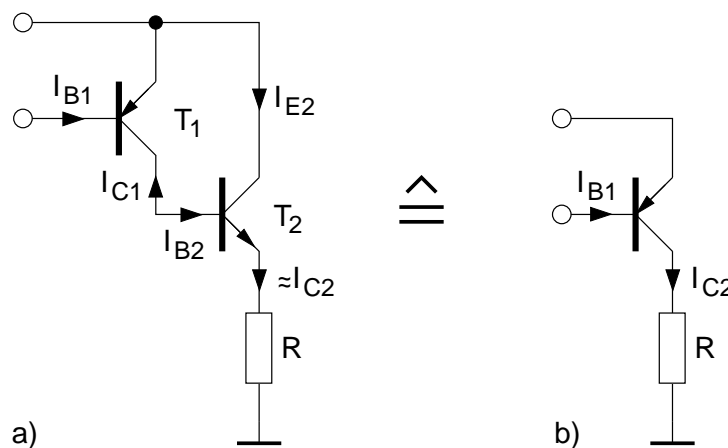


Abb. 3.6: a) pnp-Komplementärdarlingtonstufe; b) Äquivalente Ein-Transistorstufe

Wie in Abb. 3.6 a) gezeigt, fließt der Strom I_{C1} aus der Basis von T_2 heraus⁶, so dass $I_{B2} = -I_{C1}$. Mit $I_{C1} = \beta_{01}I_{B1}$ und $I_{C2} = \beta_{02}I_{B2}$ erhält man für die Gleichstromverstärkung der Darlington-Schaltung:

$$\frac{I_{C2}}{I_{B1}} = -\beta_{01}\beta_{02} =: -\beta_0 \quad (3.16)$$

⁶Man muss beachten, dass bei einem PNP-Transistor der Basisstrom I_B und der Kollektorstrom I_C negativ sind, also aus der Basis, bzw. aus dem Kollektor herausfließen. Der Emitterstrom I_E (hier nicht dargestellt) fließt in den Emitter hinein.

Man kann sich, wie in Abb.3.6 b) dargestellt, die Gesamtschaltung als einen pnp-Transistor in Emittergrundschtaltung mit der Stromverstärkung $-\beta_0$ vorstellen.

Der Vorteil der Darlington-Schaltung ist, dass sie eine wesentlich höhere Stromverstärkung als ein einzelner Transistor aufweist. So kann ein sehr kleiner Strom eine große Last steuern, ohne die Eingangsspannung zu belasten.

3.2.2 Dimensionierung

Im Folgenden wird die Berechnung des Arbeitspunktes des Verstärkers durchgeführt. Dazu benutzt man das in Abb. 3.7 dargestellte Gleichstrom-ESB⁷.

