

Anschauliche Erläuterung der Divergenz (div)

3. MWGl. :

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

1 dim.

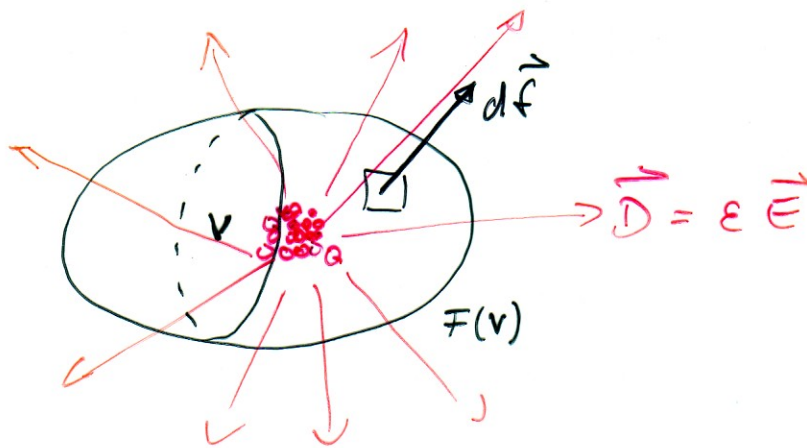
$$\left| \frac{dD}{dx} = \rho(x) \right.$$

integriere
über Volumen:

$$\iiint_V \operatorname{div} \vec{D} \, dv = \iiint_V \rho \, dv$$

Gaußscher
Satz:

$$\iiint_V \operatorname{div} \vec{D} \, dv = \iint_{F(V)} \vec{D} \, d\vec{f} = \iiint_V \rho \, dv = Q$$



Die in dem Volumen V eingeschlossene Raumladungsdichte $\rho = \text{Ladung } Q$

ist die Quelle

des aus dem Volumen austretenden elektr. Flusses (\vec{D})

⇓ in der Differentialform

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

gibt daher $\operatorname{div} \vec{D}$ die Quelle von \vec{D} an

Rekombination erkennen wir, dass für den Austausch

$$\text{Gl. (2.173)} : (c_{cnn} n + c_{cnp} p) \rightarrow c_{ct} : \text{Gl. (2.152)} \quad (2.180)$$

$$\text{Gl. (2.175)} : (c_{vpp} p + c_{vpn} n) \rightarrow c_{vt} : \text{Gl. (2.154)} \quad (2.181)$$

$$\text{Gl. (2.177)} : (c'_{cnn} n + c'_{cnp} p) \rightarrow c_{tc} : \text{Gl. (2.153)} \quad (2.182)$$

$$\text{Gl. (2.179)} : (c'_{vpp} p + c'_{vpn} n) \rightarrow c_{tv} : \text{Gl. (2.155)} \quad (2.183)$$

die Auger-Rekombination durch die Beziehungen der SRH-Rekombination beschrieben werden.

Wir können uns daher viel Rechnung sparen und direkt das Ergebnis der SRH-Rekombination für die Auger-Rekombination verwenden. Es gilt also für die Nettorekombinationsrate des Auger-Prozesses die SRH-Beziehung nach Gl. (2.170)

$$R = r - g = \frac{pn - n_i^2}{(p_1 - p)\tau_n + (n_1 + n)\tau_p} \quad (2.184)$$

SRH Beziehung gilt auch für Auger Proz.

Der Unterschied liegt in den Zeitkonstanten. Aus Gl. (2.171) folgt durch Substitution entsprechend Gl. (2.180) und (2.181)

$$\tau_n = \frac{1}{(c_{cnn}n + c_{cnp}p)N_t}, \quad \tau_p = \frac{1}{(c_{vpp}p + c_{vpn}n)N_t} \quad (2.185)$$

↓
geänderte Zeitkonstant.

Daran ist zu sehen, dass die Zeitkonstanten des Auger-Prozesses abhängig von den Ladungsträgerdichten sind. Dies ist unmittelbar einsichtig, da für hohe Dichten viele Auger-Stöße erfolgen (ähnlich einer dicht gedrängten Menschenmasse), wodurch die Rekombinationsrate steigt.

~ n, p
(stark verantwortl. für Stöße)

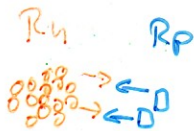
2.21 Einfaches Generations-Rekombinations-Modell

In den vorangegangenen Kapiteln haben wir die Netto-Rekombinationsraten für direkte und indirekte Rekombination über Rekombinationszentren und Auger-Prozesse ermittelt.

Wir wissen daher, dass die Netto-Rekombinationsrate R nur dann ungleich Null ist, wenn die Ladungsträgerdichten (p, n) von den Gleichgewichtsdichten (p_0, n_0) abweichen. Wir sehen diesen Zusammenhang anhand des Terms $(np - n_i^2)$ in allen abgeleiteten Gleichungen für die Nettorekombinationsrate (Gl. (2.150), (2.170), (2.184)), durch den $R = 0$ für $np = n_0p_0 = n_i^2$ folgt.

Im stationären Zustand ergeben sich wegen (2.168) für Elektronen und Löcher gleiche Rekombinationsraten

$$R = R_p = R_n, \quad (2.186)$$



Rekombination $\Rightarrow 0 + 0 \Rightarrow$ Minoritäten maßgeblich

da gleich viele Elektronen und Löcher an der Rekombination beteiligt sind ($U_{ct} = U_{vt}$, vgl. z. B. Gl. (2.170)). Dies hat eine weitreichende Konsequenz: Betrachten wir dotierte Halbleiter, so hängt die Rekombinationsrate der Majoritätsladungsträger von der Gleichgewichtsstörung Δn , Δp der Minoritätsträger ab, da diese aufgrund ihrer Minderheit die Rekombinationsrate bestimmen.

$R_n = R_p \Rightarrow$

Rekombinat.-Rate Majoritätstr.

hängt ab von Rekombinat.-Rate d. Minoritätsträger

Da die Rekombinationsrate eine abgebaute bzw. generierte Ladungsträgerdichte pro Zeiteinheit angibt, liegt es nahe, für diesen Vorgang Modellgleichungen mit einer Struktur entsprechend „Gleichgewichtsstörung bezogen auf Abbaudauer“ aufzustellen.

Für die Nettorekombinationsrate von Elektronen in einem p-Halbleiter lässt sich dementsprechend eine Modellgleichung angeben:

p-Halbleiter $R_n = R_p = R = \frac{n - n_0}{\tau_n} = \frac{\Delta n}{\tau_n}$ (2.187)

Entsprechend gilt für Löcher in einem n-Halbleiter

n-Halbleiter $R_p = R_n = R = \frac{p - p_0}{\tau_p} = \frac{\Delta p}{\tau_p}$ (2.188)

Einfache Modellgl. für die Nettorekomb. rate

($R = R_n = R_p$) immer bei stationär

Diese Form der Modellgleichungen berücksichtigt auch, dass für $n = n_0$ bzw. $p = p_0$ die Nettorekombinationsrate zu Null wird.

Wir verwenden diese Modellgleichungen bevorzugt dann, wenn wir formal den Vorgang der Rekombination beschreiben wollen, ohne direkt die doch recht umfangreichen Formeln der Rekombination zu verwenden.

