

Übung zur Vorlesung Theoretische Physik III LAG (Quantenmechanik und statistische Mechanik)

SoSe 2014

Blatt 4

08.05.2014

Aufgabe 10 *Spur von Messsymbolen*

Die Spur von Messsymbolen $|a'\rangle\langle a''|$ und $|b'\rangle\langle b''|$ der Messgrößen A und B ist durch

$$\text{Sp } |a'\rangle\langle a''| = \langle a''|a'\rangle = \delta_{a',a''} \quad \text{bzw.} \quad \text{Sp } |b'\rangle\langle b''| = \langle b''|b'\rangle = \delta_{b',b''}$$

gegeben. Ist die Spurbildung mit dem linearen Zusammenhang (woher kommt dieser?)

$$|b'\rangle\langle b''| = \sum_{a',a''} \langle a'|b'\rangle\langle b''|a''\rangle |a'\rangle\langle a''|$$

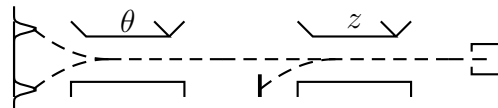
zwischen Messsymbolen zur A - und B -Messung verträglich?

(1 Punkt)

Aufgabe 11 *Gekoppelte Stern-Gerlach-Experimente*

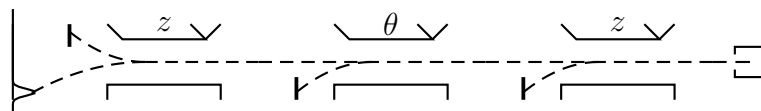
Wir beschäftigen uns wieder einmal mit Stern-Gerlach-Apparaten.

- a) Nachdem anfangs der "+"-Strahl präpariert wurde, durchlaufen die Atome einen weiteren Stern-Gerlach-Apparat, der der z -Achse gegenüber um den Winkel θ um die x -Achse gedreht ist:



Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsamplituden und Wahrscheinlichkeiten der möglichen Messergebnisse. (1 Punkt)

- b) Wieder wird ein "+"-Strahl präpariert und durch einen um den Winkel θ gedrehten Apparat geschickt. Dieser selektiert nun aber ebenfalls den "+"-Strahl. Dahinter befindet sich ein letzter Apparat, der den "-"-Strahl in der ursprünglichen Richtung passieren lässt:



Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsamplitude und Wahrscheinlichkeit ein Atom auf dem Schirm zu detektieren. Für welchen Wert des Winkels θ wird die Wahrscheinlichkeit maximal? (1 Punkt)

Aufgabe 12 Momente der Spin-Observablen

Wir betrachten die Observable $\vec{n} \cdot \hat{\sigma}$, wobei \vec{n} ein normierten Vektor sei.

- a) Berechnen Sie die beiden Erwartungswerte

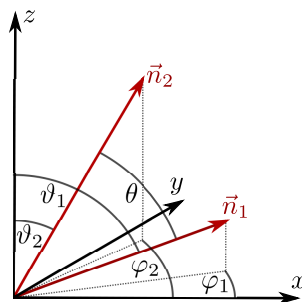
$$\langle \pm | \vec{n} \cdot \hat{\sigma} | \pm \rangle$$

in Abhängigkeit der Richtung von \vec{n} . Führen Sie die Rechnungen einmal mit Messsymbolen ($\sigma_x = |+\rangle\langle -| + |-\rangle\langle +|$ usw.) aus und verwenden Sie einmal die Komponentenschreibweise. Erklären Sie warum das Ergebnis nicht von φ abhängt. (1 Punkt)

- b) Berechnen Sie die Varianz $\Delta\sigma_n^2$ und die Standardabweichung $\Delta\sigma_n$. (1 Punkt)

Aufgabe 13 Zwei beliebige Richtungen

Wir wenden nun die bisherigen Ergebnisse darauf an, die Wahrscheinlichkeiten bei Messungen in beliebigen Richtungen, die durch \vec{n}_1 und \vec{n}_2 gegeben sind, zu berechnen. Dazu sei ein Atom im Zustand " + " bezogen auf die Richtung \vec{n}_1 präpariert. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit das Atom im Zustand " + " bezogen auf die Richtung \vec{n}_2 zu finden.



(2 Punkte)