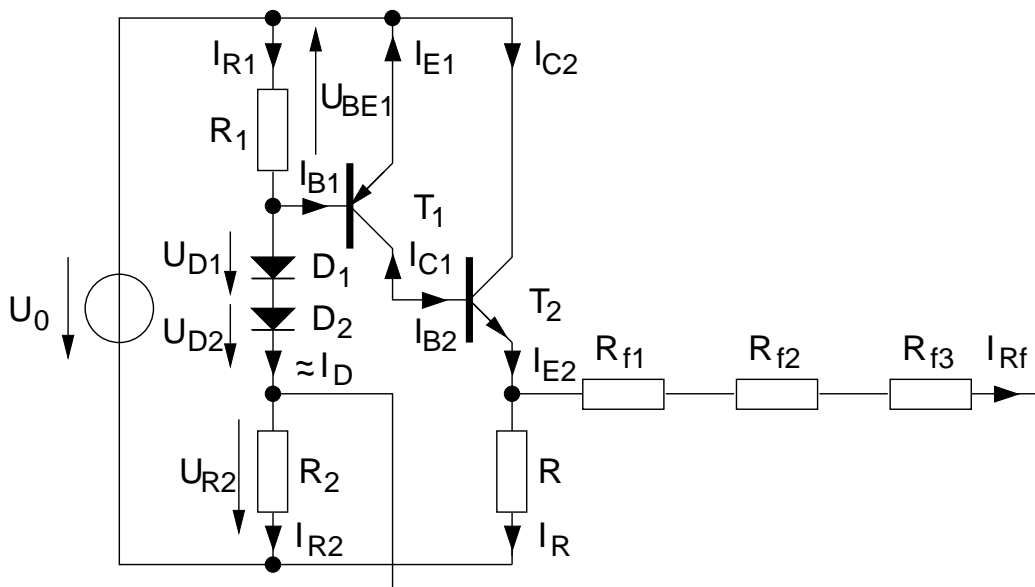


Abb. 3.7: Gleichstrom-Ersatzschaltbild

Wie man später noch sieht, spielen der Widerstand R und der Strom I_{C2} eine entscheidende Rolle bei der Einstellung der Phasendrehung und der Verstärkung des Verstärkers (und somit der Frequenz und der Amplitude des Ausgangsignals). Daher ist es sinnvoll für R einen Potentiometer einzusetzen, um eine nachträgliche Einstellung zu ermöglichen. Für die Berechnung wählt man

$$R = 1k\Omega \tag{3.17}$$

⁷Im Gleichstrom-Ersatzschaltbild (kurz GS-ESB) werden alle Kapazitäten wegen $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$ und $\omega = 0$ als Leerläufe betrachtet.

$$I_{C2} = 1.7mA \quad (3.18)$$

Aus den Datenblättern liest man für die Gleichstromverstärkung der Transistoren ab

$$\beta_{01} \approx 90 \quad (3.19)$$

$$\beta_{02} \approx 180 \quad (3.20)$$

Damit und mit Gl. 3.16 erhält man für den Basisstrom von T_1

$$I_{B1} = \frac{I_{C2}}{\beta_{01}\beta_{02}} < 1\mu A \quad (3.21)$$

Wie aus dem Eingangskennlinienfeld ($I_B = f(U_{BE})$) von einem Transistor ablesbar, beträgt die Spannung für Ströme in dieser Größenordnung $U_{BE} \approx -600mV$ ⁸. Folglich

$$U_{BE1} = -600mV = -I_{R1}R_1 \quad (3.22)$$

Nach der Daumenregel wählt man den Strom $I_{R1} = 10 \cdot I_{B1}$. Das ergibt einen relativ großen Widerstand $R_1 = 60k\Omega$. Besser ist es jedoch einen größeren Strom und einen kleineren Widerstand zu wählen, damit man den Beitrag vom Basisstrom vernachlässigen kann. Mit

$$I_{R1} = 40\mu A \quad (3.23)$$

ergibt sich

$$R_1 = 15k\Omega \quad (3.24)$$

Die Kennlinie einer Diode liefert für den Strom $I_D = I_{R1} - I_B \approx I_{R1}$ eine Diodenspannung $U_{D1} = U_{D2} \approx 450mV$. Somit gilt:

$$U_{R2} = R_2 I_{R2} = R_2(I_D + I_{Rf}) \quad (3.25)$$

und

$$U_{R2} = U_0 - R_1 I_{R1} - U_{D1} - U_{D2} = U_0 - R_1 I_{R1} - 2U_D = 1.5V \quad (3.26)$$

Zur Dimensionierung von U_{R2} benötigt man also nur noch I_{Rf} . Es gilt:

$$I_R R = (R_{f1} + R_{f2} + R_{f3}) I_{Rf} + U_{R2} = 3R_f I_{Rf} + 1.5V \quad (3.27)$$

⁸Ein pnp-Transistor wird leitend bei negativer Spannung U_{BE} .

Aus $3R_f + R_2 \gg R$ folgt $I_R \approx I_{E2}$. Mit Gl. 3.17 und Gl. 3.18 und $R_{f1} = R_{f2} = R_{f3} = 1k\Omega$ nach Gl. 3.14 folgt durch einsetzen in Gl. 3.27

$$I_{Rf} = 66.6\mu A \quad (3.28)$$

und durch Kombination von Gl. 3.28, Gl. 3.25 und Gl. 3.26

$$R_2 = 14k\Omega \quad (3.29)$$

Der nächste Wert aus der Normreihe ist $R_2 = 15k\Omega$.

Außer zur Einstellung der Schwingfrequenz werden die Widerstände R_{f1} , R_{f2} und R_{f3} auch zur Spannungsstabilisierung verwendet. Das soll die folgende phänomenologische Betrachtung veranschaulichen. Falls das Potential von der Basis von T_1 sinkt, wächst die Spannung U_{BE1} betragsmäßig. Somit steigt der Strom I_{C1} und somit $I_{C2} \approx I_{E2}$. Wegen $U_R = RI_{E2}$ wächst U_R und somit U_{R2} , was seinerseits zu einer Verringerung von $|U_{BE1}|$ führt.

