Seminar zur Vorlesung
Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

WS 2014/2015 **Blatt 12** **21.01.2015**

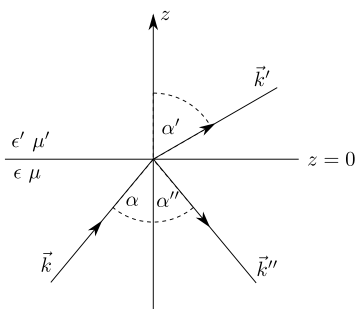
Aufgabe 29 *Geometrische Optik*

a) Zeigen Sie, dass in quellenfreien isotropen Medien der Dielektrizitätskonstanten ϵ und der Permeabilität μ die Maxwell-Gleichungen von ebenen Wellen

$$\vec{E}(\vec{x},t) = \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}-i\omega t}$$
$$\vec{B}(\vec{x},t) = \vec{B}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}-i\omega t}$$

gelöst werden. Führen Sie den Brechungsindex $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ ein und bestimmen Sie die Dispersionsbeziehung $\omega(k)$. *(2 Punkte)*

b) Betrachten Sie folgende Geometrie. Gegeben seien zwei lineare Medien mit der Dielektrizitätskonstanten ϵ und der Permeabilität μ bzw. ϵ' und μ', die durch die Ebene $z = 0$ getrennt sind. In dem Medium mit Konstanten ϵ und μ trifft auf die Grenzfläche eine ebene Welle mit Wellenvektor $\vec{k}$ und Frequenz ω. Die reflektierte Welle habe den Wellenvektor $\vec{k}''$, die gebrochene Welle den Wellenvektor $\vec{k}'$ (siehe Skizze).



Beweisen Sie die Gesetze der geometrischen Optik:

(i) $\vec{k}$, $\vec{k}'$, $\vec{k}''$ und $\hat{\vec{z}}$ sind in einer Ebene.

(ii) Der Einfallswinkel entspricht dem Reflexionswinkel, $\alpha = \alpha''$.

(iii) $\frac{\sin(\alpha')}{\sin(\alpha)} = \frac{n}{n'}$.

(2 Punkte)

c) Benutzen Sie den Satz von Gauß und den Satz von Stokes um zu zeigen, dass für die Amplituden der Wellen

$$\left[\epsilon(\vec{E}_0 + \vec{E}_0'') - \epsilon'\vec{E}_0'\right]\cdot\hat{\vec{z}} = 0,$$
$$\left[\vec{k}\times\vec{E}_0 + \vec{k}''\times\vec{E}_0'' - \vec{k}'\times\vec{E}_0'\right]\cdot\hat{\vec{z}} = 0,$$
$$\left[\vec{E}_0 + \vec{E}_0'' - \vec{E}_0'\right]\times\hat{\vec{z}} = 0,$$
$$\left[\frac{1}{\mu}(\vec{k}\times\vec{E}_0 + \vec{k}''\times\vec{E}_0'') - \frac{1}{\mu'}(\vec{k}'\times\vec{E}_0')\right]\times\hat{\vec{z}} = 0$$

gilt. *(3 Punkte)*

d) Im Folgenden sei $\mu = \mu'$. Die einfallende Welle sei linear, senkrecht zur Einfallsebene polarisiert. Zeigen Sie, dass in diesem Fall

$$\frac{E_0'}{E_0} = \frac{2n\cos\alpha}{n\cos\alpha + \sqrt{n'^2 - n^2\sin^2\alpha}},$$
$$\frac{E_0''}{E_0} = \frac{n\cos\alpha - \sqrt{n'^2 - n^2\sin^2\alpha}}{n\cos\alpha + \sqrt{n'^2 - n^2\sin^2\alpha}}.$$

(2 Punkte)

e) Zeigen Sie, dass

$$\frac{E_0'}{E_0} = \frac{2nn'\cos\alpha}{n'^2\cos\alpha + n\sqrt{n'^2 - n^2\sin^2\alpha}},$$
$$\frac{E_0''}{E_0} = \frac{n'^2\cos\alpha - n\sqrt{n'^2 - n^2\sin^2\alpha}}{n'^2\cos\alpha + n\sqrt{n'^2 - n^2\sin^2\alpha}},$$

wenn die einfallende ebene Welle linear, parallel zur Einfallsebene polarisiert ist.
Bestimmen Sie den Brewsterwinkel bei dem einfallendes Licht, welches parallel zur Einfallsebene polarisiert ist, nicht reflektiert wird. Was geschieht, wenn elliptisch polarisiertes Licht unter diesem Winkel auf die Oberfläche trifft? *(3 Punkte)*