

Wir definieren den Sättigungsstrom  $I_s$  des  $p$ - $n$ -Übergangs

$$I_s := eA \left( n_{p0} \frac{D_n}{L_n} \coth \left( \frac{d_p}{L_n} \right) + p_{n0} \frac{D_p}{L_p} \coth \left( \frac{d_n}{L_p} \right) \right) \quad (3.90)$$

mit dem sich der Gesamtstrom schreiben lässt

$$I = I_s (e^{\frac{U}{U_T}} - 1) + I_{rg} \quad (3.91)$$

Für den Nettorekombinationsstrom lässt sich die Näherung nach Gl. (3.60) einsetzen

$$I = I_s (e^{\frac{U}{U_T}} - 1) + I_{rg,s} (e^{\frac{U}{2U_T}} - 1) \quad (3.92)$$

$$\text{mit } I_{rg,s} = \frac{eA}{\tau_{eff}} n_i \quad (3.93)$$

Aufgrund der unterschiedlichen Exponenten der  $e$ -Funktionen lassen sich die beiden Summanden nur in Form eines interpolierten Ausdrucks der Form

$$I = I_{s0}(U) (e^{\frac{U}{mU_T}} - 1) \quad (3.94)$$

zusammenfassen. Darin sind  $1 < m(U) < 2$  und  $I_{s0}(U)$  so zu wählen, dass sich eine möglichst gute Anpassung an die Originalfunktion (3.92) ergibt.

Abb. 3.12 zeigt den Verlauf des Gesamtstroms des  $p$ - $n$ -Übergangs nach Gl. (3.92) bei Fluss- und Sperrpolung. Zusätzlich ist auch der idealisierte Verlauf ohne Berücksichtigung des Nettorekombinationsstroms in der RLZ eingezeichnet ( $I_{rg,s} = 0$ ). Die Spannung in Flussrichtung ist in die verschiedenen Bereiche (a) bis (d) unterteilt, in denen der Interpolationsfaktor  $m$  entsprechend der Bildunterschrift gewählt werden muss, wenn mit der Näherungsgleichung (3.94) gearbeitet wird.

Da  $I_{rg,s} \sim n_i$  aber  $I_s \sim n_i^2$  ist der Beitrag des Rekombinationsstroms in Gl. (3.92) bei Materialien mit großem  $n_i$  ( $Ge$ ) vernachlässigbar. Für Materialien mit kleinem  $n_i$  wie  $Si$  gilt  $I_{rg,s} = (10^2 \dots 10^3) I_s$ , so dass für  $U < 0$  der Gesamtstrom durch den Nettorekombinationsstrom in Form des zweiten Terms in Gl. (3.92) bestimmt wird. Dieser Term ist auch noch im Bereich  $0 < U < 7 U_T$  dominant.

Für  $U > 10 U_T$  ist die, der vorangegangenen Rechnung zugrunde liegenden Annahme der geringen Abweichung der Ladungsträgerdichten von den Gleichgewichtswerten nicht mehr erfüllt. Die Minoritätsträgerdichte in den Bahngebieten ist dann nicht mehr vernachlässigbar gegenüber der Dichte der Majoritätsträger, wodurch die verwendeten Näherungen  $n_n = N_D$ ,  $p_p = N_A$  nicht

Zusammenfassen durch Interpolieren Verlauf  $I_{s0}, m$  wählen (fitten)

mehr gelten. Eine analytische Berechnung der Kennlinie ist dann nicht mehr möglich.

Für den Gesamtstrom bei großen Abweichungen von den Gleichgewichtswerten gilt dann (ohne Beweis) die Proportionalität

$I \sim e^{\frac{u}{\tau}}$  *große Stromdichten* →  $I \sim e^{\frac{u}{2U_T}}$  *d.h. m=2*  
(3.95)

so dass Gl. (3.94) mit  $m = 2$  angenommen werden kann. Zusätzlich ist die Wirkung der Bahnwiderstände zu berücksichtigen durch die bei hohen Strömen ein Spannungsabfall in den Bahngebieten entsteht.

Aufgrund der Ähnlichkeiten der Kennlinienverläufe wird in den meisten einfachen Dioden- und Transistormodellen (z.B. Gummel-Poon), die auch in Schaltungs-Simulationsprogrammen wie z.B. SPICE eingesetzt werden, ein idealisierter Kennlinienverlauf entsprechend Gl. (3.94) angenommen. In der in SPICE verwendeten Nomenklatur lautet Gl. (3.94)

*SPICE Modell*

$I = I_s (e^{\frac{V}{nU_T}} - 1)$

(3.96)

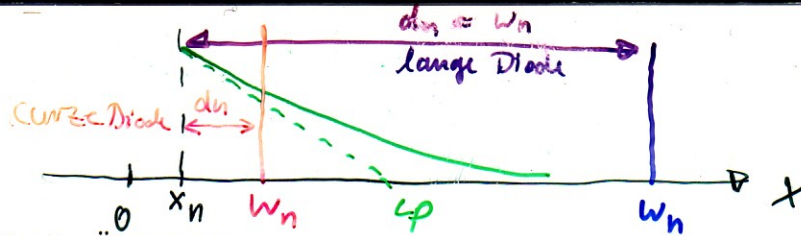
$I_s$  und  $n$  werden darin so gewählt, dass sie die bestmögliche Anpassung an die realen Kennlinienverläufe erzielen. Diese Anpassung der Parameter wird auch als „fitting“ bezeichnet. Beachten:  $I_s$  in Gl. (3.96) ist in der Regel nicht identisch mit dem in Gl. (3.90) definierten Sättigungsstrom sondern besitzt nur aufgrund der im SPICE Gummel-Poon Modell verwendeten Nomenklatur die gleiche Bezeichnung.  $n$  liegt dabei in der Regel zwischen 1...2. Zur Vereinfachung von Überlegungen und Rechnungen werden wir in Zukunft meist mit  $n = 1$  arbeiten.

### 3.21 Näherung für kurze und lange Diode

*Vereinfachungen  
(wird auch für Bip. Trs. benötigt.)*

Für den Sättigungsstrom  $I_s$  nach Gl. (3.90) können, je nachdem ob die Diffusionslängen der Minoritätsträger sehr viel größer oder kleiner als die Längen  $d_n$  und  $d_p$  der Bahngebiete sind, die folgenden Näherungen gemacht werden:

- **Kurze Diode:**  $d_p \ll L_p, \quad d_n \ll L_n$ . (3.97)



**• Kurze Diode:  $d_p \ll L_p, d_n \ll L_n$**

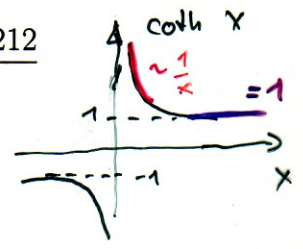
Dann gilt wegen  $\coth x \approx \frac{1}{x}$  für  $x \ll 1$

$$I_s = e A \left( n_{p0} \frac{D_n}{L_n} \coth \frac{d_p}{L_n} + p_{n0} \frac{D_p}{L_p} \coth \frac{d_n}{L_p} \right),$$

$$I_s \approx e A \left( n_{p0} \frac{D_n}{d_n} + p_{n0} \frac{D_p}{d_p} \right) \approx e A \left( n_{p0} \frac{D_n}{w_n} + p_{n0} \frac{D_p}{w_p} \right) \quad (3.98)$$

$\coth x \approx \frac{1}{x}$

Näherung



RLZ-Weiten klein

$\rightarrow d_n \approx w_n, d_p \approx w_p$

Meist ist, wie in im zweiten Schritt Gl. (3.98) berücksichtigt, die Sperrschichtweite vernachlässigbar gegenüber der Weite der Bahngebiete und es gilt dann wegen  $d_p \approx w_p, d_n \approx w_n$  und mit  $n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}, p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$ .

$$I_s \approx e A n_i^2 \left( \frac{D_n}{w_p N_A} + \frac{D_p}{w_n N_D} \right) \quad (3.99)$$

$$n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

**• Lange Diode:  $d_p \gg L_p, d_n \gg L_n$**

Dann gilt wegen  $\coth x \approx 1$  für  $x \gg 1$

$$I_s \approx e A \left( n_{p0} \frac{D_n}{L_n} + p_{n0} \frac{D_p}{L_p} \right) \quad (3.101)$$

$\coth x \approx 1$

Näherung

und wegen  $L_n^2 = \tau_n D_n$  und  $L_p^2 = \tau_p D_p$  aus Gl. (3.66) und (3.67) auch

$$I_s \approx e A \left( n_{p0} \frac{L_n}{\tau_n} + p_{n0} \frac{L_p}{\tau_p} \right) \quad (3.102)$$

Def.  $L_n^2 = \tau_n D_n$   
 $L_p^2 = \tau_p D_p$

$$I_s \approx e A n_i^2 \left( \frac{L_n}{N_A \tau_n} + \frac{L_p}{N_D \tau_p} \right) \quad (3.103)$$

**3.22 Verlauf der Quasi-Ferminiveaus**

Mit Hilfe der Ergebnisse der vorangegangenen Kapitel können wir direkt den Verlauf der Quasi-Ferminiveaus zeichnen. Wir betrachten hier den Fall der Flusspolung und unterscheiden dabei die drei Gebiete mit unterschiedlicher Teilchendichte und Transportvorgängen.

