

Kontinuitätsgleichung (Ladungsträgerbilanz)

1. MW: $\vec{J} = \text{rot } \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

$$\text{div } \vec{J} = \underbrace{\text{div rot } \vec{H}}_0 - \text{div } \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{J} = -\frac{\partial}{\partial t} \text{div } \vec{D}$$

3. MW: $\rho = \text{div } \vec{D}$

$$\boxed{\text{div } \vec{J} = -\frac{\partial}{\partial t} \rho}$$

↓ 1dim.

$$\boxed{\frac{dJ}{dx} = -\frac{\partial}{\partial t} \rho}$$

Ladungsträger: $\rho = e(\rho + N_D^+ - n - N_A^-)$

$$\frac{dJ}{dx} = -\frac{\partial}{\partial t} e(\rho + N_D^+ - n - N_A^-)$$

Erschöpfung: $\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = 0, \frac{\partial N_A^-}{\partial t} = 0$

$$\boxed{\frac{dJ}{dx} = -e \frac{\partial}{\partial t} (\rho - n)}$$

Aufspalten: $J = J_p + J_n$

$$\boxed{\frac{dJ_p}{dx} + \frac{dJ_n}{dx} = -e \frac{\partial p}{\partial t} + e \frac{\partial n}{\partial t}}$$

$$\boxed{-\frac{1}{e} \frac{dJ_p}{dx} = \frac{\partial p}{\partial t} - R}$$

$$\boxed{\frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} = \frac{\partial n}{\partial t} + R}$$

Freiheitsgrad: $R = \text{Nettorekombinationsrate} = r - g$

(Ladungsträgerbewegung)

TRANSPORT - Gleichung (Stromfluss)

(hier nur x-Richtung)

$$J = J_p + J_n$$

$$J_p = e p \mu_p \bar{E} - e D_p \frac{dp}{dx}$$

$$J_n = e n \mu_n \bar{E} + e D_n \frac{dn}{dx}$$

$$\mu_p = \frac{\tau_{cp} e}{m_{hc}^*}$$

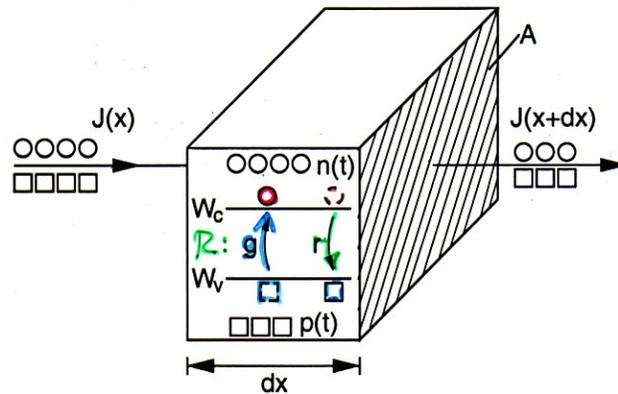
$$\mu_n = \frac{\tau_{cn} e}{m_{ec}^*}$$

$$D_p = U_T \mu_p$$

$$D_n = U_T \mu_n$$

$$U_T = \frac{kT}{e} \approx 25 \dots 30 \text{ mV}$$

(Rekombinierte minus Generierte) und der zeitlichen Änderung der darin enthaltenen Ladungsträgerdichte.



für Elektronen

$$\frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} = R + \frac{\partial n}{\partial t}$$

↓ stationär

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 0$$

$$\frac{dJ_n}{dx} = R = r - g$$

Abb. 2.22: Ladungsträger-Bilanz der Kontinuitätsgleichungen für ein Volumenelement $A dx$. g deutet die Generation von Ladungsträgern in Form eines Elektronen-Lochpaares an. r zeigt die Vernichtung (Rekombination) des Elektronen-Lochpaares, wobei das Elektron aus dem Leitungsband den Platz eines Lochs im Valenzband besetzt.

Die Kontinuitätsgleichung ist eine der wichtigsten Bilanzgleichungen für die Berechnung von Halbleiterbauelementen. Sie gilt an jedem Ort und zu jeder Zeit. Daher sind alle darin enthaltenen Größen $\{n, p, g, r, J_p, J_n\}$ eine Funktion von Ort und Zeit. Dies erlaubt die Berechnung von zeitabhängigen Abläufen wie z. B. Ausgleichsvorgängen bei Störung der Neutralitätsbedingung.

Wir werden dazu im Kapitel 2.22 ein Beispiel rechnen.

2.13 Generation von Ladungsträgern

Wir haben uns bereits mit der Generation von Ladungsträgern bei der Herleitung der Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion beschäftigt. Dort war die thermische Energie kT die Energie, die ein Elektron aus dem Valenzband über die Bandlücke W_g in das Leitungsband gehoben hat. Neben der Zufuhr thermischer Energie kann dem Elektron auch „optische“ Energie durch Bestrahlung mit Licht in Form von Photonen zugeführt werden. Dieser Vorgang dominiert in Photodioden und Solarzellen.

Wir betrachten im Folgenden den Vorgang der Energiezufuhr auf Ladungsträger auf allgemeiner Ebene etwas genauer. Wir beschränken unsere Be-

↓
Was heißt
 r, g
?
↓

g: Generation von Ladungsträgern → Zufuhr von Energie

Bandlücke W_g in das Leitungsband gehoben hat. Neben der Zufuhr thermischer Energie kann dem Elektron auch „optische“ Energie durch Bestrahlung mit Licht in Form von Photonen zugeführt werden. Dieser Vorgang dominiert in Photodioden und Solarzellen.

Wir betrachten im Folgenden den Vorgang der Energiezufuhr auf Ladungsträger auf allgemeiner Ebene etwas genauer. Wir beschränken unsere Betrachtungen der Einfachheit halber auf Elektronen. Für Löcher ergeben sich die gleichen Überlegungen, wobei zu beachten ist, dass die Energieskala der Löcher nach unten steigt.

Wir nehmen im Folgenden an, dass einem Elektron eine Energie

z.B. Photon $\Delta W = h \cdot f$ → (2.133)

z.B. durch ein Photon zugeführt wird. Vor dem Treffen mit dem Photon soll das Elektron einen Energiezustand W_1 im Valenzband entsprechend Abb. 2.23 besetzt haben.

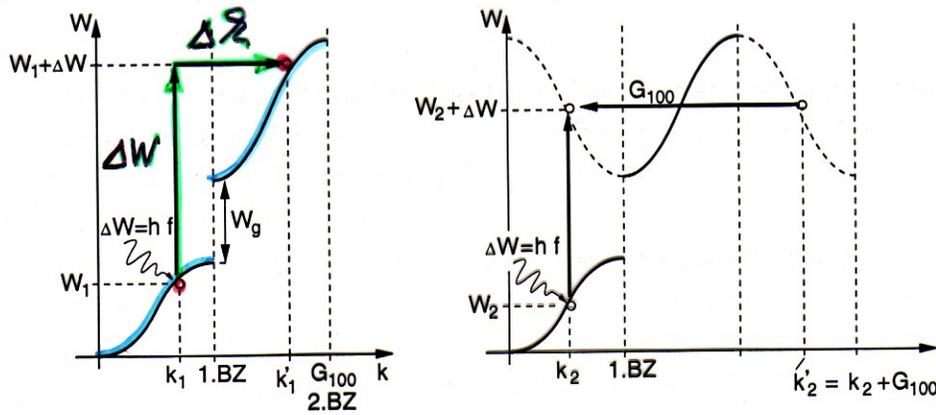


Abb. 2.23: Zufuhr einer Energie $\Delta W = h \cdot f$ für ein Elektron im VB am Beispiel einer idealisierten Bandstruktur in [100]-Richtung. **Links:** Nicht möglicher Übergang wegen Verletzung des Impulserhaltungssatzes. **Rechts:** Möglicher Übergang wegen Erfüllung von Energie- und Impulserhaltungssatz.

Für $\Delta W = h \cdot f < W_g$ existiert kein Zustand und es findet keine Absorption des Photons statt. Der Kristall ist für diese Frequenz f durchsichtig.

