

# Übung zur Vorlesung Theoretische Physik I

SoSe 2016

Blatt 7

07.06.2016

## Aufgabe 26 *Das Foucaultsche Pendel*

Betrachten Sie ein Pendel der Masse  $m$  und Länge  $l$  an der Erdoberfläche, das sich auf einer geographischen Breite  $\varphi$  befindet. Das erdfeste Koordinatensystem  $(x', y', z')$  des Pendels ist in Abbildung 1 dargestellt. Die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation sei  $\omega$ .

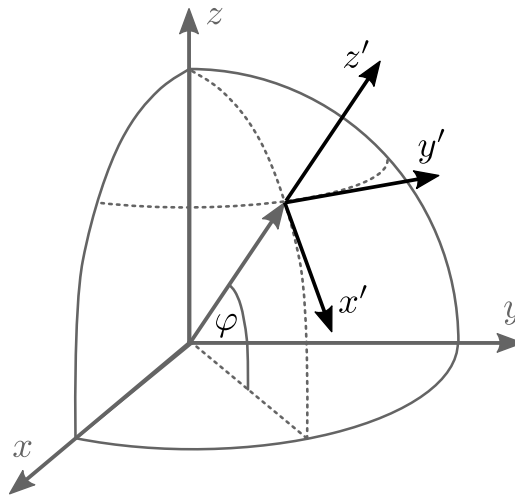


Abbildung 1: Koordinatensystem des Foucaultschen Pendels

- a) Zeigen Sie, dass die potentielle Energie für kleine Auslenkungen durch

$$V = \frac{mg}{2l} (x'^2 + y'^2)$$

gegeben ist.

(1 Punkt)

- b) Zeigen Sie, dass die kinetische Energie unter Vernachlässigung von Termen, die  $\omega^2$ ,  $z'$  und  $\dot{z}'$  beinhalten, die Form

$$T = \frac{m}{2} (\dot{x}'^2 + \dot{y}'^2 + 2\omega_z(x'y' - y'\dot{x}'))$$

hat, mit der Definition  $\omega_z = \omega \sin \varphi$ .

(2 Punkte)

- c) Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen für  $x'$  und  $y'$  unter Verwendung der Definition  $\omega_0 = \sqrt{g/l}$  auf.

(1 Punkt)

- d) Transformieren Sie die beiden Koordinaten  $x', y'$  in ein Koordinatensystem  $x'', y''$ , das mit der Frequenz  $\omega_z$  entgegen dem Uhrzeigersinn um die  $z'$ -Achse rotiert. Zeigen Sie, dass die resultierenden Bewegungsgleichungen die Form

$$\ddot{x}'' = -\omega_0^2 x'' - \omega_z^2 x'' , \tag{1}$$

$$\ddot{y}'' = -\omega_0^2 y'' - \omega_z^2 y'' \tag{2}$$

haben.

(2 Punkte)

- e) Wie lautet die Bedingung an  $l$  damit in den Bewegungsgleichungen (1) und (2)  $\omega_z$  gegenüber  $\omega_0$  vernachlässigt werden kann? *(1 Punkt)*
- f) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für  $x''$  und  $y''$ . Zeigen Sie danach durch Rücktransformation in die Koordinaten  $x'$  und  $y'$ , dass die Schwingungsebene des Pendels sich mit der Frequenz  $\omega_z$  dreht. *(2 Punkte)*
- g) Um welchen Winkel hat sich die Ebene in einem Tag gedreht? Nach welcher Zeit hat sich die Schwingungsebene eines solchen Pendels, das sich in Saarbrücken befindet, ein Mal vollständig gedreht. *(1 Punkt)*