**• Neutrale Bahngebiete**

Bei einer langen Diode sind in ausreichend weitem Abstand von den Diffusionszonen die Bahngebiete bis zu den Kontakten bei  $w_p$  und  $w_n$  neutral. Den Spannungsabfall, und damit auch die Feldstärke über die Bahngebiete, haben wir als vernachlässigbar angenommen. Daher fallen wie in Abb. 3.13 in diesen äußeren Bereichen die beiden Quasi-Ferminiveaus mit dem Ferminiveau bei thermodynamischen Gleichgewicht zusammen.

$$I_s \sim n_i^2$$

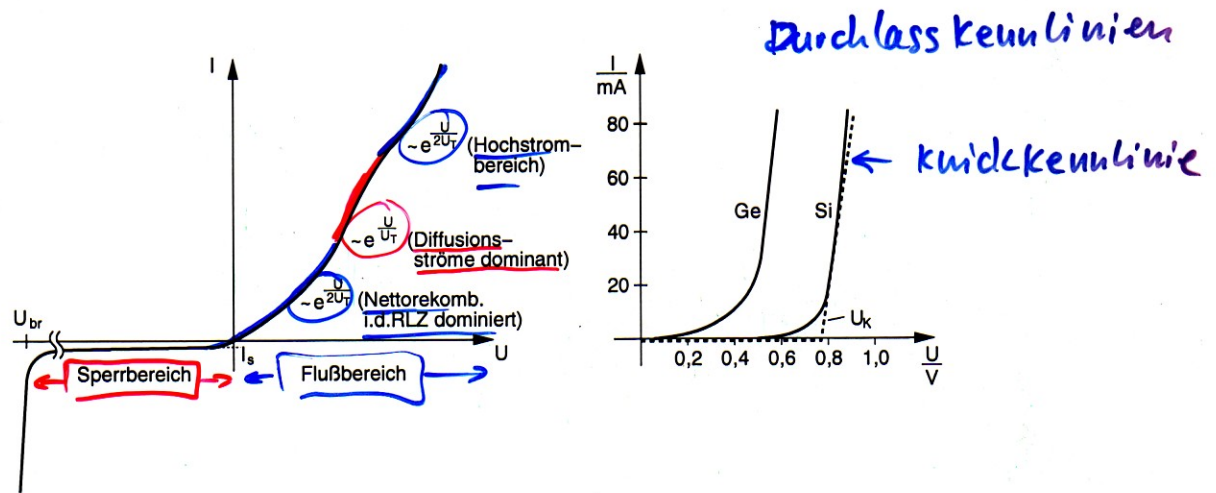


Abb. 3.13: Gleichstromkennlinien von  $p$ - $n$ -Übergängen. **Links:** Kennlinie, wie sie sich aus den Berechnungen aus dem Skript ergibt. Tatsächlich ist  $I_S$  im Sperrbereich nicht konstant, sondern wächst aufgrund der Spannungsabhängigkeit der RLZ-Weite in Richtung negativer Ströme an. Der Hochstrombereich geht aufgrund von Spannungsabfällen in den Bahngebieten in einen  $\sim U^2$  Verlauf über. **Rechts:** Kennlinien realer  $Si$  und  $Ge$  Dioden. Für den praktischen Gebrauch kann der exponentielle Verlauf näherungsweise mit Geradenabschnitten und einer Knickspannung  $U_k (< U_D)$  angenähert werden.

Strömen ein Spannungsabfall in den Bahngebieten entsteht.

Aufgrund der Ähnlichkeiten der Kennlinienverläufe wird in den meisten einfachen Dioden- und Transistormodellen (z.B. Gummel-Poon), die auch in Schaltungs-Simulationsprogrammen wie z.B. SPICE eingesetzt werden, ein idealisierter Kennlinienverlauf entsprechend Gl. (3.94) angenommen. In der in SPICE verwendeten Nomenklatur lautet Gl. (3.94)

$$I = I_S \left( e^{\frac{V}{nV_T}} - 1 \right) \tag{3.96}$$

$I_S$  und  $n$  werden darin so gewählt, dass sie die bestmögliche Anpassung an die realen Kennlinienverläufe erzielen. Diese Anpassung der Parameter wird auch als „fitting“ bezeichnet. Beachten:  $I_S$  in Gl. (3.96) ist in der Regel nicht identisch mit dem in Gl. (3.90) definierten Sättigungsstrom sondern besitzt nur aufgrund der im SPICE Gummel-Poon Modell verwendeten Nomenklatur die gleiche Bezeichnung.  $n$  liegt dabei in der Regel zwischen 1...2. Zur Vereinfachung von Überlegungen und Rechnungen werden wir in

**3.24 Stationäre Ladungssteuerung**

Alternative Formulierung  
→ zur  $e^{u/u_T}$ -Darstellung

**3.24.1 Gespeicherte Minoritätsträger**

→ wieviele Minor. sind in den Bahngebieten?  
?

Wir haben bereits ermittelt, dass ein Stromfluss der Diode in Flussrichtung dadurch entsteht, dass die Minoritätsträger-Randkonzentration gegenüber den Gleichgewichtsdichten um  $e^{u/u_T}$  erhöht wird. In den Bahngebieten klingt die Minoritätsträgerdichte gemäß Gl. (3.82) ab. Wir wollen im Folgenden eine einfache Beziehung herleiten, die den Stromfluss in Abhängigkeit der, in den Bahngebieten vorhandenen (man sagt auch gespeicherten) überschüssigen Minoritätsträgerladungen  $\Delta Q$  beschreibt.

Wir betrachten dazu exemplarisch die gespeicherten Minoritätsträger (Elektronen) im p-Bahngebiet entsprechend Abb. 3.15 und schließen von dem Ergebnis auf die entsprechende Beziehung der Minoritätsträger (Löcher) im n-Bahngebiet. Beachten: das p-Gebiet liegt in diesem Beispiel bei  $x > 0$ . Die

Betrachten beispielhaft  $u_p$

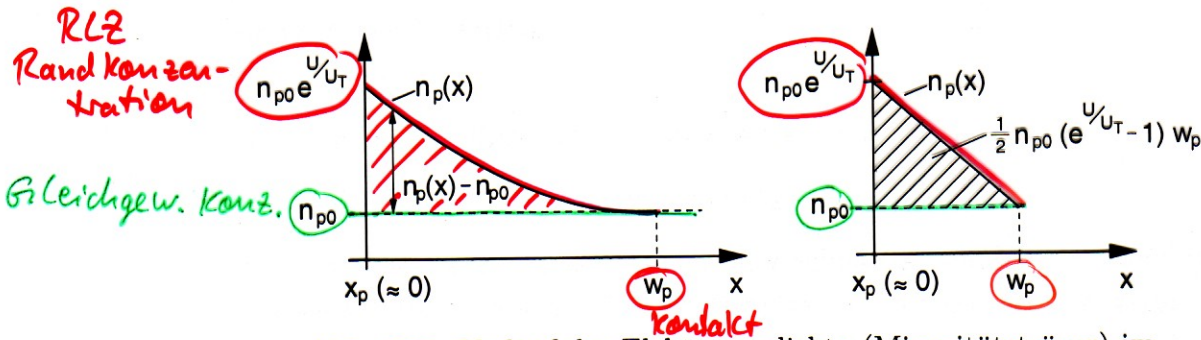
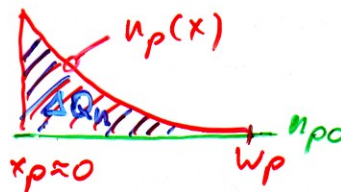


Abb. 3.15: Verlauf der Elektronendichte (Minoritätsträger) im p-Bahngebiet. Links: Lange Diode mit  $w_p \gg L_p$ . Rechts: kurze Diode ( $w_p \ll L_p$ ) mit Diffusionsdreieck.

Elektronenüberschussladung  $\Delta Q_n$  im p-Bahngebiet ergibt sich durch Integration von  $n_p(x) - n_{p0}$  aus Gl.(3.82) vom Rand der Sperrschicht bei  $x_p$  zum Kontakt bei  $w_p$

Berechne allgemein



$$\Delta Q_n = -eA \int_{x_p}^{w_p} n_p(x) - n_{p0} dx$$

Lösung aus letzter Stunde:

$$n_p(x) = n_{p0} + n_{p0} \left( e^{\frac{u}{U_T}} - 1 \right) \frac{\sinh\left(\frac{w_p - x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{w_p - x_p}{L_n}\right)}$$

$w_p \rightarrow -w_p$

$$\Delta Q_n = -e A \int_{x_p}^{w_p} (n_p(x) - n_{p0}) dx \quad (3.121)$$

$$= -e A n_{p0} \left( e^{\frac{u}{U_T}} - 1 \right) \int_{x_p}^{w_p} \frac{\sinh\left(\frac{w_p - x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{w_p - x_p}{L_n}\right)} dx \quad (3.122)$$

$$\Delta Q_n = e A n_{p0} \left( e^{\frac{u}{U_T}} - 1 \right) L_n \frac{1 - \cosh\left(\frac{w_p - x_p}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{w_p - x_p}{L_n}\right)} \quad (3.123)$$

Für  $w_p \gg x_p$ , d.h.  $w_p - x_p \approx w_p$  lässt sich wieder die Fallunterscheidung zwischen kurzer und langer Diode durchführen:

1. kurze Diode ( $w_p \ll L_n$ )

Hier ist mit  $\cosh(\epsilon) \approx 1 + \frac{\epsilon^2}{2}$  und  $\sinh(\epsilon) \approx \epsilon$  für  $\epsilon \ll 1$

**DIFFUSIONS-DREIECK**

$$\Delta Q_n \approx -e A n_{p0} \left( e^{\frac{u}{U_T}} - 1 \right) \frac{w_p}{2} \quad (3.124)$$

Aufgrund der kurzen Länge kann hier der exponentielle Verlauf durch eine Gerade angenähert werden, wodurch sich das in Abb. 3.15 rechts gezeigte Diffusionsdreieck ergibt. Sein Flächeninhalt multipliziert mit der Elektronenladung und dem Diodenquerschnitt  $A$  ( $y$ - $z$ -Ebene) ergibt die in dem Bahngbiet der kurzen Diode gespeicherte Minoritätsträgerladung.

