

# Übung zur Vorlesung Theoretische Physik III

SoSe 2022

Blatt 9

17.06.2022

## Aufgabe 28 *Endlicher Potentialtopf*

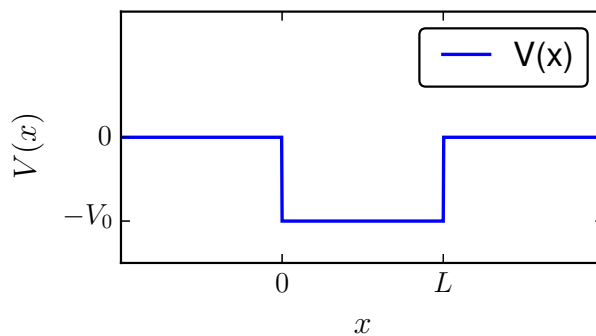
Gegeben sei der Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(x)$$

und  $V_0 > 0$ . Bestimmen Sie die Eigenenergien und Eigenzustände für

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \text{ und } x > L \\ -V_0 & \text{für } 0 \leq x \leq L \end{cases}.$$

(2 Punkte)



## Aufgabe 29 *Die Unschärferelation für $\hat{A}$ und $\hat{B}$*

Betrachten Sie drei Observablen  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$  eines physikalischen Systems, für die gilt

$$[\hat{A}, \hat{B}] = i\hat{C}.$$

Im Folgenden bezeichnen wir mit  $\langle \hat{O} \rangle_{|\psi\rangle} = \langle \psi | \hat{O} | \psi \rangle$  den Mittelwert des Operators  $\hat{O}$  bezüglich des Zustandes  $|\psi\rangle$ .

a) Zeigen Sie für einen beliebigen Zustand  $|\psi\rangle$  die folgende Beziehung

$$\langle \psi | \hat{A}^2 | \psi \rangle \langle \psi | \hat{B}^2 | \psi \rangle \geq \frac{\langle \psi | \hat{C} | \psi \rangle^2}{4}.$$

**Hinweis:** Betrachten Sie den Zustand  $|\phi\rangle = (\hat{A} + i\lambda\hat{B})|\psi\rangle$  für ein beliebiges  $\lambda \in \mathbb{R}$  und berechnen Sie den Betrag. (1 Punkt)

b) Betrachten Sie

$$\Delta A = \sqrt{\left\langle \left( \hat{A} - \langle \hat{A} \rangle_{|\psi\rangle} \right)^2 \right\rangle_{|\psi\rangle}}$$
$$\Delta B = \sqrt{\left\langle \left( \hat{B} - \langle \hat{B} \rangle_{|\psi\rangle} \right)^2 \right\rangle_{|\psi\rangle}}$$

und zeigen Sie, dass

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} |\langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle_{|\psi\rangle}|.$$

(1 Punkt)