Wir unterstellen jetzt, dass die zugeführte Energie ausreicht, um die Energielücke zu überbrücken und eine Absorption stattfindet. Das Elektron geht dann von dem Valenzband in das Leitungsband. Ein solcher

⇒ Übergang nicht möglich, da Impulserhaltungssatz nicht erfüllt

(Kristall durchsichtig, da keine Energie absorbiert)

z.B. thermisch
 $\Delta W = kT$

oder optisch
(Photonen)

$\Delta W = h \cdot f$

Bsp: Elektron in W_1



Zufuhr ΔW



Zustand bei

$W_1 + \Delta W$

$k_1 + \Delta k$

Bei Übergang müssen

1) Energieerhalt. Satz

$W_1 + \Delta W = W_1'$

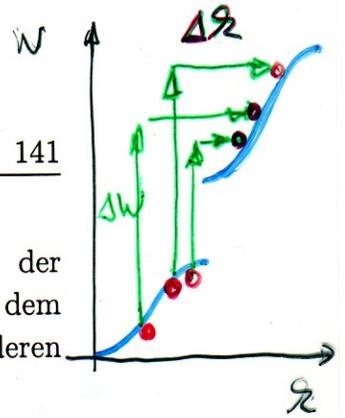


2) Impulserhalt. Satz

$k_1 + 0 = k_1'$



$k_1 + \Delta k = k_1'$



Band-Band-Übergang erfolgt immer unter Beachtung der auch in der Quantentheorie gültigen Sätze zur Energie- und Impulserhaltung. Nach dem Wechsel hat das Elektron sowohl eine andere Energie als auch einen anderen Impuls.

Abb. 2.23 links zeigt einen Übergang, bei dem der Energieerhaltungssatz erfüllt ist, da die Energiedifferenz zwischen altem und neuem Zustand der zugeführten Energie entspricht. Der Impulserhaltungssatz ist jedoch wegen

$\Delta p = 0$

keine Impulsänderung durch Zufuhr von ΔW

$\Delta p = \hbar(k_1 - k'_1) \neq 0$

(2.134)

Problem: Impulserhalt. Satz für alle Übergänge verletzt

verletzt. Ein solcher Übergang ist für ein Elektron in dem Zustand mit der Energie W_1 daher nicht möglich. Wir erkennen weiterhin anhand der Abbildung, dass der Impulserhaltungssatz für alle Übergänge $\Delta p \neq 0$ ergibt und daher verletzt wird.

Als Konsequenz benötigt ein solcher Übergang einen dritten Partner, der die Impuls-Differenz aufnimmt. Diese Funktion erfüllt der Kristall selbst. Dabei ist zu beachten, dass der Kristall bei quantenmechanischer Betrachtung nur diskrete Impulse aufnehmen kann.

Eine entsprechende Rechnung (ohne Beweis) führt auf den Kristallimpulserhaltungssatz

$\Delta \mathcal{E} = \vec{k} - \vec{k}' = \vec{G}_{hkl}$ Kristallimpulserhaltungssatz (2.135)

der gleichlautend mit der von uns in Gl. (1.101) hergeleiteten Bragg-Bedingung ist. Als Unterschied nimmt bei der hier angestellten Betrachtung der Kristall einen Impuls auf. Wir haben hier den Fall der sog. inelastischen Streuung, für die

$|\vec{k}| \neq |\vec{k}'|$ (2.136)

gilt, während bei der Bragg-Bedingung in Gl. (1.101) elastische Streuung mit $|\vec{k}| = |\vec{k}'|$ vorausgesetzt wurde.

Der Kristallimpulserhaltungssatz besagt also, dass nur der Übergang möglich ist, dessen Wellenvektor k' sich von dem ursprünglichen Wellenvektor um einen reziproken Gittervektor unterscheidet. Dieser Fall ist in Abb. 2.23 rechts eingezeichnet. Dabei wurde die Periodizität der Dispersionskurven berücksichtigt. Besonders einfach ist die Überlegung anhand des in Kap. 1.27 hergeleiteten reduzierten Bandschemas, bei dem alle Bandverläufe durch Verschiebung mit dem reziproken Gittervektor in der 1. Brillouin-Zone (1. BZ) abgebildet werden. Da die Verschiebung mit dem reziproken Gittervektor erfolgt, ist für einen senkrechten Band-Band-Übergang in der reduzierten

Übergang nur mit drittem Partner möglich
↓
Phononen (Kristall)
nehmen Impuls auf
↑↓
Inelastische Streuung

Bandlücke W_g in das Leitungsband gehoben hat. Neben der Zufuhr thermischer Energie kann dem Elektron auch „optische“ Energie durch Bestrahlung mit Licht in Form von Photonen zugeführt werden. Dieser Vorgang dominiert in Photodioden und Solarzellen.

Wir betrachten im Folgenden den Vorgang der Energiezufuhr auf Ladungsträger auf allgemeiner Ebene etwas genauer. Wir beschränken unsere Betrachtungen der Einfachheit halber auf Elektronen. Für Löcher ergeben sich die gleichen Überlegungen, wobei zu beachten ist, dass die Energieskala der Löcher nach unten steigt.

Wir nehmen im Folgenden an, dass einem Elektron eine Energie

$$\Delta W = h \cdot f \tag{2.133}$$

z. B. durch ein Photon zugeführt wird. Vor dem Treffen mit dem Photon soll das Elektron einen Energiezustand W_1 im Valenzband entsprechend Abb. 2.23 besetzt haben.

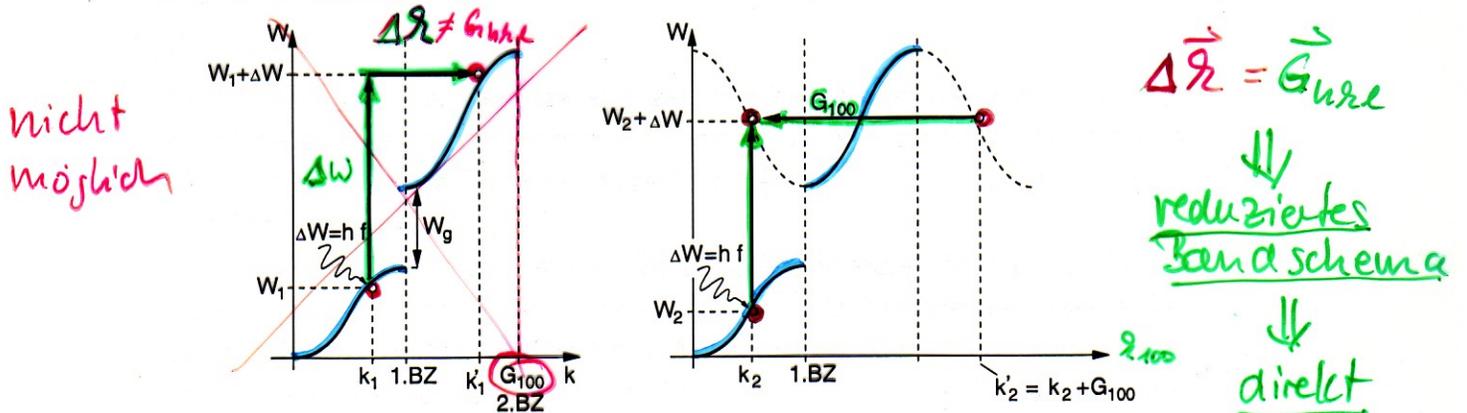


Abb. 2.23: Zufuhr einer Energie $\Delta W = h \cdot f$ für ein Elektron im VB am Beispiel einer idealisierten Bandstruktur in [100]-Richtung. **Links:** Nicht möglicher Übergang wegen Verletzung des Impulserhaltungssatzes. **Rechts:** Möglicher Übergang wegen Erfüllung von Energie- und Impulserhaltungssatz.

Für $\Delta W = h \cdot f < W_g$ existiert kein Zustand und es findet keine Absorption des Photons statt. Der Kristall ist für diese Frequenz f durchsichtig.

Wir unterstellen jetzt, dass die zugeführte Energie ausreicht, um die Energielücke zu überbrücken und eine Absorption stattfindet. Das Elektron geht dann von dem Valenzband in das Leitungsband. Ein solcher

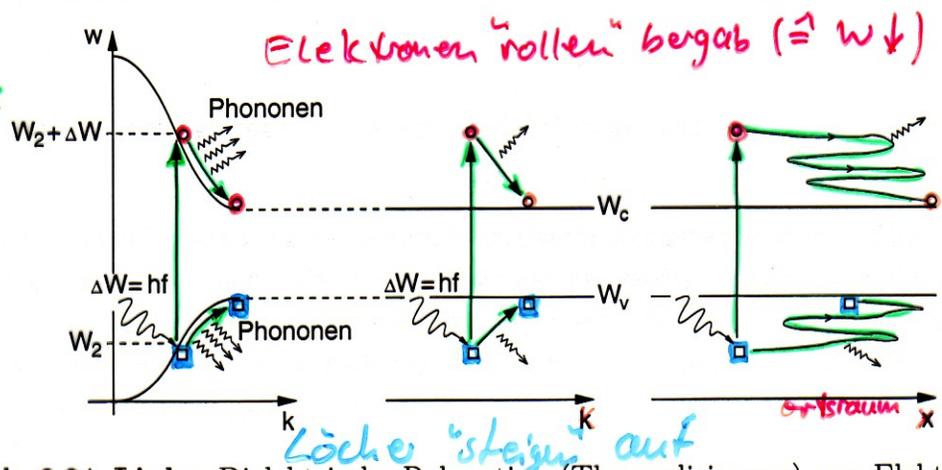
$\Delta \vec{k} = \vec{G}_{100}$
 \Downarrow
 reduziertes
 Bandschema
 \Downarrow
 direkt
 "darüber"
 liegende
 Energie
 \Downarrow
 Übergänge
 mit $\Delta W =$
 Abstand der
 LB-VB
 Dispersionsk.
 sind möglich

Bandschema-Darstellung der Kristallimpulserhaltungssatz immer erfüllt. Der Übergang erfolgt dann, wie in Abb. 2.23 rechts gezeigt, für einen Wellenvektor k_2 , für den die Energiedifferenz zur senkrecht darüber liegenden Energie des höheren Bandes der zugeführten Energie ΔW entspricht. Damit ist auch der Energieerhaltungssatz erfüllt.