2. lange Diode ( $w_p \gg L_n$ )

Hier ist wegen  $1 - \cosh\left(\frac{w_p}{L_n}\right) \approx -\cosh\left(\frac{w_p}{L_n}\right)$  und  $\tanh\left(\frac{w_p}{L_n}\right) \approx 1$

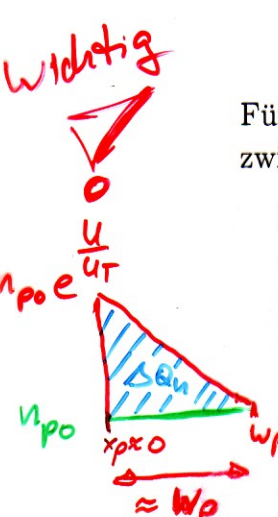
$$\Delta Q_n \approx -e A n_{p0} \left( e^{\frac{u}{U_T}} - 1 \right) L_n \quad (3.125)$$

3.24.2 Berechnung des Diodenstroms aus den gespeicherten Ladungen

Der Diodenstrom setzt sich nach Gl. (3.89) zusammen aus

$$I = I_n(x_p) + I_p(x_n) + I_{rg} \quad (3.126)$$

Wir betrachten den Beitrag der Elektronen nach Gl. (3.84) mit den Näherungen für die kurze und lange Diode



Fallunterscheidung

Berechne Diodenstrom  $I = I_n(x_p) + I_p(x_n) + (I_{rg})$

letzte Stunde hergeleitet:  $I_n(x_p) = -eA \frac{D_n}{L_n} n_{p0} (e^{\frac{u}{U_T}} - 1) \coth(\frac{w_p + x_p}{L_n})$  ↑ hier vernachlässigt  
 Kapitel 3: p-n-Übergang

1. kurze Diode ( $w_p \ll L_n$ )  $x_p \ll w_p$  Fallunterscheidung

Ladung im Bahngebiet. Mit der Näherung  $\tanh(\frac{w_p}{L_n}) \approx \frac{w_p}{L_n}$  folgt aus Gl. (3.84)

$\Delta Q_n \approx -eA n_{p0} (e^{\frac{u}{U_T}} - 1) \frac{w_p}{2}$  ←  $I_n(x_p) \approx -eA D_n n_{p0} (e^{\frac{u}{U_T}} - 1) \frac{1}{w_p}$  (3.127)

Wir ersetzen darin die entsprechenden Terme durch die in der Diode gespeicherte Minoritätsträgerladung nach Gl. (3.124) und erhalten

$I_n(x_p) = \frac{2\Delta Q_n D_n}{w_p^2} = \frac{\Delta Q_n}{\tau_{Bn}}$  (3.128)  
 mit  $\tau_{Bn} := \frac{w_p^2}{2D_n}$  (Transitzeit) Zeit für Durchquerung des Bahngebietes (keine Rekombin.) (3.129)

Da in der kurzen Diode alle Minoritätsträger ohne Rekombination durch das Bahngebiet fließen lässt sich der Strom in diesem Fall interpretieren als die Überschussladung  $\Delta Q_n$ , die in der mittleren Zeit  $\tau_{Bn}$  das Bahngebiet durchquert.  $\tau_{Bn}$  wird aus diesem Grund auch Transitzeit der Elektronen genannt.

2. lange Diode ( $w_p \gg L_n$ )

Ladung im Bahngebiet. Mit der Näherung  $\tanh(\frac{w_p}{L_n}) \approx 1$  folgt aus Gl. (3.84)

$\Delta Q_n \approx -eA n_{p0} (e^{\frac{u}{U_T}} - 1) L_n$  ←  $I_n(x_p) \approx -eA D_n n_{p0} (e^{\frac{u}{U_T}} - 1) \frac{1}{L_n}$  (3.130)

und durch Substitution mit Gl. (3.125)

$I_n(x_p) = \frac{\Delta Q_n D_n}{L_n^2} = \frac{\Delta Q_n}{\tau_n}$  (3.131)  
 mit  $\tau_n := \frac{L_n^2}{D_n}$  nach Gl. (3.66) Alle  $n_p$  rekombinieren:  $I_n \sim$  der in  $\tau_n$  rekombinierten Ladung (3.132)

Da bei der langen Diode alle Überschussladungen rekombinieren, entspricht der Strom der Ladung der in der (mittleren) Lebensdauer rekombinierten Minoritätsträger.

Vernachlässigen wir bei Flusspolung den Rekombinationsstrom in der Sperrschicht ( $I_{rg} = 0$ ) so ergibt sich mit Gl. (3.128) und (3.131) der Gesamtstrom der Diode zu

Flusspolung:  $I_n, I_p \gg I_{rg} \Rightarrow$   $I_F = I_n(x_p) + I_p(x_n) \approx \frac{\Delta Q_n}{\tau_n^*} + \frac{\Delta Q_p}{\tau_p^*}$  (3.133)

$\tau_n^*, \tau_p^* = \begin{cases} \tau_{Bn}, \tau_{Bp} & \text{kurze Dio.} \\ \tau_n, \tau_p & \text{lange Dio} \end{cases}$

Darin ist für  $\tau_n^*$  und  $\tau_p^*$  der jeweilige Ausdruck für die lange bzw. kurze Diode einzusetzen (z.B. für  $\tau_n^*$  Gl. (3.128) bzw. (3.132)). Der Strom durch die Diode in Flussrichtung wird also durch die Überschussladungen der Minoritäten in den Bahngebieten gesteuert. Der Elektronenstrom ist dabei direkt mit der entsprechenden Zeitkonstanten der Elektronenüberschussladung im p-Bahngebiet proportional. Entsprechendes gilt für den Löcherstrom.

Mit anderen Worten bedeutet dies, dass solange eine Überschussladung existiert auch ein Strom durch die Diode fließt.

Betrachtet man dynamische Schaltvorgänge der Diode besteht die Forderung für ein schnelles Ausschalten der Diode (Übergang von Fluss- in Sperrichtung) darin, die in den Bahngebieten gespeicherten Überschussladungen in möglichst kurzer Zeit auszuräumen. Um diese Vorgänge richtig zu beschreiben, reicht die vereinfachte Kontinuitätsgleichung unseres DDM's nicht mehr aus, da sie nur den stationären Fall erfasst. Für eine korrekte Beschreibung muss daher die vollständige Kontinuitätsgleichung mit dem zeitabhängigen Anteilen  $\frac{\partial p}{\partial t}$  und  $\frac{\partial n}{\partial t}$  verwendet werden.

Wir beschränken uns im Rahmen dieser Vorlesung jedoch auf die stationäre Betrachtung mit deren Hilfe auch die im Folgenden Kapitel beschriebene Diffusionskapazität ermittelt werden kann.

$$I_F = \frac{\Delta Q_n}{\tau_n^*} + \frac{\Delta Q_p}{\tau_p^*} = I_S \left( e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right)$$

Stationäre Ladungssteuerung  $\left( \frac{\partial \Delta Q_{n,p}}{\partial t} \right)$

- Bedeutung:
- 1) Solange  $\Delta Q_n, \Delta Q_p \neq 0$  fließt Strom
  - 2) Stromfluß wird von + gespeicherte Minor. Ladung Transitzeit / Lebensdauer bestimmt
  - 3) Um Strom "auszuschalten" müssen  $\Delta Q_n, \Delta Q_p$  "ausgeräumt" werden.



**3.25 Diffusionskapazität**

*Beschreibt elektrische Wirkung der gespeicherten Minoritätsträger*

Durch die Flusspolung der Diode werden hohe Überschusskonzentrationen ( $\sim e^{\frac{U}{U_T}}$ ) von Minoritätsträgern in die Bahngebiete injiziert. Aufgrund der Neutralisierung steigt die Majoritätsträgerdichte durch Umordnung der Majoritätsträger im gleichen Maße, so dass (quasi) Neutralität herrscht. Minoritäts- und Majoritätsträger ändern sich daher bei Variation des Diodenstroms gleichzeitig.

Die Variation des Diodenstroms wird durch Änderung der von außen an die Diode angelegten Spannung bewirkt. Für den Strom-Spannungszusammenhang gilt nach Gl. (3.91) bei vernachlässigbarem Net-torekombinationsstrom  $I_{rg}$  (Index  $F$  für Flusspolung)

$$I_F = I_S (e^{\frac{U_F}{U_T}} - 1). \quad (3.134)$$

$U_F$  bewirkt  $\Delta Q_p, \Delta Q_n$

Aus der Theorie der stationären Ladungssteuerung wissen wir, dass eine Änderung des Diodenstroms gleichbedeutend ist, mit einer Änderung der Minoritätsträgerladungen in den Bahngebieten. Nach Gl. (3.133) gilt für den Zusammenhang zwischen Ladungen und Strom

$$I_F = \begin{cases} \frac{\Delta Q_n}{\tau_{Bn}} + \frac{\Delta Q_p}{\tau_{Bp}}, & \text{kurze Diode} \\ \frac{\Delta Q_n}{\tau_n} + \frac{\Delta Q_p}{\tau_p}, & \text{lange Diode} \end{cases} \quad (3.135)$$

$\frac{\Delta Q_p}{\tau_p}, \frac{\Delta Q_n}{\tau_n}$  ist Strom

Wir fassen die gespeicherten Löcher- und Elektronenladungen zusammen. Für die gesamte Minoritätsträgerspeicherladung schreiben wir

$$\Delta Q = \Delta Q_n + \Delta Q_p \quad (3.136)$$

fasse  $\Delta Q_p, \Delta Q_n$  zusammen

und führen formal über eine Definitionsgleichung die gewichtete Zeitkonstante  $\tau_T$  ein

$$\frac{\Delta Q}{\tau_T} := \frac{\Delta Q_n}{\tau_n^*} + \frac{\Delta Q_p}{\tau_p^*} \quad (3.137)$$

führe gewichtete Zeitkonst. ein

Für die kurze Diode wird  $\tau_T$  auch als Transitzeit bezeichnet:

$$\frac{1}{\tau_T} = \frac{1}{\tau_n^*} \frac{\Delta Q_n}{\Delta Q} + \frac{1}{\tau_p^*} \frac{\Delta Q_p}{\Delta Q} \quad (3.138)$$

$\tau_T$  Transitzeit

Bei Dioden und besonders bei p-n Übergängen in Transistoren liegen meist stark unterschiedliche Dotierungen vor. Damit vereinfacht sich  $\tau_T$  z.B. bei

(für kurze Diode)

Bei stark unterschiedlicher Dotierung: z.B.  $N_D \gg N_A$

$$\frac{1}{\tau_T} = \frac{1}{\tau_n^*} \frac{\Delta Q_n}{\Delta Q} + \frac{1}{\tau_p^*} \frac{\Delta Q_p}{\Delta Q}$$

Kapitel 3: p-n-Übergang

$$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D} \ll n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

222

$N_D \gg N_A$  wegen  $n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} \gg p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$ , woraus wegen Gl. (3.125)  $\Delta Q_p \ll \Delta Q_n \approx \Delta Q$  folgt, zu

$$\Delta Q_p \ll \Delta Q_n$$

$$\Delta Q \approx \Delta Q_n \quad (3.139)$$

Vereinfachung für  $N_D \gg N_A$

$$\frac{1}{\tau_T} \approx \frac{1}{\tau_n^*} = \begin{cases} \tau_{Bn} = \frac{w_p^2}{2D_n} & \text{(Transitzeit), kurze Diode} \\ \tau_n = \frac{L_n^2}{D_n} & \text{, lange Diode} \end{cases}$$

Für den Strom in Vorwärtsrichtung erhalten wir in diesem Fall mit der gewichteten Zeitkonstanten anstelle von Gl. (3.135) den sehr einfachen Ausdruck

$$I_F \approx \frac{\Delta Q}{\tau_T} \quad \text{gilt immer} \quad (3.140)$$

$\Delta Q$ :  $\Sigma$  Min. Lad.  
 $\tau_T$ : gewichtete Zeitkonst.

der einen linearen Zusammenhang zwischen Flussstrom und gespeicherter Minoritätsträgerladung in den Bahngebieten beschreibt.