Um diesen Effekt auszunutzen, wurde auf einen Koppelkondensator zwischen R_{f3} und R_2 verzichtet und die Rückkopplung mittels der Dioden D_1 und D_2 realisiert.

3.2.3 Kleinsignalverhalten

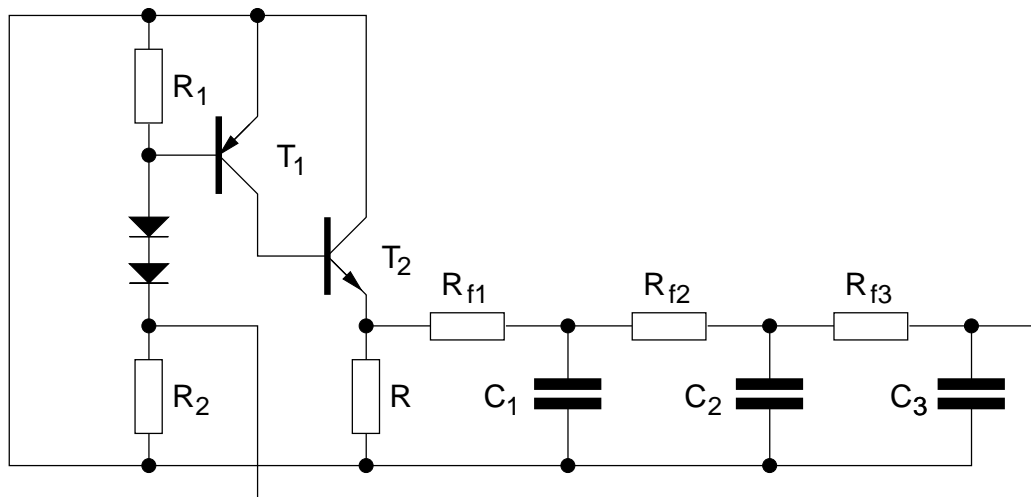


Abb. 3.8: WS-ESB

Um das Kleinsignalverhalten des Verstärkers zu untersuchen, benutzt

man das Wechselstrom-Ersatzschaltbild⁹ (Abb. 3.8) und das Kleinsignal-ESB¹⁰ (Abb. 3.9). In dem KS-ESB wurde Gebrauch von dem vollständigen Giaccolleto-ESB¹¹ mit gewissen Vereinfachungen gemacht.

Als Last vom Verstärker wird mit Vernachlässigung von R_2 die Parallelschaltung von R und vom Eingangswiderstand der RC-Kette betrachtet. Falls an den Oszillator eine zusätzliche Last angeschlossen wird, muss sie auch mitberücksichtigt werden.

$$G_L = R \parallel R_{ein,RC} = R \parallel \left(R_{f1} + \frac{1}{j\omega C_1} \parallel \left(R_{f2} + \frac{1}{j\omega C_2} \parallel \left(R_{f3} + \frac{1}{j\omega C_3} \right) \right) \right) \quad (3.30)$$

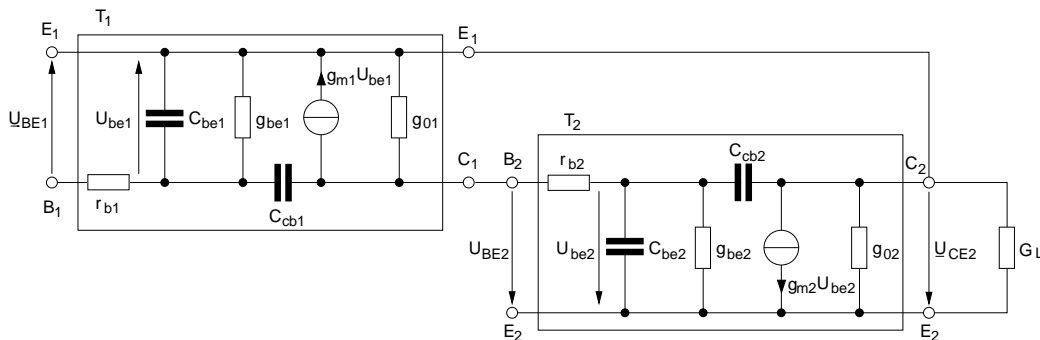


Abb. 3.9: KS-ESB vom Verstärker

Die im KS-ESB enthaltenen Kleinsignalparameter sind arbeitspunktabhängig. Im berechneten Arbeitspunkt¹² gilt mit der thermischen Spannung bei Raumtemperatur $U_T = 26mV$ und der Early-Spannung $U_A \approx 100V$