In welchem Bereich die eingangs gemachten Überlegungen zur Struktur der einfachen Modellgleichungen richtig sind, ergibt sich aus der Bedingung, für die sich aus der Rekombinationsbeziehung die Modellgleichungen ergeben. Hier zeigt sich, dass sich unsere Gleichungen für die Nettorekombination bei kleinen Abweichungen von den Gleichgewichtsdichten (quasineutraler Halbleiter) so vereinfachen lassen, dass sie in die Modellgleichungen übergehen.

wird gleich gezeigt:

Zum Beweis verwenden wir die SRH-Gleichung Gl. (2.170) und ersetzen $n = n_0 + \Delta n$ und $p = p_0 + \Delta p = p_0 + \Delta n$. Dabei haben wir mit $\Delta n = \Delta p$ schon auf die erst später hergeleitete Neutralitätsbedingung nach erfolgter Relaxation vorgegriffen. Es ergibt sich damit

$\Delta n = \Delta p$

$$R = \frac{\overbrace{(p_0 + \Delta n)}^p \overbrace{(n_0 + \Delta n)}^n - n_i^2}{\underbrace{(p_1 + p_0 + \Delta n)}_p \tau_n + \underbrace{(n_1 + n_0 + \Delta n)}_n \tau_p}$$

SRH-Rekombination

(2.189)

$p = p_0 + \Delta p = p_0 + \Delta n$
 $n = n_0 + \Delta n$

Zähler:
(ausmultipliziert)

$p_0 n_0 + \Delta n (n_0 + p_0) - n_i^2 = \Delta n (n_0 + p_0)$

$$R = \frac{\Delta n (n_0 + p_0)}{(p_1 + p_0 + \Delta n) \tau_n + (n_1 + n_0 + \Delta n) \tau_p}$$

$\Delta n \ll n_0, p_0$: kleine Störung

Für kleine Störungen $\Delta n \ll n_0, p_0$ ergibt sich

$$R \approx \frac{\Delta n (n_0 + p_0)}{(p_1 + p_0) \tau_n + (n_1 + n_0) \tau_p} = \frac{\Delta n}{\tau_{eff}} \quad (2.190)$$

mit der effektiven Lebensdauer-Zeitkonstanten

$$\tau_{eff} := \frac{p_1 + p_0}{n_0 + p_0} \tau_n + \frac{n_1 + n_0}{n_0 + p_0} \tau_p \quad (2.191)$$

Dieses Ergebnis gilt entsprechend der Voraussetzung $\Delta n \ll n_0, p_0$ bei schwachen Abweichungen Δn von den Gleichgewichtsdichten sowohl bei dotierten als auch bei eigenleitenden Halbleitern.

Für $\frac{n_0}{n_i} > 1$ liegt ein n -Halbleiter, für $\frac{n_0}{n_i} < 1$ ein p -Halbleiter vor. Mit $n_0 p_0 = n_i^2$ gehen aus τ_{eff} durch Vereinfachung für n - bzw. p -Halbleiter die Zeitkonstanten

n -Halbleiter: $\frac{n_0}{n_i} \gg 1$:

$$\tau_{eff} \approx \tau_p \quad (2.192)$$

p -Halbleiter: $\frac{n_0}{n_i} \ll 1$:

$$\tau_{eff} \approx \tau_n \quad (2.193)$$

hervor. Damit nimmt die Näherung der SRH-Beziehung in Gl. (2.190) den Wert der einfachen Modellgleichung (2.187) an.

Die Zeitkonstanten τ_p, τ_n werden entsprechend ihrer Bedeutung als Lebensdauer für Löcher in n -Halbleitern (τ_p) bzw. als Lebensdauer für Elektronen in p -Halbleitern (τ_n) interpretiert.

2.22 Neutralisation und Abbau von Gleichgewichtsstörungen

Bisher haben wir den Halbleiter mit seinen Kenngrößen im statischen bzw. thermodynamischen ($f(t) = const.$) und stationären ($\frac{\partial f(t)}{\partial t} = const.$) Gleichgewichtszustand betrachtet. Dabei war der Halbleiter immer homogen und elektrisch neutral.

Die Kenntnis der Halbleitereigenschaften in diesem Zustand ist wichtig, denn der Halbleiter befindet sich in der Regel bevor eine Störung eintritt und nach Ausgleich der Störung in diesem Gleichgewichtszustand.

Im Betrieb des Halbleiters in elektronischen Bauelementen sind Störungen des Gleichgewichts der Regel- oder besser der Betriebsfall. Allgemein besteht die Aufgabe des Bauelementes darin, bestimmte Änderungen in und zu

1) p_1, n_1 Def: $w_t = w_f$ ($w_t \approx \frac{w_g}{2}$)
 $n_1 \approx p_1 \approx n_i$
 2) n -Dotierung
 $n_0 \gg p_0, n_1, p_1$
 $R = \frac{\Delta n}{\tau_p}$
 3) p -Dotierung
 $p_0 \gg n_0, n_1, p_1$
 $R = \frac{\Delta n}{\tau_n}$

LEBENSDAUER DER MINORITÄTEN BESTIMMT DIE REKOMBINATIONSRATE

dielektrisch \approx "Ladungen"
 Relaxation \approx "Ausgleich", "Entspannung" } Ausgleich / Entspannung von Ladungen

bestimmten Zeiten herbeizuführen oder auf Änderungen zu reagieren. Wir benötigen dafür eine Beschreibung der Vorgänge, die in einem Halbleiter bei Eintritt einer Gleichgewichtsstörung bis zur Wiedereinstellung eines statischen oder stationären Gleichgewichts ablaufen. Dies ist das Ziel der folgenden Überlegungen.

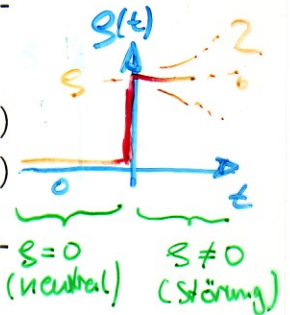
2.23 Ladungs-Neutralisation durch dielektrische Relaxation

Was "macht" der Halbleiter bei Störung seiner Neutralität? ($\rho \neq 0$)

Wir betrachten ganz allgemein eine plötzliche Abweichung der Ladungsträgerdichten um Δn und Δp gegenüber den Gleichgewichtswerten n_0 und p_0 . Dieses plötzliche Ereignis soll zum Zeitpunkt $t = 0$ eintreten. Wir können diese Störung mit Hilfe der Neutralitätsbedingung ganz formal wie folgt formulieren:

Neutral: $0 = \rho = e(p_0 + N_D^+ - n_0 - N_A^-)$, $t < 0$, (2.194)

Störung: $\rho = e(p_0 + \Delta p + N_D^+ - n_0 - \Delta n - N_A^-)$, $t \geq 0$. (2.195)



Der Halbleiter war also für $t < 0$ elektrisch neutral. Für $t \geq 0$ ist die Neutralität durch eine Raumladung gestört:

$\rho = e(p + N_D^+ - n - N_A^-)$ (2.196)

mit $p = p_0 + \Delta p$ und $n = n_0 + \Delta n$, (2.197)

alternative Formulierung

bzw. in einer anderen Formulierung durch Einsetzen von Gl. (2.194) in Gl. (2.195)

$\rho = e(\Delta p - \Delta n)$. (2.198)

Bevor wir rechnen, überlegen wir kurz, was wir erwarten:

Wir vermuten (die nachfolgende Rechnung bringt die Bestätigung), dass in dem Halbleiter ein Vorgang ablaufen wird, der die Neutralität wieder herstellt. Da dies ein Vorgang ist, der über die Zeit abläuft, muss sich ρ von seinem Anfangswert der Störung immer weiter verringern, bis er schließlich zu Null wird und zeitlich konstant bleibt. Mathematisch formuliert, bedeutet dies, dass

überlegen: Erwarte bei Störung des

$\rho = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{für } t \rightarrow \infty.$ (2.199)

(wenn ich lange genug warte ist Gleichgewicht hergestellt ($\rho = 0$) und bleibt stabil ($\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$))

$$\rho = e(p + N_D^+ - n - N_A^-) = e(\Delta p - \Delta n)$$

Die dafür erforderliche zeitliche Abnahme der Raumladung ergibt sich mit der Neutralitätsbedingung Gl. (2.196) zu

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = e \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial N_D^+}{\partial t} - \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial N_A^-}{\partial t} \right) \quad (2.200)$$

Unter der Annahme, dass alle Dotierungsatome ionisiert sind und es auch für immer bleiben, sind deren Ladungsträgerdichten zeitlich konstant und Gl. (2.199) vereinfacht sich zu

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = e \left(\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial n}{\partial t} \right) \quad (2.201)$$

Nennen wir die Zeitkonstante, mit der die Raumladung neutralisiert wird, τ_r . Dann wird für $t \gg \tau_r$ die Raumladung neutralisiert sein ($\rho = 0$) und es gilt wegen der Überlegung zu Gl. (2.198)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t}, \quad t \gg \tau_r \quad (2.202)$$

$$\text{und } \rho = 0 \rightarrow \Delta p = \Delta n, \quad t \gg \tau_r \quad (2.203)$$

Wir erinnern uns an das vorangegangene Kapitel. Dort waren $\frac{\partial p}{\partial t}$ und $\frac{\partial n}{\partial t}$ als die Netto-Rekombinationsrate R (vgl. z. B. Gl. (2.156), (2.157) und (2.170)) für Löcher und Elektronen bestimmt worden. Außerhalb des thermodynamischen Gleichgewichtes ist $R \neq 0$. Wir erwarten in diesem Fall aufgrund von Gl. (2.202), dass nach Neutralisation der Raumladung ein Rekombinationsvorgang mit einer Nettorekombinationsrate ungleich Null fortbesteht.

