Universität des Saarlandes
Fakultät 7 – Physik und Mechatronik

Fachrichtung 7.1 – Theoretische Physik
Prof. Dr. M. Lücke,
J. Baltrusch (bis Ende Dez.'13),
Dr. M. Bienert (ab Jan.'14)
Gebäude E2 6, Zi. 4.28
http://www.qphys.uni-saarland.de/de/index.php/teaching/course/tpi_ii_la

Saarbrücken, den 22.1.2014

Übungen zur theoretischen Physik I & II

Blatt 13

Aufgabe 41 Pakete ebener monochromatischer Wellen

Man betrachte Pakete ebener monochromatischer Wellen in einer Dimension, die zur Zeit $t = 0$ die Form $\psi(x) = e^{ik_0 x} f(x)$ haben. Berechnen Sie $A(k) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dx\ e^{-ikx}\psi(x)$ und skizzieren Sie $\text{Re}\,\psi(x)$ und $A(k)$ für $f(x) = e^{-\kappa^2 x^2/2}$.

Ein Maß für die Breite der Kurven ist $\langle(\Delta x)^2\rangle = \langle(x - \langle x\rangle)^2\rangle = \langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2$ mit

$$\langle x^n\rangle = \frac{\int dx\ x^n|\psi(x)|^2}{\int dx\ |\psi(x)|^2} \qquad \text{und} \qquad \langle k^n\rangle = \frac{\int dk\ k^n|A(k)|^2}{\int dk\ |A(k)|^2}.$$

Prüfen Sie die Unschärferelation $\langle(\Delta x)^2\rangle\ \langle(\Delta k)^2\rangle \geq \frac{1}{4}$ am Beispiel $f(x) = e^{-\kappa|x|/2}$.

(40 Prozent)

Aufgabe 42 Überlagerung ebener Wellen

Man betrachte zwei ebene, in z-Richtung polarisierte elektromagnetische Wellen

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 e^{i(k_1 x - \omega_1 t)} \quad \text{und} \quad \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0 e^{i(k_2 y - \omega_2 t)} \quad \text{mit} \quad \mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_z \quad \text{und} \quad E_0 \in \mathbb{R}.$$

a) Wie lautet das gesamte resultierende (reelle) **E**- und **B**-Feld?

b) Skizzieren Sie für $t = 0$ und $k_1 = k_2$ die Konturlinien gleicher elektrischer Feldstärke $|\mathbf{E}(x, y)|$, sowie das Feld **B** und den Poynting-Vektor **S** als Vektorplots in der x-y-Ebene.

(25 Prozent)

Aufgabe 43 Greenfunktion der Wellengleichung

a) Führen Sie eine Partialbruchzerlegung der beiden Greenfunktionen

$$G(k, \omega \pm i\eta) = \frac{-4\pi c^2}{(\omega \pm i\eta)^2 - c^2 k^2}$$

mit $k = |\mathbf{k}|$ und $\eta > 0$ durch. Geben sie die Lage der Polstellen in der ω-Ebene an.

b) Berechnen Sie die Fouriertransformierte $G_{\pm\eta}(k, t)$ mit Hilfe von Aufgabe 20 d) auf Blatt 6.

c) Vergleichen Sie die retardierte Greenfunktion $G_{+\eta}(k, t)$ bzw. $G(k, \omega + i\eta)$ mit der dynamischen Suszeptibilität $\chi(t)$ bzw. $\chi(\Omega)$ des gedämpften harmonischen Oszillators.

d) Bestimmen Sie $G_\pm(x, t)$ durch Fouriertransformation von $G_\pm(k, t) = \lim_{\eta \to 0} G_{\pm\eta}(k, t)$.
Hinweis: Beachten Sie $x = |\mathbf{x}|$, $k = |\mathbf{k}|$ und benutzen Sie für die $\mathbf{k}$-Integration Kugelkoordinaten mit $\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} = k\, x\, \cos\theta$.

(35 Prozent)