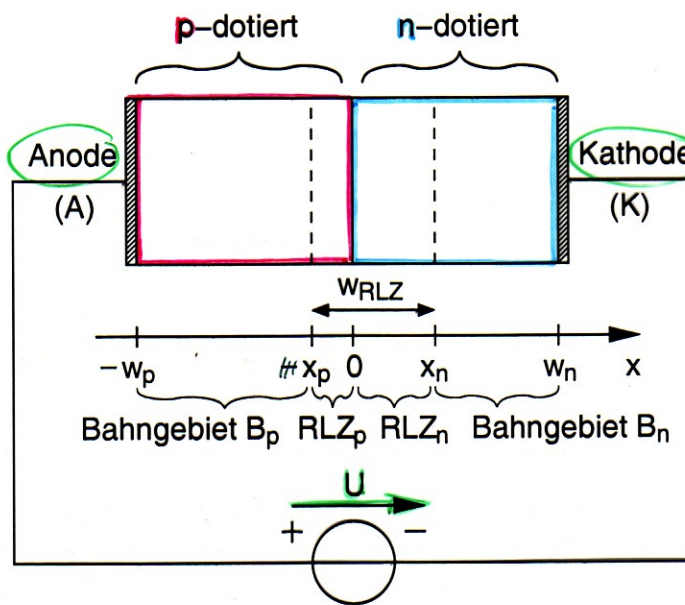


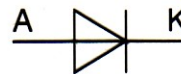
3 p-n-Übergang $\hat{=}$ DIODE

3.1 Struktur und Betrieb von p-n-Übergängen

Bisher haben wir Halbleiter mit homogener n- oder p-Dotierung in x-Richtung betrachtet (vgl. z. B. Abb. 2.16)²². Ein solcher Halbleiter weist prinzipiell immer die gleichen Eigenschaften für einen Strom in +x- und -x-Richtung auf. Dies ändert sich, wenn der Halbleiter, wie in Abb. 3.1 gezeigt, aus einem n- und einem p-dotierten Bereich besteht. Hier können wir



Schaltungssymbol



(Eiselsbrücke:
Strom fließt nur in
Pfeilrichtung)

Flußrichtung:

+ Pol an Anode
- Pol an Kathode

Abb. 3.1: p-n-Übergang mit Vorspannung U in Flussrichtung. Auf der rechten Seite ist das Schaltungssymbol des als Diode bezeichneten Übergangs dargestellt.

Bezeichnung
von Orten:

Konventionen:

erwarten, dass sich bei unterschiedlicher Polung der Vorspannung U auch unterschiedliche Eigenschaften des Halbleiters ergeben.

Ein Halbleiter mit diesem Aufbau wird als p-n-Diode oder kürzer meist nur als Diode bezeichnet. Das Schaltungssymbol der Diode ist in Abb. 3.1 rechts gezeigt. Der Anschluss an die p-Region wird mit Anode, der an die n-Region mit Kathode bezeichnet. Anode und Kathode stellen jeweils einen Metall-Halbleiterkontakt dar, den wir zunächst als idealen Kontakt annehmen wol-

²²Eine homogene Dotierung in y- und z-Richtung liegt in unserer vereinfachten eindimensionalen Betrachtungsweise immer vor.

$x = -w_p$: Kontakt (ideal) p-Gebiet
 $x = w_n$: " " n-Gebiet
 $x = x_p$: Grenze der Raumladungszone (RLZ) i. p-Gebiet
 $x = x_n$: " " " n-Gebiet

- 1) w_p, w_n, w_{RLZ} Weiten, > 0
- 2) x_p, x_n Koordinaten $x_p < 0, x_n > 0$
- 3) B_p, B_n Bahngebiete
- 4) positive Strom fließen immer in +x-Richtung

len.

Im Folgenden werden wir die Eigenschaften der p - n -Diode mit Hilfe der bereits ermittelten Gleichungen des Drift-Diffusions-Modells herleiten. Wir werden sehen, dass die wesentlichen Eigenschaften der Diode durch den Bereich des Übergangs zwischen p - und n -Gebiet bestimmt werden. Diesen Bereich bezeichnen wir mit p - n -Übergang.

p - n -Übergänge bilden zusammen mit Metall-Halbleiter-Übergängen (Kontakte und Schottky-Dioden) und Metall-Oxid-Übergängen (MOS/MIS-Transistoren) die Grundlage für die Funktion aller Halbleiterbauelemente. Haben wir den p - n -Übergang verstanden, so können wir dieses Wissen z. B. direkt auf Bipolar-Transistoren (pnp -, nnp -Übergänge), Feldeffekttransistoren (JFET) und Mehrschicht-Halbleiter (z. B. Thyristoren) anwenden. Dieses Kapitel bildet daher die Grundlage zum Verständnis der Funktion von Halbleiterbauelementen.

Vorlesungs-
Ziel heute:

Ermittle
Eigenschaften
des p - n -Über-
gangs

ist Grundlage
für Funktion
aller Halbleiter-
bauelem.

z.B.:
Diode
Bipol. Trs.
Feldeff. Trs.
Thyristoren
Triacs
Solarzellen
Pin Dioden

3.2 Konvention für Dichtenindizierung

Da wir im Folgenden zwischen den Ladungsträgern im p - und im n -Gebiet unterscheiden müssen, benötigen wir eine Indizierung, die Auskunft über das betrachtete Gebiet gibt. Wir verwenden daher den Index n , wenn wir eine Ladungsträgerdichte in einem n -dotierten Halbleiter angeben. p steht entsprechend als Index bei Ladungsträgerdichten bei Halbleitern mit p -Leitung. So bezeichnet z. B. n_{n0} die Gleichgewichtsdichte der Elektronen in einem n -leitenden Halbleiter. n_n ist demnach die gesamte Elektronendichte (Majoritätsträgerdichte) in diesem Halbleiter.

n im p -Gebiet:

n_p

p im n -Gebiet:

p_n

Gleichgewichtsdichten
 n_{p0}, p_{n0}

3.3 Modell des abrupten p - n -Übergangs

Wir verwenden für die folgenden Überlegungen ein einfaches Modell des p - n -Übergangs. Dabei nehmen wir zunächst an, dass

1. beide Halbleiterbereiche beliebig weit in $\pm x$ -Richtung ausgedehnt sind (p -Halbleiter in $-x$, n -Halbleiter in $+x$ Richtung). Dies ermöglicht die Betrachtung, dass bei genügend großem Abstand vom p - n -Übergang (bei $x = 0$, vgl. Abb. 3.1) die bereits bekannten Eigenschaften des homogen dotierten p - oder n -dotierten Materials ergeben.
2. der Halbleiter in y - und z -Richtung homogen und unendlich ausgedehnt ist (eindimensionales Modell).

Modell-Annahmen:
Halbleiter



nur $f(x)$
d.h. in y, z -
Richtung homogen

3. der Übergang zwischen p- und n-Bereich abrupt und ohne Störung des Kristallgitters erfolgt.
4. die Energielücke orts- und dotierungsunabhängig in allen Halbleiterbereichen konstant ist ($W_C(x) - W_V(x) = W_g = const.$).

Übergang p-n
ideal Γ
keine Gitterstörung
Rechteckprofil $n(x)$
 $p(x)$
 $W_g = const$
(Übwall)

Annahme 3) ist eine sehr idealisierte Vorstellung, da hierfür ein Dotierungsprofil mit einer idealen, rechteckförmigen Kante erzeugt werden muss. In der Praxis lassen sich Gauß-förmige oder lineare Übergänge realisieren. Da sich deren Eigenschaften mit der gleichen Vorgehensweise beschreiben lassen, beschränken wir uns im Folgenden auf die Darstellung des abrupten Übergangs.