Alternativ zur Formulierung von Gl. (2.202) kann auch mit Hilfe von Gl. (2.198) für den Endzustand nach Gl. (2.199) geschrieben werden

$$\rho = e(\Delta p - \Delta n) \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \frac{\partial \Delta n}{\partial t}, \quad t \gg \tau_r \quad (2.204)$$

$$\text{und } \rho = 0 \rightarrow \Delta p = \Delta n, \quad t \gg \tau_r \quad (2.205)$$

Wir berechnen im Folgenden den Abbau der Raumladung:

Dafür machen wir eine wichtige Annahme, die uns die Rechnung sehr vereinfacht und die in einer Vielzahl der später betrachteten Fälle erfüllt ist: Wir nehmen an, dass es sich um kleine Störungen der Ladungsträgerdichte handelt, für deren Maximalwert zum Zeitpunkt $t = 0$ gilt

$$\Delta n(x) \ll n_0, \quad \Delta p(x) \ll p_0 \quad (2.206)$$

d.h. $n_0 + \Delta n \approx n_0$
 $p_0 + \Delta p \approx p_0$

bis $t \rightarrow \infty$:

zeitliche Abnahme
 $\frac{\partial \rho}{\partial t}$

Setze für $t \rightarrow \infty$: $t \gg \tau_r$
 τ_r : Zeitkonstante der Neutralisation

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t} = R$$

erwarte, daß auch für $t \gg \tau_r$ Nettorekombin.

Raumladung ist neutralisiert und bleibt es auch

alternative Formulierung

RECHNUNG

1) kleine Störung

Bezüglich der Dotierung des Halbleiters machen wir keine Annahmen. Es kann sich daher um einen n -, p - oder n_i -leitenden Halbleiter handeln. Die aus der Störung resultierende Raumladung ergibt sich gemäß Gl. (2.198) zu

1

$$\rho(x, t) = e(\Delta p(x, t) - \Delta n(x, t)).$$

Allgemeine Formulier.
(2.207)
der Raumladung

Da der Abbau der Raumladung eine Generation bzw. Rekombination von Ladungsträgern erfordert, bauen wir die Lösung sinnvollerweise auf die bereits in Kap. 2.12.13 besprochene Kontinuitätsgleichung (2.123)

2

$$\frac{dJ(x)}{dx} = \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t}$$

Kontinuitätsgleichung
(2.208)
beschreibt Abbau von S

auf. Der darin, in der Stromdichte enthaltene Ladungsträgerstrom übernimmt den notwendigen An- und Abtransport der Ladungsträger. Das Stichwort „Transport von Ladungsträgern“ zeigt direkt den nächsten notwendigen Schritt zur Lösung an. Die Stromdichte kann mit Hilfe der Transportgleichung (2.113) ermittelt werden. Sie lautet allgemein

durch
Strom

$$J = e(n\mu_n + p\mu_p)E + e\left(D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx}\right)$$

(2.209)
(Transportgleichung)

Zur Wahrung der Übersichtlichkeit haben wir die Kennzeichnung der Orts- und Zeitabhängigkeit weggelassen. Es gilt aber für $J = J(x, t)$, $n = n(x, t)$, $p = p(x, t)$ und $E = E(x, t)$.

Wir haben für die Berechnung den Fall kleiner Störungen entsprechend Gl. (2.206) zugrunde gelegt. Daher ist die Abweichung der Ladungsträgerdichte von den Gleichgewichtswerten n_0, p_0 überall (für alle x) gering. Der Anteil des Diffusionsstromes in Gl. (2.113) ist daher wegen $\frac{dn}{dx} \approx 0$ und $\frac{dp}{dx} \approx 0$ vernachlässigbar. Es bleibt der Feldstrom aufgrund der Feldstärke E . Für die Ladungsträgerdichten n, p können wegen der Annahme (2.206) in guter Näherung die Gleichgewichtsdichten n_0, p_0 verwendet werden. Es ergibt sich daher mit der Definition der Leitfähigkeit σ aus Gl. (2.86) das Ohmsche Gesetz:

$$\frac{dn}{dx} = \frac{d(n_0 + \Delta n)}{dx} \approx \frac{dn_0}{dx} = 0$$

Diffusionsstrom ≈ 0 da $n(x) \approx \text{const.}$

$$J = e(n_0\mu_n + p_0\mu_p)E = \sigma E$$

nur Feldstrom
(2.210)
 $n \approx n_0, p \approx p_0$

3

bzw. in der zum Einsetzen in Gl. (2.208) geeigneten Form

$\frac{d}{dx}$

$$\frac{dJ}{dx} = \sigma \frac{dE}{dx}$$

(2.211)

① Raumlad. dichte

② Kont. Gl.

③ Transp. Gl.

④ Quellen

$$e(\Delta p - \Delta n) = \rho \leftarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{dJ}{dx} \leftarrow J = \sigma \cdot E \leftarrow \epsilon \frac{dE}{dx} = \rho$$

wobei wir eine homogene Dotierung annehmen, so dass σ keine Ortsabhängigkeit aufweist.

Wir müssen als nächsten Lösungsschritt die elektrische Feldstärke E bestimmen. Sie bewirkt gemäß Gl. (2.210) oder (2.211) durch die Leitfähigkeit σ einen Ladungsträgerstrom (Stromdichte J), der nach der Gesetzmäßigkeit der 3. Maxwell'schen Gleichung zum Abbau der Raumladungsdichte führt.

Aus der 3. Maxwell'schen Gleichung (2.117) wissen wir, dass eine Raumladungsdichte ρ die Quelle (Ursache) eines elektrischen Feldes sein muss. In unserem ansonsten neutralen Halbleiter befindet sich als einzige Raumladung die Störung nach Gl. (2.207) selbst. Wir setzen also diese Störung in die 3. Maxwell'schen Gleichung ein, die damit

④ 3. MWG: $\text{div } \vec{D} = \rho \Rightarrow \epsilon \frac{dE(x,t)}{dx} = \rho(x,t)$ (2.212)

lautet.

Wir haben damit einen geschlossenen Regelkreis identifiziert: Die Raumladungsstörung erzeugt ein elektrisches Feld (Gl. (2.212)), das einen Stromfluss von Ladungsträgern bewirkt (Gl. (2.211)), der zu einer Neutralisierung der Raumladungsstörung (Gl. (2.208)) führt.

