Übung zur Vorlesung
Theoretische Physik III

SoSe 2015 **Blatt 6** **10.06.2015**

Aufgabe 18 *Operatoren in Matrixdarstellung*

Betrachten Sie die beiden Operatoren

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} a & a' - a & 0 \\ a' - a & a & 0 \\ 0 & 0 & a' \end{pmatrix}, \qquad \hat{B} = \begin{pmatrix} b & -b & b' \\ -b & b & b' \\ b'^* & b'^* & 0 \end{pmatrix}$$

mit $a \in \mathbb{R}$, $a' \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R}$.

a) Zeigen Sie, dass die beiden Operatoren kommutieren. *(1 Punkt)*

b) Bestimmen Sie die Eigenwerte der beiden Operatoren und finden Sie eine Basis von gemeinsamen Eigenvektoren von $\hat{A}$ und $\hat{B}$. Geben Sie weiterhin die Projektoren auf die verschiedenen Unterräume an. *(2 Punkte)*

Aufgabe 19 *Magnetische Momente in Magnetfeldern*

Betrachten Sie ein Silberatom mit dem magnetischen Moment $\hat{\boldsymbol{\mu}} = \mu(\mathbf{e}_x\hat{\sigma}_x + \mathbf{e}_y\hat{\sigma}_y + \mathbf{e}_z\hat{\sigma}_z)$, das sich im konstanten Magnetfeld $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_y$ befindet. Der Hamiltonoperator ist durch

$$\hat{H} = -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{B} \tag{1}$$

gegeben. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei das Atom im Zustand $|\psi(t=0)\rangle = |\uparrow\rangle_z$ präpariert.

a) Geben Sie an welche Messwerte bei einer Messung des magnetischen Momentes in x-Richtung zum Zeitpunkt $t = 0$ möglich sind und mit welcher Wahrscheinlichkeit diese auftreten. *(1 Punkt)*

b) Geben Sie den Zustand $|\psi(t)\rangle$ für einen späteren Zeitpunkt $t > 0$ an. *(1 Punkt)*

c) Zu diesem Zeitpunkt t werden die drei Observablen $\hat{\sigma}_x$, $\hat{\sigma}_y$ und $\hat{\sigma}_z$ gemessen. Welche Messwerte sind jeweils möglich und mit welchen Wahrscheinlichkeiten treten sie auf? Wie muss die Zeit t gewählt werden, damit eine der Messungen mit Sicherheit ein bestimmtes Messergebnis liefert? Interpretieren Sie diese Bedingung. *(1 Punkt)*

Aufgabe 20 *Quantenteleportation II*

Betrachten Sie erneut den Teleportationsaufbau aus Aufgabe 13 mit dem zu teleportierenden Zustand $|\psi\rangle$.

a) Geben Sie den Dichteoperator $\hat{\varrho}$, der zum Zustand $|\Gamma\rangle_{ARJ}$ des Gesamtsystems gehört, an bevor Romeo eine Bellmessung durchgeführt hat. *(1 Punkt)*

b) Geben Sie den Dichteoperator $\hat{\tilde{\varrho}}$ des Gesamtsystems an, nachdem Romeo eine nicht-selektive Bellmessung durchgeführt hat. D.h. Romeo übermittelt auch keine Information über den klassischen Kanal an Julia. *(1 Punkt)*

c) Berechnen Sie den reduzierten Dichteoperator von Julia nach der Bellmessung von Romeo, der durch

$$\hat{\tilde{\rho}}_J = \sum_j \langle \varphi_j | \hat{\tilde{\varrho}} | \varphi_j \rangle$$

gegeben ist, wobei $\{|\varphi_j\rangle\}$ eine beliebige Basis des Zustandsraumes des Systems AR darstellt. *(1 Punkt)*

d) Berechnen Sie außerdem den reduzierten Dichteoperator von Julia bevor Romeo die Bellmessung durchgeführt hat und vergleichen Sie diesen mit $\hat{\tilde{\rho}}_J$. *(1 Punkt)*

e) Berechnen Sie zuletzt die Effizienz F der Teleportation, die durch

$$F = \mathrm{Sp}(\hat{\tilde{\rho}}_J |\psi\rangle\langle\psi|)$$

gegeben ist. *(1 Punkt)*