$$I_{C1,0} = -I_{B2,0} = -\frac{I_{C2,0}}{\beta_{02}} = -9.44\mu A \quad (3.31)$$

$$r_{be1} = \frac{1}{g_{be1}} = \frac{U_T \beta_{01}}{|I_{C1,0}|} = \frac{26mV \cdot 90}{9.44\mu A} \approx 248k\Omega \quad (3.32)$$

⁹Im WS-ESB werden nur Spannungs-, bzw. Stromänderungen betrachtet. Da bei Gleichspannungs- bzw. Gleichstromquellen $\Delta U = 0$, bzw. $\Delta I = 0$, werden die Gleichspannungsquellen durch Kurzschlüsse und Gleichstromquellen durch Leerläufe ersetzt.

¹⁰Im KS-ESB werden die aktiven Bauelemente linearisiert dargestellt. Das KS-ESB ist bei kleinen Aussteuerungen um den Arbeitspunkt gültig.

¹¹Vgl. Skript Prof. Möller Elektronik 1, Kapitel 4.15: Hybridparameter, bzw. Versuch "Transistorgrundschaltungen"

¹²Gekennzeichnet durch 0 im Subskript, z.B. $I_{C,0}$ ist der Kollektorstrom im Arbeitspunkt.

$$r_{be2} \approx 2.8k\Omega \quad (3.33)$$

$$g_{01} = \frac{|I_{C1,0}|}{U_A} = \frac{9.44\mu A}{100V} = 94.4nS \hat{=} 10.6M\Omega \quad (3.34)$$

$$g_{02} = 65\mu S \hat{=} 60k\Omega \quad (3.35)$$

$$g_{m1} = \frac{I_{C1,0}}{U_T} \approx -0.36mS \quad (3.36)$$

$$g_{m2} \approx 65mS \quad (3.37)$$

$$r_{b1} = r_{b2} \approx 30\Omega \quad (3.38)$$

Für die Kapazitäten werden Werte aus dem PSPICE-Modell, bzw. aus dem Datenblatt verwendet. Für die Kollektor-Basis und die Basis-Emitter Sperrschichtkapazitäten gilt

$$C_{JC1} = C_{JC2} = 10pF \quad (3.39)$$

$$C_{JE1} = 30pF \quad (3.40)$$

$$C_{JE2} = 10pF \quad (3.41)$$

Für die Diffusionskapazitäten ergibt sich mit den Transitzeiten τ_{T1} und τ_{T2}

$$C_{DE1} = \tau_{T1}|g_{m1}| = 610ps \cdot 0.36mS \approx 0.22pF \quad (3.42)$$

$$C_{DE2} = \tau_{T2}g_{m2} = 410ps \cdot 65mS \approx 27pF \quad (3.43)$$

Die parasitären Kapazitäten errechnen sich damit zu

$$C_{cb1} = C_{cb2} = C_{JC} = 10pF \quad (3.44)$$

$$C_{be1} = C_{JE1} + C_{DE1} \approx 30pF \quad (3.45)$$

$$C_{be2} = C_{JE2} + C_{DE2} \approx 37pF \quad (3.46)$$

3.2.4 Millertheorem

Um die Berechnung des Frequenzgangs des Verstärkers zu vereinfachen, verwendet man das Millertheorem.

