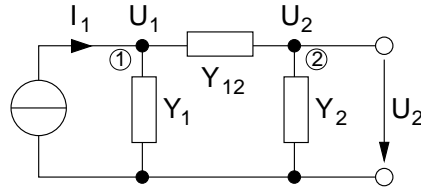


Aufgabe A1)

Teil a)

Berechnung der Wirkungsfunktion mit Hilfe der Knotenspannungsanalyse:



Aufstellen der Knotengleichungen:

$$\begin{pmatrix} Y_1 + Y_{12} & -Y_{12} \\ -Y_{12} & Y_2 + Y_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} U_1 &= \frac{I_1(Y_2 + Y_{12})}{\det(Y)} \\ U_2 &= \frac{-I_1(-Y_{12})}{\det(Y)} \end{aligned}$$

$$\underline{H}_1 = \frac{U_1}{I_1}, \quad \underline{H}_2 = \frac{U_2}{I_1}, \quad \underline{H}_3 = \frac{U_2}{U_1}$$

Berechnung von  $\underline{H}_1$ :

$$I_1 = U_1(Y_1 + Y_{12}) - U_2 Y_{12} \quad (1)$$

$$0 = -U_1(Y_{12}) + U_2(Y_{12} + Y_2) \quad (2)$$

$$U_1(Y_{12}) = U_2(Y_{12} + Y_2) \quad (3)$$

$$U_2 = \frac{U_1 Y_{12}}{Y_{12} + Y_2} \quad (4)$$

$$I_1 = U_1(Y_1 + Y_{12}) - \frac{U_1 Y_{12} Y_{12}}{(Y_{12} + Y_2)} \quad (5)$$

$$I_1 = \frac{U_1(Y_1 + Y_{12})(Y_{12} + Y_2) - U_1 Y_{12}^2}{Y_{12} + Y_2} \quad (6)$$

$$H_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{Y_{12} + Y_2}{(Y_1 + Y_{12})(Y_{12} + Y_2) - Y_{12}^2} \quad (7)$$

Berechnung von  $\underline{H}_2$ : mit (0.4) und (0.7)

$$\frac{U_2}{I_1} = \frac{(Y_{12} + Y_2)Y_{12}}{(Y_2 + Y_{12})[(Y_1 + Y_{12})(Y_2 + Y_{12}) - Y_{12}^2]} \quad (8)$$

$$H_2 = \frac{U_2}{I_1} = \frac{Y_{12}}{(Y_{12} + Y_2)(Y_1 + Y_{12}) - Y_{12}^2} \quad (9)$$

Berechnung von  $\underline{H}_3$  äquivalent (Beachte, daß  $\underline{U}_1$   $\underline{Y}_1$  kurzschließt, s.auch A2) aus (0.4) folgt:

$$H_3 = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Y_{12}}{Y_2 + Y_{12}} \quad (10)$$

$$(11)$$

Teil b)

$$U_1 = Z I_1 \quad (12)$$

$$Z = Z_1 || (Z_{12} + Z_2) = \frac{Z_1(Z_{12} + Z_2)}{Z_1 + Z_{12} + Z_2} = \frac{Z_1 Z_{12} + Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_{12} + Z_2} \quad (13)$$

$$(14)$$

$$\rightarrow \underline{H}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{Z_1 Z_{12} + Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_{12} + Z_2} = \frac{\frac{1}{Y_1 Y_{12}} + \frac{1}{Y_1 Y_2}}{\frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_{12}} + \frac{1}{Y_2}} \quad (15)$$

$$= \frac{\frac{Y_1 Y_2 + Y_1 Y_{12}}{Y_1^2 Y_{12} Y_2}}{\frac{Y_1 + Y_{12}}{Y_1 Y_{12} Y_2} + \frac{1}{Y_2}} = \frac{\frac{Y_2 + Y_{12}}{Y_1 Y_{12} Y_2}}{\frac{(Y_1 + Y_{12}) Y_2 + Y_1 Y_{12}}{Y_1 Y_{12} Y_2}} = \frac{Y_2 + Y_{12}}{(Y_1 + Y_{12}) Y_2 + Y_1 Y_{12}} \quad (16)$$

zum Vergleich aus Teil a)

$$H_1 = \frac{Y_{12} + Y_2}{(Y_1 + Y_{12})(Y_{12} + Y_2) - Y_{12}^2} = \frac{Y_{12} + Y_2}{Y_1 Y_{12} + Y_{12}^2 + Y_2 Y_{12} - Y_{12}^2} \quad (17)$$

$$= \frac{Y_2 + Y_{12}}{(Y_1 + Y_{12}) Y_2 + Y_1 Y_{12}} \quad (18)$$

$$U_2 = \frac{Z_2}{Z_{12} + Z_2} U_1 \quad (19)$$

$$(20)$$

in Admittanzen ausgedrückt:

$$\frac{\frac{1}{Y_2}}{\frac{1}{Y_{12}} + \frac{1}{Y_2}} = \frac{1}{\frac{Y_2}{Y_{12}} + 1} = \frac{Y_{12}}{Y_2 + Y_{12}} \quad (21)$$

$$\rightarrow U_2 = \frac{Y_{12}}{Y_2 + Y_{12}} \frac{Y_2 + Y_{12}}{(Y_1 + Y_{12})Y_2 + Y_1 Y_{12}} I_1 \quad (22)$$

$$\rightarrow H_2 = \frac{Y_{12}}{(Y_1 + Y_{12})Y_2 + Y_1 Y_{12}} \quad (23)$$

$$(24)$$

$$H_3 : \text{siehe } (0.19) \quad (25)$$

### Aufgabe A2)

Bspl: Zeigen Sie, daß in der Wirkungsfunktion das Nennerpolynom aus der Determinante der Koeffizientenmatrix besteht.