Wir bringen diese Gleichungen in einen Zusammenhang. Dazu setzen wir Gl. (2.212) in (2.211) und diese wiederum in Gl. (2.208) ein und erhalten die Differentialgleichung

$$\frac{\sigma}{\epsilon} \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

① → ② → ③ → ④

DGL für Raumladungsabbau

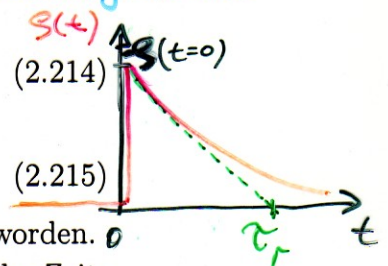
Deren Lösung ist bekannt und lautet

$$\rho(x,t) = \rho(x,0) e^{-\frac{t}{\tau_r}}$$

Lösung

Darin ist mit

$$\tau_r := \frac{\epsilon}{\sigma}$$



die so genannte „dielektrische Relaxations-Zeitkonstante“ definiert worden. Die Lösung besagt, dass eine Raumladungsstörung exponentiell mit der Zeitkonstanten τ_r abgebaut wird. Als Näherung gilt für $t > 3\tau_r$:

Näherung: $e^{-3} \approx 0 \Rightarrow t > 3\tau_r: \rho(x,t) \approx 0$ (2.216)

Das ist das Ergebnis, was wir bereits in Form von Gl. (2.199) zuvor überlegt hatten. Es ist wegen Gl. (2.198) gleichbedeutend mit der wichtigen Neutralitätsbedingung nach Abschluss der Relaxation

$$t > 3\tau_r: \Delta p(x,t) = \Delta n(x,t) \quad \rho = 0$$

(2.217)

NEUTRALITÄTSBEDINGUNG

Achtung:
nicht $\Delta n = 0$
 ~~$\Delta p = 0$~~

div: Hilfsblatt

Das Ergebnis in dieser Formulierung besagt, dass es gar keinen Abbau der Ladungsträger gegeben hat. Vielmehr sind die Ladungsträger neutralisiert worden, indem sich für $t > 3\tau_r$ in jedem Ort und zu jeder Zeit gleich viel Ladungsträger entgegengesetzter Ladung (Löcher Δp , Elektronen Δn) befinden.

Dieser mit Relaxation bezeichnete Vorgang läuft sehr schnell ab. Er liegt im Bereich 0,1... 10 ps. Außer im Bereich der Höchsthochfrequenztechnik oder für integrierte Hochgeschwindigkeitsschaltungen ist der Relaxationsvorgang im Vergleich zu allen anderen ablaufenden Prozessen so schnell, dass er als sofort abgeschlossen betrachtet werden kann. Alle anderen Vorgänge im Halbleiter erfolgen dann auf Basis der durch die Relaxation eingestellten Neutralitätsbedingung Gl. (2.217).

Zur Vollständigkeit sei angemerkt, dass der Relaxationsvorgang bei Minoritäten- und Majoritätenstörung unterschiedlich abläuft. Prinzipiell gibt es zwei Möglichkeiten der Neutralisation:

Zum einen kann eine Raumladung aufgrund der zwischen ihren gleichen Ladungsträgern herrschenden abstoßenden Kräfte auseinanderdriften, wodurch die Konzentration der Ladungsträger (Dichten Δn , Δp) geringer wird. Es genügen dann wenige(r) Ladungsträger der anderen Polarität zur Neutralisation.

Die andere Möglichkeit besteht darin, dass sich Ladungen im Halbleiter so verschieben (zum Ort der Raumladungsstörung oder davon weg), dass die sich noch am gleichen Ort befindende Raumladung neutralisiert wird.

Der Vorgang der zweiten Möglichkeit läuft bevorzugt bei Minoritätenstörungen ab. Hier sind die zur Neutralisierung benötigten Ladungsträger in der Überzahl (Majoritäten), so dass schon eine sehr geringe Verschiebung von ihnen zum Ausgleich führt.

Bei Majoritätsstörungen ist dies nicht möglich, da nicht genügend Ladungsträger zur Neutralisierung vorhanden sind. In diesem Fall läuft der Vorgang entsprechend der ersten geschilderten Möglichkeit ab.

Im Prinzip können beide Möglichkeiten als entgegengesetzt ablaufende Vorgänge gesehen werden. Bei Möglichkeit eins driften eine hohe lokale Konzentration auseinander und wird im umgebenden Raum neutralisiert. Bei Möglichkeit zwei verschieben (konzentrieren) sich im umgebenden Raum die Ladungsträger so, dass sich lokal die Neutralisation einstellt.

Beachten: Beide Verschiebungen (Drift der Ladungsträger) erfolgen aufgrund der von der Raumladung ausgehenden (Coulomb-)Kräften. Es findet in dem

Dielektrische Relaxation:

1) Neutralisierung

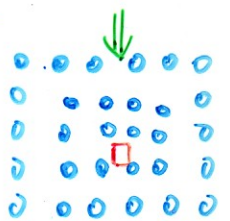
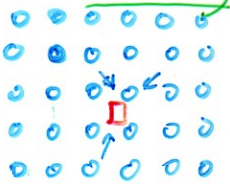
$S=0$ durch $\Delta n = \Delta p$

2) schnell:

$\omega_r = \frac{1}{\tau_r} \approx 6 \text{ Hz}$

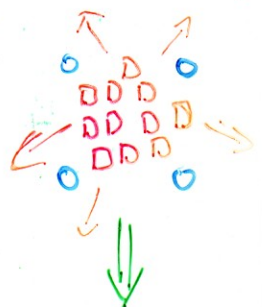
3) zwei untersch. Relaxationsvorg.

a) Minoritätenstörung



(Majoritätenverschiebung) Coulomb-Kräfte

b) Majoritätenstörung



Coulomb-Kräfte

Majoritäten driften auseinander

Beachten

KEINE (vernachlässigbare) DIFFUSION
 Diffusionsstrom wg. $\frac{\partial n}{\partial x} = 0$

hier betrachteten Fall keine Diffusion statt. Diese ist durch die Ortsabhängigkeit der Ladungsträgerdichte zwar vorhanden, ist aber, wie zuvor festgestellt wurde, gegenüber dem Driftstrom aufgrund des elektrischen Feldes vernachlässigbar.

2.24 Ladungsträger-Abbau durch Rekombination

Störungen $\Delta n, \Delta p$ werden beseitigt

Im vorangegangenen Kapitel haben wir gesehen, wie eine Raumladung durch Relaxation neutralisiert wird. Nach Abschluss der Relaxation (schnell) liegt eine neutrale Ladungsträgeransammlung vor, für die wegen der Neutralitätsbedingung $\Delta p = \Delta n$, Gl. (2.217) gilt

$\Delta n = \Delta p \Rightarrow$
 $\Leftrightarrow \rho = 0$

nach der Relaxation
 $p(x) = p_0 + \Delta n = p_0 + \Delta p$ (2.218) ($t > 3\tau_r$)
 $n(x) = n_0 + \Delta n = n_0 + \Delta p$ (2.219)

Wir haben also eine Abweichung um die Dichte $\Delta n = \Delta p$ von den Gleichgewichtsdichten. Wegen der Neutralität gilt mit Gl. (2.208)

$\rho = 0$
 $\Downarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

$J = e(\mu_n n_0 + \mu_p p_0) E$
 $= J_n + J_p$

Kontinuit.gl.: $\frac{dJ}{dx} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

Stromdichte ist
(2.220)
 \Rightarrow ortsunabhängig

Das bedeutet, daß die Stromdichte über dem Ort konstant ist. In diesem Fall führt die Abweichung $\Delta n = \Delta p$ aufgrund der Kontinuitätsgleichungen (2.131), (2.132) zu einer Nettorekombination der Ladungsträger

$\frac{dJ}{dx} = 0 \Leftrightarrow \frac{dE}{dx} = 0$
 \Downarrow
 $\frac{dJ_n}{dx} = 0, \frac{dJ_p}{dx} = 0$

$\left\{ \begin{aligned} \frac{dJ_n}{dx} &= \frac{\partial n}{\partial t} + R = 0 \\ \frac{dJ_p}{dx} &= -\frac{\partial p}{\partial t} - R = 0 \end{aligned} \right\}$ $R = -\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\frac{\partial \Delta p}{\partial t}$ (2.221)
Nettorekombinationsrate entspricht "Abbau rate" der Störung

Je nach vorherrschendem Rekombinationsprozess ist für R die entsprechende Beziehung einzusetzen (z. B. Gl. (2.170) für SRH-Rekombination).

