

Übung zur Vorlesung Theoretische Physik I

SoSe 2016

Blatt 5

25.05.2016

Aufgabe 22 *Bahnkurven*

Eine Punktmasse m befindet sich im Zentralkraftfeld $\mathbf{F}(r)$ mit

$$\mathbf{F}(r) = -\frac{2A}{r^3} \mathbf{e}_r.$$

Hierbei bezeichnet \mathbf{e}_r den Einheitsvektor in Radialrichtung, A eine positive Konstante und (r, θ) die Polarkoordinaten.

- Geben Sie die Gleichung der Bahnkurve an, d.h. die Beziehung zwischen den Koordinaten r und θ . (1 Punkt)
- Diskutieren Sie die Bahnkurven in Abhängigkeit der Anfangsenergie, der Konstanten A und dem Drehimpuls l . Erklären Sie die Bahnkurven mit dem Ergebnis aus a). (1 Punkt)
- Nutzen Sie das Virialtheorem um die Energie der Bahnkurve $r = B$, mit einer Konstanten B , zu berechnen. (1 Punkt)

Aufgabe 23 *Zentralpotential und elliptische Integrale*

Betrachten Sie eine Punktmasse m im Zentralpotential $V(r) = ar^{n+1}$. Zeigen Sie, dass die Gleichung für die Bahnkurve in den Fällen

$$n = -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}, -\frac{7}{3}.$$

durch elliptische Integrale ausgedrückt werden kann.

Hinweis: Ein elliptisches Integral hat die Form

$$\int R(x, \omega) dx,$$

wobei R eine rationale Funktion von x und ω darstellt, mit

$$\omega = \sqrt{\alpha x^4 + \beta x^3 + \gamma x^2 + \delta x + \eta}$$

und Konstanten $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ und η .

(2 Punkte)