$$\det(Y) = (Y_1 + Y_{12})(Y_2 + Y_{12}) - Y_{12}^2$$

$$\det(Y) = Y_1 Y_2 + Y_1 Y_{12} + Y_2 Y_{12} + \underbrace{Y_{12}^2}_{\det(Y)} - \underbrace{Y_{12}^2}_{\det(Y)}$$

von Hand:

$$\begin{aligned} I_1 \left( Y_1 + \frac{1}{\frac{1}{Y_{12}} + \frac{1}{Y_2}} \right)^{-1} = U_1 &\Rightarrow U_1 = \left[ \frac{(\frac{1}{Y_{12}} + \frac{1}{Y_2})Y_1 + 1}{\frac{1}{Y_{12}} + \frac{1}{Y_2}} \right]^{-1} I_1 \\ &= \left[ \frac{(Y_2 + Y_{12})Y_1 + Y_{12}Y_2}{Y_2 + Y_{12}} \right]^{-1} I_1 \\ U_1 &= \left[ \frac{\overbrace{Y_1 Y_2 + Y_1 Y_{12} + Y_{12} Y_2}^{\det(Y)}}{Y_2 + Y_{12}} \right]^{-1} I_1 \text{ q. e. d.} \end{aligned}$$

$$U_1 \frac{\frac{1}{Y_2}}{\frac{1}{Y_{12}} + \frac{1}{Y_2}} = U_2$$

keine Determinante, da durch  $U_1$   $Y_1$  kurzgeschlossen  $\rightarrow$  andere Topologie, andere Matrizen dann wieder alle Wirkfunktionen mit gleicher anderer Determinante

$$I_1 \left[ \frac{\det(Y)}{Y_2 + Y_{12}} \right]^{-1} \cdot \frac{\frac{1}{Y_2}}{\frac{1}{Y_{12}} + \frac{1}{Y_2}} = U_2$$

$$I_1 \left[ \frac{\det(Y)}{Y_2 + Y_{12}} \right]^{-1} \cdot \frac{Y_{12}}{Y_{12} + Y_2} = U_2$$

$$I_1 \frac{Y_{12}}{\det(Y)} = U_2 \text{ q. e. d.}$$

Aufgabe B1)

$$-U_e + U_d + U_a = 0 \qquad \leftarrow \frac{U_a}{V_u} = U_d \quad (26)$$

$$(27)$$

$$-U_e + \frac{U_a}{V_u} + \frac{U_a V_u}{V_u} = 0 \quad (28)$$

$$-U_e + \frac{U_a(1 + V_u)}{V_u} = 0 \Leftrightarrow \frac{U_a}{U_e} = \frac{V_u}{1 + V_u} \quad (29)$$

Aufgabe B2)

für  $\underline{U}_a = \underline{U}_e$  muss gelten:  $V_u = 1 + V_u$ , was für sehr große  $V_u$  näherungsweise erfüllt ist.

Aufgabe B3)

Das letzte Ergebnis liefert keine Information für das Vorzeichen von  $V_u$ .

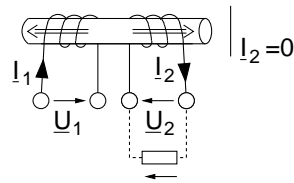
Aufgabe B4)

$R_e = \frac{U_e}{i_e} \rightarrow \infty$ , da laut Voraussetzung gilt:  $i_p, i_n \approx 0$ .

Aufgabe B5)

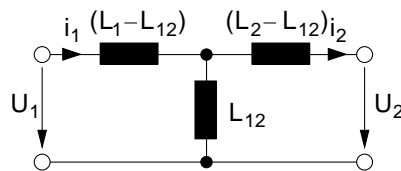
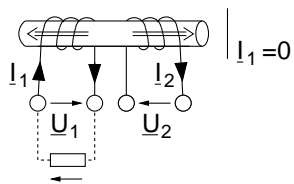
Aus V fließt mehr Strom heraus, als hineinfließt. Das ist kein Verstoß der Kirchhoffschen-Regeln, sondern resultiert aus der Tatsache, dass die Spannungsversorgung des OPs unberücksichtigt bleibt.

Aufgabe C1)

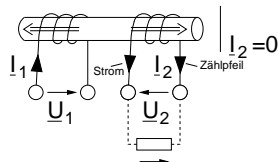


$$U_1 = +j\omega L_1 i_1 - j\omega L_{12} i_2$$

$$U_2 = +j\omega L_{21} i_1 - j\omega L_2 i_2$$

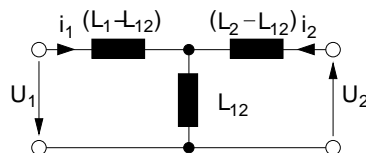
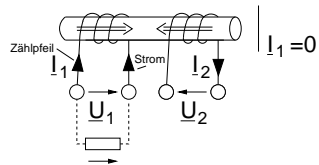


Aufgabe C2)

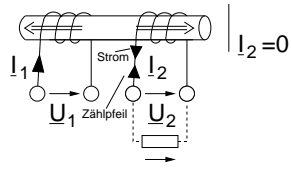


$$U_1 = +j\omega L_1 i_1 + j\omega L_{12} i_2$$

$$U_2 = -j\omega L_{21} i_1 - j\omega L_2 i_2$$



Aufgabe C3)



$$U_1 = +j\omega L_1 i_1 + j\omega L_{12} i_2$$

$$U_2 = +j\omega L_{21} i_1 + j\omega L_2 i_2$$