Es besagt, dass das linke Netzwerk in Abb. 3.10 äquivalent zu dem rechten ist für

$$Z' = \frac{1}{1 - V'_U} Z \quad (3.47)$$

$$Z'' = \frac{V'_U}{V'_U - 1} Z \quad (3.48)$$

mit

$$V'_U = \frac{U_2}{U_1} \quad (3.49)$$

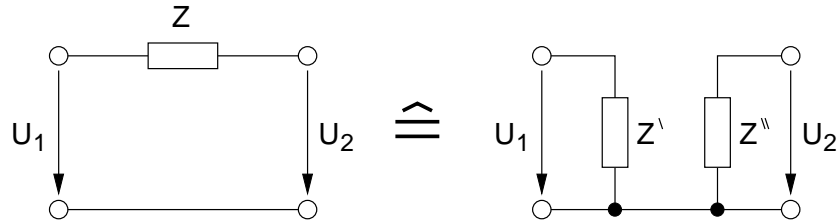


Abb. 3.10: Äquivalente Umformung durch das Millertheorem

3.2.5 Einfluss der parasitären Kapazitäten

Unter Vernachlässigung von g_{01} und g_{02} und nach Anwendung des Millertheorems erhalten wir mit $C'_{be} = C_{be} + C'_{cb}$ aus Abb. 3.9 das vereinfachte KS-ESB, dargestellt in Abb. 3.11.

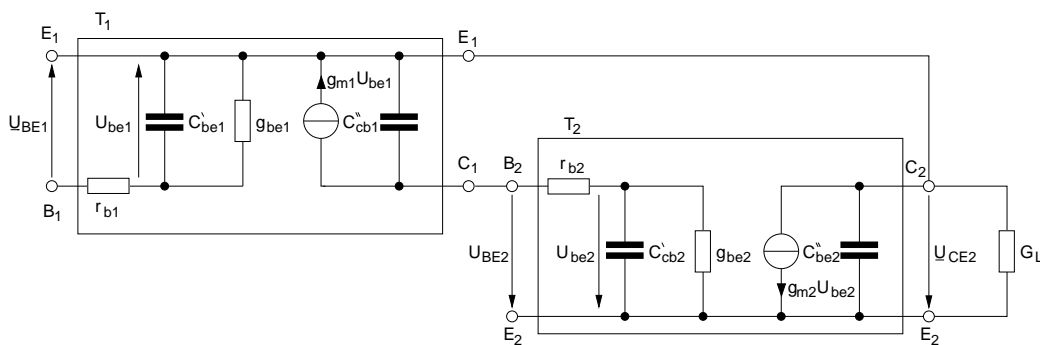


Abb. 3.11: Vereinfachtes KS-ESB vom Verstärker nach Anwendung des Miller-Theorems

Im Folgenden wird der Einfluss der parasitären Kapazitäten auf die Phasendrehung des Verstärkers und somit auf die Schwingfrequenz des Oszillators untersucht. Gesucht ist der Frequenzgang $\underline{F}_a = \frac{U_{CE2}}{U_{BE1}}$. Dabei geht man folgendermaßen vor: Zunächst bestimmt man die Abhängigkeit $U_{be1}(U_{BE1})$ und somit den Strom $I_{C1}(U_{be1}) = I_{C1}(U_{BE1})$. Dann bestimmt man die Abhängigkeit $U_{BE2}(I_{C1}) = U_{BE2}(U_{BE1})$ und somit $I_{C2}(U_{be2}) = I_{C2}(U_{BE2}) = I_{C2}(U_{BE1})$. Der gesuchte Frequenzgang ergibt sich dann aus der Abhängigkeit $U_{CE2}(I_{C2}) = U_{CE2}(U_{BE1})$.

Nach dem Millertheorem¹³ gilt

$$\underline{V}'_{U1} = \frac{U_{CE1}}{U_{be1}} \tag{3.50}$$

¹³Achtung: $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$ (\rightarrow Vorbereitende Aufgaben).

$$C'_{cb1} = (1 - \underline{V}'_{U1})C_{cb1} \quad (3.51)$$

$$C''_{cb1} = (1 - \frac{1}{\underline{V}'_{U1}})C_{cb1} \quad (3.52)$$

Für den pnp-Transistor T_1 ergibt sich

$$\underline{U}_{be1} = \frac{Z_{b1}}{Z_{b1} + r_{b1}} \underline{U}_{BE1} = \frac{1}{1 + r_{b1}Y_{b1}} \underline{U}_{BE1} \quad (3.53)$$

mit

$$Y_{b1} = g_{be1} + j\omega C'_{be1} \quad (3.54)$$

Einsetzen in Gl. 3.53 mit $r_{b1}g_{be1} \ll 1$ liefert

$$\underline{U}_{be1} = \frac{1}{1 + j\omega(C_{be1} + C'_{cb1})} \underline{U}_{BE1} \quad (3.55)$$