Rechteck-Dotierungsprofil i. d. Realität
Gauß-förmig

3.4 Flachband-Diagramm

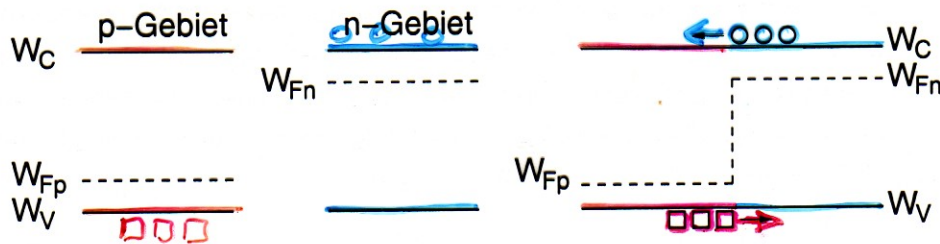
= homogener HL mit Dotierung bei $t=0$ eingebracht

Wir können uns in einem Gedankenexperiment den abrupten Übergang aus zwei getrennten Teilen des gleichen Halbleitermaterials, das eine p-, das andere n-dotiert, vorstellen, die an der Stelle $x = 0$ aneinandergesetzt werden. Beide Teile sollen in ihrem gesamten Bereich und an der Kontaktfläche ideal sein, so dass die Energielücke durchgehend zwischen p- und n-Gebiet gleich groß bleibt. Wir fügen zunächst die beiden Bänderdiagramme der getrennten Gebiete in Abb. 3.2 links so zusammen, dass Leitungs- und Valenzband horizontal verlaufen und erhalten die Darstellung in Abb. 3.2 rechts.

erzeuge pn-Übergang: Gedankenmodell

$t=0$: füge p und n zusammen

Bändermodell



da gleiches Material für p n

$t=0$:
LB, VB
verlaufen waagrecht
("flach")

Abb. 3.2: Links und Mitte: Bändermodelle von p- und n-Gebiet vor dem Zusammenfügen. Rechts: Flachbanddiagramm als Gedankenexperiment unmittelbar nach dem Zusammenfügen der beiden Gebiete.

Aufgrund des flachen Verlaufs der Bänder wird dieses Diagramm auch Flachband-Diagramm („flatband diagram“) genannt.

Wir sehen in dem Flachband-Diagramm, dass der Verlauf der Fermi-Energie am Übergang zwischen p- und n-Bereich einen Sprung besitzt. Da

=> Flatband-Diagramm

ABER

$t=0$: Fermi Energie \uparrow macht Sprung \downarrow ?

Vor Weihnachten hergestellt: Im thermodyn. GG verläuft FERMI ENERGIE

waagrecht ($\frac{dW_F}{dx} = 0$)

nach Gl. (2.240) im thermodynamischen Gleichgewicht die Fermi-Energie waagrecht verlaufen muss, stellt das Flachband-Diagramm in Abb. 3.2 rechts nicht das thermodynamische Gleichgewicht dar. Wir haben aus diesem Grund bereits in Abb. 3.2 die Quasi-Fermi-Energien anstelle der Fermi-Energie verwendet.

Dass der im Flachband-Diagramm gezeigte Zustand nicht das thermodynamische Gleichgewicht darstellen kann, wird auch deutlich, betrachtet man die Situation der Ladungsträger an der Stelle des Sprungs der Quasi-Fermi-Energien: Berücksichtigt man die Bedeutung der Fermi-Energie, wonach die Wahrscheinlichkeit, einen Ladungsträger oberhalb bzw. unterhalb der Fermi-Energie anzutreffen, jeweils 50% beträgt. An der Stelle des Sprungs werden daher Löcher vom p-Gebiet (sind dort Majoritäten) in das n-Gebiet (sind dort Minoritäten) „gehen“, da sie dort eine geringere Energie besitzen (Energie-Skala nimmt für Löcher nach „oben“, ab). Entsprechend werden Elektronen vom n- in das p-Gebiet „gehen“, da sie dadurch ihre Energie verringern können.

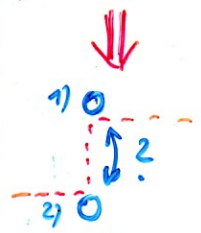
Wir erwarten daher einen Strom von Ladungsträgern über den p-n-Übergang, durch den sich das thermodynamische Gleichgewicht einstellt. Die diesem Vorgang zugrunde liegenden Ursachen und Wirkungen schauen wir uns im nächsten Kapitel an.

Erwarte:

Strom von \circ von 1) \rightarrow 2)
Strom von \square von 2) \rightarrow 1)

es muß einen Ausgleichsvorgang geben, so daß W_F waagrecht verläuft:

Bedeutung von W_F :
 $f(W_F) = 50\%$

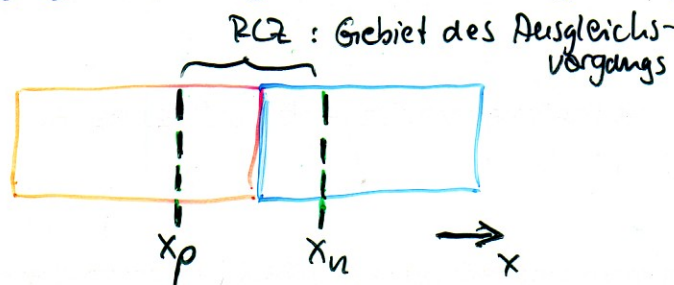


↓
02) hat geringere Energie
↔

3.5 p-n-Übergang im thermodynamischen Gleichgewicht

Wir wissen bereits durch Gl. (2.240), dass im thermodynamischen Gleichgewicht die Fermi-Energie waagrecht im Bändermodell verlaufen muss. Wir verwenden diese Eigenschaft, um das Bändermodell des p-n-Übergangs in Abb. 3.3 zu konstruieren.

In genügend großem Abstand vom Übergang erwarten wir keine Auswirkung der Ausgleichsvorgänge am Übergang. Daher können wir in diesen Bereichen, deren Grenzen wir mit $x < -x_p$ und $x > x_n$ bezeichnen wollen, die Bändermodelle der homogenen p- und n-Gebiete aus Abb. 3.2 links und Mitte verwenden. An den zunächst noch unbekanntenen Stellen $-x_p$ und x_n müssen wir Valenz- und Leitungsband so verbiegen, dass sie in diesem Übergangsbereich stetig verlaufen. Die Stetigkeit folgt direkt aus



Konstruktion Bänderdiagr. mit W_F waagr.

a) Bei $x = -x_p \rightarrow -\infty$
 $x = x_n \rightarrow \infty$
keine Auswirkung des Übergangs

b) Definiere $x_p < x < x_n$
Bereich des Ausgleichsvorgangs (RLZ)

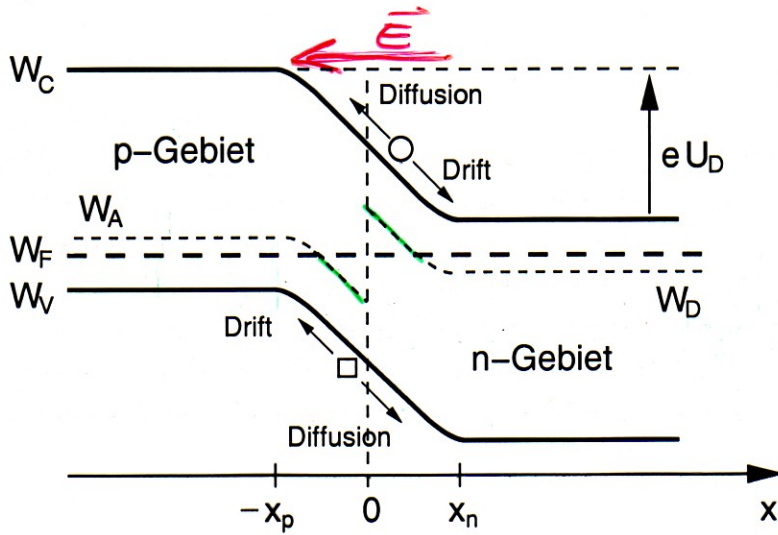


Abb. 3.3: p-n-Übergang im thermodynamischen Gleichgewicht.

