

# Übung zur Vorlesung

## Theoretische Physik III/IV für Lehramtskandidaten

SoSe 2017

Blatt 8

09.06.2017

Dr. Schank

mit Luigi Giannelli, Tim Keller, Rebecca Kraus

Ihre Lösung ist in Form einer Einzelabgabe bis zum 16.06.17 um 16 Uhr in das Postfach von Prof. Dr. Giovanna Morigi im Erdgeschoss von Gebäude E2 6 einzuwerfen

### Aufgabe 22 *Eigenfunktion des Impulsoperators*

- Berechnen Sie die Eigenfunktionen des Impulsoperators  $\hat{p}$  im Ortsraum. (1 Punkt)
- Berechnen Sie die Eigenfunktionen des Impulsoperators  $\hat{p}$  im Impulsraum. (1 Punkt)
- Interpretieren Sie die Ergebnisse aus a) und b). (2 Punkte)

### Aufgabe 23 *Projektionsoperator*

Ein Projektionsoperator  $\hat{P}$  wird über die Relation  $\hat{P}^2 = \hat{P}$  definiert, d.h. die zweifache Projektion auf einen Vektor ist gleichwertig zur einfachen Projektion auf diesen Vektor.

- Bestimmen Sie die möglichen Eigenwerte  $p$  des Projektionsoperators  $\hat{P}$  mit Hilfe der Eigenwertgleichung  $\hat{P}|p\rangle = p|p\rangle$ , wobei  $|p\rangle$  den entsprechenden Eigenvektor darstellt. (1 Punkt)
- Zeigen Sie, dass der Operator  $\hat{1} - \hat{P}$  ebenfalls einen Projektionsoperator darstellt. Wie hängen die Eigenvektoren von  $\hat{1} - \hat{P}$  mit den Eigenvektoren von  $\hat{P}$  zusammen? (2 Punkte)
- Zeigen Sie, dass der adjungierte Operator  $\hat{P}^\dagger$  zum Projektionsoperator  $\hat{P}$  einen Projektionsoperator darstellt. (2 Punkte)
- Zusatzaufgabe: Ist jeder Projektionsoperator  $\hat{P}$  hermitesch? (4 Punkte)

### Aufgabe 24 *Der eindimensionale harmonische Oszillator*

In der Vorlesung wurde bereits die Eigenbasis  $\{|n\rangle | n = 0, 1, 2, \dots\}$  des eindimensionalen harmonischen Oszillators eingeführt. Im Folgenden sollen Sie die Matrixelemente einiger Operator in der  $\{|n\rangle\}$ -Darstellung bestimmen.

- Bestimmen Sie die Matrixelemente  $\langle n|\hat{a}|m\rangle$  und  $\langle n|\hat{a}^\dagger|m\rangle$ , wobei  $\hat{a}$  der Absteigeoperator und  $\hat{a}^\dagger$  der Aufsteigeoperator ist. (1 Punkt)

- b) Bestimmen Sie die Matrixelemente  $\langle n|\hat{p}|m\rangle$  und  $\langle n|\hat{x}|m\rangle$ , wobei  $\hat{p}$  den Impulsoperator und  $\hat{x}$  den Ortsoperator darstellt. *(2 Punkte)*
- c) Bestimmen Sie die Matrixelemente  $\langle n|\hat{E}_{kin}|m\rangle$  und  $\langle n|\hat{E}_{pot}|m\rangle$ , wobei  $\hat{E}_{kin}$  den Operator der kinetischen Energie darstellt und  $\hat{E}_{pot}$  den Operator der potentiellen Energie darstellt. *(2 Punkte)*