Weiterhin gilt

$$\underline{U}_{CE1} = \frac{-g_{m1}\underline{U}_{be1}}{j\omega C''_{cb1} + G_{L1}} \quad (3.56)$$

mit

$$G_{L1} = \frac{1}{r_{b2} + \frac{1}{j\omega C'_{be2} + g_{be2}} + \frac{1}{j\omega C''_{cb2} + G_L}} \quad (3.57)$$

mit G_L nach Gl. 3.30. Die Kombination von Gl. 3.50, Gl. 3.52 und Gl. 3.56 liefert:

$$\underline{V}'_{U1} = \frac{j\omega C_{cb1} - g_{m1}}{G_{L1} + j\omega C_{cb1}} \quad (3.58)$$

Somit ist die Abhängigkeit $I_{C1}(U_{BE1}) = g_{m1}\underline{U}_{be1}(U_{BE1})$ bestimmt. Analog geht man bei dem npn-Transistor T_2 vor. Hier gilt

$$G_{L2} = G_L \quad (3.59)$$

$$\underline{U}_{BE2} \approx -(r_{b1} + \frac{1}{j\omega C'_{be2} + g_{be2}})I_{C1} = -(r_{b1} + \frac{1}{j\omega C'_{be2} + g_{be2}})g_{m1}\underline{U}_{be1} \quad (3.60)$$

Gl. 3.55 eingesetzt in Gl. 3.60 liefert die Abhängigkeit $\underline{U}_{BE2}(U_{BE1})$. Analoge Rechnung wie in Gl. 3.53, bzw. Gl. 3.56 für T_2 liefert die Abhängigkeit $\underline{U}_{be2}(U_{BE2})$, bzw. $\underline{U}_{CE2}(U_{BE2}(U_{BE1})) = \underline{U}_{CE2}(U_{BE1})$. Letzteres führt nach Einsetzen der Werte von Gl. 3.32 - 3.46, 3.30, 3.14 und 3.15 auf

$$\underline{F}_a = \frac{\underline{U}_{aus}}{\underline{U}_{in}} = \frac{\underline{I}_{C2}R}{\underline{U}_{BE1}} = \frac{-\underline{U}_{CE2}}{-\underline{U}_{BE1}} \approx -28.93 + j \cdot 14.28 \quad (3.61)$$

Wenn man das Argument

$$\phi_{F_a} = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\{\underline{F}_a\}}{\operatorname{Re}\{\underline{F}_a\}}\right) \approx 153.7^\circ \quad (3.62)$$

berechnet, sieht man, dass die Parasitärkapazitäten bei der gewünschten Frequenz von 50kHz eine signifikante Abweichung von der ideal angenommenen Phasendrehung von 180° verursachen.

Der Betrag der Verstärkung berechnet sich zu

$$F_a = \operatorname{abs}\{\underline{F}_a\} = \sqrt{\operatorname{Re}\{\underline{F}_a\}^2 + \operatorname{Im}\{\underline{F}_a\}^2} \approx 32.3 \quad (3.63)$$

3.2.6 Neudimensionierung der RC-Kette

Wegen Gl. 3.62 muss die RC-Kette neudimensioniert werden. Damit die Phasenbedingung 2.7 erfüllt wird, muss ϕ_{F_2} wegen

$$\phi_{ges} = \phi_{F_a} + \phi_{F_2} = 0, 2\pi, 4\pi, \dots \quad (3.64)$$

$$\phi_{F_2} = 0 - \phi_{F_a} = -153.7^\circ \quad (3.65)$$

betragen. Mit F_2 nach Gl. 3.9 berechnet man

$$\phi_{F_2} = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\{\underline{F}_2\}}{\operatorname{Re}\{\underline{F}_2\}}\right) \stackrel{!}{=} -153.7^\circ \quad (3.66)$$

Mit $R = 1\text{k}\Omega$ und $\omega = 2\pi 50\text{kHz}$ erhält man $C \approx 5\text{nF}$. Der nächste Wert aus der E12 Normreihe ist

$$C_{neu} = 4.7\text{nF} \quad (3.67)$$

Damit ergibt sich:

$$\phi_{F_2} \approx -150^\circ \quad (3.68)$$

$$|\underline{F}_2| \approx 0.088 \quad (3.69)$$

Wegen $G_L = G_L(C)$ muss \underline{F}_a neu berechnet werden.