Wir wollen im Folgenden den Fall untersuchen, dass die den bisherigen Berechnungen zugrunde liegenden kleinen Störungen gegenüber den Gleichgewichtswerten Störungen in der Minoritätsträgerdichte sind. Dann können wir für die Nettorekombination R in allen Fällen die einfachen Modellgleichungen (2.187) und (2.188) verwenden. Es gilt dann für eine Minoritätsträgerstörung Δn (die durch eine entsprechende Majoritätsträgerdichte Δp neutralisiert wurde) in einem p -Halbleiter

$R_n = R_p = R = \frac{\Delta n}{\tau_n} = -\frac{\partial \Delta n}{\partial t} \Leftrightarrow \frac{\Delta n}{\tau_n} + \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = 0$ (2.222)

Für Minor. Störung
z. B. Δn in p -HL
einfache SRH-Modell Näherung
(kleine Störung)

DGL für Abbau der Störung

bzw. bei Störung mit Δp in einem n -Halbleiter

$$R_p = R_n = R = \frac{\Delta p}{\tau_n} = -\frac{\partial \Delta p}{\partial t} \Leftrightarrow \frac{\Delta p}{\tau_p} + \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = 0 \quad (2.223)$$

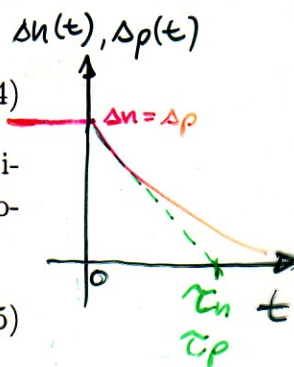
Δp Störung in n -HL
DGL des Störungsabbaus

Diese Differentialgleichungen sind vom gleichen Typ wie zuvor bei der Berechnung des Relaxationsvorgangs (vgl. Gl. (2.211)). Anstelle von ρ steht hier $\Delta n, \Delta p$ und anstelle τ_r stehen τ_n, τ_p . Die Lösung lautet dementsprechend für den Abbau einer Minoritätsträgerstörung Δn durch Rekombination

$$\Delta n(x, t) = \Delta n(x, 0)e^{-\frac{t}{\tau_n}}, \quad (2.224)$$

wobei der Zeitpunkt $t = 0$ hier mit dem Abschluss der Relaxation (nach ca. $3\tau_r$) beginnt. Entsprechend erfolgt der Abbau einer Minoritätsträgerstörung Δp

$$\Delta p(x, t) = \Delta p(x, 0)e^{-\frac{t}{\tau_p}}. \quad (2.225)$$



Nach Ablauf einer Zeit von ca. $t > 3\tau_n, 3\tau_p$ gilt dann

$$t > 3\tau_n, 3\tau_p : \Delta n = 0, \Delta p = 0, \quad (2.226)$$

Abbau nach x
 $3\tau_n$ bzw. $3\tau_p$

d. h. die Minoritätsträgerstörung ist abgebaut (sie ist nicht mehr vorhanden). Der Abbau erfolgt nach Gl. (2.221), wonach sich eine Nettorekombinationsrate $R = r - g \neq 0$ einstellt. Je nachdem welche Art der Störung abgebaut werden muss, werden mehr Ladungsträger generiert als rekombiniert bzw. andersherum. Dies ist der gleiche Sachverhalt, wie er bereits in der Einführung dieses Kapitels im Zusammenhang mit Gl. (2.137)–(2.139) erläutert wurde. Die Lebensdauer-Zeitkonstanten der Minoritäten liegen in den Zeitspannen

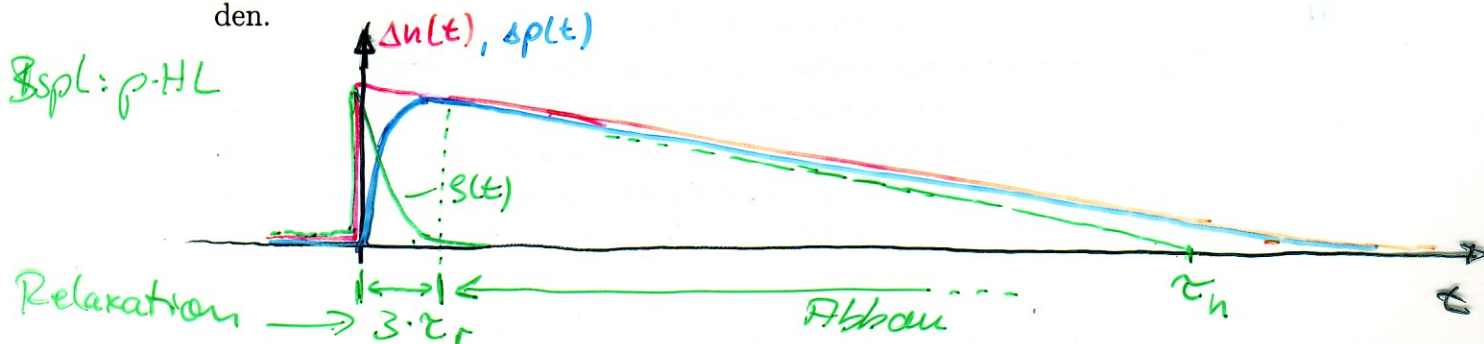
↓
nach Abbau
 $R = r - g = 0$

$$\tau_r \approx 0,1 \dots 10 \text{ ps} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Si} : 10^{-10} \dots 10^{-3} \text{ s} \\ \text{Ge} : 10^{-6} \dots 10^{-3} \text{ s} \\ \text{GaAs} : 10^{-10} \dots 10^{-8} \text{ s} \end{array} \right\} \tau_n, \tau_p \gg \tau_r$$

τ_n, τ_p in GaAs gleich, da direkter HL

Bei **Si** und **Ge** hängen sie sehr stark von der Art und Dichte der Rekombinationszentren ab. Bei **GaAs** (direkter Halbleiter) ist die Abhängigkeit geringer, da dort die direkte Rekombination dominiert.

Da die Lebensdauer-Zeitkonstanten in der Regel um mehrere Größenordnungen größer als die Relaxations-Zeitkonstante ist, können zur Vereinfachung diese beiden Vorgänge getrennt und nacheinander ablaufend behandelt werden.



2.25 Bändermodell außerhalb des thermodynamischen Gleichgewichts

Wie ändern sich W_C, W_V und W_F ?

In den vergangenen Kapiteln haben wir bereits ausführlich mit den in Kap. (2.12.2) definierten Überschussladungsträgerdichten n und p gearbeitet. Dort wurden auch bereits die beiden Quasi-Fermi-Niveaus W_{Fn} und W_{Fp} eingeführt, mit denen n und p geschrieben werden können als

$$n_0 = N_C e^{-\frac{W_C - W_F}{kT}}$$

$$p_0 = N_V e^{-\frac{W_F - W_V}{kT}}$$

$$n = n_0 + \Delta n = N_C e^{-\frac{W_C - W_{Fn}}{kT}} \quad (2.227)$$

$$p = p_0 + \Delta p = N_V e^{-\frac{W_{Fp} - W_V}{kT}} \quad (2.228)$$

$n_0, p_0 (W_F)$
 $n(W_{Fn})$ $p(W_{Fp})$

Wir wollen im Folgenden Lage und Verlauf der Quasi-Fermi-Niveaus im Bändermodell ermitteln. Damit lassen sich dann aufgrund der gleichen Struktur von Gl. (2.227) und (2.228) wie bei den Gleichgewichtsdichten in Gl. (2.22), (2.25) die gleichen einfachen Überlegungen für die Überschussladungsträgerdichten n, p wie für die Gleichgewichtsdichten n_0, p_0 durchführen.

(Zwei Quasi-Fermi-Niveaus)
 \Downarrow
 Für n, p gleiche Überlegungen mit W_{Fn}, W_{Fp} wie mit W_F

Wir setzen wieder eine eindimensionale Ortsabhängigkeit im Halbleiter voraus, wodurch die Gradientenbildung zu einer Ortsableitung nach x wird. Wir wollen im Folgenden immer mit Bändermodellen arbeiten, deren x -Achse tatsächlich auch die ortsabhängige x -Koordinate des Halbleiters repräsentiert²⁰. Aufgrund dieser Konvention verzichten wir in der Regel auf die explizite Darstellung und Bezeichnung der Achse.

