Gesamtänderung des Winkels bei Durchlaufen von K_s

Sind N Nullstellen und P Pole innerhalb von K_s, dann ist die Drehung die die Bildfunktion $\underline{F}(s)$ erfährt wenn s <u>einmal im Uhrzeigersinn</u> auf K_s läuft $Q \cdot 2\pi$ <u>entgegen dem Uhrzeigersinn</u>. mit

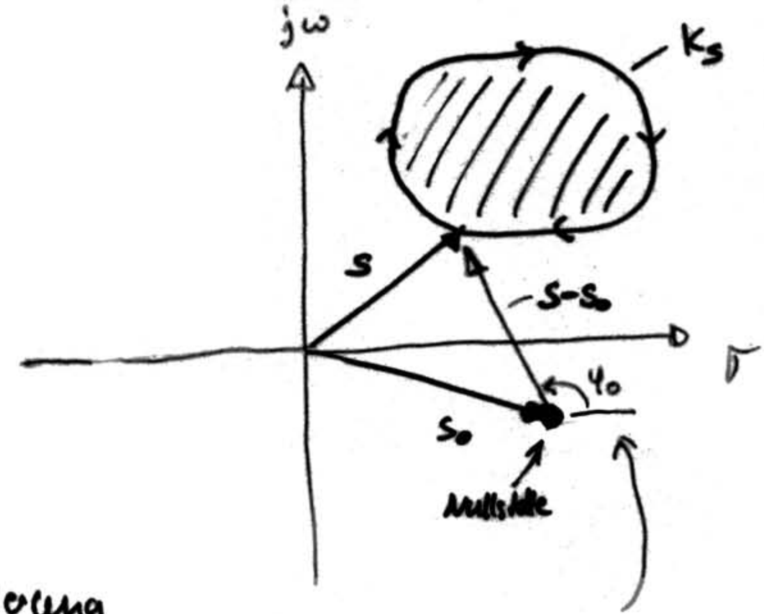
N

$$\boxed{Q = P - N}$$

(Drehsinn von Q ist mathematisch positiv definiert)

Alle Wirkfkt.: $F(s) = \dfrac{(s-s_{z1})(s-s_{z2})(\;)\cdots(\;)}{(s-s_{N1})(s-s_{N2})\cdot(\;)(\cdots)}$ ← Nullstellen Zähler ← Nullstellen Nenner

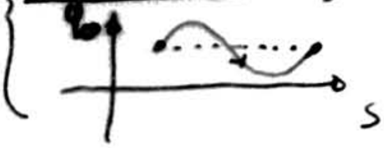
Betrachte einen Nullstellenterm $(s-s_0)$:



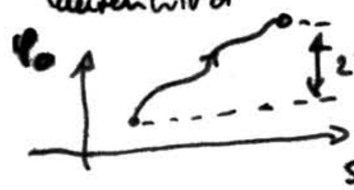
($s = \sigma + j\omega$ durchläuft einmal komplett die Kurve K_s im UHRZEIGERSINN)

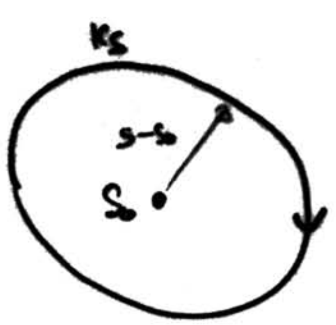
Winkeländerung des Nullstellenterms: $s - s_0 = R_0 \cdot e^{j\varphi_0}$

a) s_0 liegt außerhalb K_s: Winkeländerung = 0



b) s_0 liegt innerhalb K_s: Winkeländerung = 2π (im Uhrzeigersinn, wenn K_s im Uhrzeigersinn durchlaufen wird)



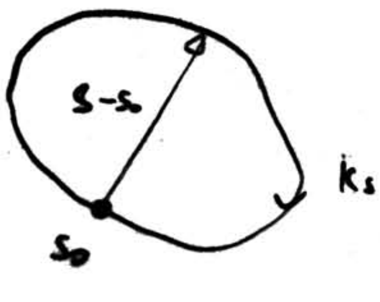


(gegen Uhrzeigersinn wenn Pol)

c) s_0 liegt auf K_s

⇒ unstetig (Sprung um π)

⇒ Diskussion



In Partialbruchzerlegung eingesetzt

$$F(s) = \frac{Z(s)}{N(s)} = \sum_{i=1}^{I} \frac{a_i}{s-s_i} = \sum_{i=1}^{I} \underbrace{\left.\frac{Z(s)}{N'(s)}\right|_{s=s_i}}_{= a_i = \text{const.}} \frac{1}{s-s_i}$$

$\bullet\!\!-\!\!\circ$ Rücktransformation

$$\boxed{f(t) = \sum_{i=1}^{I} \left.\frac{Z(s)}{N'(s)}\right|_{s=s_i} e^{s_i t}}$$

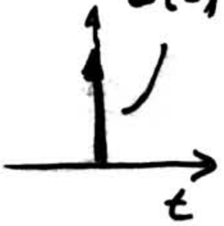
Heaviside'sche Entwicklungssatz
(Skript Gl. (2.83))

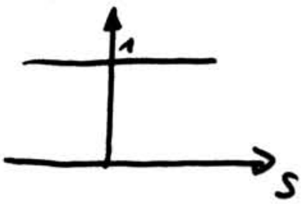
$$e^{st} = e^{(\sigma + j\omega)t}$$

Zwei wichtige Laplace-Transformationspaare

$$f(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \underline{F}(s)$$

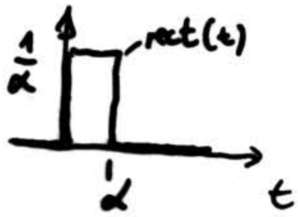
1) $$\delta(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ 1$$





Dirac-Funktion
(verallgemeinerte Fkt.)

$$\delta(t) = \lim_{\alpha \to 0} \mathrm{rect}(t)$$



2) $$\left.\begin{matrix} 0, & t < 0 \\ e^{s_0 t}, & t \geq 0 \end{matrix}\right\} \circ\!\!-\!\!\bullet\ \frac{1}{s - s_0}$$

Transformation von Wirkungsfunktionen

$$F(s) = \frac{Z(s)}{N(s)} = \sum_{i=1}^{I} \frac{a_i}{s - s_i}$$

Partialbruchzerlegung
$I = \mathrm{Grad}(N)$ (Grad des Nenners)

Trick:

$$\underbrace{\frac{Z(s)}{N(s)}(s - s_n)\Bigg|_{s=s_n}} = \sum_{i=1}^{I} \frac{a_i}{s - s_i}(s - s_n)\Bigg|_{s=s_n} = a_n$$

s_n: Nullstelle des Nenners

Grenzwert nach L'Hôpital:

$$\lim_{s \to s_n} \left(\frac{Z(s)}{N(s)} (s - s_n) \right) = \frac{d/ds \left(Z(s)\,(s - s_n) \right)}{d/ds\, N(s)} \Bigg|_{s=s_n} = \frac{Z(s)}{N'(s)} \Bigg|_{s=s_n}$$

also sind Koeffizienten:

$$a_n = \frac{Z(s)}{N'(s)} \Bigg|_{s=s_n}$$