2.14 Thermalisierung (dielektrische Relaxation)

In Abb. 2.23 (rechts) haben wir gezeigt, wie das Elektron durch Absorption des Photons mit der Energie ΔW einen Zustand mit der Energie $W_2 + \Delta W$ im Leitungsband einnimmt. Dieser Zustand ist in Abb. 2.24 nochmals gezeigt. Dabei ist auch das Loch im Valenzband berücksichtigt, das aufgrund

3 verschiedene Darstellungen des gleichen Vorgangs:



Elektronen „rollen“ bergab ($\Rightarrow W \downarrow$)

Löcher „steigen“ auf

Abb. 2.24: **Links:** Dielektrische Relaxation (Thermalisierung) von Elektron und Loch nach der durch Energiezufuhr ΔW verursachten Paarbildung. **Mitte:** Darstellung des gleichen Sachverhaltes wie in der linken Abbildung, jedoch unter Verwendung des zeichnerisch einfacheren Bändermodells. **Rechts:** Darstellung des gleichen Vorgangs wie in den beiden linken Abbildungen, jedoch in eindimensionaler Orts-Darstellung.

der Paarbildung entsteht. Elektron und Loch werden nach ihrer Entstehung den energetisch niedrigsten, noch freien Zustand in ihrem Band besetzen. Elektronen „rollen“ dabei die Dispersionskurve bergab. Löcher steigen aufgrund ihrer entgegengesetzten Energieskala wie Luftblasen entlang der Dispersionskurve nach oben. Um sich auf den Dispersionskurven bewegen zu können, müssen beide Ladungsträger Energie abgeben. Sie erreichen dies, indem sie die überschüssige Energie in Quanten durch Emission von Phononen an das Kristallgitter abgeben. Das Kristallgitter nimmt diese Energie auf und

Ladungsträger nehmen energetisch niedrigste Niveau an (Relaxation)

Energieabgabe durch Emission von Phononen

Gitter erwärmt sich

Thermalisierung

Ortsraum „nach“ Thermal.

Elektron + Loch befinden sich an unterschiedl. Orten

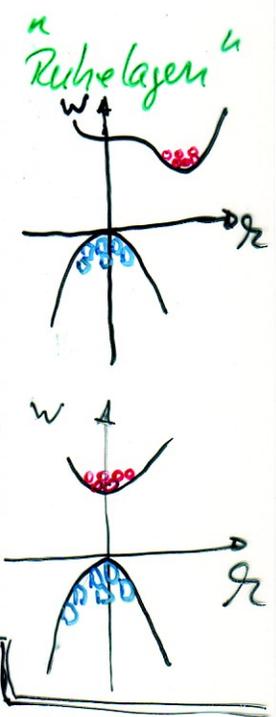
das zusammengehörnde Paarchen

erwärmt sich dabei. Dieser Vorgang wird Thermalisierung oder dielektrische Relaxation genannt. Er läuft vergleichsweise schnell, mit Zeitkonstanten zwischen $0,1 \dots 10$ ps ab, die dem im weiteren Verlauf besprochenen Relaxationsprozess zur Neutralisierung von Raumladungen entsprechen.

Der gleiche Vorgang kann anstelle des Dispersionsdiagramms auch zur Vereinfachung im Bändermodell dargestellt werden. Dabei sind Darstellungen im k -Raum (Abb. 2.24 Mitte) und im Ortsraum (Abb. 2.24 rechts) möglich. Nach der Relaxation besitzen aufgrund der in dem Beispiel gewählten Bandstruktur sowohl Elektron als auch Loch den gleichen Wellenvektor. Dies ist eine wichtige Eigenschaft von Halbleitermaterialien für optisch emittierende Bauelemente, wie in nächsten Kapitel gezeigt wird.

Zu beachten ist, dass die Ladungsträger, auch wenn sie den gleichen Wellenvektor besitzen, nach der Paarbildung nicht (bzw. nur höchst unwahrscheinlich) am gleichen Ort verharren. Beide werden die zuvor beschriebenen Zufallsbewegungen ausführen und sich daher zu bestimmten Zeiten an verschiedenen Orten befinden. Diese Erkenntnis ist wichtig für das Verständnis des Rekombinationsvorgangs, bei dem das Elektron mit einem benachbarten Loch rekombiniert, d. h. den Zustand des Lochs besetzt. Dieses wird aufgrund der Wanderung durch den Kristall und der hohen Ladungsträgerdichte, wenn überhaupt, dann nur höchst unwahrscheinlich der selbe Partner aus der Bildung des Elektron-Loch-Paares sein.

Thermalisierung ist schnell ($0,1 \dots 10$ ps)



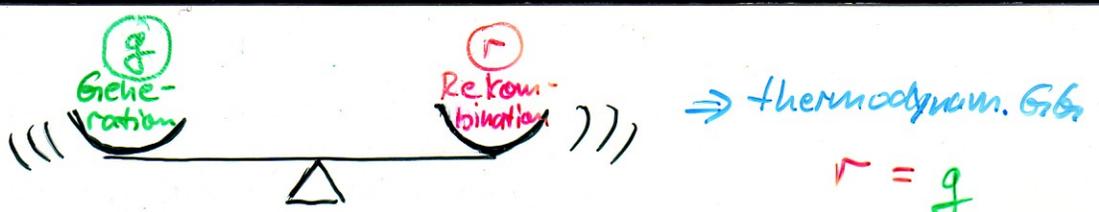
2.15 Rekombination $\hat{=}$ wieder kombinieren

Bei der Rekombination passiert mit einem Elektron und einem Loch genau das, was der Begriff beschreibt. Sie werden „wieder kombiniert“, d. h. das Elektron besetzt wieder den freien Zustand des Lochs. Wir erinnern uns an die Feststellung des letzten Kapitels und bemerken, dass es nicht genau das ursprünglich gebildete Elektron-Loch-Paar ist, das rekombiniert, sondern irgend ein Elektron-Loch-Paar, für das die Bedingungen für Rekombination erfüllt sind. Welche das sind, werden wir im Folgenden anschauen.

Dass es den Vorgang der Rekombination geben muss, macht eine einfache Überlegung deutlich. Würden durch Energiezufuhr nur Ladungsträger generiert, aber keine rekombiniert, dann würden alle Halbleiter nach genügend langer Energiezufuhr zu Leitern, da ihre Bänder mit freien Ladungsträgern gefüllt sind. Wir wissen aber zuverlässig, z. B. von Solarzellen oder Photodioden, dass nach Ausschalten des Lichts auch der Stromfluss versiegt. Es



Rekombination ist wichtig
sonst für $t \rightarrow \infty$
alle Halbleiter \rightarrow Leiter



muss also einen Rekombinationsvorgang geben, der dies bewirkt. Aus der Rekombination als Gegenspieler der Generation resultieren auch die Ladungsträgerdichten n_0, p_0 im thermodynamischen Gleichgewicht. Hier ist die Rekombinationsrate r gleich der Generationsrate g . D. h. die pro Zeiteinheit in einem Volumen entstehenden Ladungsträger sind gleich der Zahl der in der gleichen Zeit und im gleichen Volumen verschwindenden Ladungsträger. Es gilt also im thermodynamischen Gleichgewicht

$$n = n_0, \quad p = p_0, \quad r = g, \quad R = r - g = 0. \quad (2.137)$$

Bei einer Anhebung der Ladungsträgerdichte gegenüber den Gleichgewichtskonzentrationen wird die Rekombination die Generation überwiegen, da aufgrund der Neutralitätsbedingung das Bestreben besteht, die Gleichgewichtskonzentration wieder herzustellen. Es gilt bei Ladungsträgeranhebung gegenüber der Gleichgewichtskonzentration für die Nettorekombination

Ladungsträgerabbau $R = r - g > 0.$ (2.138)

Im entgegengesetzten Fall, bei einer Absenkung der Ladungsträgerdichte gegenüber den Gleichgewichtskonzentrationen, gilt

Ladungsträgererzeugung $R = r - g < 0.$ (2.139)

Um genauere, für die Beschreibung von Halbleiterbauelementen ausreichende Aussagen über R machen zu können, benötigen wir tiefere Einblicke in die Abläufe bei der Generation und Rekombination von Ladungsträgern. Wir beschäftigen uns im Folgenden mit den Mechanismen der Rekombination. Bereits bei der Generation haben wir festgestellt, dass durch Einbeziehung eines dritten Partners Energie- und Impulserhaltungssatz bei Band-Band-Übergängen erfüllt werden können. Wir betrachten daher zunächst im folgenden Kapitel die drei uns schon bekannten (Quasi-)Teilchen Elektron, Photon und Phonon, die sich als Partner für eine Wechselwirkung anbieten.