Wir wollen im Folgenden Konstruktionsvorschriften für die Lage der Bandkanten und Quasi-Fermi-Niveaus im Bändermodell herleiten. Die Steigung der Energieverläufe W_V, W_C, W_{Fn}, W_{Fp} in dem Bändermodell entspricht der Ableitung nach dem Ort x . Wir leiten daher Gl. (2.227) und (2.228) nach x ab und erhalten

Konstruktion Bändermodell außerhalb therm. Gb.
 Gb.

$\frac{d}{dx}$

$$\frac{dn}{dx} = \underbrace{N_C e^{-\frac{W_C - W_{Fn}}{kT}}}_n \frac{1}{kT} \left(\frac{dW_{Fn}}{dx} - \frac{dW_C}{dx} \right) \quad (2.229)$$

$$\frac{dp}{dx} = \underbrace{N_V e^{-\frac{W_{Fp} - W_V}{kT}}}_p \frac{1}{kT} \left(\frac{dW_V}{dx} - \frac{dW_{Fp}}{dx} \right) \quad (2.230)$$

Wir stellen das Ergebnis nach den Steigungen der Quasi-Fermi-Energien um und multiplizieren dieses Ergebnis noch mit der jeweiligen Beweglichkeit, um

²⁰Falls anstelle der x -Koordinate ein Bändermodell mit einer Darstellung über den Wellenvektor verwendet wird, werden wir an der entsprechenden Stelle ausdrücklich darauf hinweisen.

$$n' := \frac{dn}{dx}$$

$$p' := \frac{dp}{dx}$$

$$n' = n \frac{1}{kT} (W'_{Fn} - W'_C)$$

$$p' = p \frac{1}{kT} (W'_V - W'_{Fp})$$

$$\Rightarrow n \cdot W'_{Fn} = n \cdot W'_C + kT n'$$

$$p \cdot W'_{Fp} = p \cdot W'_V - kT p'$$

einen Vergleich mit den Transportgleichungen zu ermöglichen:

μ_n
 μ_p

$$\begin{cases} n W_{Fn}' = n W_C' + \eta T n' & (2.231) \\ p W_{Fp}' = p W_V' - \eta T p' & (2.232) \end{cases}$$

gleiche Struktur
wie Transportgleichung
↓
suche Zusammenhang

Nach Gl. (1.61) ist der Zusammenhang zwischen Energie W und zugehörigem Potential φ eines Elektrons

aus Übung:

$$W = -e\varphi + const. \Rightarrow \frac{dW}{dx} = -e \frac{d\varphi}{dx} \quad (2.233)$$

Die Konstante berücksichtigt den frei wählbaren Energienullpunkt. Über den Zusammenhang zwischen Potential und elektrischem Feld

aus Maxwell:

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} \quad (2.234)$$

wird daraus²¹

$$\frac{dW}{dx} = eE. \quad (2.235)$$

für Elektron hergeleitet
⇒ $W \rightarrow W_C$

Dies ist eine wichtige Konstruktionsregel für das Bändermodell. Sie besagt, daß die Steigung des Leitungsbandes $\frac{dW_C(x)}{dx}$ an einem Ort x proportional zur Feldstärke $E(x)$ an diesem Ort ist.

Da W_C und W_V immer um ein in erster Näherung konstantes W_g auseinander liegen, weisen beide Verläufe die gleiche Steigung auf, so dass mit Gl. (2.235) gilt

$$\frac{dW_C}{dx} = \frac{dW_V}{dx} = eE. \quad (2.236)$$

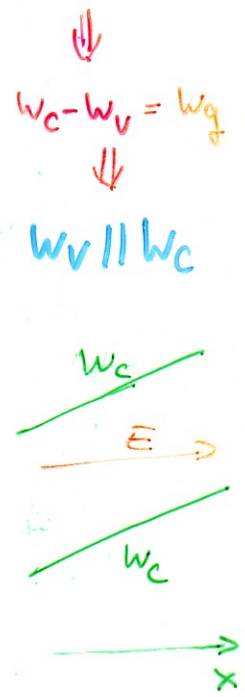
Mit dieser Beziehung können die Verläufe von W_C und W_V in Gegenwart eines elektrischen Feldes konstruiert werden. Zeigt z. B. E in positive x -Richtung, steigen die Verläufe mit eE in dieser Richtung an. Beide Bandkanten verlaufen parallel zueinander im Abstand W_g .

Wir leiten noch eine Beziehung für die Bestimmung der Steigung der Quasi-Ferminiveaus ab:

Setzen wir Gl. (2.236) in (2.231), (2.232) ein, so erhalten wir mit D_n, D_p nach

²¹Zu beachten ist, dass Gl. (2.235) aufgrund der Herleitung nur für die Energien der Leitungs- und Valenzbandkanten gilt. Für die Quasi-Ferminiveaus sind in jedem Fall Gl. (2.231), (2.232) auszuwerten, die nur im Fall eines reinen Feldstromes eine Steigung gemäß Gl. (2.235) aufweisen.

Die Steigung der Bandkanten ist proportional dem elektrischen Feld

$$W_C' = W_V' = eE$$


$$\mu_n n W_{Fn}' = \mu_n n W_C' + \mu_n q T n'$$

$$\mu_p p W_{Fp}' = \mu_p p W_V' - \mu_p q T p'$$

Gl. (2.105), (2.106) auf der rechten Seite die bekannten Stromtransportgleichungen aus Gl. (2.111), (2.112)

$$\mu_n n \frac{dW_{Fn}}{dx} = \mu_n n e E + e D_n \frac{dn}{dx} = J_n \quad (2.237)$$

$$\mu_p p \frac{dW_{Fp}}{dx} = \mu_p p e E - e D_p \frac{dp}{dx} = J_p \quad (2.238)$$

STROMTRANSPORTGL.

Konstruktionsvorschrift für Quasi-Fermi-Niveaus

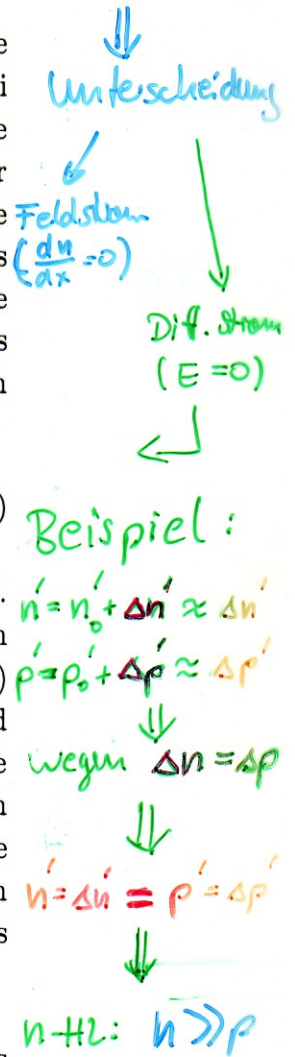
Mit diesen Gleichungen können wir den Verlauf (Steigung) der Quasi-Fermi-Niveaus aus den Ladungsträgerströmen J_n, J_p ermitteln. Durch die Fallunterscheidung $E = 0$ oder $\frac{dn}{dx} = 0, \frac{dp}{dx} = 0$ kann dabei auch zwischen reinem Feld- bzw. Diffusionsstrom unterschieden werden.

