Seminar zur Vorlesung
Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

WS 2014/2015 **Blatt 6** **27.11.2014**

Aufgabe 13 *Elektrostatik mit endlicher Photonenmasse*

Überlegen Sie, wie sich die Gesetze der Elektrostatik ändern würden, wenn neue Messungen eine korrigierte Form der Coulombkraft

$$\vec{F} = q_1 q_2 \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3} \left(1 + \frac{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|}{\Lambda}\right) \exp\left[-\frac{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|}{\Lambda}\right] \tag{1}$$

ergäben. Hierbei wäre Λ eine neue Naturkonstante. Für $\Lambda \to \infty$ geht das neue Kraftgesetz in die bekannte Coulombkraft über. Das Superpositionsprinzip soll unverändert gelten.

a) Berechnen Sie das elektrische Feld einer Ladungsverteilung $\rho(\vec{x})$, wenn Gleichung (1) als Kraftgesetz gültig wäre. *(1 Punkt)*

b) Zeigen Sie, dass für dieses elektrische Feld ein skalares Potential existiert (rotationsfrei?). Bestimmen Sie das Potential $\Phi(\vec{x})$ einer Punktladung (das sog. Yukawa-Potential). *(1 Punkt)*

c) Begründen Sie das Analogon zum Gaußschen Gesetz,

$$\oint_{\partial V} \vec{E}(\vec{x}) \cdot d^2\vec{x} + \frac{1}{\Lambda^2} \int_V \Phi(\vec{x})\, d^3x = 4\pi Q_{\text{in}},$$

der „neuen" Elektrostatik, wobei Q_{in} die im Volumen eingeschlossene Ladung ist. *(1 Punkt)*

Anleitung: Berechnen Sie zunächst die beiden Integrale für ein Kugelvolumen, in dessen Zentrum sich eine Punktladung befindet. Betrachten Sie dann die Änderung beider Integrale, wenn das kugelförmige Volumen eine Ausstülpung hat, die durch eine Vergrößerung des Kugelradius über einem kleinen Raumwinkel $d\Omega$ entsteht. Argumentieren Sie dann, warum das Gesetz für ein beliebiges Volumen und beliebige Ladungsverteilungen gilt.

d) Berechnen Sie die modifizierte Form der Poissongleichung. *(1 Punkt)*

Aufgabe 14 *Kondensatoren*

Eine Anordnung aus zwei durch einen Isolator getrennten metallischen Körpern wird als Kondensator bezeichnet. Werden auf die Körper gleich große, aber entgegengesetzte Ladungen aufgebracht, stellt sich eine Potentialdifferenz $V = \Phi_1 - \Phi_2$ ein. Die Potentialdifferenz wird als Spannung bezeichnet. Ein Kondensator kann durch seine Kapazität $C = \frac{Q}{V}$ charakterisiert werden, welche nur von der Geometrie der Anordnung abhängt. Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Gesetzes die Kapazität von:

a) Zwei konzentrischen, metallischen Kugelschalen mit Radius r_1 und r_2 mit $r_1 < r_2$. *(1 Punkt)*

b) Zwei konzentrischen leitenden Zylindern mit Radien ρ_1 und ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$) und Länge $L \gg \rho_2$. *(1 Punkt)*

c) Berechnen Sie die Energiedichte und daraus die Energie des elektrostatischen Feldes für die beiden Kondensatoren aus Teilaufgabe a) und b). *(1 Punkt)*