2.16 Energie und Impuls von (Quasi-)Teilchen

Energie und Impuls von Teilchen lassen sich entsprechend Gl. (1.4) und (1.27) immer über

alle Teilchen:

$$W = \hbar\omega = \hbar \cdot f \quad (2.140)$$

$$p = \hbar k = \hbar \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.141)$$

Zusammenhang $W \leftrightarrow p$: Dispersionsrelation $W(\mathcal{E}) \sim \omega(\mathcal{E})$

Neutralitätsbedingung

$$n_0 + |s_n|$$

$$p_0 + |s_p|$$

$$n_0 - |s_n|$$

$$p_0 - |s_p|$$

Überlegung: zum Abbau von s_n wird s_p benötigt und umgekehrt

Handwerkszeug um direkten/indirekten Halbleiter zu verstehen

berechnen. Die Energie wird dabei über ω und der Impuls über k (bzw. λ) bestimmt. Zwischen ω und k besteht eine Dispersionsbeziehung, die je nach Teilchen und Vorgang unterschiedlich ist.

Für Photonen erhalten wir die Dispersionsbeziehung direkt aus der Lichtgeschwindigkeit:

$$c = f\lambda = \frac{\omega}{k} \quad (2.142)$$

PHOTONEN
(c = Lichtgeschw.)

Für Elektronen im Kristall gilt nach Gl. (1.71) mit der effektiven Masse m_e^* die Dispersionsbeziehung

$$W_k = \hbar\omega_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} \quad (2.143)$$

ELEKTRONEN
(freie Elektronen-Parabel)

und für Phononen gewinnt man aus Überlegungen zu Schwingungssystemen (hier ohne Herleitung und Beweis) die Kreisfrequenz der Gitterschwingungen für den Fall einer einatomigen Basis

$$\omega_k = \sqrt{\frac{2Y a_0}{m_a} (1 - \cos(ka_0))} \quad (2.144)$$

PHONONEN

mit Y =Elastizitätsmodul (Youngs Modulus), m_a =Atommasse, a_0 =Gitterkonstante. Durch Einsetzen von Gl. (2.144) in Gl. (2.140) erhält man die Energie der Gitterschwingungen.

bestimme $\rightarrow \lambda$:

Während die Energie von der Frequenz des Teilchens abhängt, wird der Impuls über die Abhängigkeit von k nach Gl. (2.141) durch die Wellenlänge bestimmt. Diese ist bei Photonen über Gl. (2.142) mit der Lichtgeschwindigkeit umgekehrt proportional zur Frequenz.

Bei Elektronen im Kristall wissen wir, dass sie sich i. e. am Rand der Bandkante, also am Rand der 1. Brillouin-Zone mit $k = \frac{\pi}{a_0}$ aufhalten.

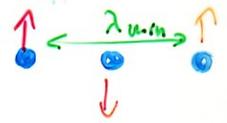
Bei Phononen hilft für die Abschätzung von k die einfache Überlegung nach Abb. 2.25, wonach die kleinste Wellenlänge dann erreicht ist, wenn benachbarte Gitteratome die entgegengesetzte Auslenkung mit der Amplitude der Schwingung besitzen (Fall der transversalen, optischen Phononen). Es gilt daher für Phononen mit maximalem Impuls $\lambda_{min} = 2a_0$.

Mit den vorangegangenen Überlegungen läßt sich für Beispielwerte (in einer Übung) die Größenordnung von Energie und Impuls der Teilchen ermitteln. Tabelle 2.6 zeigt die Ergebnisse.

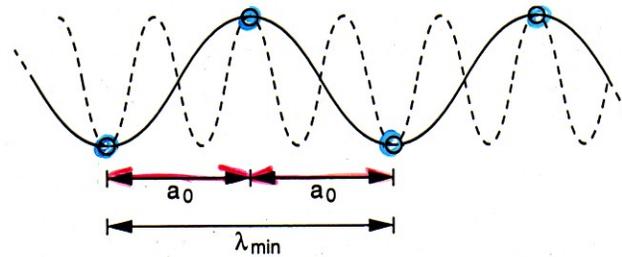
$\frac{Y}{m_a} \sim$ "Schwingfähigkeit"

Abschätzung:
1) Ladungsträger im Halbleiter am Rand 1. BZ

2) Phononen haben $\omega \uparrow$ bei $\lambda \uparrow$
 \downarrow
benachbarte Gitteratome



=> Übungsaufgabe



a_0 (Gitterkonstante)
legt kleinstmögliche
Wellenlänge (max. ω)
fest

Abb. 2.25: Der Abstand a_0 der Gitteratome legt die kleinste mögliche Wellenlänge λ_{min} der Schwingung fest. Die gestrichelte Schwingung ist nicht möglich, da sie eine zu kleine Wellenlänge besitzt.

	Elektron	Photon	Phonon
$\frac{W}{W_{Elektron}}$	1	≈ 1	0,02
$\frac{p}{p_{Elektron}}$	1	0,001	≈ 1

← Ergebnis der
Übungsaufgabe

Tabelle 2.6: Vergleich von Energie und Impuls von (Quasi-)Teilchen.

Wir merken uns das daraus folgende, wichtige Ergebnis:

- Elektronen besitzen Energie und Impuls,
- Photonen besitzen Energie und (vernachlässigbar) kleinen Impuls.
- Phononen besitzen Impuls und (vernachlässigbar) kleine Energie.

→ Leicht, hohe f
→ hohe Masse
(„Gitterschwer“)

Dabei ist die Einschätzung als vernachlässigbar immer in Relation zu dem zum Vergleich herangezogenen Teilchen zu werten.

2.17 Direkte Rekombination (Direkter Halbleiter)

Wir erinnern uns an den Vorgang der Relaxation aus Kap. 2.14. Nach Abschluss des Vorgangs befinden sich Loch und Elektron auf dem jeweils energetisch niedrigsten unbesetzten Niveau in ihrem Band. Im Beispiel in Abb. 2.24 lagen Elektron und Loch nach der Relaxation bei dem gleichen Wellenvektor, da aufgrund der Bandstruktur Minimum des Leitungsbandes und Maximum des Valenzbandes dort zusammenfielen.

Direkte Rekombination

Direkte Halbl.

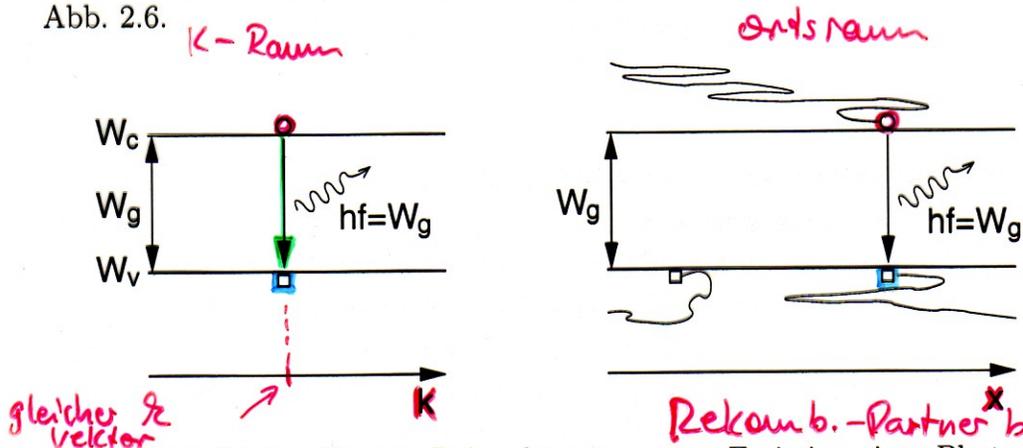
Das Elektron kann unter diesen Bedingungen direkt, wie in Abb. 2.26 links gezeigt, durch Abgabe eines Phonons der Energie

$$hf = W_g \quad (2.145)$$

mit einem Loch mit i.e. gleichem Wellenvektor rekombinieren. Dies ist möglich, da der Impuls von Phononen, wie im vorangegangenen Kapitel festgestellt, vernachlässigbar klein ist und daher bei einem senkrechten Übergang erhalten bleibt. Der Band-Band-Übergang kann daher im k -Raum direkt senkrecht unter Emission eines Photons erfolgen. Es wird bei dem direkten Übergang also Licht der Wellenlänge $f = \frac{W_g}{h}$ abgestrahlt.