Gl. (2.235), da $E(x)$ nirgendwo unendlich wird²³. Bei der Konstruktion muss berücksichtigt werden, dass $W_C(x) - W_V(x) = W_g = const.$ im gesamten Bereich gilt.

Diese Konstruktion konnten wir rein formal basierend auf den Gesetzmäßigkeiten von Fermi-Energie und Bandverläufen herleiten. Als Resultat erhalten wir eine Ortsabhängigkeit der Bandverläufe, aus der eine Reihe von Eigenschaften resultiert, die wir im Folgenden genauer untersuchen wollen.

Wir betrachten zunächst die Ladungsträgerdichten auf beiden Seiten des p-n-Übergangs im thermodynamischen Gleichgewicht. Es gilt entsprechend der Annahme der Störstellenerschöpfung unseres DDMs:

$$\text{p-Gebiet: } p_{p0} \approx N_A^- \approx N_A, N_D = 0, n_{p0} = \frac{n_i^2}{p_{p0}} \quad (3.1)$$

$$\text{n-Gebiet: } n_{n0} \approx N_D^+ \approx N_D, N_A = 0, p_{n0} = \frac{n_i^2}{n_{n0}} \quad (3.2)$$

²³Eine unendlich große Feldstärke wäre nur theoretisch im Innern von elektrischen Ladungen, z. B. bei Oberflächen- oder Grenzflächenladungen, möglich. Diese sind jedoch in dem einfachen, zugrunde gelegten Modell nicht enthalten.

Konstruktionsregel:

Verbinde W_C, W_V

stetig

(unstetig $\Leftrightarrow E \rightarrow \infty$
da $E \sim -\frac{dw}{dx}$)

\Rightarrow Aus Bändermed:

1) Bandverbiegung

$\Rightarrow E \sim -\frac{dw}{dx}$

Drift \Rightarrow $\circ \rightarrow$
 $\square \leftarrow$

2) Diffusion:

\Rightarrow $\leftarrow \circ$
 $\square \rightarrow$

3) Aus 1)+2):

$\leftarrow \circ \rightarrow$

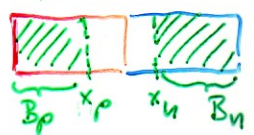
$\leftarrow \square \rightarrow$

\Rightarrow Gleichgewicht

4) RLZ ist arm an Ladungsträgern

$(W_F < W_D \Rightarrow n \downarrow$
 $W_F > W_A \Rightarrow p \downarrow$

Ladungsträgerkonzentration in den Bahngebieten



Majoritätsträger dichten \Rightarrow Minoritätsträgerdichten
 $n_0 p_0 = n_i^2$

Annahmen { Störstellenschöpfung

+ $N_A > n_i, N_D > n_i \Rightarrow p_{p0} \approx N_A$
 $n_{n0} \approx N_D$

Beispiel: (Abb. 3.5 a)):

Mit $N_A = 10^{17}$ und $N_D = 2 \cdot 10^{18}$ ergibt sich für Si ($n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$)

$$p_{p0} = 10^{17} \text{cm}^{-3}, n_{p0} = 2,25 \cdot 10^3 \text{cm}^{-3}$$

$$p_{n0} = 1,13 \cdot 10^2 \text{cm}^{-3}, n_{n0} = 2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$$

Das Beispiel verdeutlicht, dass ein extrem starkes Konzentrationsgefälle der Ladungsträger zwischen beiden Seiten des Übergangs herrscht. Die Löcherdichte als Majoritätsträgerdichte im p-Gebiet fällt abrupt von 10^{17}cm^{-3} auf die Minoritätsträgerdichte der Löcher im n-Gebiet von $1,13 \cdot 10^2 \text{cm}^{-3}$ ab. Das sind ca. 15 Zehnerpotenzen! Die gleiche Größenordnung besitzt auch das Konzentrationsgefälle der Elektronen vom n- zum p-leitenden Gebiet. Aus den Transport-Gleichungen (2.247), (2.248) wissen wir, dass mit einem Konzentrationsgefälle von Ladungsträgern immer ein Diffusionsstrom verbunden ist, der so gerichtet ist, dass das Konzentrationsgefälle abgebaut wird (vgl. Diffusionsstrom in Abb. 3.3).

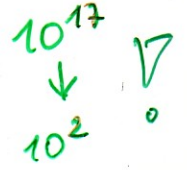
Danach werden frei bewegliche Löcher aus dem p-Gebiet über den Übergang in das n-Gebiet diffundieren. Sie hinterlassen dabei ihre ortsfest in das Gitter eingebauten negativ geladenen Akzeptor-Ionen. Der gleiche Diffusionsvorgang erfolgt auch für Elektronen von der anderen Seite des Übergangs. Sie hinterlassen ortsfest eingebaute positiv geladene Gitter-Ionen. Abb. 3.4 zeigt diesen Vorgang.

Durch das Abwandern der beweglichen Ladungsträger von ihren ortsfesten Ionen-Rümpfen sind die davon betroffenen Halbleiterbereiche elektrisch nicht mehr neutral. Die ortsfesten Ionen können ihren neutralisierenden Partnern nicht folgen und bilden auf beiden Seiten des Übergangs eine Zone mit starker Raumladung. Wir nennen sie Raumladungszone (RLZ) und markieren ihren Anfang in p- und n-Gebiet mit $-x_p$ und x_n . Die gesamte Weite nennen wir w_{RLZ} .

Die Raumladung entsteht im Wesentlichen durch die ortsfesten Ionen-Rümpfe, da die frei beweglichen Ladungsträger als Minoritätsträger im angrenzenden Gebiet rekombinieren und damit elektrisch neutralisiert sind. Ihre Konzentration ist daher vernachlässigbar gering gegenüber der Raumladungsdichte der Ionen-Rümpfe. Diese bildet im n-Gebiet eine positive, im p-Gebiet eine negative Raumladung.

