

Aufgabe 1) *Schaltvorgänge.*

Gegeben sind die Schaltungen aus Abb. 1. Es sollen die Spannungsverläufe U_C , U_R und U_L beim Ein- bzw. Ausschalten der Spannungsquelle U_0 bestimmt werden.

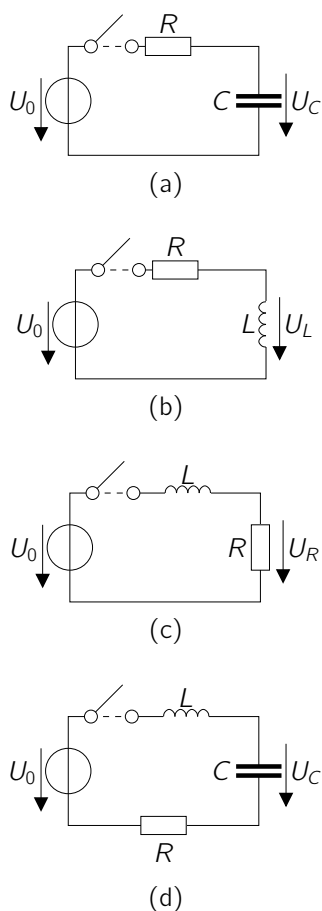


Abbildung 1: Schaltungen.

1. Stellen Sie die Differentialgleichungen für U_C , U_R und U_L auf, für den Fall, dass die Spannungsquelle U_0 eingeschaltet wird.
2. Bestimmen Sie die Spannungsverläufe von U_C , U_R und U_L für den Fall, dass die Spannungsquelle U_0 eingeschaltet wird. Stellen Sie die Verläufe qualitativ durch eine Skizze des zeitlichen Verlaufs der Spannungen dar.

3. Stellen Sie die Differentialgleichungen für U_C , U_R und U_L auf, für den Fall, dass die Spannungsquelle U_0 ausgeschaltet wird.
4. Bestimmen Sie die Spannungsverläufe von U_C , U_R und U_L für den Fall, dass die Spannungsquelle U_0 ausgeschaltet wird. Stellen Sie die Verläufe qualitativ durch eine Skizze des zeitlichen Verlaufs der Spannungen dar.

Lösungen:

(a) 1.

$$u_0(t) = u_C + RC \frac{du_C}{dt} \quad (1)$$

mit $u_0(t) = U_0 = \text{const.}$ für $t > 0$ und

$$I_R = i_C = C \frac{du_C}{dt} \quad (2)$$

2. mit $u_C(0) = 0$ gilt

$$u_C = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (3)$$

3. $u_0(t) = 0$ für $t > 0$

$$\Rightarrow 0 = u_C + RC \frac{du_C}{dt} \quad (4)$$

4. mit $u_C(0) = U_0$ gilt

$$u_C = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (5)$$

(b) 1.

$$u_0(t) = Ri_L + u_L \quad (6)$$

mit

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (7)$$

Mit $u_0(t) = U_0 = \text{const.}$ für $t > 0$

$$\Rightarrow U_0 = Ri_L + L \frac{di_L}{dt} \quad (8)$$

2. mit $i_L(0) = 0$ gilt

$$i_L = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (9)$$

$$\Rightarrow u_L = U_0 - Ri_L = U_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (10)$$

3. Mit $u_0(t) = 0$ für $t > 0$

$$0 = Ri_L + L \frac{di_L}{dt} \quad (11)$$

4. mit $i_L(0) = \frac{U_0}{R}$ gilt

$$i_L = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \quad (12)$$

mit

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (13)$$

$$u_L = -U_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (14)$$

(c) 1.

$$u_R = U_0 - u_L \quad (15)$$

u_L wurde bereits in (b) besprochen und U_0 ist bekannt.

2.

$$u_R = U_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (16)$$

3.

$$u_R = -u_L \quad (17)$$

4.

$$u_R = U_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (18)$$

(d) 1.

$$u_0(t) = CL \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c \quad (19)$$

2. falls $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{CL}$ gilt

$$u_c = U_0 \left(1 - e^{-at} (c_1 \sin(bt) + c_2 \cos(bt))\right) \quad (20)$$

mit

$$a = -\frac{R}{2L} \quad (21)$$

$$|b|^2 = \frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL} \quad (22)$$

3.

$$0 = CL \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c \quad (23)$$

4.

$$u_c = U_0 e^{-at} (c_1 \sin(bt) + c_2 \cos(bt)) \quad (24)$$