

Seminar zur Vorlesung Theoretische Physik III für LA (Quantenmechanik und Statistische Physik)

SS 2011

Blatt 4

05.05.2011

Aufgabe 1 *Nicht-selektive Messung*

Durch eine Stern-Gerlach Messung in $\hat{\sigma}_z$ -Richtung werden Atome im Zustand $|+_z\rangle$ präpariert. In einer zweiten Messung werden die Atome in $\hat{\sigma}_x$ -Richtung gemessen woraufhin in einer dritten Messung die Atome in $\hat{\sigma}_z$ -Richtung gemessen werden.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass in der dritten Messung der Zustand $|\pm_z\rangle$ gemessen wird, falls in der zweiten Messung
- eine nicht-selektive Messung vorlag
 - eine Messung vorlag, in der ohne Unterscheidung alles akzeptiert wurde.

(1 Punkt)

- b) Diskutieren Sie die Unterschiede der beiden Messungen.

(1 Punkt)

Hinweis: Für diese und die nächste Aufgabe könnte es von Vorteil sein, die Eigenzustände von $\hat{\sigma}_x$ in der $\hat{\sigma}_z$ -Basis darzustellen.

Aufgabe 2 *Magnetisches Moment im homogenen Magnetfeld*

In der Vorlesung wurde der Hamiltonoperator

$$\hat{H} = -\mu \vec{B} \hat{\vec{\sigma}}.$$

eines magnetischen Momentes in einem homogenen Magnetfeld \vec{B} eingeführt, wobei $\hat{\vec{\sigma}} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)^T$ ist. Im Folgenden soll angenommen werden, dass das Magnetfeld $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ in z -Richtung zeigt und dass das magnetische Moment anfänglich in $|\psi(t=0)\rangle = |+_x\rangle$ präpariert wurde.

- a) Berechnen Sie $|\psi(t)\rangle$. (1 Punkt)
- b) Zu welchem Zeitpunkt τ ist zum ersten Mal die Wahrscheinlichkeit $p(\tau)$ gleich groß, den Zustand $|+_x\rangle$ bzw. $|-_x\rangle$ zu messen? Wann wird der Zustand $|-_x\rangle$ mit Wahrscheinlichkeit eins zum ersten Mal erreicht? (2 Punkte)
- c) Zum Zeitpunkt τ wird der Zustand $|+_x\rangle$ gemessen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $p(2\tau)$ den Zustand $|+_x\rangle$ zu messen, wenn das magnetische Moment nach der Messung eine Zeit τ im Magnetfeld propagiert. (1 Punkt)

Aufgabe 3 *Fouriertransformation eines Gaußpaketes*

a) Berechnen Sie die Impulsdarstellung des Wellenpaketes

$$\psi(x) = \frac{(2\pi)^{-1/4}}{\sqrt{\Delta x}} \exp \left\{ -\frac{[x - \langle \hat{x} \rangle]^2}{4\Delta x^2} \right\} e^{-i/\hbar \langle \hat{p} \rangle x}.$$

Ergebnis: $\psi(p) = \frac{(2\pi)^{-1/4}}{\sqrt{\Delta p}} \exp \left\{ -\frac{[p - \langle \hat{p} \rangle]^2}{4\Delta p^2} \right\} e^{-i/\hbar \langle \hat{x} \rangle (p - \langle \hat{p} \rangle)}$ (2 Punkte)