# Übung zur Vorlesung
# Theoretische Physik III LAG
# (Quantenmechanik und statistische Mechanik)

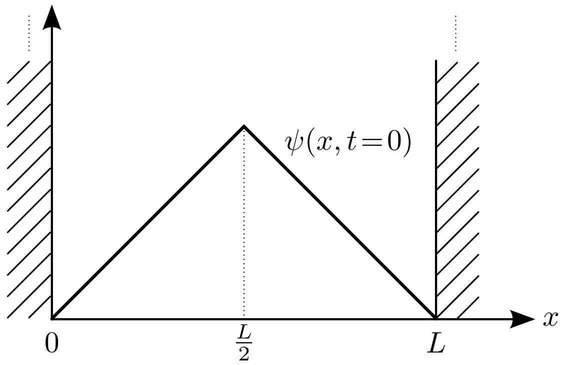
**SoSe 2014** **Blatt 8** **12.05.2014**

## Aufgabe 22 *Teilchen im Potentialkasten*

Ein Teilchen der Masse $m$ befinde sich in einem unendlich tiefen Potentialkasten der Länge $L$. Die Energieeigenwerte $E_n$ und Energieeigenfunktionen $\varphi_n(x)$ sind durch

$$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \quad \text{und} \quad \varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$$

gegeben. Zum Zeitpunkt $t=0$ sei das Teilchen im unten abgebildeten Zustand $\psi(x,t=0)$.




a) Bestimmen Sie die normierte Wellenfunktion $\psi(x,t=0)$ und berechnen Sie Wahrscheinlichkeit das Teilchen bei $t=0$ zwischen $L/4$ und $3L/4$ aufzufinden. *(1 Punkt)*

b) Stellen Sie $\psi(x,t=0)$ in der Basis $\varphi_n(x)$ dar und geben Sie die Energien an, die gemessen werden können. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit $E_n$ zu messen? *(2 Punkte)*

c) Nehmen Sie nun an, dass die Energie $E_1$ gemessen wurde. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit das Teilchen nach der Messung zwischen $L/4$ und $3L/4$ aufzufinden. *(1 Punkt)*

d) Berechnen Sie $\psi(x,t)$ für $t>0$. *(1 Punkt)*

e) **Optional:** Visualisieren Sie die Zeitentwicklung mit einer Software Ihrer Wahl. *(3 Punkte)*

## Aufgabe 23 *Präzession im Magnetfeld*

Für ein Teilchen mit dem magnetischen Moment $\vec{\mu}$, das sich im Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$ befindet, laute der Hamiltonoperator

$$\hat{H} = -\hat{\vec{\mu}}\cdot\vec{B} = -\hbar\omega_0\hat{\sigma}_z \ ,$$

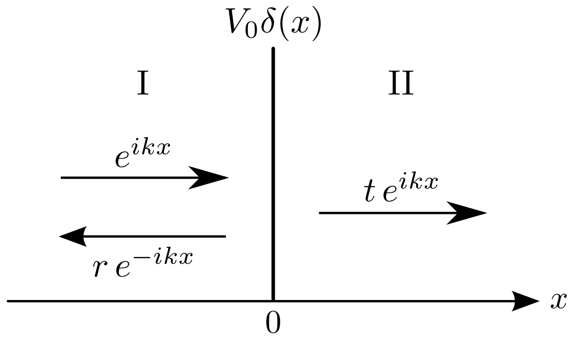
mit einer Konstanten $\omega_0$. Anfänglich sei das Teilchen im Zustand

$$|\psi(t=0)\rangle = |+_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+_z\rangle + |-_z\rangle\right)$$

präpariert. Berechnen Sie seinen Zustand $|\psi(t)\rangle$ für $t>0$. *(1 Punkt)*

**Aufgabe 24** *Delta-Potential*

Eine einlaufende Welle mit der Energie $E > 0$ trifft auf ein Potential $V(x) = V_0\delta(x)$. Wie in der Abbildung gezeigt, wird an diesem Potential ein Teil der Welle transmittiert und ein Teil reflektiert.




a) Lösen Sie in den Bereichen I und II separat die stationäre Schrödingergleichung. *(1 Punkt)*

b) Stellen Sie die Anschlussbedingungen für die Wellenfunktion auf und bestimmen Sie die Koeffizienten $r$ und $t$.
**Hinweis**: Integrieren Sie die Schrödingergleichung um $x = 0$ und nutzen Sie die Eigenschaften der Delta-Funktion. *(2 Punkte)*

c) Geben Sie anhand des Ergebnisses aus b) und dem Resultat aus der Vorlesung das volle Energiespektrum von $\hat{H}$ an. *(1 Punkt)*