Durch Gleichsetzen von Gl. (3.140) und (3.134) erhalten wir einen Zusammenhang zwischen der gespeicherten Ladung in den Bahngebieten und der angelegten Flussspannung

$$I_F = I_S (e^{\frac{U_F}{U_T}} - 1) \quad I_S (e^{\frac{U_F}{U_T}} - 1) = \frac{\Delta Q}{\tau_T} \quad (3.141)$$

Zusammenhang zwischen  $U_F$  und  $\Delta Q$

Die Änderung der Ladung  $dQ$  eines Zweipols bezogen auf die zur Ladungsänderung gehörende Spannungsänderung an den Klemmen des Zweipols wird als Kapazität  $C$  bezeichnet

$$C := \frac{dQ}{dU} \quad \text{Definition der "Kapazität"} \quad (3.142)$$

Durch Ableiten von Gl. (3.141) nach  $U_F$  erhalten wir die in der Diode zu einer Spannungsänderung  $dU_F$  gehörende Ladungsänderung

$$\frac{I_S}{U_T} e^{\frac{U_F}{U_T}} = \frac{1}{\tau_T} \frac{d\Delta Q}{dU_F} \quad (3.143)$$

Darin definieren wir den Differentialquotienten gemäß Gl. (3.142) als die Diffusionskapazität

$$C_d := \frac{d\Delta Q}{dU_F} = \tau_T \frac{I_S}{U_T} e^{\frac{U_F}{U_T}} \quad \text{Diffusionskapazität} \quad (3.144)$$

Für die in den meisten Fällen erfüllte Näherung  $U_F \gg U_T$  gilt

$$I_F = I_S (e^{\frac{U_F}{U_T}} - 1) \approx I_S e^{\frac{U_F}{U_T}} \quad (3.145)$$

unschön: vereinfachen

$$\Rightarrow C_d = \tau_T \frac{I_F}{U_T}$$

*C<sub>d</sub> bei Flußspannung groß!*

wodurch für  $C_d$  auch geschrieben werden kann

$$C_d = \tau_T \frac{I_F}{U_T}$$

*Diffusionskapazität bei allen p-n Übergängen auch Transistor*

Das ist ein sehr wichtiger Zusammenhang, der auch beim Bipolar-Transistor auftritt. Wir wollen mit Hilfe von Abb. 3.16 am Beispiel der kurzen Diode mit  $N_D \gg N_A$  die Bedeutung verdeutlichen.

*Beispiel  $N_D \gg N_A$ :*

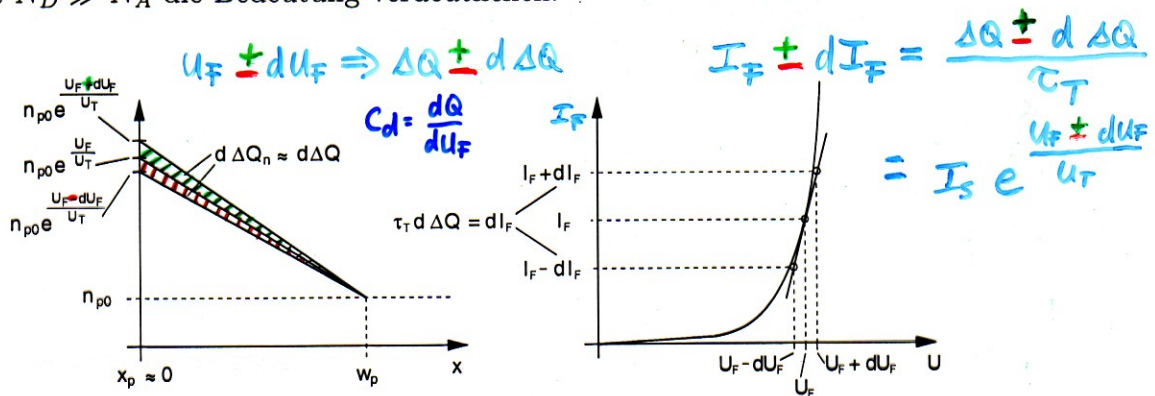


Abb. 3.16: Links: Änderung der Minoritätsträger-Überschussladung  $d\Delta Q_n$  bei Änderung der Flussspannung um  $dU_F$ . Wegen  $N_D \gg N_A$  gilt  $\Delta Q_p \approx 0$  wodurch  $\Delta Q \approx Q_n$ . Rechts: Zugehörige quasistatische Diodenkennlinie.

Bei einer Flussspannung  $U_F$  soll durch die Diode ein Flussstrom  $I_F$  fließen. Die Diffusionskapazität besitzt dann den Wert  $C_d$  nach Gl. (3.146). Bei kleinen Änderungen  $dU_F \ll U_F$  der Flussspannung, für die weiterhin stationärer Zustand gilt, ist dann die Diffusionskapazität  $C_d$  wirksam. Die in ihr gespeicherten Ladungen müssen durch den Flussstrom auf- bzw. abgebaut werden. Je kleiner die Diffusionskapazität umso kleiner die gespeicherte Minoritätsträgerladung und umso schneller erfolgt die Umladung.

Das Spannungs-Strompaar  $U_F, I_F$  um das die kleine Auslenkung um  $dU_F$  bzw.  $dI_F$  erfolgt, wird als der Arbeitspunkt der Diode bezeichnet. Wegen der kleinen Aussteuerungen um den Arbeitspunkt wird das aussteuernde Signal  $dU_F, dI_F$  auch als Kleinsignalaussteuerung bezeichnet. Die Kleinsignalaussteuerung ist solange gültig, wie die Abweichungen von dem Arbeitspunkt durch die im Arbeitspunkt ermittelte Diffusionskapazität  $C_d$  als Mittelwert richtig beschrieben werden.

Die Grenzen der stationären Näherung liegen dort, wo die Ladungsänderung nicht mehr als Differenz zweier Überschussladungen im stationären Fall wie in Abb. 3.16 links ermittelt werden können. Bei schnellen Änderungen ist zu

*C<sub>d</sub> beschreibt Wirkung der Ladungsänderung über U<sub>F</sub> bzw. I<sub>F</sub>*

*Kleinsignalnäherung: Änderung von I<sub>F</sub> so klein, daß*

$$C_d = \tau_T \frac{I_F}{U_T} \approx \text{const.}$$

*dann stationär solange  $\frac{1}{f} \ll \tau_T$*

berücksichtigen, dass die Änderung der Überschussladung an der Grenze der Raumladungszone beginnt und sich von dort in die Bahngebiete fortsetzt. Dadurch ergeben sich z.B. die in Abb. 3.17 gezeigten Verläufe der Elektronenladung, wie sie als Lösung der vollständigen Kontinuitätsgleichung ermittelt werden können. Der dargestellte Fall zeigt

nicht in unserer Lösung enthalten:  
 zeitabhängiger Abbau ausgehend von RLZ-Rand

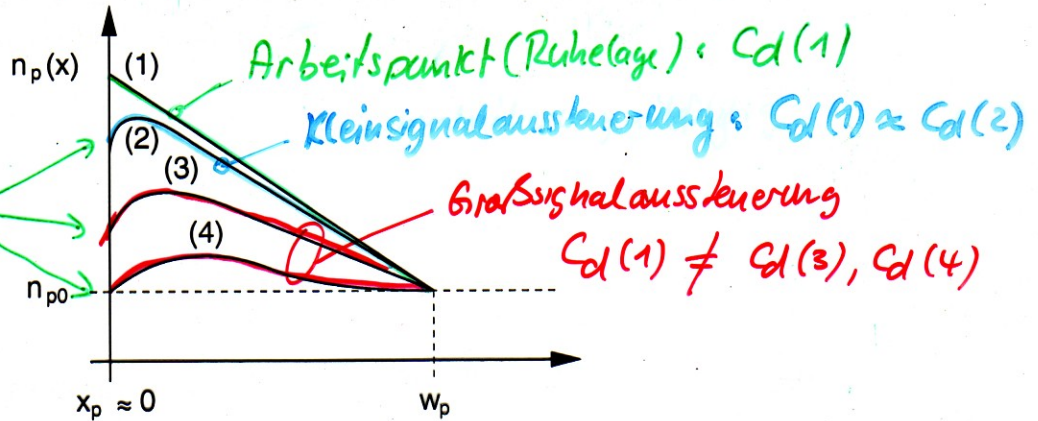


Abb. 3.17: Verlauf der Minoritätsträgerdichte bei nicht stationärem Abbau des Ladungsüberschusses in (1). Kurve (2) kann als Kleinsignalaussteuerung interpretiert werden (vgl. Abb. 3.16). Großsignalaussteuerung liegt bei Kurven (3) und (4) vor.

mit den Verläufen (3) und (4) auch den Fall der Großsignalaussteuerung, für den eine bei einem Arbeitspunkt in (1) ermittelte Diffusionskapazität nicht mehr gültig ist.

**3.26 Sperrschichtkapazität**

Spannungsabhängige Ladung in der RLZ

Wir haben bereits in Kapitel 3.9 gesehen, dass in der Raumladungszone der p-n Diode zwei gleich große Raumladungen entgegengesetzter Polarität vorhanden sind, die sich aufgrund der Neutralitätsbedingung nach Gl. (3.10)

$$-N_A x_p = N_D x_n \quad \text{Neutralitätsbedingung (3.147)}$$

ind. RLZ:  $|Q_n| = |Q_p|$

kompensieren (Beachten: Der metallurgische Übergang zwischen p- und n-Gebiet liegt bei dieser Definition bei  $x = 0$ . Aufgrund der Wahl des Nullpunktes ist die  $x$ -Koordinate des links von  $x = 0$  liegenden Gebietes negativ). Unter Verwendung der Rechteck-Profil Näherung nach Gl. (3.5) ergaben sich

↓  
 Betrachtung einer Ladung genügt

daraus die Ränder der Raumladungszone nach Gl. (3.25) bei

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon U_{RLZ} N_A}{e} \frac{1}{N_D N_A + N_D}} = -x_p \frac{N_A}{N_D} \quad (3.148)$$

Darin wird die extern an die Diode angelegte Spannung  $U$  entsprechend Gl. (3.40) in

$$U_{RLZ} = U_D - U \quad (3.149)$$

berücksichtigt. Danach verringert sich die Weite der Raumladungszone bei angelegten Spannungen in Flussrichtung ( $U = U_F > 0$ ). Entsprechend vergrößert sich die Weite bei Polung in Sperrrichtung.

