# Seminar zur Vorlesung
# Theoretische Physik III für LA (Quantenmechanik und Statistische Physik)

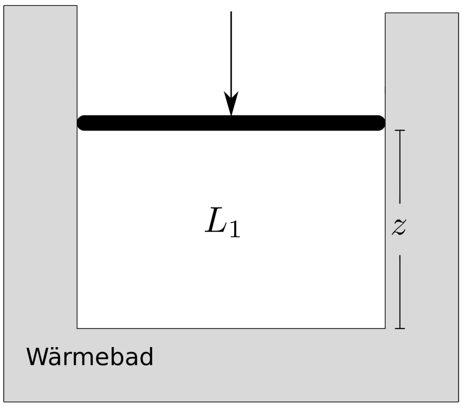
**SS 2011** **Blatt 12** **30.06.2011**

## Aufgabe 1 *Die namenlose Gesamtheit*

Es lässt sich eine Gesamtheit konstruieren, bei der eine Makronebenbedingung an die mittlere Energie $U$ und das mittlere Volumen $\langle V \rangle$

$$U = \sum_{i,z} p_{i,z} E_{i,z}, \qquad \langle V \rangle = \sum_{i,z} p_{i,z} V_z$$

gestellt wird, wobei die Teilchenzahl $N$ als Mikronebenbedingung behandelt wird. Die Summe über $i$ ist dabei als Summe über alle Energieeigenwerte und die Summe über $z$ als Summe über alle Volumina zu verstehen.
Konkret lässt sich diese Gesamtheit dadurch realisieren, dass ein Gas in einem Zylinder (System $L_1$) mit beweglichem Stempel eingeschlossen wird. Dieser Zylinder ist umgeben von einem




Wärmebad und kann sein Volumen an die außen herrschenden Verhältnisse anpassen.

a) Zeigen Sie durch Maximierung der Entropie, dass die Wahrscheinlichkeit $p_{i,z}$ als

$$p_{i,z} = \frac{1}{\mathcal{Z}} \exp\left\{-\beta E_{i,z} - \gamma V_z\right\}$$

geschrieben werden kann und berechnen Sie die Zustandssumme $\mathcal{Z}$. Dabei sind $\beta$ und $\gamma$ Konstanten. *(2 Punkte)*

b) Berechnen Sie die Entropie $S$ und drücken Sie diese durch die Temperatur $T$, $U$ und $\langle V \rangle$ aus, indem Sie $\beta = \frac{1}{k_B T}$ und $\gamma = \beta\gamma'$ definieren. *(1 Punkt)*

c) Zeigen Sie, dass das thermodynamische Potential (hier auch freie Enthalpie genannt)

$$G = G(T, \gamma', N) = -k_B T \ln \mathcal{Z} \tag{1}$$

die Form

$$G = U + \gamma' \langle V \rangle - TS \tag{2}$$

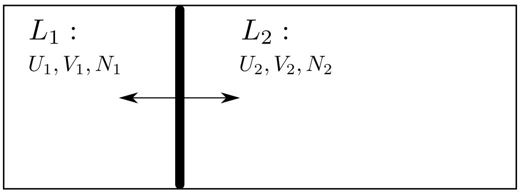
besitzt. *(1 Punkt)*

d) Bilden Sie das totale Differential $dG$ von (1) und (2) und Zeigen Sie durch den Vergleich Beider, dass

$$\gamma' = -\left(\frac{\partial U}{\partial \langle V \rangle}\right)_{S,N}$$

gilt. Warum kann $\gamma'$ nun als Druck $p$ interpretiert werden? *(2 Punkte)*

e) Betrachten Sie nun die Ankopplung zweier Systeme $L_1$ und $L_2$, die durch einen verschiebbaren Stempel getrennt sind. Dabei erlaubt der Stempel einen Energieaustausch zwischen den beiden Systemen, wobei das Gesamtsystem abgeschlossen ist. Zeigen Sie,




dass im thermischen Gleichgewischt die Gleichgewichtsbedingungen

$$T_1 = T_2, \qquad p_1 = p_2$$

gelten, wobei $p_1$ und $p_2$ die beiden Drücke des Systems $L_1$ bzw. $L_2$ sind. *(2 Punkte)*

## Aufgabe 2 *Anzahl der Mikrozustände des Reservoirs und Ideales Gas*

Für $E_i^{(s)} \ll E$ wurde in der Vorlesung

$$\ln \Omega_R(E - E_i^{(s)})$$

anstatt der Anzahl der Mikrozustände im Reservoir

$$\Omega_R(E - E_i^{(s)})$$

durch eine Taylor-Entwicklung bis zur zweiten Ordnung angenähert.
Begründen Sie anhand des idealen Gases, dass für $E_i^{(s)} \ll E$ und für große Teilchenzahlen die Näherung von $\Omega_R(E - E_i^{(s)})$ ihre Gültigkeit verliert, wodurch dann klar werden sollte warum der Logarithmus der Anzahl der Mikrozustände angenähert wird. *(1 Punkt)*