Universität des Saarlandes
Fakultät 7 – Physik und Mechatronik

Fachrichtung 7.1 – Theoretische Physik
Prof. Dr. M. Lücke,
J. Baltrusch (bis Ende Dez.'13),
Dr. M. Bienert (ab Jan.'14)
Gebäude E2 6, Zi. 4.28
http://www.qphys.uni-saarland.de/de/index.php/teaching/course/tpi_ii_la

Saarbrücken, den 27.11.2013

Übungen zur theoretischen Physik I & II

Blatt 7

Aufgabe 22 Harmonischer Oszillator mit äußeren Kräften

Ein harmonischer Oszillator befindet sich zur Zeit $t = 0$ in der Gleichgewichtslage und in Ruhe, und wird danach durch äußere Kräfte angetrieben. Berechnen Sie die Auslenkung $x(t)$ für die Kräfte

a) $F(t) = F_0$

b) $F(t) = b\,t$

c) $F(t) = F_0\,\mathrm{e}^{-\alpha t}$

d) $F(t) = F_0\,\mathrm{e}^{-\alpha t}\cos(\beta t)$,

jeweils gegeben für $t > 0$, sowie F_0, α, β reell.
Hinweis zu d): Setzen Sie die Kraft in komplexer Form an. (30 Prozent)

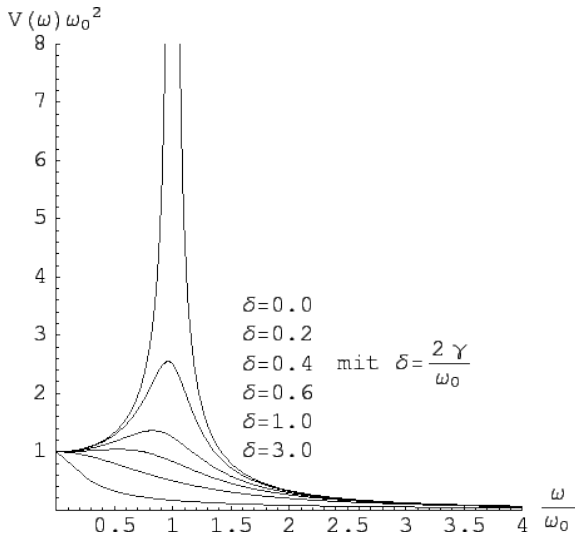
Aufgabe 23 Erzwungene und gedämpfte Schwingungen

Auf einen harmonischen Oszillator der Masse m wirkt neben der Rückstellkraft der Feder k eine zeitabhängige, treibende Kraft $F(t) = m\,C\cos(\omega t)$. Reibungskräfte können zunächst vernachlässigt werden.

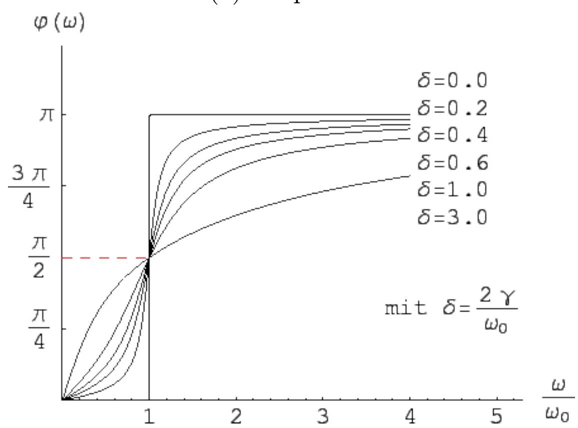
a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und berechnen Sie die allgemeine Lösung. Bei welcher Frequenz kommt es zur Resonanz? (15 Prozent)

b) Im Resonanzfall kann die Reibung nicht mehr vernachlässigt werden. Sie ist durch $F_R = -2\gamma m\dot{x}$ gegeben. Wie lautet nun die Differentialgleichung der Bewegung? Berechnen Sie die allgemeine Lösung. (30 Prozent)

c) Überlegen Sie wie sich die homogene Lösung für verschiedene Verhältnisse zwischen Eigenfrequenz ω_0 und Dämpfungskonstante γ im Grenzfall $t \to \infty$ verhält. Was bedeutet das für die allgemeine Lösung? (5 Prozent)



(a) Amplitude



(b) Phase

Abbildung 1: Amplitude und Phase in Abhängigkeit der Frequenz für verschiedene Verzerrungsfaktoren δ

d) Die partikuläre Lösung aus c) kann man zu

$$x_p(t) \sim V(\omega)\cos(\omega t - \varphi)$$

umformen. Dabei hängen $V(\omega)$ und φ von dem Verhältnis der Frequenzen ω/ω_0 und dem Verzerrungsfaktor $\delta = 2\gamma/\omega_0$ ab. Beschreiben Sie mit Hilfe von Abb. 1 welchen Einfluss diese beiden Größen auf die Bewegung haben. (10 Prozent)

e) Der Oszillator werde nun durch eine periodische Kraft $F(t) = mf(t)$ mit Periodendauer T angetrieben. Die Kraft sei im Intervall von $-T/2$ bis $T/2$ gegeben durch

$$f(t) = \mathrm{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & \text{für } -T/2 < t < 0\,, \\ \;\;0 & \text{für } t = 0\,, \\ +1 & \text{für } 0 > t > T/2\,. \end{cases}$$

Stellen Sie mit Hilfe einer Entwicklung in eine Fourierreihe die Differentialgleichung der Bewegung auf. Sie brauchen diese nicht zu lösen. (10 Prozent)