



Aufgabe 1) Zustandsdichte.

Betrachten Sie einen würfelförmigen Kristall mit Kantenlänge $L = 1 \text{ mm}$. Für die potentielle Energie der Elektronen soll gelten:

$$W_{pot} = \begin{cases} 0 & \text{innerhalb des Kristalls} \\ \infty & \text{außerhalb des Kristalls} \end{cases}$$

- a) Berechnen Sie unter Zuhilfenahme des Ansatzes $\psi = a \cdot e^{j\vec{k}\vec{r}}$ als Lösung der Schrödingergleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi \right) = W \cdot \psi$$

die Energie W des Elektrons, das zu dem Wellenvektor \vec{k} gehört.

- b) Um die periodische Randbedingung zu erfüllen wird folgender Ansatz gewählt:

$$k_x = \frac{n_x \cdot 2\pi}{L} \quad k_y = \frac{n_y \cdot 2\pi}{L} \quad k_z = \frac{n_z \cdot 2\pi}{L} \quad \text{mit } n_x, n_y, n_z \in \mathbb{Z}$$

Welchen Einfluss hat diese Wahl auf die Energie des Elektrons im k -Raum?

- c) Berechnen Sie die ersten vier Energieniveaus, die das Elektron einnehmen kann!
d) Wie viele Zustände N_Z ergeben sich auf diesen ersten fünf Energieniveaus? Durch wie viele Elektronen N_{EZ} können diese eingenommen werden?

Aufgabe 2) Bedeutung der Fermi-Energie.

Was sagt die Fermi-Energie eines freien Elektronen-Gases aus?

Aufgabe 3) Volumenabhängigkeit der Fermi-Energie.

Wie ändert sich die Fermi-Energie ($T = 0$) des freien Elektronen-Gases eines Metalls mit dem Volumen L^3 , wenn die Kantenlänge L verdoppelt wird?

Aufgabe 4) Zustandsdichte.

Die Anzahl N_{EZ} der durch Elektronen besetzbaren Zustände in einem Halbleiter mit dem Volumen V soll durch $\frac{N_{EZ}}{V} = a \cdot W + b \cdot W^2$ angenähert werden können. Geben Sie für diese Näherung die Zustandsdichte $D(W)$ des Halbleiters an.

Aufgabe 5) *Fermikugel.*

Wie viele freie Elektronen sind in einem Festkörper mit einem Volumen von 1 mm^3 , wenn die Fermienergie 1 eV beträgt?