Wir nennen Halbleiter, bei denen Minimum des Leitungsbandes und Maximum des Valenzbandes in k -Raum übereinander liegen, direkte Halbleiter. Sie erlauben die direkte Rekombination eines Elektrons aus dem Leitungsband mit einem Loch im Valenzband durch Emission von Photonen, also sichtbarem oder unsichtbarem Licht.

Direkte Halbleiter sind Materialien für optoelektronische Bauelemente. Zu den wichtigsten Materialien gehört **GaAs** mit dem Banddiagramm nach Abb. 2.6.



gleicher k vektor

Rekomb.-Partner befinden sich am selben Ort

Abb. 2.26: Links: Direkte Rekombination unter Emission eines Photons, dargestellt im k -Raum. Rechts: Der gleiche Vorgang, dargestellt im Ortsraum. Die zufällige Bewegung der Ladungsträger ist symbolisch durch Zickzacklinien angedeutet.

Auch bei der Darstellung im Ortsraum in Abb. 2.26 rechts erfolgt der Band-Band-Übergang der direkten Rekombination senkrecht, da sich die beiden Rekombinationspartner am selben Ort befinden müssen.

Die Häufigkeit der direkten Rekombination eines Elektrons mit einem Loch,

↓
Rekombinat. bei unverändertem Wellenvektor
↓
Band-Band-Übergang erfolgt senkrecht
↓
direkte Rekomb. eines Elektr. mit einem Loch durch Emission von Licht
 $h \cdot f \cdot W_g$

↓
Rekomb. muß von V_{th} abhängen

(Geschwind. mit der sich Rekombinationspartner treffen)

Rekombination:

Häufigkeit

- ~ n
- ~ p
- ~ v_{th}
- ~ A_r (Effizienz (Wirkungsquerschnitt))

genauer gesagt die Rekombinationsrate r , ist proportional zur Elektronendichte n und Löcherdichte p . Sie ist auch proportional zur thermischen Geschwindigkeit v_{th} , da diese die Geschwindigkeit, mit der sich mögliche Partner an einem Ort treffen, bestimmt. Mit dem sog. Wirkungsquerschnitt der Fläche A_r führen wir eine weitere Proportionalitätskonstante ein, die die Effizienz der Rekombination charakterisiert. Für die Rekombinationsrate kann damit die Gleichung

$$r = A_r v_{th} n p. \quad (2.146)$$

Rekombinationsrate

aufgestellt werden.

Der Rekombination wirkt ein Generationsvorgang mit der Generationsrate g entgegen. Die Nettorekombinationsrate ergibt sich nach Gl. (2.128) zu

$$R = r - g = A_r v_{th} n p - g. \quad (2.147)$$

Da im thermodynamischen Gleichgewicht

$$R = 0, \quad n p = n_0 p_0 = n_i^2 \quad (2.148)$$

bestimme g über thermodyn. GG

gilt, erhalten wir aus Gl. (2.147) direkt

$$g = A_r v_{th} n_0 p_0 \quad (2.149)$$

und damit für die Nettorekombinationsrate bei direkten Band-Band-Übergängen

$$R = A_r v_{th} (np - n_i^2) = r - g. \quad (2.150)$$

Nettorekombinationsrate bei direkten Band-Band-Übergängen

Auch wenn hier nicht explizit geschrieben, ist zu beachten, dass die Nettorekombinationsrate aufgrund der Ortsabhängigkeit von n , p und A_r ebenfalls vom Betrachtungsort im Halbleiter abhängt.

Die Beziehung drückt direkt aus, dass die Nettorekombination zu Null wird, wenn an der betrachteten Stelle im Halbleiter thermodynamisches Gleichgewicht vorliegt.

2.18 Indirekte Rekombination (Indirekte Halbleiter)

Entsprechend den Überlegungen zu direkten Halbleitern sind Si und Ge aufgrund ihrer Bandstruktur indirekte Halbleiter (vgl. Abb. 2.6). Nach der Relaxation liegen Elektronen und Löcher in Energieminima, die sich durch einen Wellenvektor, der ungleich einem reziproken Gittervektor ist, unterscheiden.

$\Delta \mathcal{E} \neq 0$

Indirekte Rekombinat.

↓
benötigt Partner für

Impuls-
erhaltung
↓
Phononen (SRH)
+
Elektronen (Auger)

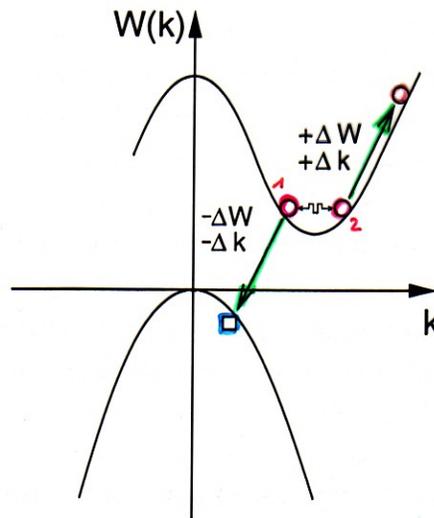
D. h. sie liegen im reduzierten Gitterschema nicht direkt übereinander. Der Kristallimpulserhaltungssatz Gl. (2.135) ist daher verletzt. Die Rekombination in indirekten Halbleitern kann dadurch nicht direkt über Emission eines („impulslosen“) Photons stattfinden.

Die Rekombination benötigt einen Partner, der einen Impuls besitzt, so dass durch Impulsaustausch der Impulserhaltungssatz erfüllt wird. Als Partner bieten sich daher nach Kap. 2.16 Elektronen und Phononen an:

Bei der indirekten Rekombination durch Phononenprozesse erfolgt ein Energie- und Impulsaustausch mit den Gitterschwingungen des Kristalls. Aufgrund der geringen Energie von Phononen erfolgt die Rekombination schrittweise über Zwischenenergieniveaus in der Bandlücke. Die Beschreibung dieses Prozesses führt auf die bekannte „Shockley-Read-Hall“-Beziehung, die im folgenden Kapitel hergeleitet wird.

Bei der indirekten Rekombination durch Elektronen gibt ein Leitungselektron an ein anderes Leitungselektron oder an ein Defektelektron bei einem Stoß Energie ΔW und Impuls Δp ab. Dadurch erhält es die passende Energie und den Impuls eines Zustandes im Valenzband (unwahrscheinlich) oder eines Zwischenzustandes in der Bandlücke. Die Energie des anderen Elektrons erhöht sich um den entsprechenden Betrag ΔW . Sein Wellenvektor wird mit entgegengesetztem Vorzeichen $-\Delta p$ geändert, so dass der Impulserhaltungssatz erfüllt ist. Abb. 2.27 zeigt diesen als „Auger-Prozess“ bezeichneten Vorgang bei einem Übergang ohne Zwischenenergieniveau. Wir werden den

Pierre Victor Auger
1899 - 1993
↕
Lise Meitner



Auger-Prozess:
(Elektron-Elektron-Stoß)

↓
Elektron 1 gibt ΔW / $\Delta \mathcal{E}$
an Elektron 2 ab

$W_1 \rightarrow W_1 - \Delta W$
 $W_2 \rightarrow W_2 + \Delta W$
} Energie und Impulserhaltung
 $p_1 \rightarrow p_1 - \Delta p$
 $p_2 \rightarrow p_2 + \Delta p$

Abb. 2.27: Änderung von Energie und Impuls bei einem Auger-Prozess.

$p = \hbar \cdot \mathcal{E} \Rightarrow \begin{pmatrix} \mathcal{E}_1 \rightarrow \mathcal{E}_1 - \Delta \mathcal{E} \\ \mathcal{E}_2 \rightarrow \mathcal{E}_2 + \Delta \mathcal{E} \end{pmatrix}$

Augerprozess mit Zwischenenergieniveaus im übernächsten Kapitel 2.20 kurz betrachten.