Die Raumladung ist nach Gl. (2.242) des DDMs die Ursache eines elektri-

apropos Abfall



d.h. 15 Zehnerpotenzen



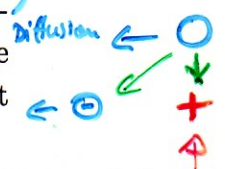
DIFFUSION

a) neutraler Akzeptor



↑ ortsfeste Ladung (Gitter)

b) neutraler Donator



↑ ortsfeste Ladung



DIFFUSION bewirkt Abwandern

d. beweglichen Ladungsträger



ortsfeste Ionen

können nicht folgen



nicht mehr neutral



RAUMLADUNG

Elektrisches Feld durch Raumladung

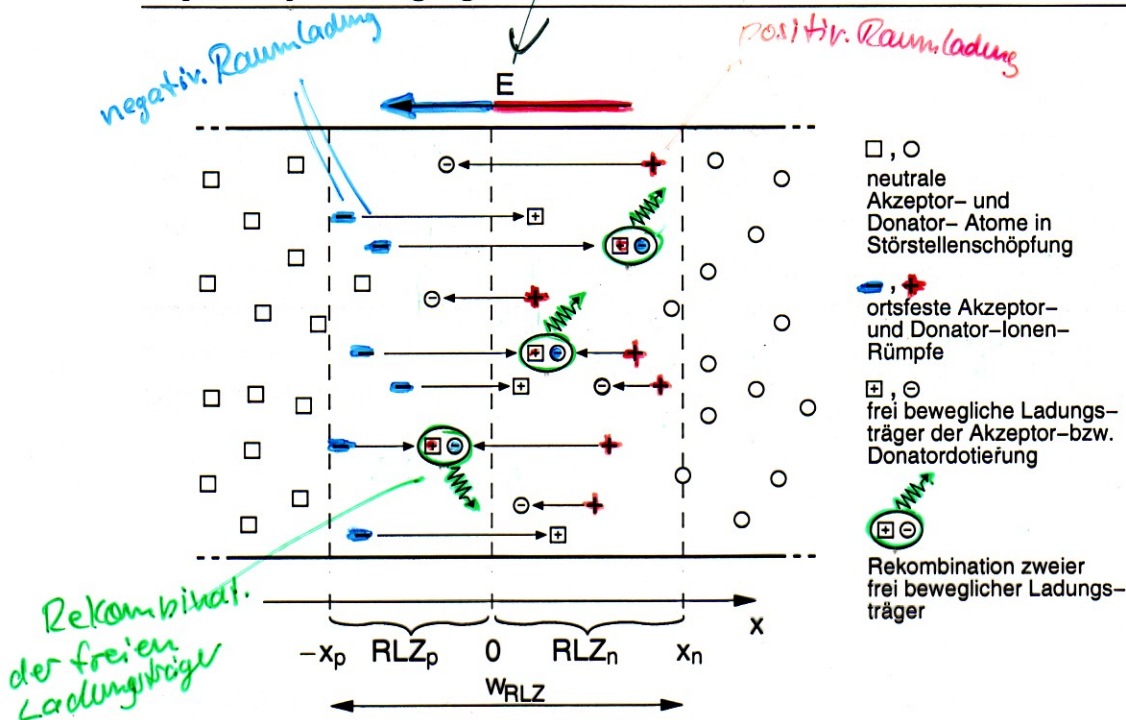


Abb. 3.4: Diffusion, Drift und Rekombination von Ladungsträgern in der Raumladungszone (RLZ) mit der Weite w_{RLZ} .

sehen Feldes, dessen Wirkung darin besteht, die Raumladung abzubauen. Da die ortsfesten Ionen-Rümpfe durch das Feld nicht verschoben werden können, erfolgt die (Kraft-)Wirkung des Feldes nur auf die beweglichen, in die Raumladungszone diffundierenden Ladungsträger. Dadurch verursacht das Feld einen Driftstrom, der dem Diffusionsstrom entgegen gerichtet ist. Die Summe aus beiden Strömen bildet den Gesamtstrom an jedem Ort x entsprechend der Transportgleichung des DDMs. Da im thermodynamischen Gleichgewicht die Stromsumme gleich Null ist, muss das elektrische Feld genau so groß sein, dass dessen Driftstrom exakt den Diffusionsstrom kompensiert. Beide Ströme befinden sich dann im Gleichgewicht. Die sich dabei einstellende Weite der RLZ ist genau so groß, dass die darin enthaltene Raumladungsdichte das zur Kompensation notwendige elektrische Feld hervorruft.

Wir wollen daher im Folgenden den p-n-Übergang entsprechend Abb. 3.1 in die neutralen Bahngebiete an den beiden Enden

$$B_p : w_p \leq x \leq x_p$$

$$B_n : x_n \leq x \leq w_n$$

Ortsfeste Raumladung erzeugt E-Feld

↓ Kraftwirkung von E wirkt Diffusion entgegen

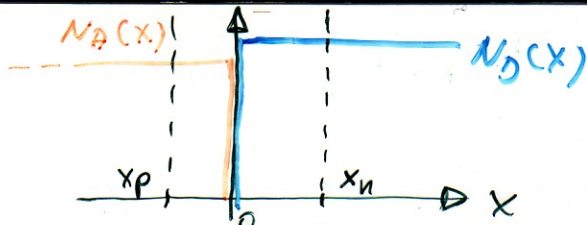
↓ Gleichgewicht wenn

Diffusionsstrom = Feldstrom (Driftstrom)

↓ Transport gl.

↓ wird nachher verwendet um Diffusionszug zu berechnen

$$(3.3)$$



Rechteck - Dotierungsprofil

und die Raumladungszone (RLZ)

$$x_p < x < x_n, \quad w_{RLZ} = x_n - x_p$$

mit den beiden Teilen in p- und n-Gebiet

$$RLZ_p : x_p < x < 0$$

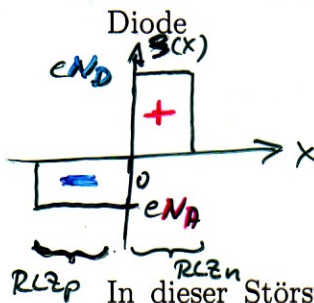
$$RLZ_n : 0 < x < x_n \quad (3.4)$$

unterteilen. Anstelle des Begriffs Raumladungszone wird häufig auch der Begriff Sperrschicht verwendet.

3.6 Berechnung des p-n-Übergangs im thermodynamischen Gleichgewicht

3.6.1 Rechteck-Profil-Näherung

Wir nehmen zur Vereinfachung für die folgenden Rechnungen an, dass die ortsfesten Raumladungsdichten im p- und n-Gebiet ein Rechteck-Profil wie in Abb. 3.5 b) gezeigt besitzen. Danach gilt für die Raumladungsdichte in der



$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ in } B_p \\ -e N_A & , \text{ in } RLZ_p \\ e N_D & , \text{ in } RLZ_n \\ 0 & , \text{ in } B_n \end{cases} \quad (3.5)$$

In dieser Störstellennäherung werden freie Ladungsträger in der Raumladungszone vernachlässigt. Man sagt zu diesem Zustand auch, die Raumladungszone ist „verarmt“ (full-depletion). Dass diese Näherung gerechtfertigt ist, erkennt man z. B. an dem starken Konzentrationsgefälle zwischen p- und n-Gebiet, wodurch im Übergangsbereich die Ladungsträgerdichte auf n_i abfällt (vgl. z. B. Bändermodell Abb. 3.3 mit W_F in Bandmitte). Außerhalb der Raumladungszone gilt aufgrund der abrupten Änderung durch das Rechteck-Profil für die Bahngebiete unmittelbar Gl. (3.1) und (3.2).