$$\underline{F}_a = -29.62 + j \cdot 16.07 \quad (3.70)$$

$$\phi_{F_a} \approx 151.5^\circ \quad (3.71)$$

$$|\underline{F}_a| \approx 33.7 \quad (3.72)$$

Somit sind die Betrags- und die Phasenschwingbedingung erfüllt

$$\phi_{F_a} + \phi_{F_2} = 1.5^\circ \approx 0^\circ \quad (3.73)$$

$$|\underline{S}| = |\underline{F}_a| \cdot |\underline{F}_2| \approx 2.97 > 1 \quad (3.74)$$

Die Abweichung bei der Phasenbedingung beruht auf den gemachten Näherungen. Da die Parameter bei den realen Bauelementen von den hier verwendeten Werten schwanken ist eine genauere Betrachtung nicht notwendig. Die Abweichung von der gewünschten Frequenz kann durch das Potentiometer R ausgeglichen werden.

3.3 Lissajous-Figuren

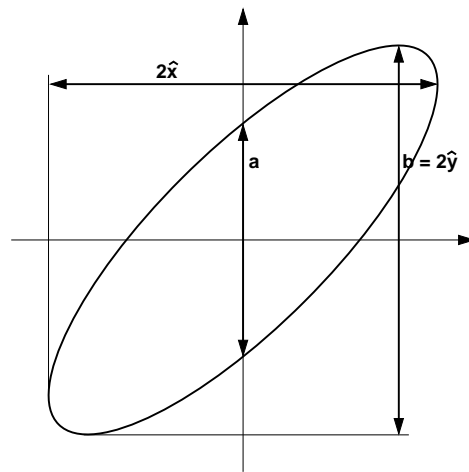


Abb. 3.12: Ablesen von Amplituden und Phasendifferenz

Zur Untersuchung von Signalen eignen sich die Lissajous-Figuren¹⁴. Sie entstehen wenn ein Signal an den Eingang für die x-Ablenkung und ein zweites an den Eingang für die y-Ablenkung am Oszilloskop (bzw. in der Simulation) angeschlossen werden. Die entstehende Figur liefert Informationen über die Phasendifferenz zwischen den beiden Signalen, die Frequenzverhältnisse und die Amplituden der beiden Signale (Spannungen). Wie in Abb. 3.12 gezeigt, kann man aus den Lissajous-Figuren direkt die Amplituden der beiden Signale (\hat{x} und \hat{y}) ablesen. Falls die Ellipse nach rechts geneigt ist (wie in Abb. 3.12), lässt sich die Phasendifferenz nach der folgenden Formel berechnen

$$\phi = \arcsin\left(\frac{a}{b}\right) \quad (3.75)$$

¹⁴Ein guter Java-Applet zur Veranschaulichung der Lissajous-Figuren findet man unter <http://www.ngsir.netfirms.com/englishhtm/Lissajous.htm>

Falls die Ellipse nach links geneigt ist, gilt

$$\phi = 180^\circ - \arcsin\left(\frac{a}{b}\right) \quad (3.76)$$

Einige Einzelfälle für gleiche Frequenzen und gleiche Amplituden sind in Abb. 3.13 dargestellt.