Indirekte Rekombination

2.19 Shockley-Read-Hall-(SRH-)Rekombination

Bei der indirekten Rekombination mit Phononen-Wechselwirkung kann das Phonon den Impuls des Elektrons aufnehmen, da die Wellenvektoren beider Teilchen die gleiche Größenordnung besitzen (vgl. Kap. 2.16). Der Impulserhaltungssatz kann also erfüllt werden.

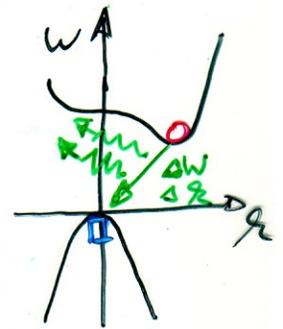
Jedoch ist die Energie von Phononen klein im Vergleich zu der Energie von Elektronen. Um einen LB-VB-Übergang zu ermöglichen, müssten daher viele Phononen emittiert werden. Ein solcher Vorgang ist auf ein Elektron bezogen sehr unwahrscheinlich. Daher erfolgt der Band-Band-Übergang bei der Wechselwirkung mit Phononen über Zwischenniveaus der Energie W_t in etwa in der Mitte der Bandlücke (vgl. Abb. 2.28).

Zwischenniveaus werden auch als „Rekombinationszentren“ oder „Traps“ bezeichnet. Sie entstehen durch Störstellen in Form von Fremdatomen (z. B. **Au**), Verunreinigungen und Gitterdefekten. Mit zunehmender Reinheit des Kristalls nimmt die Störstellenkonzentration und damit auch die Rekombination ab. Zur Veranschaulichung haben LB-Elektronen in sehr reinem **Si** Lebensdauern im ms-Bereich und legen Strecken in mm-Größenordnung zurück, ehe sie rekombinieren. In stark verunreinigtem **Si** liegen Lebensdauer und Diffusionslänge im μ s- und μ m-Bereich.

Abb. 2.28 veranschaulicht den indirekten Rekombinationsvorgang anhand eines Bändermodells. Durch die Lage i. e. der Mitte der Bandlücke ist eine Besetzungswahrscheinlichkeit mit einem Elektron oder Loch näherungsweise gleich groß. In der Realität liegt nicht nur ein, sondern eine Vielzahl von Energieniveaus für Rekombinationszentren vor. Bei einem LB-VB-Übergang durchlaufen die Elektronen vielmehr eine Treppe von mehreren Zwischenniveaus. Wir begnügen uns in unserem einfachen Modell jedoch mit einem Energieniveau W_t , da die damit erzielten Ergebnisse eine für den Rahmen der Vorlesung ausreichende Übereinstimmung mit dem Experiment ergeben.

Wir bezeichnen entsprechend Abb. 2.28 mit

N_t die Dichte der Rekombinationszentren,



Übergang durch Phononen
 \downarrow
 $\sim p$ i. e. gleich aber
 $W(\text{Phonon})$
 \ll
 $W(\text{Elektron})$
 \downarrow
 Viel-Phononen Emission
 \downarrow
 unwahrscheinl.
 \downarrow
 Übergang über Zwischen-niveaus
REKOMBINATIONSZENTREN
 \downarrow (PZ)
 Entstehen durch "Störstellen"
 - Fremdatome (Au)
 - Gitterdefekte
 - (Verunreinigung)

*Ohne Rekombinationszentren: Lebensdauer/weg: ms/mm
 Mit " : " : μ s/ μ m*

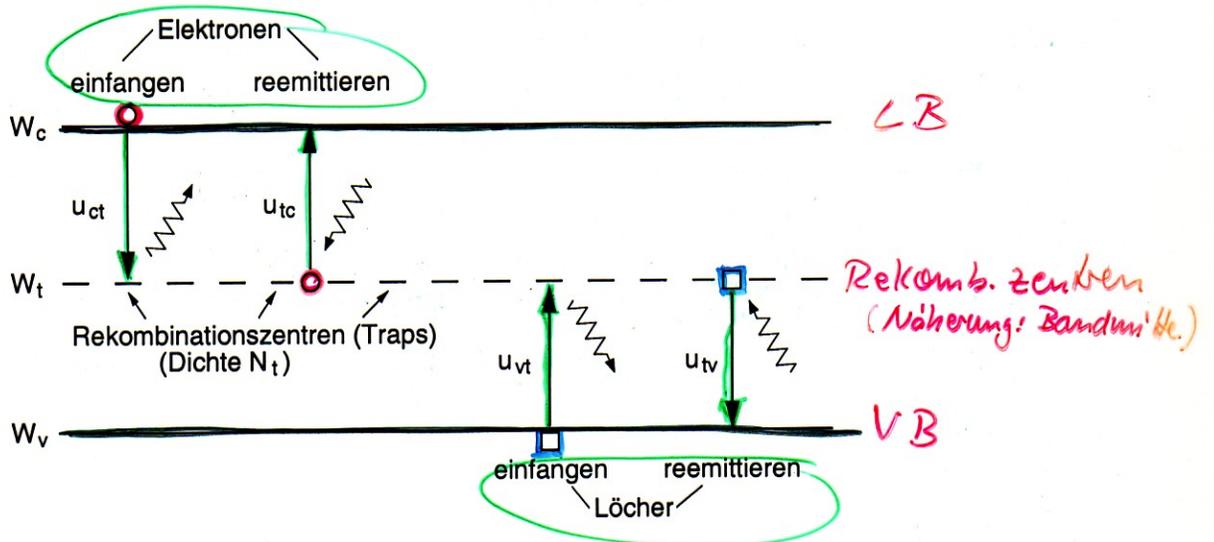


Abb. 2.28: Emissions- und Einfangvorgänge bei indirekten Rekombinationsvorgängen über Rekombinationszentren.

- N_t die Dichte der Rekombinationszentren
- u_{ct} die Einfangrate von Elektronen des LB durch die Rekombinationszentren,
 - u_{tc} die Reemissionsrate von Elektronen aus Rekombinationszentren in das Leitungsband,
 - u_{vt} die Einfangrate von Löchern des Valenzbandes durch die Rekombinationszentren,
 - u_{tv} die Reemissionsrate von Löchern aus Rekombinationszentren in das Valenzband.

R_2 -Dichte
Einfang-
Reemiss.
RATEN

Unter der Größe „Rate“ ist immer eine Ladungsträgerdichte pro Zeiteinheit im Sinne von $\frac{dn}{dt}$ zu verstehen. Sie beschreibt die pro Volumen und Zeiteinheit eingefangenen oder emittierten Ladungsträger.

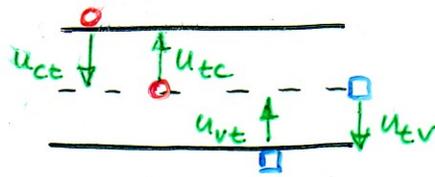
Rak:
 $\frac{\Delta n}{\Delta t}, \frac{dn}{dt}$

Mit f_t bezeichnen wir die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Energieniveaus der Rekombinationszentren mit Elektronen. Wir betrachten den Halbleiter bei geringer Abweichung vom thermodynamischen Gleichgewicht, so dass für die Besetzungswahrscheinlichkeit die Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion

$$f_t = \frac{1}{1 + e^{\frac{W_t - W_F}{kT}}}$$

(2.151)

Besetzungsw.
für N_t
Niveau



verwendet werden kann.

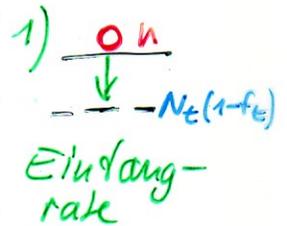
Dann ist die Einfangrate u_{ct} der Elektronen aus dem Leitungsband wie bei der direkten Rekombination proportional dem Produkt der Dichten der beteiligten Partner. Die Ladungsträgerdichte der Elektronen im Leitungsband ist n . Die Ladungsträgerdichte der unbesetzten Rekombinationszentren (RZ), auf den die Elektronen übergehen könnten, ist $N_t(1 - f_t)$.

Bestimme die Raten (gleiche Überleg. wie bei direkter Rekomb. b.)