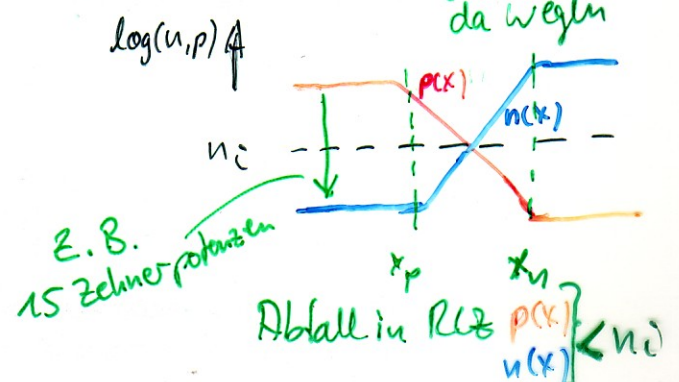
Bei bekannter Dotierung sind dadurch insbesondere die Ladungsträgerdichte

Störstellen-
höherung
↓
freie Ladungsträger
vernachlässigt

(nur N_A, N_D)

„full depletion approximation“

↓
gerechtfertigt
da wegn



z. B. 15 Zehnerpotenzen

Rechteckprofil-Näherung bewirkt:
 in B_n, B_p bekannte Ladungsträgerdichten
 ohne Einfluss des Übergangs

ten in den Bahngebieten bis an die Grenze zur Raumladungszone bekannt.

Ladungsträgerdichten:

$$\begin{cases} p_0(x) = p_{p0} = N_A, n_0(x) = n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} & \text{in } B_p \quad \leftarrow \text{bekannt} \\ p_0(x), n_0(x) & \text{zu bestimmen in RLZ}_p \text{ und RLZ}_n \\ n_0(x) = n_{n0} = N_D, p_0(x) = p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D} & \text{in } B_n \quad \leftarrow \text{bekannt} \end{cases} \quad (3.6)$$

Im Folgenden werden wir die Ladungsträgerdichten insbesondere an den Grenzen der Raumladungszone bei x_n und x_p als Randbedingung bei der Bestimmung von Potentialen verwendet.

3.7 Elektrisches Feld am p-n-Übergang

berechne $E(x)$ aus $S(x)$

Wir wissen, dass eine Raumladung die Quelle eines elektrischen Feldes ist. Zur Berechnung des Feldes verwenden wir Gl. (2.242) des DDMs, die wir auf die Raumladungsdichte in der Rechteck-Profil-Näherung nach Gl. (3.1) anwenden.

DDM:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{\epsilon} \begin{cases} 0 & , \text{ in } B_p \\ -e N_A & , \text{ in RLZ}_p \\ e N_D & , \text{ in RLZ}_n \\ 0 & , \text{ in } B_n \end{cases} \quad (3.7)$$

Wir integrieren über jedes der vier Bahngebiete getrennt, wobei wir die Feldstärke an den Rändern der Raumladungszone als Integrationskonstante im Sinne von $\int_{x_0}^x \frac{dE}{dx} dx = E(x) - E(x_0)$ (x_0 ist ausgezeichnete x-Wert mit bekannter Feldstärke) verwenden. Wir erhalten

Lösen durch Integration

$$\begin{cases} E(x_p) - E(x) = const. & , \text{ in } B_p \\ E(x) - E(x_p) = -\frac{e}{\epsilon} N_A (x - x_p) & , \text{ in RLZ}_p \\ E(x_n) - E(x) = \frac{e}{\epsilon} N_D (x_n - x) & , \text{ in RLZ}_n \\ E(x) - E(x_n) = const. & , \text{ in } B_n \end{cases} \quad (3.8)$$

$\int_{x_0}^x \frac{dE}{dx} dx = E(x) - E(x_0)$
 Wähle x_0 so, dass $E(x_0)$ bekannt

Für die Ermittlung der Randbedingungen gelten folgende Überlegungen:

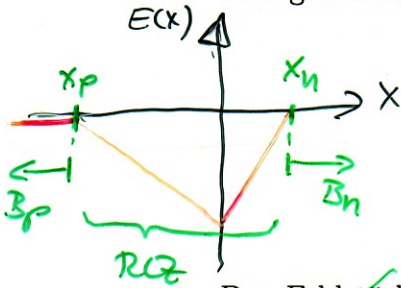
- Die Feldstärke an den Rändern x_p, x_n der Raumladungszone muss Null sein, da wir außerhalb der Raumladungszone keine Ursache für ein elektrisches Feld haben. Daraus folgt $E(x_p) = 0, E(x_n) = 0$.

Randbedingungen

- $E(x_p) = 0, E(x_n) = 0$ da keine Ursache für E außerhalb der RLZ
- $E(x) = 0$ in B_n, B_p da $I = 0$ in B_n, B_p (Gleichgewicht)

- Da wir keinen Stromfluss in den Bahngebieten haben (thermodynamisches Gleichgewicht), muss $E(x) = 0$ sein in den beiden Bahngebieten.

Es ergibt sich dann aus Gl. (3.4)



$$E(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ in } B_p \\ -\frac{e}{\epsilon} N_A (x - x_p) & , \text{ in } RLZ_p \\ \frac{e}{\epsilon} N_D (x - x_n) & , \text{ in } RLZ_n \\ 0 & , \text{ in } B_n \end{cases} \quad (3.9)$$

Randbed. einsetzen

Elektrische Feldstärke in der pn Diode mit abruptem Übergang

Den Feldstärkeverlauf zeichnen wir in Abb. 3.5 c).

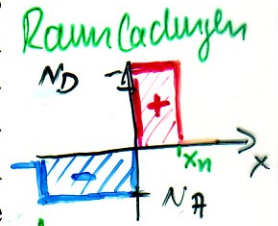
Wir haben im Übergangsbereich von p auf n bei $x = 0$ in der Definition der Raumladung eine Lücke vgl. Gl. 3.4. Unter der Annahme, dass dort keine Flächenladungsdichte vorhanden ist, ist $E(x)$ dort stetig und es gilt mit Gl. (3.9) an der Stelle $x = 0$ (beachten: x_p ist negativ)

$E(0)$ stetig

$$-N_A x_p = N_D x_n$$

Neutralitätsbedingung für Raumladung (3.10)

Dies ist die Neutralitätsbedingung für die Raumladungen. Sie besagt, dass die Raumladungen (vgl. Raumladungsdichte in Gl. (3.1)) auf beiden Seiten des Übergangs den gleichen Betrag besitzen. Ist die Dotierung einer Seite geringer, wird dies durch eine entsprechend größere Weite der Raumladungszone ausgeglichen. Für das Zeichnen der Raumladungs-Rechtecke bei der Rechteck-Profil-Näherung bedeutet dies, dass beide Rechtecke die gleiche Fläche gemäß Gl. (3.10) besitzen müssen.



Raumladungen kompensieren sich $A_p = A_n$

3.8 Elektrische Spannung am p-n-Übergang

Über Gl. (2.243) des DDMs ist das elektrische Feld identisch mit der negativen Ableitung des Potentials. Um das Potential zu ermitteln, integrieren wir daher das elektrische Feld in gleicher Weise wie wir zuvor die Raumladungsdichte integriert haben.