Abb. 2.31 zeigt die unterschiedlichen Verläufe im Bändermodell, die anhand von Gl. (2.236), (2.237) und (2.238) ermittelt werden können. Dabei wird, wie bei allen folgenden Bändermodellen auch, nur Wert auf eine qualitativ richtige Darstellung gelegt. Die maßstäbliche Darstellung einer bestimmten Steigung ist in der Regel nicht erforderlich. Auf der linken Seite ist das Bändermodell für den Fall eines reinen Feldstroms dargestellt. Aus Gl. (2.236), (2.237) und (2.238) ergeben sich die gleichen Steigungen für alle Verläufe. Abb. 2.31 Mitte zeigt der Fall eines reinen Diffusionsstroms aus Löchern (Minoritäten) in einem n -Halbleiter. Wegen $E = 0$ verlaufen nach Gl. (2.236) W_C und W_V horizontal. Aus Gl. (2.237), (2.238) folgt

$$\frac{dW_{Fn}}{dx} \sim \frac{1}{n} \frac{dn}{dx}, \quad \frac{dW_{Fp}}{dx} \sim \frac{-1}{p} \frac{dp}{dx} \quad (2.239)$$

Bei homogener Dotierung gilt $\frac{dn}{dx} = \frac{dn_0}{dx} + \frac{d\Delta n}{dx} = \frac{d\Delta n}{dx}$ bzw. $\frac{dp}{dx} = \frac{d\Delta p}{dx}$. Aus der Neutralitätsbedingung ($\Delta n = \Delta p$) folgt $\frac{dp}{dx} = \frac{dn}{dx}$. Da es sich um einen n -Halbleiter handelt, gilt $n \gg p$ und daher gilt wegen Gl. (2.239) $\frac{dW_{Fn}}{dx} \ll \frac{dW_{Fp}}{dx}$, d.h. die Steigung von W_{Fn} ist vernachlässigbar, während W_{Fp} eine um $\frac{n}{p}$ größere Steigung aufweist. Zu Beginn der Diffusionsstrecke ($x = 0$) liegen W_{Fn} und W_{Fp} entsprechend der Abweichungen $\Delta n, \Delta p$ nach Gl. (2.70) um $kT \ln \frac{pn}{n_i^2}$ auseinander. Ist nach einer ausreichenden Strecke die Abweichung abgebaut, fallen W_{Fp} und W_{Fn} zusammen. Die rechte Seite von Abb. 2.31 zeigt den analog zu behandelnden Fall des Minoritätsstroms aus Elektronen in einem p -Halbleiter.

Hilfreich: Oft muss man die Richtung der Steigung („nach rechts oder links steigend“) der Quasi-Fermi-Energien aus der Stromrichtung bestimmen



$$W_{Fn}' \sim \frac{1}{n} n' \ll W_{Fp}' \sim \frac{1}{p} p'$$

(Steigung von W_{Fn} ist wegen $n \gg p$ vernachlässigbar)

$$\mu_n n W_{Fn}' = \mu_n n e E + e D_n n' = J_n$$

$$\mu_p p W_{Fp}' = \mu_p p e E - e D_p p' = J_p$$

$$W_c' = W_v' = e E$$

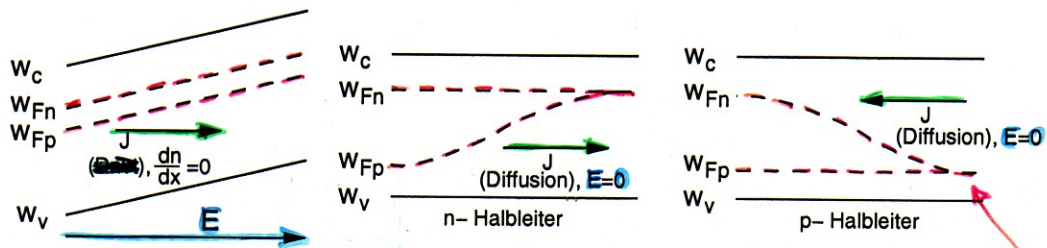
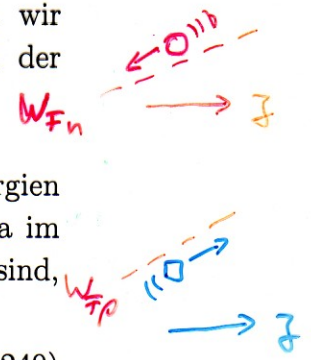


Abb. 2.31: Energieverläufe im Bändermodell außerhalb des thermodynamischen Gleichgewichts für reinen Feldstrom (Links) und Diffusionsströme in n- und p-Halbleiter (Mitte und Rechts).

(oder umgekehrt). Hilfreich ist dabei wieder die Vorstellung der Löcher als Luftblasen. Sie sind in unserem Modell eigentlich im Valenzband lokalisiert. Hier stellen wir uns als Eselsbrücke die Löcher unterhalb der Quasi-Fermi-Energien vor. Als Luftblasen steigen sie entlang eines steigenden Verlaufs empor. Ihre Richtung stimmt dabei mit der Stromflussrichtung (vgl. Abb. 2.16) überein. Dies kann z. B. anhand Abb. 2.31 überprüft werden. Natürlich kann diese Merkhilfe auch anhand von Elektronen erfolgen. Dazu betrachtet man die Elektronen wieder als Kugeln, die auf einer fallenden Bandkante (in Richtung niedrigerer Energie) herunterrollen. Setzen wir die Kugeln auf die Quasi-Fermi-Niveaus, so rollen sie entsprechend der Definition entgegen der Stromflussrichtung nach unten.

$W_{Fn} = W_{Fp} = W_F$
 \downarrow
 Konz. gefälle abgebaut
 \downarrow
 thermo. G.G.

Stromrichtung
 Eselsbrücke



Thermodynamisches Gleichgewicht: Hier fallen die Quasi-Fermi-Energien mit der Fermi-Energie zusammen, d. h. es gilt $W_{Fn} = W_{Fp} = W_F$. Da im thermodynamischen Gleichgewicht die Ströme $J_n = 0$, $J_p = 0$ Null sind, muss gelten

$$\frac{dW_F}{dx} = 0, \quad (2.240)$$

d. h. die Fermi-Energie verläuft in allen Bändermodellen im thermodynamischen Gleichgewicht waagrecht. Dies ist eine sehr wichtige Hilfe bei der Konstruktion von Bändermodellen. Da Gl. (2.240) unabhängig von der Art der Dotierung gilt, hat sie auch bei der Kontaktierung von verschiedenen Halbleitern (z. B. p-n-Diode) oder bei Metall-Halbleiter-Übergängen ihre Gültigkeit.

Hilfswort: Thermod. G.G. : $W_{Fn} = W_{Fp} = W_F$
 $J_n = 0, J_p = 0$ } $\frac{dW_F}{dx} = 0$

Im thermod. G.G.:

Fermi-Energie läuft in ALLEN Bändermodellen waagrecht
 \downarrow
 auch unabhängig v. d. Dotierung

$$\mu_n n \dot{W}_{Fn}' = \mu_n n e E + e D_n n' = J_n$$

$$\mu_p p \dot{W}_{Fp}' = \mu_p p e E - e D_p p' = J_p$$

$$W_c' = W_v' = e E$$

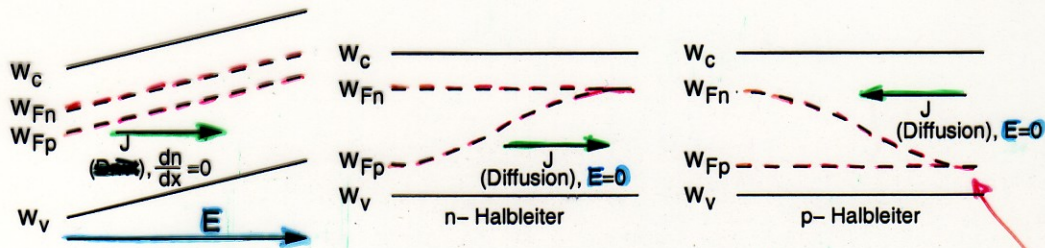
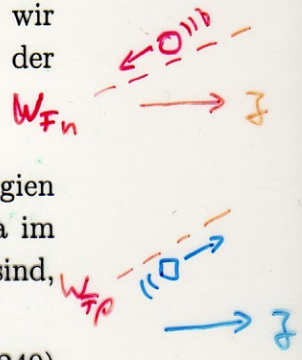


Abb. 2.31: Energieverläufe im Bändermodell außerhalb des thermodynamischen Gleichgewichts für reinen Feldstrom (Links) und Diffusionsströme in n- und p-Halbleiter (Mitte und Rechts).