Durch die Verschiebung der Ränder der Raumladungszone verändert sich auch die in der Raumladungszone befindende Ladung um den von der Verschiebung betroffenen Anteil. Die Ladungsänderung erfolgt also nur an den Rändern der Raumladungszone. Da wir eine homogene Diode in  $y$ - und  $z$ -Richtung voraussetzen, beinhaltet diese Änderung z.B. im  $n$ -Gebiet, wie in Abb. 3.18 gezeigt, die in der Raumladungsweiten-Änderung  $dx_n$  enthaltene Ladung

$$dQ_p = -e A dx_n N_D \quad (3.150)$$

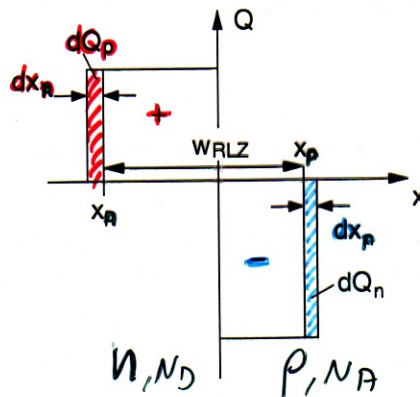


Abb. 3.18: Änderung der Weite der Raumladungszone und damit verbundene Ladungsänderung.

Aufgrund der Neutralitätsbedingung Gl. (3.147) erfolgt die gleiche Ladungsänderung auch auf der  $p$ -Seite der Diode, wozu auf der Seite eine Weitenänderung  $dx_n = -\frac{N_A}{N_D} dx_p$  notwendig ist. Wir verschieben also durch eine

Schon berechnet:  
RLZ-Ränder  $x_n, x_p$

$U \uparrow \Rightarrow x_{n,p} \downarrow$   
 $U \downarrow \Rightarrow x_{n,p} \uparrow$

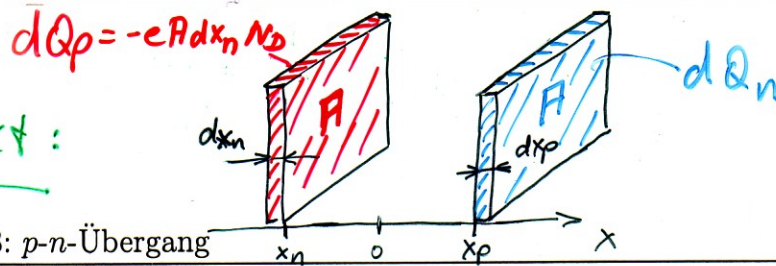
Durch  $U$  wird  $x_{n,p}$  verschoben

Verschiebung  $dx_n$  beinhaltet  $dQ_p$  Ladung

Neutralitätsbedingung  
 $dQ_n = -dQ_p$

$dx_n N_D = -dx_p N_A$

$U + dU$  bewirkt:



d.h.

Spannungs-  
änderung  
bewirkt  
Ladungsänderung

$j = \hat{=}$  junction

$$C_j = \frac{dQ_p}{dU}$$

Sperrschichtkapazität (3.151)

zu, die wir aufgrund ihrer Ursache mit Sperrschichtkapazität bezeichnen. Aufgrund der vorangegangenen Überlegungen erwarten wir als Ergebnis für  $C_j$  eine Plattenkondensator mit einem Plattenabstand  $w_{RLZ}$ . Um  $C_j$  zu berechnen leiten wir Gl. (3.148) nach  $U$  ab und erhalten

berechne  $C_j$

$$\frac{dx_n}{dU} = -\sqrt{\frac{\epsilon}{2eU_{RLZ}} \frac{N_A}{N_D} \frac{1}{N_A + N_D}}$$

(3.152)

und damit über Gl. (3.150) die mit  $dU$  verdundene Ladungsänderung

$$dQ_p = -e A dx_n N_D$$

$$dQ_p = e A N_D dU \sqrt{\frac{\epsilon}{2eU_{RLZ}} \frac{N_A}{N_D} \frac{1}{N_A + N_D}}$$

(3.153)

woraus sich mit der Definition nach Gl. (3.151) die Sperrschichtkapazität

$$C_j = \frac{dQ_p}{dU} = A \sqrt{\frac{\epsilon e}{2(U_D - U)} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}}$$

Sperrschichtkapazität (3.154)

ergibt. Zwischen der Sperrschichtkapazität und der externen Spannung besteht also ein nichtlinearer Zusammenhang. Zur Übung sollten Sie einmal versuchen zu zeigen, wie Gl. (3.154) in die Formel eines Plattenkondensators mit  $C = \frac{\epsilon \cdot A}{w_{RLZ}}$  überführt werden kann.

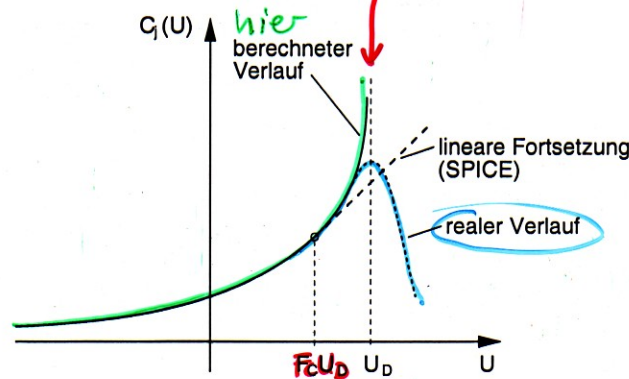
$C_j(U)$   
nichtlinear

Aufgrund unserer einfachen Annahmen bei der Herleitung gilt Gl. (3.154) nicht mehr, wenn  $U$  sich  $U_D$  annähert, wodurch  $w_{RLZ}$  sehr klein und die Injektion von Ladungsträgern sehr groß wird. Aufwendigere Berechnungen und Messungen zeigen das in Abb. 3.19 gezeigte Verhalten der Sperrschichtkapazität in Abhängigkeit von der angelegten Spannung. Danach nimmt die Sperrschichtkapazität bei Werten um  $U_D$  zwar einen Maximalwert an, fällt jedoch bei größeren Werten wieder ab.

<sup>25</sup>Genauer müsste es „in diesen Platten“ heißen, wenn den Platten die infinitesimalen Dicken  $dx_p, dx_n$  zugeordnet sind. Da aber die Dicken sehr viel kleiner als  $x_n$  bzw.  $x_p$  sind ist die Vorstellung einer dünnen Platte, auf der Ladungen sitzen, ebenfalls richtig.

$$C_j = A \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{2(U_D - U)} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}}$$

Pol



⇒ Verbesserung:  
Linearisierung  
ab  $F_C U_D$   
 $F_C < 1$

Abb. 3.19: Abhängigkeit der Sperrschichtkapazität von der angelegten Spannung.

Im SPICE Gummel-Poon Modell für die Schaltungssimulation wird der Pol bei  $U_D$  dadurch umgangen und der reale Verlauf besser angenähert, indem der Verlauf nach Gl. (3.154) ab einer Spannung  $F_C \cdot U_D$  linear fortgesetzt wird.  $F_C$  ist daher ein Parameter des Dioden- und des Transistormodells der je nach Charakteristik des  $C(U)$  Verlaufs so gewählt (fitting) wird, dass eine bestmögliche Anpassung an den realen Verlauf in dem interessierenden Bereich um den Arbeitspunkt des Übergangs stattfindet.

Gl. (3.154) kann auch durch Messung des  $C(U)$  Verlaufs dazu genutzt werden um Dotierungskonzentration und Diffusionsspannung zu ermitteln.

### 3.27 Großsignalersatzschaltbild

Ersatzschaltbild mit Bauelementen deren Werte  $U$  und  $I$  abhängig sind

Wir haben zuvor die Diffusions- und Sperrschichtkapazität als zwei stark vom jeweiligen Arbeitspunkt der Diode abhängige Größen kennengelernt. Formal können wir für den jeweiligen Arbeitspunkt beide Kapazitäten mit Gl. (3.146) und (3.154) berechnen.

Für ein Großsignalersatzschaltbild der Diode in Abb. 3.20 berücksichtigen wir die beiden Kapazitäten daher formal mit  $C_d(U)$  und  $C_j(U)$ . Dabei ist  $U$  die an der Diode anliegende Spannung. Aufgrund der Leitfähigkeit der Bahngebiete sowie durch Kontakt- und Zuleitungswiderstände ist je nach Erheblichkeit des Einflusses in der Anwendung noch ein zusätzlicher Serienwiderstand  $R$  zu berücksichtigen. Eine extern an der Diode angelegte Spannung  $U_x$  ist dann um  $I \cdot R$  größer als die eigentliche Spannung  $U$  an der Diode. Die Diode selbst wird in diesem Großsignalersatzschaltbild durch ihre Strom-Spannungsbeziehung nach Gl. (3.92) bzw. einfacher nach Gl. (3.94)

⇓  
großer Gültigkeitsbereich  
⇓  
nichtlinear

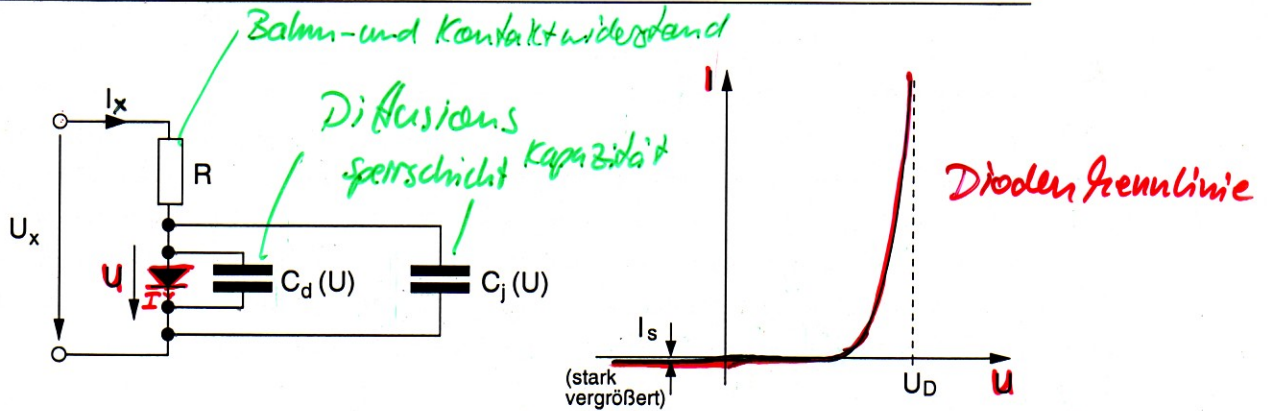


Abb. 3.20: Großsignalersatzschaltbild der p-n-Diode (links) und quasistatische Kennlinie der eigentlichen Diode (rechts).

oder (3.96) beschrieben, wodurch sich die in Abb. (3.20) rechts gezeigte Kennlinie ergibt.