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = \begin{cases} 0 & , \text{ in } B_p \\ \frac{e}{\epsilon} N_A (x - x_p) & , \text{ in } RLZ_p \\ -\frac{e}{\epsilon} N_D (x - x_n) & , \text{ in } RLZ_n \\ 0 & , \text{ in } B_n \end{cases} \quad (3.11)$$

DDM: $\frac{d\varphi(x)}{dx} = -E(x)$

$$E = \begin{cases} 0 & , B_p \\ -\frac{e}{\epsilon} N_A (x - x_p) & , RLZ_p \\ \frac{e}{\epsilon} N_D (x - x_n) & , RLZ_n \\ 0 & , B_n \end{cases}$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = -E(x)$$

Lösung durch Integration

$$\begin{aligned} \varphi(x_p) - \varphi(x) &= \text{const.} & , \text{ in } B_p \\ \varphi(x) - \varphi(x_p) &= \frac{e}{\epsilon} N_A \int_{x_p}^x (x - x_p) dx = \frac{e}{2\epsilon} N_A (x - x_p)^2 & , \text{ in } RLZ_p \\ \varphi(x_n) - \varphi(x) &= -\frac{e}{\epsilon} N_D \int_x^{x_n} (x - x_n) dx = \frac{e}{2\epsilon} N_D (x - x_n)^2 & , \text{ in } RLZ_n \\ \varphi(x) - \varphi(x_n) &= \text{const.} & , \text{ in } B_n \end{aligned} \quad (3.12)$$

$\int_{x_0}^x \frac{d\varphi}{dx} dx = \varphi(x) - \varphi(x_0)$
 wähle x_0 so dass $\varphi(x_0)$ bekannt

Da die Bahngebiete stromlos sind, fällt an ihnen auch keine Spannung ab. Daher gilt $\varphi(x_p) - \varphi(x) = 0$ und $\varphi(x) - \varphi(x_n) = 0$. Wir definieren die Diffusionsspannung als die Spannung zwischen dem Ende der RLZ im n-Bereich und dem Ende im p-Bereich:

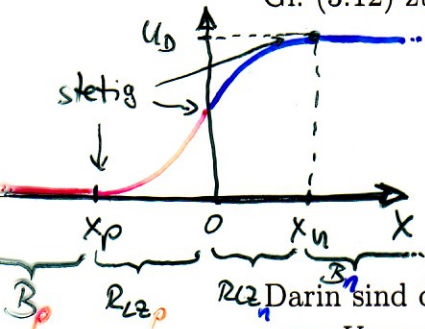
Spannungsabfall über Bahngebieten = 0
 $\varphi(x) = \varphi(x_p)$, B_p
 $\varphi(x) = \varphi(x_n)$, B_n

Diffusionsspannung

$$U_D := \varphi(x_n) - \varphi(x_p) \quad (3.13)$$

Eines der Potentiale ist als Bezugspotential frei wählbar. Wir wählen $\varphi(x_p) = 0$, so dass $U_D = \varphi(x_n)$ gilt. Damit vereinfacht sich der Potentialverlauf aus Gl. (3.12) zu

Wähle Nullpunkt: $\varphi(x_p) := 0$



$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ in } B_p \\ \frac{e N_A}{2\epsilon} (x - x_p)^2 & , \text{ in } RLZ_p \\ -\frac{e N_D}{2\epsilon} (x - x_n)^2 + U_D & , \text{ in } RLZ_n \\ U_D & , \text{ in } B_n \end{cases} \quad (3.14)$$

Definiere Diffusionsspannung
 $U_D = \varphi(x_n) - \varphi(x_p)$
 $U_D = \varphi(x_n)$

Darin sind die Weiten x_p , x_n der Raumladungszone und die Diffusionsspannung U_D noch unbekannt und müssen im Folgenden noch berechnet werden. Formal lässt sich jedoch schon der Verlauf $\varphi(x)$ in Abb. 3.5 d) zeichnen. Er besteht aus zwei Parabelabschnitten, die für $x = 0$ stetig ineinander übergehen müssen, damit $E(0)$ einen endlichen Wert besitzt.

U_D, x_n, x_p noch unbekannt

Berechnung der Diffusionsspannung

Wir überlegen, über welche Beziehung des DDMs wir die Diffusionsspannung berechnen können. Wir wissen, dass die Diffusionsspannung die Potentialdifferenz zwischen beiden Enden der Raumladungszone darstellt. Wir wissen auch, dass mit dieser Potentialdifferenz unmittelbar das zuvor berechnete elektrische Feld verknüpft ist. Im thermodynamischen Gleichgewicht kompensieren sich an jedem Ort x der durch dieses Feld hervorgerufene Driftstrom und der durch das Konzentrationsgefälle der

Berechne Diffusionsspg. U_D :

Them. 6.6: Driftstrom = Diffusionsstrom

Ladungsträger hervorgerufene Diffusionsstrom. Dieser Vorgang wird durch die Transportgleichungen des DDMs beschrieben. Wir verwenden daher die Transportgleichung, um über das darin enthaltene elektrische Feld das Potential $\varphi(x)$ an der Stelle x_n und damit die Diffusionsspannung $\varphi(x_n) = U_D$ zu gewinnen.

Die Transportgleichungen (2.247), (2.248) des DDMs (Index 0, da thermodynamisches Gleichgewicht) lauten

Transportgl. aus DDM

für Therm. Gbl. (Index 0)

Transportgleichungen

$$J_n(x) = 0 = n_0(x) E(x) + U_T \frac{dn_0(x)}{dx}, \quad (3.15)$$

$$J_p(x) = 0 = p_0(x) E(x) - U_T \frac{dp_0(x)}{dx}. \quad (3.16)$$

Aus jeder der beiden Gleichungen lässt sich die elektrische Feldstärke bestimmen, da die Ladungsträgerdichten n_0, p_0 über das Massenwirkungsgesetz voneinander abhängen. Zur Vollständigkeit für den späteren Gebrauch rechnen wir jedoch mit beiden Gleichungen weiter. Es ergibt sich durch Umstellen:

$n_0 \cdot p_0 = n_i^2$
↓
nur eine Gl. notwendig 2 (andere über n_i verknüpft)

nur umgestellt

$$-E(x) = U_T \frac{1}{n_0(x)} \frac{dn_0(x)}{dx}, \quad (3.17)$$

$$E(x) = U_T \frac{1}{p_0(x)} \frac{dp_0(x)}{dx}. \quad (3.18)$$

DGL für $n_0(x), p_0(x)$

Wie zuvor (vgl. z. B. Gl. (3.12)) berechnet sich daraus durch Integration das Potential $\varphi(x)$. Dabei wählen wir durch die Verwendung der Integrationsgrenzen x_n, x_p die bekannten Potentiale $\varphi(x_p) = 0$ und $\varphi(x_n) = U_D$ als Integrationskonstanten.

Lösung wieder durch Integration

$$-\int_x^{x_n} E(x) dx = \underbrace{\varphi(x_n) - \varphi(x)}_{\text{Def.: } U_D} = U_T \int_x^{x_n} \frac{dn_0(x)}{n_0(x)} = U_T \ln \frac{n_0(x_n)}{n_0(x)} \quad (3.19)$$

$$\int_{x_p}^x E(x) dx = -\varphi(x) + \underbrace{\varphi(x_p)}_0 = U_T \int_{x_p}^x \frac{dp_0(x)}{p_0(x)} = U_T \ln \frac{p_0(x)}{p_0(x_p)} \quad (3.20)$$

$$\int_{x_0}^x \frac{dn}{dx} dx = n(x) - n(x_0)$$

Randwerte bei x_p, x_n bekannt

$$n(x_n) = N_D$$

$$p(x_p) = N_A$$

Mit den Ladungsträgerdichten $n_0(x_n) = n_{n0}(x_n) = N_D$ und $p_0(x_p) = p_{p0}(x_p) = N_A$ entsprechend der Rechteck-Profil-Näherung aus Gl. (3.6) ergeben sich daraus unmittelbar

$$U_D - \varphi(x) = U_T \ln \frac{n_{n0}(x_n)}{n_0(x)} = U_T \ln \frac{N_D}{n_0(x)} \quad (3.21)$$

$$\varphi(x) = U_T \ln \frac{p_{p0}(x_p)}{p_0(x)} = U_T \ln \frac{N_A}{p_0(x)}. \quad (3.22)$$