Mit der Proportionalitätskonstante c_{ct} , die den LB→RZ-Übergang charakterisiert (zu erkennen am Index ct für *conduction* → *trap*), ergibt sich

c_{ct} : Proportionalitätskonstante charakterisiert Übergang

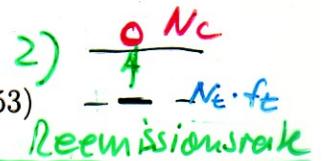
$$u_{ct} = c_{ct} n N_t (1 - f_t) \quad (2.152)$$



Für den entgegen laufenden Reemissionsvorgang RZ→LB gilt dementsprechend mit $(N_C - n) \approx N_C$ freien Zuständen im LB

n Elektronen im LB
 $N_C - n \approx N_C$ freie Zustände

$$u_{tc} = c_{tc} N_t f_t N_C \quad (2.153)$$

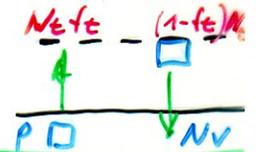


Entsprechend ergibt sich für das Einfangen und Reemittieren der Löcher

analoge Überlegung für \square

$$u_{vt} = c_{vt} p N_t f_t \quad (2.154)$$

$$u_{tv} = c_{tv} N_t (1 - f_t) N_V \quad (2.155)$$



Daraus ergeben sich die Netto-Einfangrate für Elektronen aus dem Leitungsband, also die Rate von Elektronen, die auf dem Rekombinationszentrum zur Rekombination verbleiben

$$\frac{\partial n}{\partial t} = U_{ct} = u_{ct} - u_{tc} = c_{ct} n N_t (1 - f_t) - c_{tc} N_t f_t N_C \quad (2.156)$$

$u_{ct} - u_{tc}$ Elektronen verbleiben auf W_t

und die Netto-Einfangrate für Löcher aus dem Valenzband, also die Rate von Löchern, die auf dem Rekombinationszentrum zur Rekombination mit den Elektronen verbleiben¹⁹

$$\frac{\partial p}{\partial t} = U_{vt} = u_{vt} - u_{tv} = c_{vt} p N_t f_t - c_{tv} N_t (1 - f_t) N_V \quad (2.157)$$

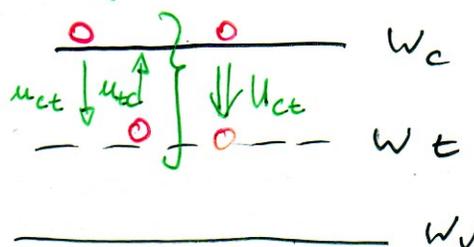
$u_{vt} - u_{tv}$ Löcher verbleiben auf W_t

Jeweils eine der Proportionalitätskonstanten in Gl. (2.156) und (2.157) kann über die Bedingung

$$\frac{\partial p}{\partial t} = U_{vt} = 0, \quad \frac{\partial n}{\partial t} = U_{ct} = 0, \quad (2.158)$$

Bestimme c_{ct}, c_{cv} über thermodyn. GGB

¹⁹Diese Betrachtungsweise ist identisch mit der Betrachtungsweise, dass eine Rate (Anzahl pro Zeit) von Elektronen von den Rekombinationszentren in das Valenzband übergeht.



$$U_{ct} = U_{ct} - U_{tc} = C_{ct} n N_t (1 - f_t) - C_{tc} N_t f_t n_c$$

$$U_{vt} = U_{vt} - U_{tv} = C_{vt} p N_t f_t - C_{tv} N_t (1 - f_t) p_v$$

Thermodyn.-Glb: $U_{ct} = 0, U_{vt} = 0$; $n = n_0, p = p_0$

die im thermodynamischen Gleichgewicht gilt, bestimmt werden. Wir erhalten mit Gl. (2.158) aus Gl. (2.156) und (2.157) mit n_0 und p_0 als Ladungsträgerdichten im thermodynamischen Gleichgewicht

$$C_{ct} = C_{ct} \frac{n_0}{N_C} \frac{1 - f_t}{f_t} = c_{ct} \cdot e^{-\frac{W_C - W_t}{kT}} \quad (2.159)$$

$$C_{tv} = C_{tv} \frac{p_0}{N_V} \frac{f_t}{1 - f_t} = c_{tv} \cdot e^{-\frac{W_t - W_V}{kT}} \quad (2.160)$$

Bestimme C_{ct}, C_{tv} über Thermodyn. Gb. \Rightarrow Übung!

Die beiden rechten Ausdrücke ergeben sich nach kurzer Rechnung, die zur Übung einmal nachvollzogen werden sollte (zu verwenden sind Gl. (2.151) sowie Gl. (2.22) und (2.25)).

Damit wird aus den Netto-Einfangraten aus Gl. (2.156) und (2.157)

$$U_{ct} = C_{ct} n N_t (1 - f_t) - C_{ct} N_t f_t N_C e^{-\frac{W_C - W_t}{kT}} \quad (2.161)$$

$$U_{ct} = C_{ct} N_t ((1 - f_t) n - f_t n_1) \quad (2.162)$$

$$\text{mit } n_1 := N_C e^{-\frac{W_C - W_t}{kT}} \quad (2.163)$$

und

$$U_{vt} = C_{vt} p N_t f_t - C_{vt} N_t (1 - f_t) N_V e^{-\frac{W_t - W_V}{kT}} \quad (2.164)$$

$$U_{vt} = C_{vt} N_t (p f_t - (1 - f_t) p_1) \quad (2.165)$$

$$\text{mit } p_1 := N_V e^{-\frac{W_t - W_V}{kT}} \quad (2.166)$$

Hilfsgrößen $\hat{=}$ Ladungsträgerdichten für $W_F = W_t$

Die Dichten n_1 und p_1 sind Hilfsgrößen zur Vereinfachung und beschreiben die Elektronen- und Löcherdichten für den Fall, dass das Fermi-Niveau mit dem Energieniveau W_t der Rekombinationszentren zusammenfällt. Es lässt sich leicht nachprüfen, dass entsprechend Gl. (2.32)

$$n_1 \cdot p_1 = n_i^2 \quad (2.167)$$

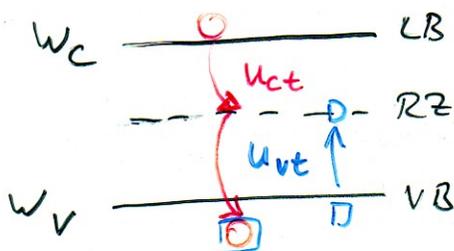
gelten muss, da wir den Halbleiter im thermodynamischen Gleichgewicht betrachten.

Im stationären Zustand muss die Netto-Einfangrate der Elektronen und die der Löcher gleich sein.

$$U_{ct} = U_{vt} \Leftrightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t}$$

Stationärer Zustand \Downarrow

Netto-Einfangrate von Elektronen und Löchern muss gleich sein



• Kontinuierlicher Fluss: $LB \rightarrow RZ \rightarrow VB$
 $VB \leftarrow RZ \leftarrow LB$

$$\begin{cases} U_{ct} = c_{ct} N_t \left((1-f_t) n - f_t n_1 \right) \\ U_{vt} = c_{vt} N_t \left(p f_t - (1-f_t) p_1 \right) \end{cases}$$

Dann ist die Besetzung der Rekombinationszentren konstant (zeitunabhängig) und es ergibt sich ein kontinuierlicher Rekombinationsfluss der Elektronen von LB \rightarrow RZ \rightarrow VB. Diese Bedingung nutzen wir und setzen die entsprechenden Beziehungen aus Gl. (2.162) und (2.165) in die Bedingung für Stationarität ein. Umstellen führt auf die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Energieniveaus der Rekombinationszentren mit einem Elektron

Stationär:

$$U_{ct} = U_{vt} \Rightarrow$$

$$f_t = \frac{c_{vt} p_1 + c_{ct} n}{c_{vt}(p_1 + p) + c_{ct}(n_1 + n)}$$

Berechne f_t über Bedingung (2.169) $U_{ct} = U_{vt}$ für stationarität

Einsetzen der Besetzungswahrscheinlichkeit in eine der Beziehungen für die Netto-Einfangrate Gl. (2.162) oder (2.165) (beide sind wegen Gl. (2.168) identisch) liefert nach kurzer einfacher Rechnung

$$U_{ct} = U_{vt} = \frac{pn - n_i^2}{(p_1 + p)\tau_n + (n_1 + n)\tau_p} = R = r - g$$

SRH Rekombinat.

mit

$$\tau_n := \frac{1}{c_{ct} N_t}, \quad \tau_p := \frac{1}{c_{vt} N_t}$$

(2.171) Lebensdauern $\tau_n \tau_p$

Das ist die Shockley-Read-Hall-(SRH-)Formel für die Netto-Rekombination $R = r - g$ bei indirekter Rekombination über Rekombinationszentren. Aus ihrem Zählerterm geht hervor, dass die Nettorekombinationsrate zu Null wird, wenn die Ladungsträgerdichten p und n die Werte im thermodynamischen Gleichgewicht annehmen.