### 3.28 Kleinsignalleitwert

*Lineare Approximation der Kennlinie im Bereich der Aussteuerung*

Wir haben mit der Diffusions- und der Sperrschichtkapazität schon zwei Bauelemente kennengelernt, die die Eigenschaften des p-n-Übergangs in einem gewählten Arbeitspunkt (Wertepaar  $\{U_0, I_0\}$ ) beschreiben. Bei kleinen Aussteuerungen um diesen Arbeitspunkt können diese Elemente als konstant angenommen werden.

Wir wollen auch die eigentliche Diode in Abb. 3.20 durch ein lineares Bauelement beschreiben, das bei kleinen Aussteuerungen um den Arbeitspunkt konstant ist.

Dazu entwickeln wir die Kennlinie der Diode wie in Abb. 3.21 gezeigt, im Arbeitspunkt ( $\{U_0, I_0\}$ ) in eine Taylorreihe, die wir nach dem linearen Glied abbrechen. Wir nähern damit also den Verlauf der Kennlinie um den Arbeitspunkt durch eine Gerade an, die die gleiche Steigung hat wie die Originalfunktion im Arbeitspunkt.

Für die Kennlinie der Diode wählen wir Gl. (3.92).

$$I(U) = I_S(e^{\frac{U}{U_T}} - 1) + I_{r,g,s}(e^{\frac{U}{2U_T}} - 1)$$

*allgemeine Diode Kennlinie*  
(3.155)



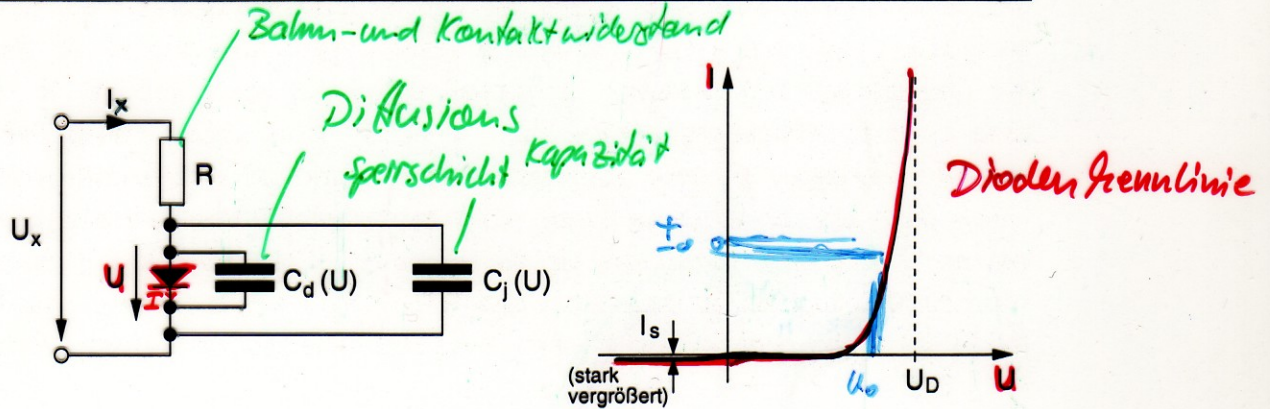


Abb. 3.20: Großsignalersatzschaltbild der p-n-Diode (links) und quasistatische Kennlinie der eigentlichen Diode (rechts).

oder (3.96) beschrieben, wodurch sich die in Abb. (3.20) rechts gezeigte Kennlinie ergibt.

### 3.28 Kleinsignalleitwert

*Lineare Approximation der Kennlinie im Bereich der Aussteuerung*

Wir haben mit der Diffusions- und der Sperrschichtkapazität schon zwei Bauelemente kennengelernt, die die Eigenschaften des p-n-Übergangs in einem gewählten Arbeitspunkt (Wertepaar  $\{U_0, I_0\}$ ) beschreiben. Bei kleinen Aussteuerungen um diesen Arbeitspunkt können diese Elemente als konstant angenommen werden.

Wir wollen auch die eigentliche Diode in Abb. 3.20 durch ein lineares Bauelement beschreiben, das bei kleinen Aussteuerungen um den Arbeitspunkt konstant ist.

Dazu entwickeln wir die Kennlinie der Diode wie in Abb. 3.21 gezeigt, im Arbeitspunkt  $\{U_0, I_0\}$  in eine Taylorreihe, die wir nach dem linearen Glied abbrechen. Wir nähern damit also den Verlauf der Kennlinie um den Arbeitspunkt durch eine Gerade an, die die gleiche Steigung hat wie die Originalfunktion im Arbeitspunkt.

Für die Kennlinie der Diode wählen wir Gl. (3.92).

$$I(U) = I_S(e^{\frac{U}{U_T}} - 1) + I_{r,g,s}(e^{\frac{U}{2U_T}} - 1)$$

*allgemeine Diode Kennlinie*  
(3.155)

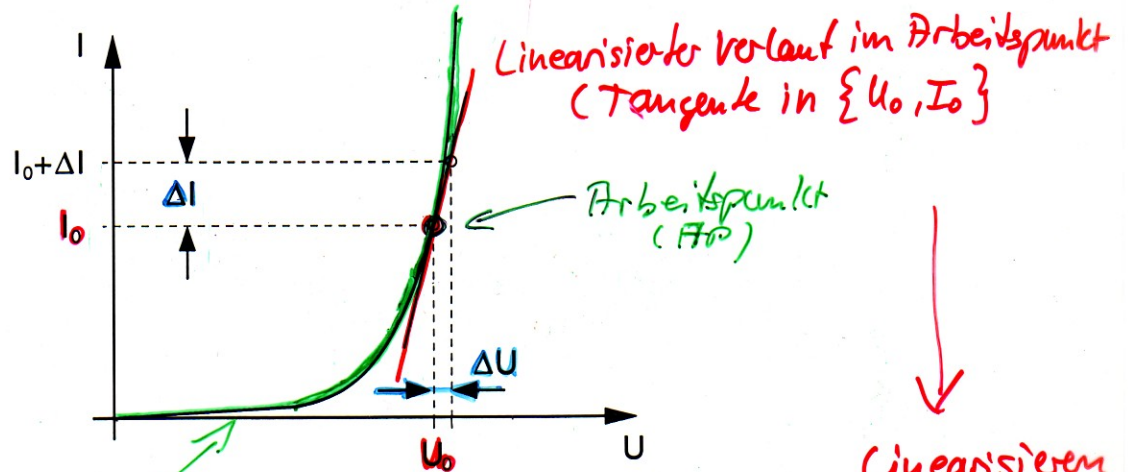


Abb. 3.21: Linearisierung der Diodenkennlinie um einen Arbeitspunkt  $\{U_0, I_0\}$ .

$$I = I_S \left( e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) + I_{rg} \left( e^{\frac{U}{2U_T}} - 1 \right)$$

Die Taylorreihe dieser Kennlinie bei einer Abweichung  $\Delta U$  vom Arbeitspunkt  $U_0$  lautet

$$I(U_0 + \Delta U) = I(U_0) + \frac{dI(U)}{dU} \Big|_{U=U_0} \cdot \Delta U + \frac{1}{2} \frac{d^2 I(U)}{dU^2} \Big|_{U=U_0} \cdot \Delta U^2 + \dots \quad (3.156)$$

Bei Abbruch nach dem ersten Glied ergibt sich als lineare Approximation der Tangente im Arbeitspunkt

$$I(U_0 + \Delta U) = I(U_0) + \left( \frac{I_S}{U_T} e^{\frac{U_0}{U_T}} + \frac{I_{rg,s}}{2U_T} e^{\frac{U_0}{2U_T}} \right) \Delta U \quad (3.157)$$

Die Differenz  $I(U_0 + \Delta U) - I(U_0) = \Delta I$  (vgl. Abb. (3.21)) ist die sich bei linearer Approximation im Arbeitspunkt bei  $U_0$  einstellende Stromänderung bei Änderung der Spannung um  $\Delta U$ .

Lassen wir die Änderung infinitesimal klein werden, so erhalten wir den Differentialquotienten

$$g_d := \lim_{\Delta U \rightarrow 0} \frac{I(U_0 + \Delta U) - I(U_0)}{\Delta U} = \lim_{\Delta U \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{dI}{dU} = \frac{I_S}{U_T} e^{\frac{U_0}{U_T}} + \frac{I_{rg,s}}{2U_T} e^{\frac{U_0}{2U_T}} \quad (3.158)$$

den wir als Kleinsignalleitwert  $g_d$  bezeichnen.

Bei Flusspolung mit  $U_{0F}$  ist der Nettorekombinationsstrom vernachlässigbar ( $I_{rg,s}$  in Gl. (3.158)) und es gilt mit

$$I_F(U_{0F}) = I_S \left( e^{\frac{U_{0F}}{U_T}} - 1 \right) \approx I_S e^{\frac{U_{0F}}{U_T}} \quad (3.159)$$

$$g_d \approx \frac{I_F}{U_T}$$

Linearisieren  
in einem  
Punkt:  
Taylorreihe  
bis zum  
linearen Glied

Kleinsignalleitwert

Beschreibt  
die Steigung  
der  
Kennlinie  
im AP

Vereinfachung bei  
Flusspolung  
+ Beitrag  $I_{rg}$  vernachlässigbar

und für den Kleinsignalleitwert kann vereinfacht geschrieben werden

$$g_d \approx \frac{I_F(U_{0F})}{U_T} \quad \text{Kleinsig. Leitwert } \approx \quad (3.160)$$

Der Kleinsignalleitwert ist also proportional dem Strom im Arbeitspunkt. Aufgrund  $U_T \approx 25\text{mV}$  ergeben sich für Ströme im mA-Bereich Leitwerte im  $\frac{1}{\Omega}$ -Bereich.