Werte z.B. 1. Gl. aus um U_D zu bestimmen

Werte 1. Gl. bei $x = x_p$ aus:

$$U_D - \varphi(x_p) = U_T \ln \frac{n_0}{n_0(x_p)} \quad \left. \vphantom{U_D - \varphi(x_p)} \right\} \text{ mit } \varphi(x_p) = 0$$

$$n_0(x_p) = \frac{n_i^2}{N_A} \quad 187$$

Kapitel 3: p-n-Übergang

Wir werten z. B. Gl. (3.21) für das Potential an dem anderen Ende der Raumladungszone bei $x = x_p$ aus. Dort gilt wegen unserer Wahl des Bezugspunktes $\varphi(x_p) = 0$. Die Ladungsträgerdichte $n_0(x_p)$ ist gemäß der Rechteck-Profil-Näherung $n_0(x_p) = n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$. Damit wird aus Gl. (3.21)

$$U_D = U_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} \quad (3.23)$$

U_D ist die Spannung die notwendig ist um E zu erzeugen, das groß genug ist um Diffusion zu stoppen so daß Kräftegleichgewicht

Das gleiche Ergebnis erhält man durch Auswertung von Gl. (3.22).

Beispiel:

Für $N_D = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ergibt sich bei $T = 300 \text{ K}$:

$$U_T = \frac{k \cdot T}{e} = \frac{0,026 \text{ eV}}{1 \text{ eV}} \text{ V} = 26 \text{ mV}$$

$$U_D = 26 \text{ mV} \ln \frac{2 \cdot 10^{35}}{(1,45 \cdot 10^{10})^2} \approx 900 \text{ mV}$$

U_D nicht meßbar, da im therm. Gb. $\sum U = 0$

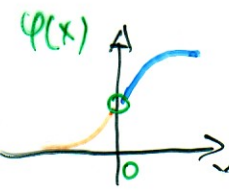
Beachten: Die Diffusionsspannung ist weder direkt messbar noch als Spannungsquelle zu gebrauchen. Der Grund dafür sind die Kontaktspannungen, die bei der Verbindung zweier unterschiedlich leitender Bereiche entstehen. In einem geschlossenen Stromkreis ist im thermodynamischen Gleichgewicht die Summe der Kontaktspannungen gleich Null. Beim Kontaktieren der Diode entsteht dadurch keine verwertbare Spannung.

3.9 Berechnung der Raumladungsweiten

= wieviel Raumladung ist notwendig für U_D

Die Raumladungsweiten sind bereits in der Potentialgleichung (3.14) enthalten. Da wir Stetigkeit des Potentials in $x = 0$ fordern (ansonsten wäre wegen $E = -\frac{d\varphi}{dx}$ die Feldstärke unendlich), müssen die beiden Ausdrücke für $x = 0$ übereinstimmen und man erhält durch Gleichsetzen:

Bestimme x_p, x_n



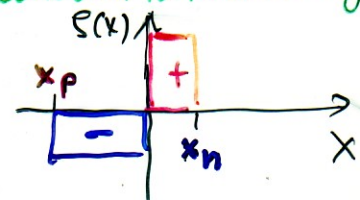
$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 \\ -\frac{e N_A}{2\epsilon} (x - x_p)^2 \\ -\frac{e N_D}{2\epsilon} (x - x_n)^2 + U_D \end{cases} \quad \text{bei } x=0 \rightarrow \begin{cases} U_D = \frac{e N_A}{2\epsilon} x_p^2 + \frac{e N_D}{2\epsilon} x_n^2 \\ U_D = \frac{e}{2\epsilon} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2) \end{cases} \quad (3.24)$$

bestimmt aus Stetigkeit $\varphi(x)$ bei $x=0$

Als zweite Gleichung haben wir die Neutralisierungsbedingung (Gl. (3.10))

$$-N_A x_p = N_D x_n \quad (3.10)$$

Neutralisierungsbedingung



$$1. \quad U_D = \frac{e}{2\epsilon} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2) \quad \left. \vphantom{U_D} \right\} \text{Einsetzen liefert}$$

$$2. \quad -N_A x_p = N_D x_n$$

wodurch wir zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten haben, durch die wir die Raumladungsweiten bestimmen können.

Einsetzen von Gl. (3.10) in (3.24) für x_n bzw. x_p liefert die gesuchten Weiten

Weiten der Raumladungszonen (RLZ)

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon U_D}{e} \frac{N_A}{N_D} \frac{1}{N_D + N_A}} = -x_p \frac{N_A}{N_D} \quad (3.25)$$

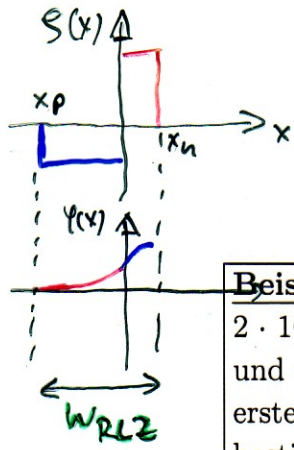
$$-x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon U_D}{e} \frac{N_D}{N_A} \frac{1}{N_D + N_A}} = x_n \frac{N_D}{N_A} \quad (3.26)$$

Die gesamte Raumladungsweite beträgt

$$w_{RLZ} = x_n - x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon U_D}{e(N_D + N_A)}} \left(\sqrt{\frac{N_A}{N_D}} + \sqrt{\frac{N_D}{N_A}} \right) \quad (3.27)$$

$$w_{RLZ} = \sqrt{\frac{2\epsilon U_D}{e} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} \quad (3.28)$$

Raumladungsweite



Beispiel: Mit $U_D=900$ mV aus dem vorangegangenen Beispiel mit $N_D = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ und $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ beträgt $x_n \approx 3 \mu\text{m}$, $x_p \approx -60 \mu\text{m}$ und $w_{RLZ} \approx 60 \mu\text{m} \approx -x_p$. D. h. die Weite der Raumladungszone wird in erster Näherung von der in diesem Fall 20-fach geringeren p-Dotierung bestimmt. Die Raumladungszone erstreckt sich daher näherungsweise nur in das p-Gebiet.

Als Näherung kann bei stark unterschiedlicher Dotierung wie im vorliegenden Fall die Weite der Raumladungszone für $N_D \gg N_A$ mit

$$w_{RLZ} \approx -x_p \approx \sqrt{\frac{2\epsilon U_D}{e N_A}} \quad (3.29)$$

berechnet werden. Analog gilt für $N_A \gg N_D$

$$w_{RLZ} \approx x_n \approx \sqrt{\frac{2\epsilon U_D}{e N_D}} \quad (3.30)$$

RLZ dehnt sich in das schwächer dotierte Gebiet aus

$$x_n = -x_p \frac{N_A}{N_D}$$

RLZ sehr klein: im Bsp $x_n = 3 \mu\text{m}$
 $-x_p = 60 \mu\text{m}$

Das Beispiel zeigt, dass die Darstellung der Verläufe in Abb. 3.5 bezüglich der Weiten x_n , x_p nicht maßstabsgerecht ist. Bei maßstabsgerechter Darstellung wäre x_n vernachlässigbar klein gegenüber x_p .