2.20 Auger-Rekombination

führt auf gleich Formel wie SRH

Wir wollen den allgemeinen Fall der Auger-Rekombination über Rekombinationszentren betrachten. Dabei stoßen zwei Ladungsträger zusammen. Der eine Ladungsträger gibt dabei Energie ab und geht dadurch auf das Energieniveau eines Rekombinationszentrums. Der andere Ladungsträger nimmt die abgegebene Energie auf und gelangt auf ein höheres Energieniveau innerhalb seines Bandes. Dieser Mechanismus nach Abb. 2.27 und 2.29 ist vergleichbar mit dem Einfangvorgang bei der SRH-Rekombination.

Bei den Auger-Prozessen gibt es jedoch jeweils zwei Möglichkeiten, wie Elektronen vom Leitungsband ins Rekombinationszentrum bzw. Löcher vom Valenzband ins Rekombinationszentrum gelangen können (vgl. Abb. 2.29).

In Analogie zur Herleitung von Gl. (2.152) ermitteln wir die Einfangrate

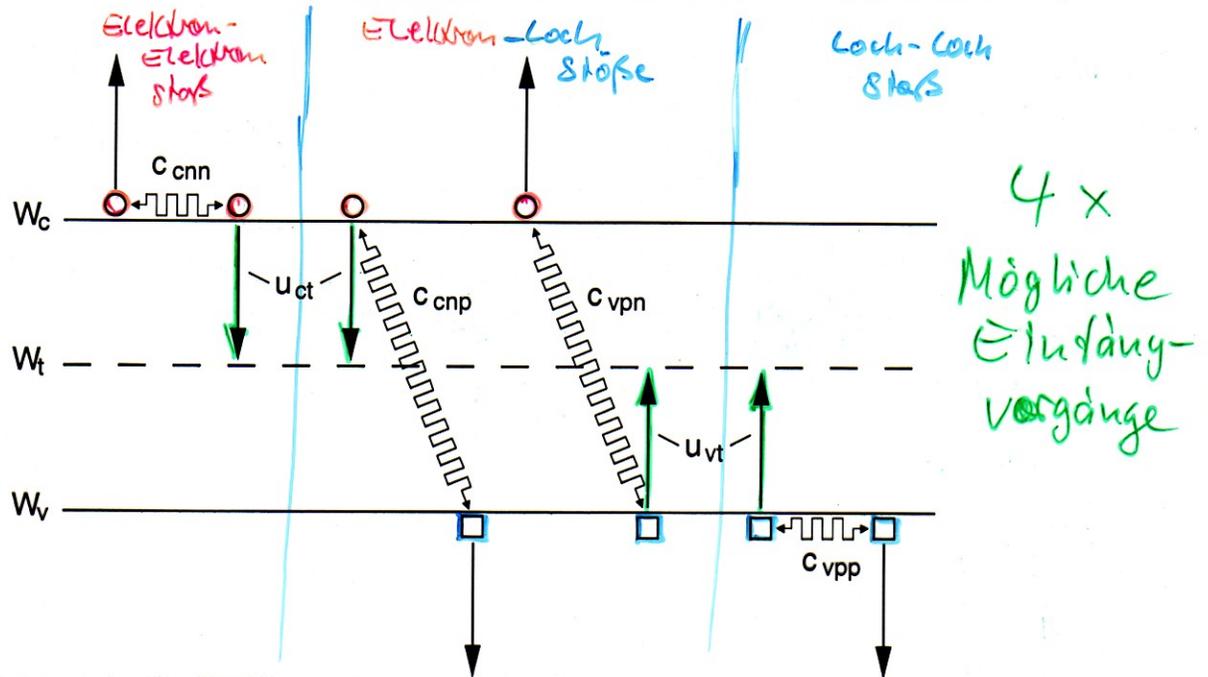


Abb. 2.29: Mögliche Einfang-Vorgänge von Ladungsträgern bei einem Auger-Prozess.

von Elektronen in den Rekombinationszentren mit einer Proportionalitätskonstante c_{cnn} für einen Elektron-Elektron-Stoß und c_{cnp} für einen Elektron-Loch-Stoß. Die Einfangraten für die beiden Stoßmechanismen müssen proportional den Dichten n , p der beiden Stoßpartner und der Dichte $(1 - f_t) \cdot N_t$ der von Elektronen nicht besetzten Rekombinationszentren sein. Wir erhalten damit

$$u_{ct} = c_{cnn} \cdot n \cdot n \cdot N_t \cdot (1 - f_t) + c_{cnp} \cdot n \cdot p \cdot N_t \cdot (1 - f_t) \quad (2.172)$$

$$= (c_{cnn} \cdot n + c_{cnp} \cdot p) \cdot n \cdot N_t \cdot (1 - f_t) . \quad (2.173)$$

Analog ergibt sich für die Einfangrate von Löchern in den Rekombinationszentren mit den entsprechenden Proportionalitätskonstanten der Stoßprozesse

$$u_{vt} = c_{vpp} \cdot p \cdot p \cdot N_t \cdot f_t + c_{vpn} \cdot p \cdot n \cdot N_t \cdot f_t \quad (2.174)$$

$$u_{vt} = (c_{vpp} \cdot p + c_{vpn} \cdot n) \cdot p \cdot N_t \cdot f_t . \quad (2.175)$$

Wie bei der SRH-Rekombination gibt es auch hier Reemissionsvorgänge aus

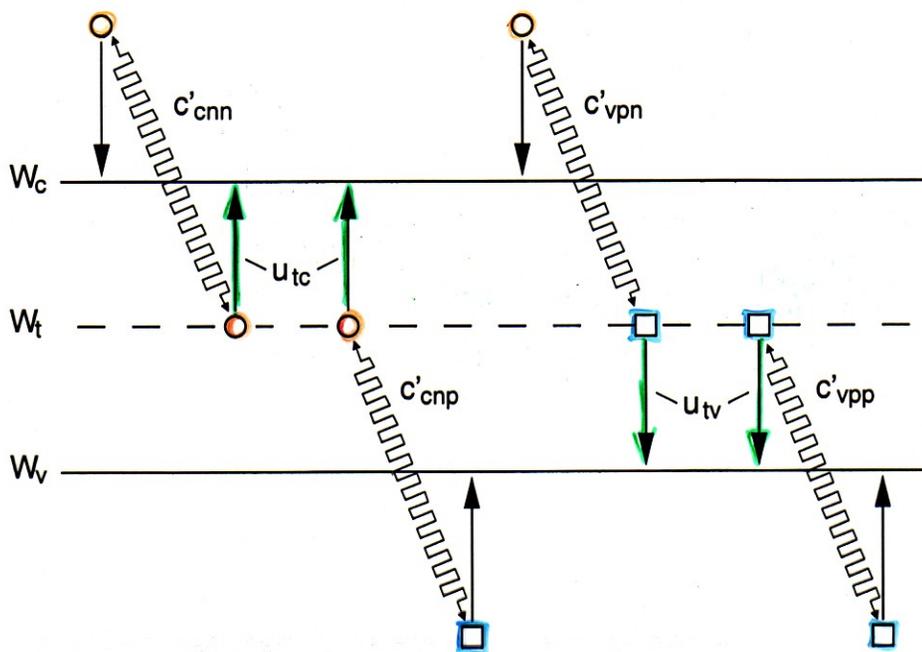


Abb. 2.30: Mögliche Reemissionsvorgänge von Ladungsträgern bei einem Auger-Prozess.

den Rekombinationszentren, die zur Übersicht in Abb. 2.30 dargestellt sind. Wir erhalten mit den gleichen Überlegungen wie zuvor für die Reemissionsrate der Elektronen von RZ \rightarrow LB über Elektron-Elektron- und Elektron-Loch-Stöße mit den für den umgekehrten Stoßprozess charakteristischen Proportionalitätskonstanten

$$u_{tc} = c'_{cnn} \cdot n \cdot N_t \cdot f_t \cdot N_C + c'_{cnp} \cdot N_t \cdot f_t \cdot p \cdot N_C \quad (2.176)$$

$$= (c'_{cnn} \cdot n + c'_{cnp} \cdot p) \cdot N_t \cdot f_t \cdot N_C . \quad (2.177)$$

Für die Reemissionsrate der Löcher gilt entsprechend

$$u_{tv} = c'_{vpn} \cdot n \cdot N_t \cdot (1 - f_t) \cdot N_V + c'_{vpp} \cdot p \cdot N_t \cdot (1 - f_t) \cdot N_V \quad (2.178)$$

$$= (c'_{vpp} \cdot p + c'_{vpn} \cdot n) \cdot N_t \cdot (1 - f_t) \cdot N_V . \quad (2.179)$$

Wir haben bewusst die Umformungen mit dem vorgezogenen Klammer-Term in Gl. (2.173), (2.175), (2.177) und (2.179) gemacht. Durch Vergleich mit den entsprechenden Gleichungen für Einfangen und Reemittieren bei der SRH-