Strom im AP  
 $U_T$   
↓  
Größenordnung in inkogniten Schaltungen  
 $\frac{1}{1\Omega} \dots \frac{1}{10\Omega} \dots$

**Beispiel:** Eine Diode wird im Arbeitspunkt mit einem Strom von 27 mA in Flussrichtung betrieben. Die Temperatur ist gerade so groß, dass sich ein  $U_T = 27\text{ mV}$  einstellt. Daraus ergibt sich ein Kleinsignalleitwert von

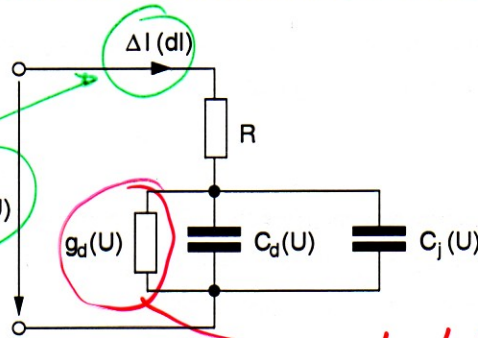
$$g_d \approx \frac{27\text{mA}}{27\text{mV}} = 1\text{S} = \frac{1}{1\Omega}$$

### 3.29 Kleinsignalersatzschaltbild

= Großsignal ersatzschaltbild mit linearisierten Werten

Mit den bisher ermittelten Größen lässt sich das in Abb. 3.22 dargestellte Kleinsignalersatzschaltbild der Diode zeichnen. Die darin enthaltenen Größen

Amplituden der Aussteuerung um den AP



Ersatzschaltung f. d. eigentliche Diode (linearisiert)

Abb. 3.22: Kleinsignalersatzschaltbild der p-n-Diode.

mit Ausnahme des Kontakt- und Bahnwiderstandes  $R$  hängen von dem gewählten Arbeitspunkt ( $U_0$ ) ab. Ströme und Spannungen in diesem Ersatzschaltbild entsprechen den, sich auf der linearen Approximation um den Arbeitspunkt der spannungsabhängigen Verläufe der Großsignalelemente in Abb. 3.20 ergebenden Änderungen.

Spannungen und Ströme des Arbeitspunktes sind daher in der Kleinsignalbeachtung in Abb. 3.22 nicht mehr enthalten. Sie bestimmen jedoch indirekt

↓  
Vorteil:  
Lineares Modell

↓  
z.B. gilt Überlagerungssatz  
auch einfache Berechnung (meist analyt. lösbare Pl.-Systeme)

die Werte der darin enthaltenen Bauelemente. Für die Sperrschichtkapazität gilt nach Gl. (3.154)

$$C_j(U) = A \sqrt{\frac{\epsilon e}{2(U_D - U)} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}} \quad (3.161)$$

Für die Diffusionskapazität bei Flusspolung mit  $U \gg U_T$  gilt nach Gl. (3.146)

$$C_d(U_F) = \tau_T \cdot \frac{I_F(U_F)}{U_T} \quad (3.162)$$

mit

$$I_F(U_F) \approx I_S e^{\frac{U_F}{U_T}} \quad (3.163)$$

Und für den Kleinsignalleitwert gilt mit Gl. (3.160) bei Flusspolung mit  $U_F \gg U_T$  und mit Gl. (3.162)

$$g_d(U_F) = \frac{I_F(U_F)}{U_T} = \frac{C_d(U_F)}{\tau_T} \quad (3.164)$$

Zusammenhang

$C_d$  mit  $g_d$

### 3.30 Stoßionisation, Lawineneffekt

Die Ladungsträger in der Diode sind in der Raumladungszone einer hohen Feldstärke ausgesetzt. Zum Beispiel ergibt sich bei einer Sperrspannung von 10V und  $w_{RLZ} = 1\mu\text{m}$  eine Feldstärke von 100kV/cm. Bei solch hohen Feldstärken nehmen die Ladungsträger in dem elektrischen Feld soviel Energie auf, dass sie bei einem Zusammenstoß mit dem Gitter ein Elektron aus dem Gitter lösen. Dabei wird dem herausgelösten Elektron die zur Ionisierung notwendige Energie zugeführt. Für den Vorgang der Stromleitung steht dann ein zusätzliches Elektron und das durch die Ionisierung vorhandene Loch zur Verfügung.

Abb. 3.23 zeigt schematisch diesen Vorgang, der sowohl durch ein Elektron wie auch durch ein Loch verursacht werden kann.

Nach dem Stoß beschleunigen die freigewordenen Ladungsträger in dem elektrischen Feld. Löcher beschleunigen in Richtung des Feldes, Elektronen in entgegengesetzter Richtung.

Beide erzeugten Ladungsträger nehmen durch die Beschleunigung im Feld Energie auf. Reicht diese Energie aus um bei einem erneuten Stoß mit dem Gitter wieder ein (oder zwei) Elektron-Loch Paar(e) zu erzeugen, so können

Hohe Feldstärke in RLZ führt zur  $\ominus \oplus$  Paarbildung

Feldstärken: z.B.

$$U_R = 10\text{V}$$

$$w_{RLZ} = 1\mu\text{m}$$

$$E = \frac{100\text{KV}}{\text{cm}}$$



Ladungsträger nehmen Energie auf



herausgelöste Ladungsträger können wieder Stoßionisieren  
**LAWINE**

Bei Stoß mit Gitter werden Ladungsträger herausgelöst  $\Rightarrow$  Stoßionisation

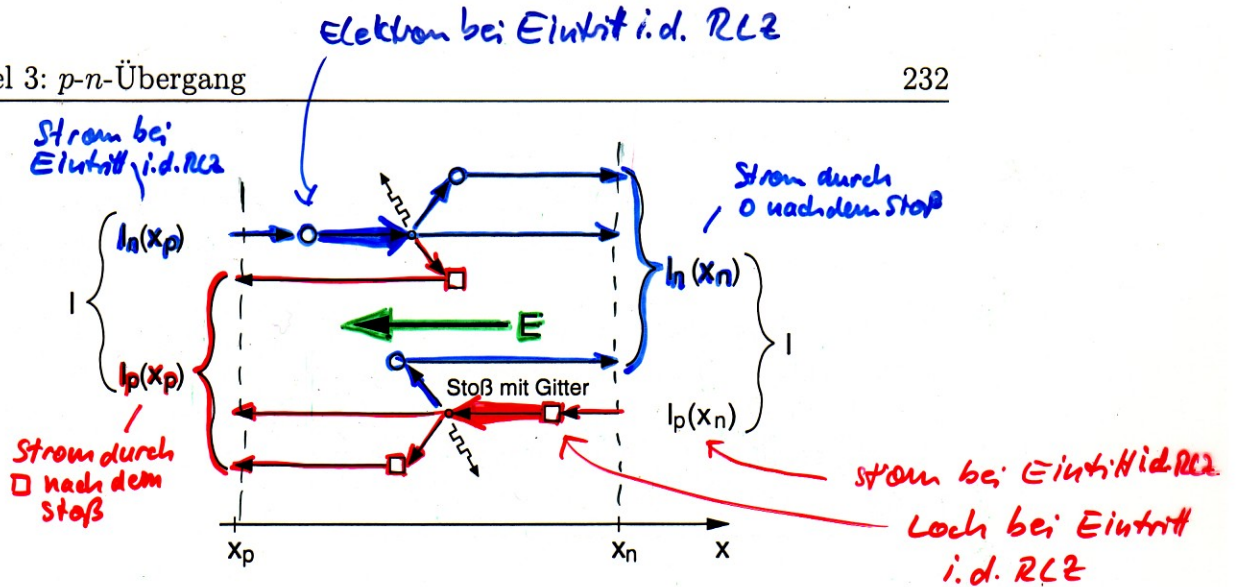


Abb. 3.23: Schematische Darstellung der Stoßionisation in der Raumladungszone.

auch diese neuen Ladungsträger an dem Paarbildungsprozess teilnehmen. Es entsteht eine Ladungsträgerlawine, die dem Lawineneffekt den Namen gegeben hat. Durch den starken Anstieg freier Ladungsträger steigt die Leitfähigkeit im selben Maße und es kommt trotz der Sperrpolung zu einem plötzlich einsetzenden Stromfluss.

Wir wollen diesen Vorgang mathematisch beschreiben. Dafür benötigen wir ein Modell für die Ladungsträgergeneration in der Sperrschicht. Hierzu werden die Ionisationskoeffizienten  $\alpha_n$  und  $\alpha_p$  eingeführt, die die mittlere Anzahl von Stoßionisationen angeben, die ein Ladungsträger längs eines Wegelementes  $dx$  erzielt. Aufgrund der vorangegangenen Erläuterungen ist verständlich, dass  $\alpha_n$  und  $\alpha_p$  stark feldabhängig sind. Abb. 3.24 zeigt diese Abhängigkeit für Si, Ge und GaAs.

Zur Beschreibung der Verläufe eignet sich z.B. folgendes Modell

$$\alpha = \alpha_0 \left| \frac{E}{E_0} \right|^m = K \cdot |E|^m \quad (3.165)$$

Für den Mittelwert  $\alpha$  kann in Gl. (3.165)  $K = 10^{-35} \text{ V}^{-7} \text{ cm}^6$  und  $m = 7$  verwendet werden.

