Universität des Saarlandes
Fakultät 7 – Physik und Mechatronik

Fachrichtung 7.1 – Theoretische Physik
Prof. Dr. M. Lücke,
J. Baltrusch (bis Ende Dez.'13),
Dr. M. Bienert (ab Jan.'14)
Gebäude E2 6, Zi. 4.28
http://www.qphys.uni-saarland.de/de/index.php/teaching/course/tpi_ii_la

Saarbrücken, den 15.1.2014

Übungen zur theoretischen Physik I & II

Blatt 12

Aufgabe 38 Magnetisches Dipolmoment einer rotierenden Ladungskugel

Eine homogen geladene Kugel mit Radius R und Ladungsdichte ρ rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω.

a) Bestimmen Sie die Stromdichte $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ und weisen Sie formal nach, dass die Kontinuitätsgleichung für die Ladungsdichte erfüllt ist.

b) Zeigen Sie, dass das magnetische Dipolmoment in der Form

$$m_\alpha = \frac{1}{2c} \int d^3\mathbf{r} \, [\mathbf{r} \times \mathbf{j}(\mathbf{r})]_\alpha = \frac{1}{2c} \, I_{\alpha\beta} \, \Omega_\beta \tag{1}$$

dargestellt werden kann, wobei

$$I_{\alpha\beta} = \rho \int d^3\mathbf{r} \, (\delta_{\alpha\beta}\mathbf{r}^2 - r_\alpha r_\beta) \tag{2}$$

der Ladungsträgheitstensor ist.

c) Zeigen Sie, dass $\int d^3\mathbf{r} \; r_\alpha r_\beta = \delta_{\alpha\beta} \int d^3\mathbf{r} \; \mathbf{r}^2/3$ und berechnen Sie damit $I_{\alpha\beta}$ und $m = |\mathbf{m}|$.

d) Das magnetische Dipolmoment $\mathbf{m}$ kann nur von ρ, R und Ω abhängen. Leiten Sie diese Abhängigkeit mit einer Dimensionsanalyse des Integrals $\int d^3\mathbf{r} \;\; \mathbf{r} \times \mathbf{j}(\mathbf{r})$ her.

(30 Prozent)

Aufgabe 39 Elektromagnetische Wellen im Vakuum

a) Formen Sie die Maxwellgleichungen im Vakuum in eine Wellengleichung für $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ bzw. $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ um.

b) Zeigen Sie, dass $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathrm{Re}\ \left[\mathbf{E}_0 e^{i[\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega(k)t]}\right]$ und $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathrm{Re}\ \left[\mathbf{B}_0 e^{i[\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega(k)t]}\right]$ spezielle Lösungen der Wellengleichungen sind. Wie lautet $\omega(k)$?

c) Man zeige, dass die Maxwellgleichungen die Transversalität elektromagnetischer Wellen fordern:
$\mathbf{k} \perp \mathbf{B} \perp \mathbf{E} \perp \mathbf{k}$. Wie lauten die Beziehungen zwischen den Feldern $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ und dem Wellenvektor $\mathbf{k}$?

d) Skizzieren Sie die Felder entlang der $\mathbf{k}$-Richtung.

e) Drücken die den Poynting-Vektor $\mathbf{S}$ durch $\mathbf{E}$ und $\mathbf{k}$ (oder $\mathbf{B}$ und $\mathbf{k}$) aus.

f) Welche Energie strömt in der Periode $T = 2\pi/\omega$ durch eine Fläche senkrecht zur Ausbreitungsrichtung $\mathbf{k}$?

(40 Prozent)

Aufgabe 40 Feld einer bewegten Punktladung

Eine Punktladung q bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit $\mathbf{v}$.

a) Wie lautet die Ladungsdichte $\rho(\mathbf{r}, t)$?

b) Berechnen Sie $\hat{\phi}(\mathbf{k}, \omega)$ durch Fouriertransformation der Wellengleichung

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right)\phi(\mathbf{r}, t) = -4\pi\rho(\mathbf{r}, t). \tag{3}$$

c) Geben Sie die Dispersionsrelation $w(\mathbf{k})$ an.

d) Berechnen Sie die Amplitude $\varphi(\mathbf{k}) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\omega\ \hat{\phi}(\mathbf{k}, \omega)$ der ebenen Potentialwellen für $\mathbf{k} \perp \mathbf{v}$ und $\mathbf{k} \parallel \mathbf{v}$.

(30 Prozent)