Seminar zur Vorlesung
Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

WS 2012/2013 **Blatt 8** **6.12.2012**

Aufgabe 24 *Potential eines Ladungsrings im Hohlraum*

Die Greensche Funktion

$$G(\vec{x}, \vec{x}') = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} \frac{Y_{lm}^*(\theta', \phi') Y_{lm}(\theta, \phi)}{(2l+1)\left[1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{2l+1}\right]} \left(r_<^l - \frac{a^{2l+1}}{r_<^{l+1}}\right) \left(\frac{1}{r_>^{l+1}} - \frac{r_>^l}{b^{2l+1}}\right)$$

verschwindet auf den kugelförmigen Randflächen mit $r = a$ und $r = b$ ($a < b$). Mit Hilfe von $G(\vec{x}, \vec{x}')$ soll das elektrostatische Potential innerhalb einer geerdeten, metallischen Hohlkugel mit Radius R berechnet werden, in der sich die Ladung q auf einem konzentrischen Ring mit Radius $r_0 < R$ befindet. Zeigen Sie, dass die Ladungsdichte in Kugelkoordinaten als

$$\rho(\vec{x}') = \frac{q}{2\pi r_0^2} \delta(r' - r_0) \delta(\cos\theta')$$

geschrieben werden kann. Verwenden Sie die Greensche Funktion $G(\vec{x}, \vec{x}')$, um das Potential innerhalb und außerhalb der Kugel zu berechnen. *(2 Punkte)*

Aufgabe 25 *Multipolmomente von Ladungsverteilungen*

Berechnen Sie den Dipolvektor und den Quadrupoltensor folgender Ladungsverteilungen bezüglich des Ursprungs:

a) Zwei Punktladungen (Ladung q) befinden sich auf der z-Achse bei $z = \pm d$. In der Mitte dazwischen befindet sich eine weitere Punktladung $-2q$. *(1 Punkt)*

b) Eine Punktladung q befindet sich am Ursprung. In der x-y-Ebene ist die Ladung $-q$ homogen auf einem Kreisring mit Radius a um den Ursprung verteilt. *(1 Punkt)*

c) Berechnen Sie die Multipolmomente q_{ij} (nach Kugelflächenfunktionen) bis zur 2. Ordnung für die Ladungsverteilungen aus a) und b). *(1 Punkt)*

Aufgabe 26 *Multipole und Koordinatensystem*

Was ergibt sich allgemein für Monopol, Dipolvektor und Quadrupoltensor bei Verschiebung des Koordinatenursprungs? Wann sind sie unabhängig von der Wahl des Ursprungs? *(1 Punkt)*

Aufgabe 27 *Quadrupolmoment von Atomkernen*

Diese Aufgabe wird in Kleingruppen (3-4 Personen) bearbeitet und eine Ausarbeitung pro Gruppe schriftlich abgegeben. Abgabetermin: 13.12.2012.

Atomkerne mit Gesamtkerndrehmoment besitzen keine rotationssymmetrische Ladungsverteilung, sondern weisen ein nicht verschwindendes Quadrupolmoment auf. Dieses ist rotationssymmetrisch, z.B. bezüglich der z-Achse. In der Kernphysik wird das Kernquadrupolmoment als Q_{zz}/q definiert, wobei q die Kernladung ist.

a) Berechnen Sie den Quadrupoltensor für ein Rotationsellipsoid mit Halbachsen a und b und homogen verteilter Gesamtladung q. Zeigen Sie, dass das Element Q_{zz} genügt, um den Quadrupol vollständig zu charakterisieren.

b) Der Kern eines ^{153}Eu-Atoms ($Z = 63$) hat ein Kernquadrupolmoment von $2{,}5 \cdot 10^{-24}\text{cm}^2$ und einen mittleren Radius von $R = 0{,}7 \cdot 10^{-12}$cm. Der Kern wird als homogen geladenes Rotationsellipsoid mit mittlerem Radius $R = (a + b)/2$ modelliert. Berechnen Sie die auf R bezogene Differenz der Halbachsen $(a - b)/R$.