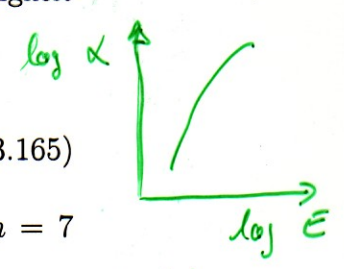
Mit Hilfe der Ionisationskoeffizienten kann für die Generationsrate  $g_s$  der durch Stoßionisation erzeugten Elektron-Loch Paare ein einfaches mathematisches Modell aufgestellt werden:

$$g_s = g_{sn} = g_{sp} = \alpha_n n v_{Dn} + \alpha_p p v_{Dp} \quad (3.166)$$

Sämtliche darin enthaltenen Größen sind aufgrund der ortsabhängigen Feldstärke auch ortsabhängig. Das Modell besagt, dass die an einem

Mittlere Anzahl Stoßionisationen längs Weg  $dx$

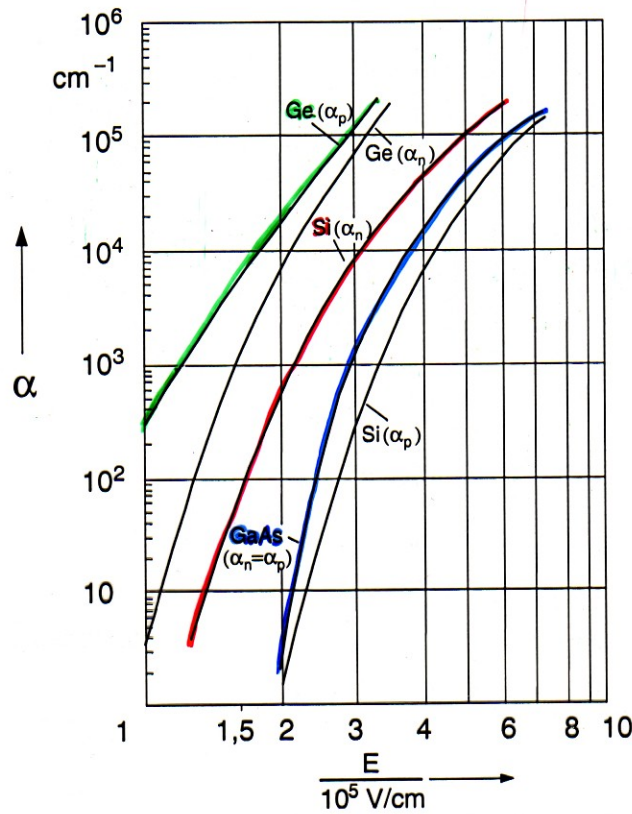
Ionisationskoeffizienten  $\alpha_n, \alpha_p$



Modell für Generationsrate  $g_s$

gleiche Generationsrate da  $\circ \square$ -Paare

$\alpha$  berücksichtigt kinetische Energie  
 $n v_{Dn}$  berücksichtigt Wahrscheinlichkeit (Anzahl Ladungsträger längs  $dx$ ) pro Zeit  
 $p v_{Dp}$



Mittelwert  $\alpha$  :  
 $\alpha_{Ge} < \alpha_{Si} < \alpha_{GaAs}$

Abb. 3.24: Ionisationskoeffizienten  $\alpha_n, \alpha_p$  für Si, Ge und GaAs.

Ort pro Zeiteinheit generierten Elektron-Loch Paare proportional der dort herrschenden Ladungsträgerdichte ( $n, p$ ), der Geschwindigkeit<sup>26</sup> der stoßenden Ladungsträger und den Ionisationskoeffizienten sind. Da es sich um Elektron-Loch Paare handelt sind die Generationsraten für beide Ladungsträgerarten gleich.

Zur Vereinfachung der Rechnung nehmen wir für die Ionisationskoeffizienten einen geeigneten Mittelwert  $\alpha$  an, wodurch aus Gl. (3.166)

$$g_s = (n v_{Dn} + p v_{Dp}) \alpha \quad (3.167)$$

Vereinfachung  
 $\left. \begin{matrix} \alpha_n \\ \alpha_p \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha$   
 (geeigneter Mittelwert)

wird.

<sup>26</sup>Die Zahl der Paare, die ein Ladungsträger auf dem Weg  $dx$  erzeugt ist  $dx$  proportional. Betrachtet man diese Anzahl pro Zeitintervall  $dt$  (Generationsrate) so stellt  $\frac{dx}{dt} = v_D$  die Driftgeschwindigkeit dar.

$$g_s = (n v_{Dn} + p v_{Dp}) \alpha \quad \text{Generation}$$

Mit der allgemeinen Formulierung für die (Feld)Stromdichte (vgl. Gl. (2.84))

$$J = e(n v_{Dn} + p v_{Dp}) \quad \text{Feldstromdichte} \quad (3.168)$$

lässt sich Gl. (3.167) umformen, wobei zu beachten ist, dass die Stromflussrichtung aufgrund der Sperrpolarung in negativer x-Richtung verläuft

$$g_s = -\frac{1}{e} \alpha J \quad \text{Generationsrate} \approx \alpha \cdot J \quad (3.169)$$

Wir setzen diese Generationsrate in die Kontinuitätsgleichung für Elektronen (für Löcher ergibt sich die gleiche Vorgehensweise) ein und berücksichtigen dabei noch den Anteil der SRH-Rekombination in der Sperrschicht mit  $R_{SRH}$ .

$$\frac{dJ_n}{dx} = e \cdot R = e(r - g) = e(R_{SRH} - g_s) = e R_{SRH} + \alpha J \quad (3.170)$$

Kontinuitätsgleichung "sagt" was mit generierten Ladungen passiert

Darin wird der Elektronenstrom mit dem Gesamtstrom (Stromdichte  $J$ ), der durch die Raumladungszone fließt, verknüpft. Da dieser ortsunabhängig konstant sein muss (Kontinuitätsgleichung) ergibt eine Integration von Gl. (3.170) über die Raumladungszone

Formal auch  $R_{SRH}$  berücksichtigen

Integration

$$J_n(x_n) - J_n(x_p) = e \int_{x_p}^{x_n} R_{SRH} dx + J \int_{x_p}^{x_n} \alpha dx \quad (3.171)$$

Wir verwenden Ströme anstelle der Stromdichten (Division durch  $A$ ) und ersetzen dabei das Integral der SRH-Rekombination durch den entsprechenden Rekombinationsstrom  $I_{rg}$  aus Gl. (3.54)

$I = J \cdot A$

$$I_n(x_n) - (I_n(x_p) + I_{rg}) = +I \int_{x_p}^{x_n} \alpha dx \quad (3.172)$$

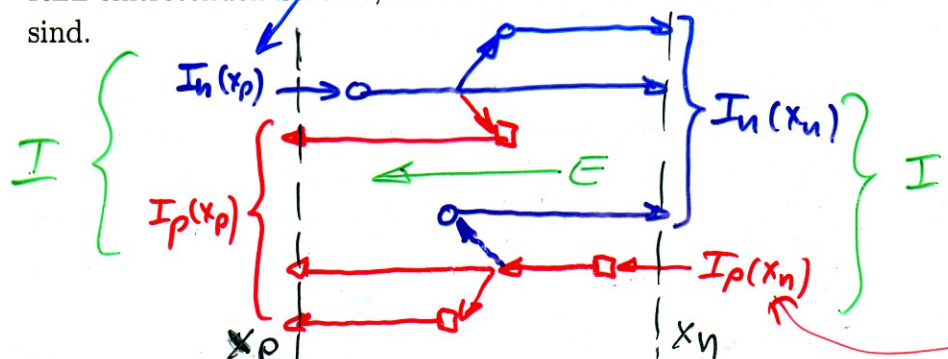
Interpretiere Ausdruck

Die linke Seite lässt sich umformen. Dazu verwenden wir Gl. (3.48), die uns den Gesamtstrom durch die Diode angibt

$$(I =) I_n(x_p) + I_{rg} + I_p(x_n) = I_{RO} \quad (3.173)$$

Gesamtstrom der Diode (aus alter Vorlesung) ist Strom ohne Stoßionisation  $\downarrow I_{RO}$

Dies ist der (Sperr)Strom ohne die Stoßionisation, denn wie man sich leicht anhand von Abb. 3.23 verdeutlichen kann, sind  $I_n(x_p)$  und  $I_p(x_n)$  die in die RLZ eintretenden Ströme, die noch nicht durch die Stoßionisation vergrößert sind.



$$\underbrace{I_n(x_n) + I_p(x_n)}_I - I_{R0} = I \int_{x_p}^{x_n} \alpha dx$$

Einsetzen der nach  $(I_n(x_p) + I_{rg})$  umgestellten Gl. (3.173) in Gl. (3.172) liefert unter der Berücksichtigung, dass  $I_n(x_n) + I_p(x_n) = I$  ist

$$I - I_{R0} = I \int_{x_p}^{x_n} \alpha dx \quad (3.174)$$

und umgestellt

$$I = \frac{I_{R0}}{1 - \int_{x_p}^{x_n} \alpha dx} = I_{R0} \cdot M$$

$$M := \frac{1}{1 - \int_{x_p}^{x_n} \alpha dx}$$

Modell für den Lawinendurchbruch (3.175)

mit dem Multiplikationsfaktor

Multiplikationsfaktor (3.176)

Er beschreibt um wieviel der Diodenstrom aufgrund des Lawineneffektes größer als der Sperrstrom  $I_{R0}$  ohne Ladungsträgermultiplikation ist.

Für  $I_{R0}$  gilt wegen  $U \gg U_T$  nach Gl. (3.92)

$$I_{R0} = I_S + I_{rg,s}$$

Sperrrichtung: Hohe Feldstärken für  $U \ll 1$  (3.177)

Für

$$\int_{x_p}^{x_n} \alpha dx = 1 \Rightarrow M \rightarrow \infty$$

Jeder Ladungsträger erzeugt ein  $\bullet \square$  Paar in der RLZ (im Mittel) (3.178)

geht  $M$  und damit der Diodenstrom gegen  $\infty$ . In der Praxis wird der Strom schon allein durch vorhandene Serienwiderstände begrenzt. Da  $\alpha$  definiert ist als die mittlere Anzahl von Stoßionisationsvorgängen die ein Ladungsträger längs eines Weges  $dx$  erfährt, ist die Forderung nach Gl. (3.178) identisch mit der Aussage, dass im Mittel jeder Ladungsträger in der RLZ ein Elektron-Loch Paar durch Stoßionisation erzeugt. Dies ist der Einsatz des Lawineneffektes.

Ist der Wert der Spannung bei dem der Lawineneffekt einsetzt bekannt, kann der Multiplikationsfaktor alternativ zu Gl. (3.176) auch beschrieben werden durch

$$M = \frac{1}{1 - \left| \frac{U_R}{U_{br}} \right|^n}$$

Alternatives Modell mit (3.179)

wobei  $n$  eine empirisch zu ermittelnde Größe im Bereich  $2 < n < 6$  ist. Die Größe  $U_{br}$  wird als Durchbruchspannung bezeichnet, das Einsetzen

$U_{br}$  ↑  
Durchbruchspannung

$$U_R \rightarrow U_{br} : \text{Durchbruch}$$