

Übung zur Vorlesung Theoretische Physik III

SoSe 2022

Blatt 9

17.06.2022

Aufgabe 28 *Endlicher Potentialtopf*

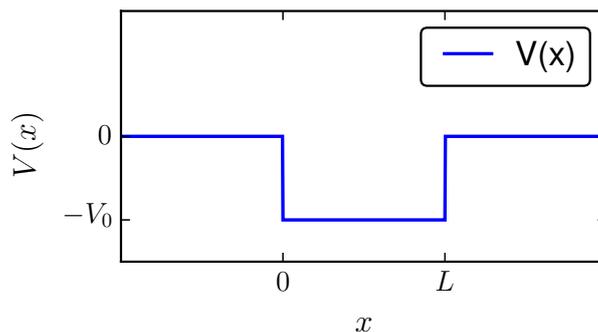
Gegeben sei der Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(x)$$

und $V_0 > 0$. Bestimmen Sie die Eigenenergien und Eigenzustände für

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \text{ und } x > L \\ -V_0 & \text{für } 0 \leq x \leq L \end{cases}.$$

(2 Punkte)



Aufgabe 29 *Die Unschärferelation für \hat{A} und \hat{B}*

Betrachten Sie drei Observablen \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} eines physikalischen Systems, für die gilt

$$[\hat{A}, \hat{B}] = i\hat{C}.$$

Im Folgenden bezeichnen wir mit $\langle \hat{O} \rangle_{|\psi\rangle} = \langle \psi | \hat{O} | \psi \rangle$ den Mittelwert des Operators \hat{O} bezüglich des Zustandes $|\psi\rangle$.

a) Zeigen Sie für einen beliebigen Zustand $|\psi\rangle$ die folgende Beziehung

$$\langle \psi | \hat{A}^2 | \psi \rangle \langle \psi | \hat{B}^2 | \psi \rangle \geq \frac{\langle \psi | \hat{C} | \psi \rangle^2}{4}.$$

Hinweis: Betrachten Sie den Zustand $|\phi\rangle = (\hat{A} + i\lambda\hat{B})|\psi\rangle$ für ein beliebiges $\lambda \in \mathbb{R}$ und berechnen Sie den Betrag. (1 Punkt)

b) Betrachten Sie

$$\Delta A = \sqrt{\left\langle \left(\hat{A} - \langle \hat{A} \rangle_{|\psi\rangle} \right)^2 \right\rangle_{|\psi\rangle}}$$
$$\Delta B = \sqrt{\left\langle \left(\hat{B} - \langle \hat{B} \rangle_{|\psi\rangle} \right)^2 \right\rangle_{|\psi\rangle}}$$

und zeigen Sie, dass

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} | \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle_{|\psi\rangle} |.$$

(1 Punkt)