

Übungen zur theoretischen Physik I & II

Blatt 8

Aufgabe 24 Effektive Erdbeschleunigung

Auf eine auf der Erdoberfläche ruhende Masse m wirkt die Zentrifugalkraft sowie die Gravitationskraft. Berechnen Sie die effektive Beschleunigung \mathbf{g}_{eff} der Masse für eine geographische Breite α . Skizzieren Sie die Richtung von \mathbf{g}_{eff} und bestimmen Sie $|\mathbf{g}_{\text{eff}} - \mathbf{g}|/g$ für Saarbrücken bei $\alpha_{\text{SB}} \approx 49^\circ 14'$ Nord.

(10 PROZENT)

Aufgabe 25 Endliche Drehungen

Betrachten Sie die Darstellung eines Vektors \mathbf{r} in zwei kartesischen Koordinatensystemen Σ' und Σ mit gemeinsamen Ursprung. Diese sind durch $\mathbf{r} = x_i \mathbf{e}_i = x'_j \mathbf{e}'_j = \mathbf{r}'$ gegeben. Zeigen Sie:

- Die Elemente D_{ij} der Transformationsmatrix $\underline{\underline{D}}$ sind durch das Skalarprodukt der jeweiligen Einheitsvektoren gegeben, d.h. $D_{ij} = \mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_j$. Die Transformationsmatrix verbindet dann die beiden Koordinaten wie folgt: $x'_i = \sum_j D_{ij} x_j$.
- $\underline{\underline{D}}$ ist eine orthogonale Matrix, d.h. aus $\sum_i x_i^2 = \sum_i x'_i{}^2$ folgt $\underline{\underline{D}} \underline{\underline{D}}^T = \underline{\underline{1}}$.
- Aufeinanderfolgende Drehungen des Koordinatensystems um verschiedene Achsen kommutieren nicht. Skizzieren Sie dazu verschiedene Folgen von 90° -Drehungen.
- Angenommen Σ' entsteht durch Drehung um den Winkel φ um \mathbf{e}_i . Geben Sie $\underline{\underline{D}}$ explizit an und prüfen Sie $\underline{\underline{D}} \underline{\underline{D}}^T = \underline{\underline{1}}$ für $i = 1, 2, 3$.

(30 PROZENT)

Aufgabe 26 Trägheitsmomente von idealisiertem Wasser

Bei einem idealisierten Wassermolekül beträgt der Abstand zwischen Sauerstoff und Wasserstoff $a = 0.096 \text{ nm}$ und der Winkel zwischen den beiden Molekülarmen 104.4° .

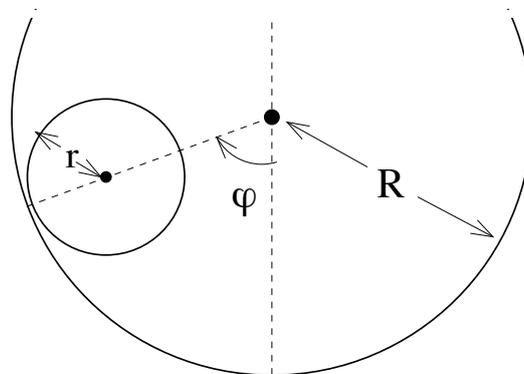
- Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente des Moleküls.
- Die Rotationsenergie des Moleküls beträgt je Freiheitsgrad $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}k_{\text{B}}T$. Berechnen Sie damit die Rotationsfrequenz mit Hilfe des größten Hauptträgheitsmoments bei $T = 300\text{K}$. Dabei beträgt die Masse eines Wasserstoffatoms $m_{\text{H}} = 1 \text{ u} \approx 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$, die des Sauerstoffatoms $m_{\text{O}} = 16 \text{ u}$, und die Boltzmann-Konstante ist durch $k_{\text{B}} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ gegeben.

(30 PROZENT)

Aufgabe 27 Rollpendel

Ein homogener Kreiszyylinder mit Radius r und Trägheitsmoment $I_3 = \frac{m}{2}r^2$ rollt – ohne zu gleiten – auf der Innenseite eines festen Kreiszyinders mit Radius $R > r$ ab.

- Wie hängt $\dot{\varphi}$ mit der Winkelgeschwindigkeit Ω des rollenden Kreiszyinders zusammen? Zeigen Sie, dass die Rollbedingung $\Omega r = (R - r)\dot{\varphi}$ lautet, indem Sie die Geschwindigkeit v eines geeigneten Punktes mit Ω und $\dot{\varphi}$ in Verbindung setzen.
- Wie lautet die Lagrangefunktion unter der Annahme, dass die Erdanziehung senkrecht zur Zylinderachse sei?
- Wie lautet die Bewegungsgleichung für kleine Auslenkungen aus der Ruhelage? Geben Sie die Schwingfrequenz an!



(30 PROZENT)