

Übung 2 Elektronik I WS 05/06

1. Berechnen Sie das (elektrostatische) Potential $\varphi(\vec{r})$ einer Punktladung $Q = e$ im freien Raum ($\epsilon = \epsilon_0$).

Lösungshinweise

- (a) Verwenden Sie die dritte Maxwellsche Gleichung

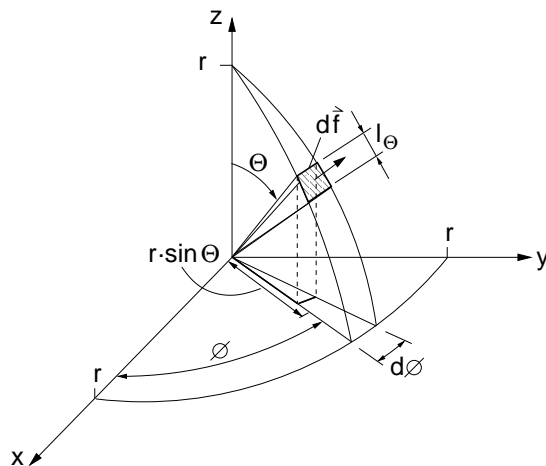
$$\int \int_{F(V)} \vec{D} d\vec{f} = \int \int_V \rho dV = Q \quad (1)$$

sie besagt, daß das Integral der Verschiebungsdichte $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ über die Hüllfläche $F(V)$ eines Volumen V gleich der in dem Volumen enthaltenen Ladung Q ist.

- (b) Es ist aufgrund der Kugelsymmetrie der Anordnung vorteilhaft das Integral in Kugelkoordinaten auszuwerten.

Bestimmen Sie daher das Flächendifferential $d\vec{f}$ in Kugelkoordinaten.

Als Hilfe kann Ihnen die Abbildung unten dienen. Es gilt z. B. für



die Länge von $d\vec{f}$ in Θ -Richtung

$$l_\Theta = 2\pi \cdot r \cdot \frac{d\Theta}{2\pi}$$

Beachten Sie, daß die andere Kantenlänge von $d\vec{f}$ in ϕ -Richtung wegen der spitz zulaufenden Form des Segments von Θ abhängig ist.

- (c) Für das Potential φ (elektrische Spannung zwischen zwei Punkten) gilt

$$\varphi(\vec{r}) - \varphi_0(\vec{r}_0) = \int_{\varphi(r_0)}^{\varphi(r)} d\varphi = \int_{r_0}^r \text{grad } \varphi \, d\vec{r} = - \int_{r_0}^r \vec{E} d\vec{r} \quad (2)$$

Das elektrische Feld \vec{E} wird über Gl.(1) berechnet.

$\varphi(\vec{r}_0)$ ist ein Bezugspotential am Ort \vec{r}_0 . Dabei kann \vec{r}_0 frei gewählt werden.

2. In das Potentialfeld $\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + c$ nach 1) wird eine zweite Punktladung $Q = -e$ gebracht. Berechnen Sie die potentielle Energie dieser Punktladung.

Lösungshinweise:

- (a) Die Kraftwirkung auf eine Ladung Q aufgrund eines elektrischen Feldes ist

$$\vec{F}_e = Q \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad (3)$$

- (b) Zur Berechnung der Energie nehmen wir an, daß die Ladung ruht, d.h. sich im Kräftegleichgewicht befindet. Dazu müssen wir an jedem Ort \vec{r} eine mechanische Kraft $\vec{F}_z(\vec{r}) = -\vec{F}_e(\vec{r})$ aufwenden.

- (c) Um die Ladung längs eines Weges von \vec{r}_1 nach \vec{r}_2 zu bewegen wird die Arbeit

$$\Delta A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_z d\vec{r} \quad (4)$$

verrichtet. Verwenden Sie zur Bestimmung von ΔA Gl.(3) und das Ergebnis von Aufgabe 1).

- (d) Durch die Verrichtung der Arbeit wird die potentielle Energie verändert. Bezeichnen wir die Veränderung mit ΔW_e dann gilt

$$\Delta W_e = W_e(r_2) - W_e(r_1) = \Delta A \quad (5)$$

Ist diese Energie abhängig von der Wahl des Bezugspotentials (Aufgabe 1) c)?)

- (e) Da $\Delta W_e = W_e(r_2) - W_e(r_1)$ ist, wie groß ist dann allgemein $W_e(r)$? Hinweis: r kann z. B. r_1 oder r_2 sein.