

## Übung 2 Elektronik I WS 06/07

1. Berechnen Sie das (elektrostatistische) Potential  $\varphi(\vec{r})$  einer Punktladung  $Q = e$  im freien Raum ( $\epsilon = \epsilon_0$ ).

### Lösungshinweise

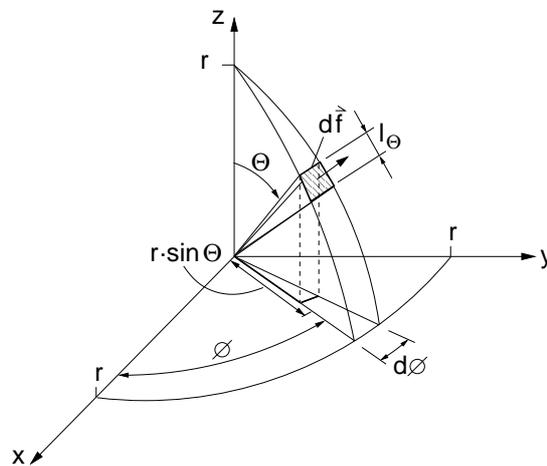
- (a) Verwenden Sie die dritte Maxwellsche Gleichung

$$\oiint_{F(V)} \vec{D} d\vec{f} = \int \int \int_V \rho dV = Q \quad (1)$$

sie besagt, daß das Integral der Verschiebungsdichte  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  über die Hüllfläche  $F(V)$  eines Volumen  $V$  gleich der in dem Volumen enthaltenen Ladung  $Q$  ist.

- (b) Es ist aufgrund der Kugelsymmetrie der Anordnung vorteilhaft das Integral in Kugelkoordinaten auszuwerten. Bestimmen Sie daher das Flächendifferential  $d\vec{f}$  in Kugelkoordinaten.

Als Hilfe kann Ihnen die Abbildung unten dienen. Es gilt z. B. für



die Länge von  $d\vec{f}$  in  $\Theta$ -Richtung

$$l_\Theta = 2\pi \cdot r \cdot \frac{d\Theta}{2\pi}$$

Beachten Sie, daß die andere Kantenlänge von  $d\vec{f}$  in  $\phi$ -Richtung wegen der spitz zulaufenden Form des Segments von  $\Theta$  abhängig ist.

- (c) Für das Potential  $\varphi$  (elektrische Spannung zwischen zwei Punkten) gilt

$$\varphi(\vec{r}) - \varphi_0(\vec{r}_0) = \int_{\varphi(r_0)}^{\varphi(r)} d\varphi = \int_{r_0}^r \text{grad } \varphi \, d\vec{r} = - \int_{r_0}^r \vec{E} \, d\vec{r} \quad (2)$$

Das elektrische Feld  $\vec{E}$  wird über Gl.(1) berechnet.

$\varphi(r_0)$  ist ein Bezugspotential am Ort  $\vec{r}_0$ . Dabei kann  $\vec{r}_0$  frei gewählt werden.

2. In das Potentialfeld  $\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + c$  nach 1) wird eine zweite Punktladung  $Q = -e$  gebracht. Berechnen Sie die potentielle Energie dieser Punktladung.

Lösungshinweise:

- (a) Die Kraftwirkung auf eine Ladung  $Q$  aufgrund eines elektrischen Feldes ist

$$\vec{F}_e = Q \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad (3)$$

- (b) Zur Berechnung der Energie nehmen wir an, daß die Ladung ruht, d.h. sich im Kräftegleichgewicht befindet. Dazu müssen wir an jedem Ort  $\vec{r}$  eine mechanische Kraft  $\vec{F}_z(\vec{r}) = -\vec{F}_e(\vec{r})$  aufwenden.

- (c) Um die Ladung längs eines Weges von  $r_1$  nach  $r_2$  zu bewegen wird die Arbeit

$$\Delta A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_z \, d\vec{r} \quad (4)$$

verrichtet. Verwenden Sie zur Bestimmung von  $\Delta A$  Gl.(3) und das Ergebnis von Aufgabe 1).

- (d) Durch die Verrichtung der Arbeit wird die potentielle Energie verändert. Bezeichnen wir die Veränderung mit  $\Delta W_e$  dann gilt

$$\Delta W_e = W_e(r_2) - W_e(r_1) = \Delta A \quad (5)$$

Ist diese Energie abhängig von der Wahl des Bezugspotentials (Aufgabe 1) c)?

- (e) Da  $\Delta W_e = W_e(r_2) - W_e(r_1)$  ist, wie groß ist dann allgemein  $W_e(r)$ ? Hinweis:  $r$  kann z. B.  $r_1$  oder  $r_2$  sein.