(oder umgekehrt). Hilfreich ist dabei wieder die Vorstellung der Löcher als Luftblasen. Sie sind in unserem Modell eigentlich im Valenzband lokalisiert. Hier stellen wir uns als Eselsbrücke die Löcher unterhalb der Quasi-Fermi-Energien vor. Als Luftblasen steigen sie entlang eines steigenden Verlaufs empor. Ihre Richtung stimmt dabei mit der Stromflussrichtung (vgl. Abb. 2.16) überein. Dies kann z. B. anhand Abb. 2.31 überprüft werden. Natürlich kann diese Merkhilfe auch anhand von Elektronen erfolgen. Dazu betrachtet man die Elektronen wieder als Kugeln, die auf einer fallenden Bandkante (in Richtung niedrigerer Energie) herunterrollen. Setzen wir die Kugeln auf die Quasi-Fermi-Niveaus, so rollen sie entsprechend der Definition entgegen der Stromflussrichtung nach unten.

$W_{Fn} = W_{Fp} = W_F$
 \downarrow
 Konz. gefälle
 abgebaut
 \downarrow
 thermo. G.G.

Stromrichtung
Eselsbrücke



Thermodynamisches Gleichgewicht: Hier fallen die Quasi-Fermi-Energien mit der Fermi-Energie zusammen, d. h. es gilt $W_{Fn} = W_{Fp} = W_F$. Da im thermodynamischen Gleichgewicht die Ströme $J_n = 0$, $J_p = 0$ Null sind, muss gelten

$$\frac{dW_F}{dx} = 0, \tag{2.240}$$

d. h. die Fermi-Energie verläuft in allen Bändermodellen im thermodynamischen Gleichgewicht waagrecht. Dies ist eine sehr wichtige Hilfe bei der Konstruktion von Bändermodellen. Da Gl. (2.240) unabhängig von der Art der Dotierung gilt, hat sie auch bei der Kontaktierung von verschiedenen Halbleitern (z. B. p-n-Diode) oder bei Metall-Halbleiter-Übergängen ihre Gültigkeit.

Hilfreich: Thermod. G.G. : $W_{Fn}' = W_{Fp}' = W_F'$
 $J_n = 0, J_p = 0$ } $\frac{dW_F}{dx} = 0$

Im thermod. G.G.:

Fermi-Energie läuft in ALLEN Bändermodellen waagrecht
 \downarrow
 auch unabhängig v.d. Dotierung

2.26 Drift-Diffusions-Modell (DDM)

Enthält alle Gleichungen und Annahmen zur Beschreibung v. Ladungsträgern in HL

Das Drift-Diffusions-Modell (DDM) besteht aus einem System von Annahmen und Gleichungen, die zur Beschreibung und Berechnung von Halbleiterelementen verwendet werden. Abhängig vom Schwerpunkt der Betrachtungen gibt es verschiedene, problemangepasste Drift-Diffusions-Modelle. Wir verwenden hier ein einfaches, aber für die Beschreibung der grundlegenden Eigenschaften der betrachteten Halbleiterelemente ausreichendes DDM. Eine wesentliche Einschränkung, die für unsere Betrachtungen jedoch ohne Auswirkung ist, besteht darin, dass der Effekt des velocity-overshoots (Ladungsträger können eine Geschwindigkeit größer als ihre Sättigungsgeschwindigkeit annehmen, vgl. Kap. 2.12.10) nicht berücksichtigt wird. Dieser Effekt schränkt die Anwendung des DDMs z. B. bei MESFETs und MOS-Transistoren mit Kanallängen im Sub-Mikrometerbereich (z. B. $0,3 \mu\text{m}$) ein. Hierfür eignet sich ein erweitertes System von Differentialgleichungen, die die Energiebilanz und den Energiefluss berücksichtigen, das sogenannte hydrodynamische Modell (HDM).

Velocity overshoot wird nicht berücksichtigt

Wir werden ein DDM mit 10 Variablen und 10 Bestimmungsgleichungen verwenden, das auf den folgenden Annäherungen basiert:

Annahmen/Näherungen des DDMs

- 1) Störstellenerschöpfung: Alle Dotierungsatome sind ionisiert.
- 2) Keine Entartung: Die Fermi-Energie liegt um mindestens $3 \cdot kT$ von den Bandkanten entfernt in der Bandlücke. (Boltzmann-Näherung)
- 3) Stationärer Zustand: Alle Größen sind zeitunabhängig.
- 4) Konstante Temperatur: Die Temperatur ist im gesamten Halbleiter konstant.
- 5) Eindimensionales Modell: Alle Variablen haben nur eine Abhängigkeit von der x -Koordinate. In y - und z -Richtung sind die Halbleiterparameter konstant (homogen).
- 6) Die Energielücke W_g ist ortsunabhängig. Es gilt $\frac{dW_g}{dx} = 0$.

Die 10 Variablen des DDMs sind

$\rho(x)$,	Raumladungsdichte,
$n(x)$,	(Überschuss-)Elektronendichte ($n = n_0 + \Delta n$),
$p(x)$,	(Überschuss-)Löcherdichte ($p = p_0 + \Delta p$),
$E(x)$,	elektrische Feldstärke,
$\varphi(x)$,	elektrisches Potential,
$W_C(x)$,	Energie der Leitungsbandkante ($W_V(x) = W_C(x) + W_g$),
$W_{Fn}(x)$,	Quasi-Fermi-Energie für Elektronen,
$W_{Fp}(x)$,	Quasi-Fermi-Energie für Löcher,
$J_n(x)$,	Stromdichte des Elektronen-Stroms,
$J_p(x)$,	Stromdichte des Löcher-Stroms.

10 Variablen
zu bestimmen

Die 10 Bestimmungsgleichungen der Variablen sind die Gleichungen für

Raumladungsdichte, Gl. (2.118)

$$\rho = e(p + N_D^+ - n - N_A^-), \quad (2.241)$$

Elektrische Feldstärke (3. Maxw.), Gl. (2.117)

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad (2.242)$$

Elektrisches Potential, Gl. (2.234)

$$\frac{d\varphi}{dx} = -E, \quad (2.243)$$

Feldenergie, Gl. (2.236)

$$\frac{dW_C}{dx} = \frac{dW_V}{dx} = eE, \quad (2.244)$$

Ladungsträgerdichten, Gl. (2.227), (2.228)

$$n = N_C e^{-\frac{W_C - W_{Fn}}{kT}}, \quad (2.245)$$

$$p = N_V e^{-\frac{W_{Fp} - W_V}{kT}}, \quad (2.246)$$

10 Bestimmungsgl.
für die
10 Variablen

Ladungsträger-Transport, Gl. (2.111), (2.112)

$$\mathbf{J}_n = e \left(n \mu_n \mathbf{E} + D_n \frac{dn}{dx} \right), \quad (2.247)$$

$$\mathbf{J}_p = e \left(p \mu_p \mathbf{E} - q D_p \frac{dp}{dx} \right), \quad (2.248)$$

mit $D_{n/p} = U_T \mu_{n/p}$ nach Gl. (2.105), (2.106) und Ladungsträger-Kontinuität, Gl. (2.131), (2.132)

$$\frac{dJ_n}{dx} = eR \approx e \frac{p - p_0}{\tau_p}, \quad (2.249)$$

$$\frac{dJ_p}{dx} = -eR \approx e \frac{n - n_0}{\tau_n}. \quad (2.250)$$

Die Näherungen in Gl. (2.249), (2.250) gelten für schwache Überschüsse ($\Delta p = p - p_0$ bzw. $\Delta n = n - n_0$) von Minoritätsträgern nach Gl. (2.187), (2.188). Genauer sind Gl. (2.170) bzw. (2.184) für indirekte Band-Band-Übergänge (SRH, Auger) bzw. Gl. (2.150) für direkte Band-Band-Übergänge.