Halbleiterelektronik, WS 10/11 — Übung 5

Aufgabe 1) *Schrödingergleichung.*

Es wird ein ungebundenes, sich in x-Richtung bewegendes Elektron im freien Raum betrachtet, in dem $W_{pot} = 0$ gilt.

1. Geben Sie die für dieses Problem vereinfachte zeitunabhängige Schrödingergleichung an.
2. Lösungen der Wellenfunktion für dieses Problem lauten allgemein $\Psi(x) = a\, e^{\pm jkx}$. Geben Sie die Energie W des Elektrons in Abhängigkeit seiner Wellenzahl an.
3. Bestimmen Sie die Amplitude a der Wellenfunktion mit Hilfe der Normierungsbedingung. Gehen Sie dabei von der Annahme aus, dass der Lösungsraum durch einen Würfel mit der beliebigen Kantenlänge L begrenzt wird.
4. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, das Elektron an einem Ort im Lösungsraum zu finden?

Aufgabe 2) *Aufenthaltswahrscheinlichkeit.*

Das Elektron in einem Wasserstoffatom befindet sich in einem Zustand, der durch die Wellenfunktion

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\varphi(\phi)\vartheta(\theta)$$

mit

$$R(r) = \frac{4}{81 \cdot \sqrt{30} \cdot r_0^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{r^2}{r_0^2} \cdot e^{-\frac{r}{3r_0}}$$

$$\varphi(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{j2\phi}$$

$$\vartheta(\theta) = \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot sin^2(\theta)$$

beschrieben wird. $r_0 = 5{,}3 \cdot 10^{-2}$ nm ist der innerste Radius (Bohrradius) des Wasserstoffatoms.

1. Skizzieren Sie den Verlauf der Anteile $R(r), \varphi(\phi), \vartheta(\theta)$.
2. In welchem Abstand r vom Kern ist die Wahrscheinlichkeit am größten das Elektron anzutreffen?
3. Zeigen Sie, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eine Rotationssymmetrie besitzt.
4. Geben Sie die Orte an, an denen die Aufenthaltswahrscheinlichkeit Null ist.