Übung zur Vorlesung
Theoretische Physik III/IV für Lehramtskandidaten

SoSe 2019 **Blatt 1** **18.04.2019**

Dr. Schank

mit Tom Schmit, Francesco Rosati, Rebecca Kraus

Die Lösung zum Blatt 1 wird am Donnerstag den 25.04.19 und Freitag den 26.04.19 um 14:00 Uhr in den entsprechenden Übungsräumen vorgerechnet. Dieses Übungsblatt soll nicht abgegeben werden.

Aufgabe 3 *Fourier-Transformation (Teil 2)*

Betrachten Sie die Funktionen

$$f_1(x) = \begin{cases} A & \text{für} - \frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \tag{1a}$$

$$f_2(x) = Be^{-\frac{|x|}{b}}, \tag{1b}$$

wobei a und b positive Konstanten darstellen und $A, B \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie $A > 0$ und $B > 0$, so dass die Funktionen aus Gl. (1) bezüglich der Norm

$$|f| = \sqrt{\langle f(x)|f(x)\rangle} \tag{2}$$

auf 1 normiert sind. Das Skalarprodukt $\langle f(x)|h(x)\rangle$ ist dabei definiert als

$$\langle f(x)|h(x)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(x)h(x)\mathrm{d}x. \tag{3}$$

b) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $g_i(k)$ der Funktion $f_i(x)$ aus Gl.(1), wobei $i = 1, 2$.

c) Berechnen Sie die Standardabweichung Δx_i und Δk_i der Funktionen $|f_i(x)|^2$ und $|g_i(k)|^2$, wobei $i = 1, 2$. Zeigen Sie des weiteren, dass die Ungleichung $\Delta x_i \cdot \Delta k_i \geq \frac{1}{2}$ für $i = 1, 2$ erfüllt ist.

Hinweis: Sie dürfen dabei

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{y^2}{(1 + c^2 \cdot y^2)^2}\mathrm{d}y = \frac{\pi}{2c^3}, \text{ für } c > 0 \tag{4}$$

benutzen.

Aufgabe 4 *(Ir)relevanz der Quantenmechanik*

In Aufgabe 2 Teilaufgabe *d*) haben Sie bereits mit Hilfe der *Bohr-Sommerfeld Quantisierungsbedingung* die Energie eines harmonischen Oszillators quantisiert:

$$E_n = n\omega\hbar, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \hbar \approx 1 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}, \tag{5}$$

wobei k die elastische Konstante darstellt und m die Masse des Teilchens. Berechnen Sie für jeden der folgenden Fälle a) und b) explizit die Änderung der Energie, wenn die Quantenzahl n um 10^3 erhöht wird. Geben Sie die Ergebnisse in der physikalischen Einheit Joule an.

a) Die Frequenz des Oszillators beträgt $\omega = 1$ Hz.

b) Die elastische Konstante beträgt $k = 100$ N/m und die Masse nimmt den Wert $m = 1$ kg an.

c) Betrachten Sie nun den zweiten Fall *b*) und nehmen Sie an, dass die Masse mit einer maximalen Auslenkung von $l_{\mathrm{max}} = 1$ cm oszilliert. Bestimmen Sie n für diesen Fall.