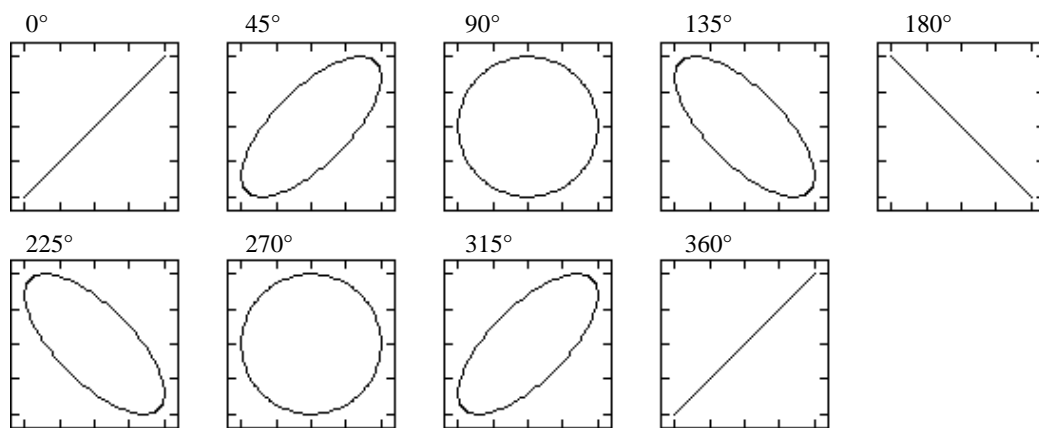


Abb. 3.13: Lissajous Figuren

4 Aufgaben

4.1 Vorbereitende Aufgaben

Die vorbereitenden Aufgaben sind vor dem Versuch zu bearbeiten. Bei Fragen können sie sich an den Versuchsleiter wenden.

1. Erklären Sie den Unterschied zwischen Mit- und Gegenkopplung. Wo werden die beiden Prinzipien bei dem Phasenschieberszillator angewandt? Einer Drehung von wieviel Grad entspricht die Gegenkopplung?
Hinweis: $e^{j\phi} = -1$, $\phi = ?$
2. Leiten Sie Gl. 2.3 mit Hilfe von Gl. 2.1, 2.2 und Abb. 2.1 her.
Hinweis: $\underline{b}_1 = \underline{a}_2$, $\underline{a}_1 = ?$
3. Leiten Sie Gl. 3.6 und Gl. 3.7 her.
Hinweis: Benutzen Sie Gl. 3.1 - Gl. 3.5, Abb. 3.3 und Abb. 3.4.
4. Leiten Sie Gl. 3.9 - Gl. 3.11 her.
Hinweis: Benutzen Sie Gl. 3.6 - Gl. 3.8 und Abb. 3.2.
5. Leiten Sie Gl. 3.12 und zeigen Sie durch einsetzen von Gl. 3.14 und Gl. 3.15, dass die Bedingung erfüllt ist.
6. Bestimmen Sie C' und C'' nach Abb. 3.10 mit dem Millerttheorem für $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$.
7. Zeigen Sie, dass Gl. 3.61 gilt. Rechnen Sie dazu Kap. 3.2.5 nach. Verwenden Sie die Ergebnisse der vorgehenden Kapitel für die Werte der Parameter.
Hinweis: Manche Gleichungen sind nicht analytisch lösbar. Deswegen ist die Abgabe von einem ausgedruckten Maple-Worksheet für die ganze Aufgabe empfehlenswert. Dabei kann die Ausgabe der langen analytischen Ergebnisse mit ":" am Ende des Maple-Befehls unterdrückt werden.
8. Zeigen Sie, dass die Schwingbedingungen Gl. 3.73 und Gl. 3.74 erfüllt sind. Rechnen Sie dazu Kap. 3.2.6 nach.
Hinweis: Die Abgabe von einem ausgedruckten Maple-Worksheet ist empfehlenswert.

4.2 Praktische Aufgaben

Die praktischen Aufgaben sind in dem Versuch zu bearbeiten. Auf sie ist jedoch eine Vorbereitung vor dem Versuch notwendig.

1. Bauen Sie die RC-Kette nach Abb. 3.1 mit den Werten nach Gl. 3.14 und Gl. 3.67. Bestimmen Sie mit Hilfe der Lissajous-Figuren die Phasendrehung und die Dämpfung für $f = 50kHz$. Bestimmen Sie die Frequenz, bei der die Phasendrehung $\phi = 180^\circ$ beträgt.
2. Sie bekommen vom Versuchsleiter eine RC-Kette, die nach Gl. 3.14 und Gl. 3.15 dimensioniert ist. Bestimmen Sie mit Hilfe der Lissajous-Figuren die Phasendrehung und die Dämpfung nach jedem Glied für $f = 50kHz$.
3. Bauen sie den Rest der Schaltung nach Abb. 3.1. Messen Sie die Frequenz, die sich ergibt. Falls notwendig stellen Sie sie auf $50kHz$ ein. Messen Sie die Verstärkung und die Phasendrehung vom Verstärker.

Vergleichen Sie bei der Auswertung die im Versuch gemessenen Ergebnisse mit den theoretisch bestimmten Werten. Begründen Sie eventuelle Abweichungen.