Zuvor aus Transportgl.

durch Integration bestimmt:

Kapitel 3: p-n-Übergang

$$U_D - \varphi(x) = U_T \ln \frac{n_{n0}(x_n)}{n_0(x)} = U_T \ln \frac{N_D}{n_0(x)}$$

$$\varphi(x) = U_T \ln \frac{p_{p0}(x_p)}{p_0(x)} = U_T \ln \frac{N_A}{p_0(x)}$$

189

3.10 Berechnung der Ladungsträgerdichten

Aufgrund der Rechteck-Profil-Näherung gilt $n_0(x_n) = n_{n0}(x_n) = N_D$ und $p_0(x_p) = p_{p0}(x_p) = N_A$. Gl. (3.21) und (3.22) liefern nach Umstellen direkt die Ladungsträgerdichten

Umstellen

$$n_0(x) = n_{n0}(x_n) e^{\frac{\varphi(x) - U_D}{U_T}} = N_D e^{\frac{\varphi(x) - U_D}{U_T}} \quad (3.31)$$

$$p_0(x) = p_{p0}(x_p) e^{-\frac{\varphi(x)}{U_T}} = N_A e^{-\frac{\varphi(x)}{U_T}} \quad (3.32)$$

← Ortsabhängige Ladungsträgerdichten i. d. RLZ

Das dazu gehörende Potential $\varphi(x)$ haben wir bereits in Gl. (3.14) berechnet:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & , B_p \\ \frac{e N_A}{2\epsilon} (x - x_p)^2 & , RLZ_p \\ -\frac{e N_D}{2\epsilon} (x - x_n)^2 + U_D & , RLZ_n \\ 0 & , B_n \end{cases} \quad (3.33)$$

Und auch die beiden Weiten x_n, x_p der Raumladungszone sind über Gl. (3.25) und (3.26) mit U_D nach Gl. (3.23) bekannt.

Durch Einsetzen der jeweiligen Position $x = x_p, 0, x_n$ ergeben sich z. B. die drei ausgezeichneten Ladungsträgerdichten

an den Rändern der RLZ

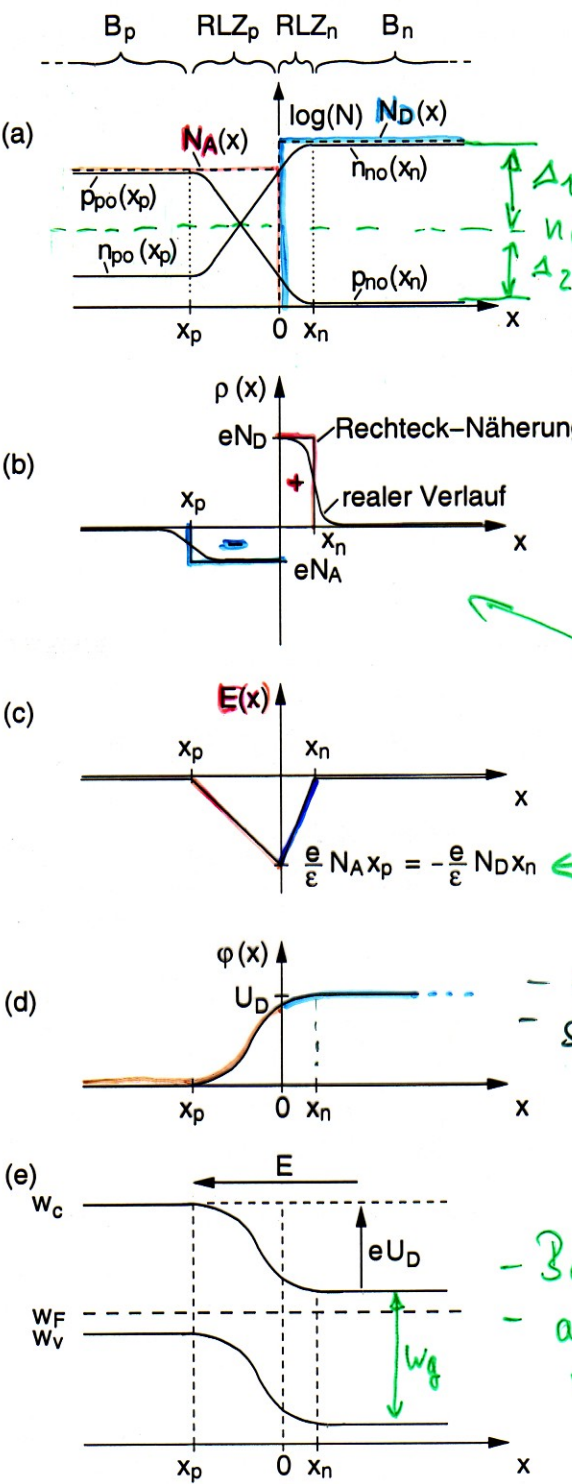
$$n_0(x_p) = n_{p0}(x_p) = \underbrace{n_{n0}(x_n)}_{N_D} e^{-\frac{U_D}{U_T}} \quad p_0(x_p) = p_{p0}(x_p) = N_A \quad (3.34)$$

$$n_0(0) = n_{n0}(x_n) e^{-\frac{U_D}{U_T} (1 - \frac{N_D}{N_D + N_A})} \quad p_0(0) = p_{p0}(x_p) e^{-\frac{U_D}{U_T} \frac{N_D}{N_D + N_A}} \quad (3.35)$$

$$n_0(x_n) = n_{n0}(x_n) = N_D \quad p_0(x_n) = p_{n0}(x_n) = \underbrace{p_{p0}(x_p)}_{N_A} e^{-\frac{U_D}{U_T}} \quad (3.36)$$

Darin haben wir mit $n_0(x_n) = n_{n0}(x_n)$ bzw. $p_0(x_p) = p_{p0}(x_p)$ formal unserer Konvention zur Dichteindizierung Genüge getan. Aufgrund der Rechteck-Profil-Näherung gilt $n_{n0}(x_n) = N_D$ und $p_{p0}(x_p) = N_A$. Wir verwenden jedoch weiterhin die ausführlichere Bezeichnungsweise, da sie mehr Information enthält (Majoritätendichte an der Stelle x_n, x_p im Gleichgewicht).

Minoritäts-trägerkonzentration an den RLZ-Rändern um $e^{-\frac{U_D}{U_T}}$ gegenüber Majoritäts-trägerkonzentration verringert (Thermod. Gl.)



Rechteck-Näherung

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\frac{d\phi}{dx} = -E$$

$$W = -e \cdot \phi$$

$\Delta_1 = \Delta_2$ im therm. GG
 (wegen $n_0 \cdot p_0 = n_i^2$)
 $\log n_0 - \log n_i = \log n_i - \log p_0$
 $\Delta_1 \quad \Delta_2$

ersetzt realen Verlauf durch flächengleiches Rechteck

gleiche Flächen $A(\square) = A(\square)$

Neutralitätsbedingung

$E(x)$ stetig bei $x=0$

- zwei Parabelabschnitte
 - stetig in $x_p, 0, x_n$
 (sonst wegen $-E = \frac{d\phi}{dx} \rightarrow E \rightarrow \infty$)

- Bandabstand $W_g = \text{const.}$
 - an x-Achse gespiegelter Verlauf von $\phi(x)$

Abb. 3.5: Verläufe verschiedener Kenngrößen des p-n-Übergangs. Erläuterungen hierzu vgl. Text.